Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Universidad Nacional de Córdoba

Probabilidad y Estadística – Licenciatura en Computación y Profesorados

Guía N°9: Prueba de Hipótesis

Problema 1: Suponer que X tiene distribución $N(\mu, \sigma^2)$ con σ^2 conocida. Para probar $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu < \mu_0$ se propone el siguiente método: Obtener una muestra de tamaño n y rechazar H_0 siempre que el promedio muestral $\overline{X} < C$, donde C es una constante que debe determinarse.

a) Obtener una expresión para la función de OC (operación característica), $L(\mu)$, en términos de la distribución normal tabulada.

b) Si el nivel de significación de la prueba es $\alpha = 0{,}01$, obtener una expresión para C.

c) Suponer que $\sigma^2 = 4$ y que se está probando $H_0 : \mu = 30$ contra $H_1 : \mu < 30$. Determinar el tamaño de la muestra n y la constante C a fin de satisfacer las condiciones $L(30) = 0{,}98$ y $L(27) = 0{,}01$.

d) Suponer que se obtienen los siguientes valores muestrales de X:

27,1, 29,3, 31,5, 33,0, 30,1, 30,9, 28,4, 32,4, 31,6, 28,9, 27,3 y 29,1.

¿Rechazaría H_0 contra H_1 como se estableció en **c)** al nivel de significación del 5 %?

Problema 2: Suponer, al igual que en el problema anterior, que X tiene distribución $N(\mu, \sigma^2)$ con σ^2 conocida. Pero ahora, para probar $H_0 : \mu = \mu_0$ contra $H_1 : \mu \neq \mu_0$ se propone el siguiente método: Obtener una muestra de tamaño n y rechazar H_0 siempre que $|\overline{X} - \mu_0| > C$, donde C es la constante que debe determinarse. Bajo estas condiciones responder a los items **a)** y **b)** del problema anterior.

Problema 3: Suponer que X tiene una distribución de Poisson con parámetro λ. Para probar $H_0 : \lambda = \lambda_0$ contra $H_1 : \lambda > \lambda_0$ se propone la siguiente prueba. Obtener una muestra de tamaño n, calcular el promedio muestral $\overline{X}$ y rechazar H_0 siempre que $\overline{X} > C$, donde C es una constante que se debe determinar.

a) Obtener una expresión para la función de OC, $L(\lambda)$, de la prueba anterior.

b) Graficar la función de OC.

c) Suponer que se prueba $H_0 : \lambda = 0{,}2$ contra $H_1 : \lambda > 0{,}2$. Se obtiene una muestra de tamaño $n = 10$ y se rechaza si $\overline{X} > 0{,}25$. ¿Cuál es el nivel de significación de esta prueba?

Problema 4: De la prueba de varias leyes de falla se ha encontrado que la distribución exponencial desempeña un papel muy importante. Por lo tanto, interesa poder decidir si una muestra particular de los tiempos en los que se presenta una falla, proviene de una distribución exponencial básica. Suponer que se han probado 335 bombillas y que la duración T (expresada en horas) está resumida en la siguiente tabla:

Duración (horas)	$0 \leq T < 100$	$100 \leq T < 200$	$200 \leq T < 300$	$300 \leq T < 400$	$T \geq 400$
N^o de bombillas	82	71	68	62	52

De los tiempos registrados para que ocurra la falla, se encontró que, el promedio muestral $\overline{T} = 123{,}5$ horas. Utilizando esta información, probar la hipótesis de que T, el tiempo para que ocurra la falla, está distribuído exponencialmente.