

**Problema 1:** Calcule las series Taylor en los centros indicados y determine los radios de convergencia

a)  $f(z) = 1/z$ ,  $z_0 = 1 + i$ .

b)  $f(z) = z^i$ , (rama principal),  $z_0 = 1$ .

c)  $f(z) = \frac{z+1}{(z-1)^2(z+2)}$ ,  $z_0 = 2$ .

**Problema 2:** Encontrar las singularidades de cada una de las siguientes funciones y clasificarlas según sean polos o singularidades esenciales. Calcule todos los desarrollos de Laurent de cada función centrados en cada singularidad.

a)  $f(z) = \frac{\text{sen}(z)}{z^2(z-\pi)}$ ,

b)  $f(z) = z \exp\left(\frac{1}{z}\right)$ ,

c)  $f(z) = \frac{z^2}{1+z}$ .

**Problema 3:** Calcule los tres términos de orden más bajo, no nulos, de la serie de Laurent de  $\text{cosec}(z)$  centrada en  $z = 0$  que converge: a) alrededor del origen, b) en el punto  $z = \pi + i$ .

**Problema 4:** Demostrar que las singularidades de las funciones siguientes son polos. Determinar su orden y los correspondientes residuos:

a)  $f(z) = \frac{1 - \cosh(z)}{z^3}$

b)  $f(z) = \tanh(z)$

c)  $f(z) = \frac{z}{\cos(z)}$ .

**Problema 5:** Si  $C$  es la circunferencia unitaria recorrido en sentido positivo, evaluar las siguientes integrales:

a)  $\int_C \frac{dz}{\text{sen}(z)}$

b)  $\int_C \frac{\exp(1/z) dz}{z}$

c)  $\int_C \frac{\exp(-z)}{z(z+2)} dz$

**Problema 6:** Calcular la integral  $\int_C \frac{3z^2 + 2}{(z-1)(z^2+9)} dz$ , en los casos en que  $C$  es la circunferencia: i)  $|z-2| = 2$ , ii)  $|z| = 4$ , ambas recorridas en sentido antihorario.