Probabilidad y Estadística – Licenciatura en Computación y Profesorados

Práctico Especial 2002: Soluciones

Problema de Probabilidad

a)

$$f_L(l) = \begin{cases} \pi/2 \cos\left(\dfrac{\pi}{2}\, l\right) & , \text{ si } l \in (0,1) \\ 0 & , \text{ si } l \notin (0,1) \end{cases}$$

b)

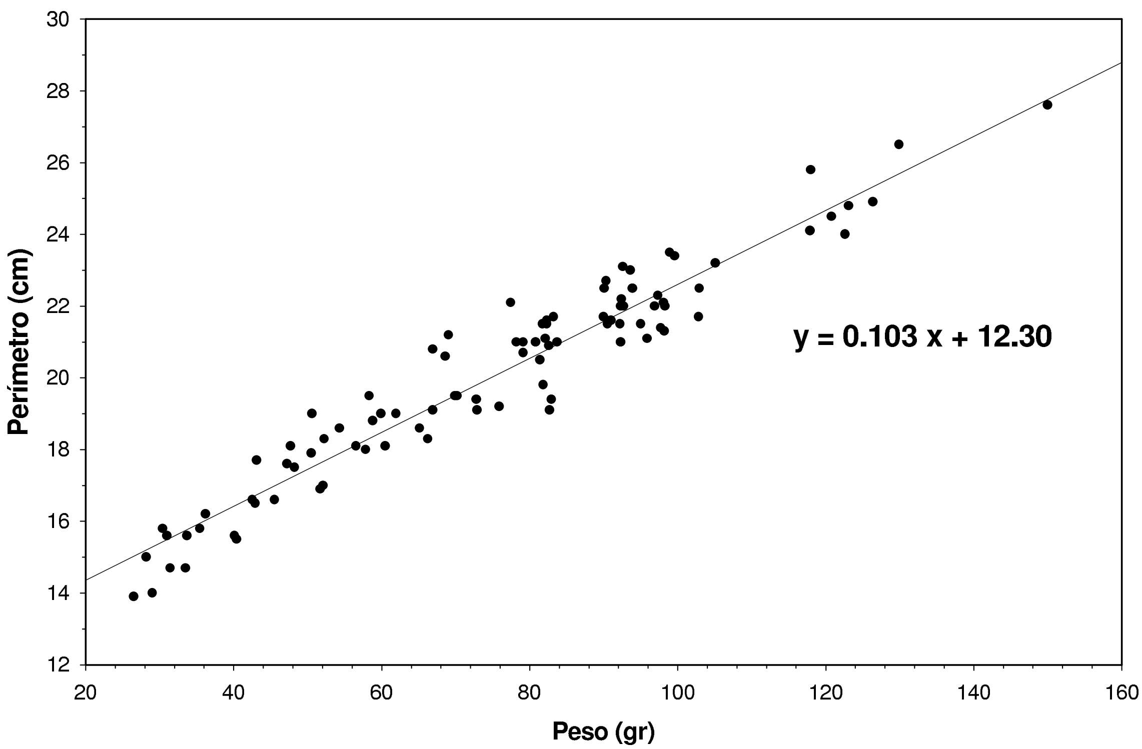
$$F_L(l) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } l < 0 \\ \operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{2}\, l\right) & , \text{ si } l \in (0,1) \\ 1 & , \text{ si } l > 1 \end{cases}$$

c)

$$E[L] = 1 - \frac{2}{\pi}\,, \qquad E[L^2] = 1 - \frac{8}{\pi^2} \quad \text{y} \qquad \text{Var}[L] = \frac{4}{\pi} - \frac{12}{\pi^2}\,.$$

Problema de Estadística

a-b) Ajuste lineal:



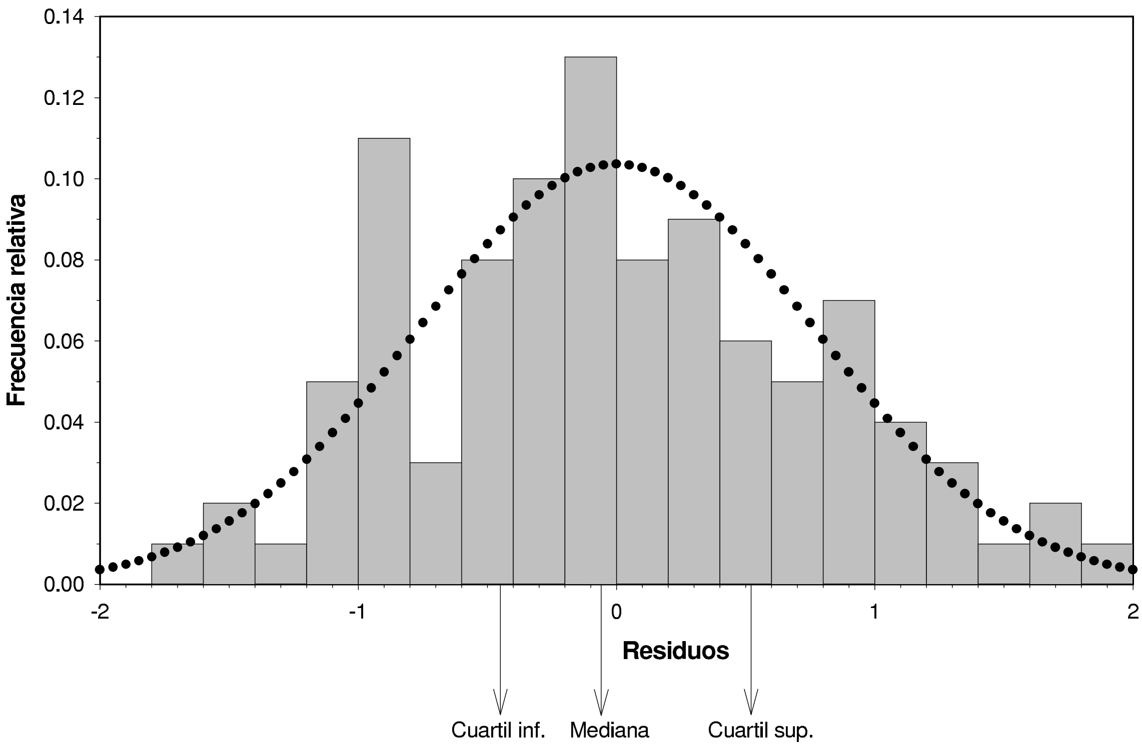
c-d) Estadística de los residuos:

$$n = 100 \qquad \overline{X} = -3{,}13 \times 10^{-14} \qquad S_{n-1} = 0{,}7730$$

$$\min = -1{,}7259 \qquad \max = 1{,}8206$$

$$Q_1 = -0{,}43565 \qquad Q_2 = -0{,}05889 \qquad Q_3 = 0{,}52215$$

e) Histograma de los residuos y comparación con la normal:



g) Prueba de hipótesis sobre los residuos:

$$\mathrm{H}_0 : \mu = 0 \qquad \mathrm{H}_1 : \mu \neq 0 \qquad Z = \frac{\overline{X}}{\sigma_X}\sqrt{n} \qquad |\overline{X}| < C \Longrightarrow |Z| < \frac{C}{\sigma_X}\sqrt{n} = z_{\alpha/2}$$

Aproximando $\sigma_X \approx S_{n-1}$ tenemos que:

$$\alpha = 0{,}05 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1{,}96 \quad \text{y} \qquad C = z_{\alpha/2}\frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} \approx 0{,}15$$

Resulta así que se cumple la condición $|\overline{X}| < C$ y por lo tanto la muestra no aporta evidencia suficiente para rechazar H_0.

h) Prueba de hipótesis sobre los parámetros del ajuste lineal:

$$\boxed{\begin{array}{ll} \hat{a} = 0{,}1031 & S_{\hat{a}} = 0{,}0029 \\ \hat{b} = 12{,}30 & S_{\hat{b}} = 0{,}24 \end{array}}$$

h1)

$$\begin{array}{l} \mathrm{H}_0 : b = 0 \\ \mathrm{H}_1 : b \neq 0 \end{array} \qquad Z = \frac{\hat{b}}{\sigma_{\hat{b}}} \qquad |\hat{b}| < C \Longrightarrow |Z| < \frac{C}{\sigma_{\hat{b}}} = z_{\alpha/2}$$

El p-valor es el menor valor de α que admite la muestra para rechazar, y corresponde a $C = \hat{b}$. Por lo tanto:

$z_{p/2} = \dfrac{\hat{b}}{\sigma_{\hat{a}}} = 51{,}25$ y resulta $p < 10^{-6}$.

h2)

$$\begin{array}{l} \mathrm{H}_0 : a = 0 \\ \mathrm{H}_1 : a > 0 \end{array} \qquad Z = \frac{\hat{a}}{\sigma_{\hat{a}}} \qquad \hat{a} < C \Longrightarrow Z < \frac{C}{\sigma_{\hat{a}}} = z_{\alpha}$$

El p-valor es el menor valor de α que admite la muestra para rechazar, y corresponde a $C = \hat{a}$. Por lo tanto:

$z_p = \dfrac{\hat{a}}{\sigma_{\hat{a}}} = 35{,}55$ y resulta $p < 10^{-6}$.