Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación U.N.C.

Métodos Matemáticos de la Física II

Guía N° 2 bis (05/04/16)

Problema 1: Considere la ec. de difusión ($\upsilon > 0$)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \upsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

en el intervalo $[0, L]$; con condición inicial $u(x, 0) = f(x)$ y condición de Neumann en los extremos: $(\partial u/\partial x)(0, t) = (\partial u/\partial x)(L, t) = 0$, para $t \geq 0$.

a) Determine la solución.

b) Muestre que la solución converge para $t \to \infty$ (si f es lo suficientemente suave). ¿A que?

c) explicite la solución para el caso $f(x) = 3\cos(4\pi x/L)$.

Problema 2: Una esfera uniforme de radio $r = 1$ posee una temperatura $f(r)$ que depende de la distancia r al centro. En $t = 0$ es colocada en un fluído que se encuentra a temperatura T_1 la cual no varía. La temperaura de la esfera satisface la ecuación $u_t = k\Delta u$.

a) Encuentre la solución estacionaria (o sea independiente del tiempo) y úsela para simplificar la discusión.

b) Determine la solución del problema de valores iniciales.

c) Explicite la solución u para el caso $f(r)$ =constante= T_2.

Problema 3: Obtenga la temperatura del estado estacionario en un tubo cilíndrico recto finito de longitud L y radio a. El tubo se mantiene a temperatura $T = 0$ en las superficies $r = a$ y $z = 0$, mientras que en $z = L$ se mantiene a una temperatura $T(r, \phi, L) = T_0 f(r, \phi)$. Aquí, (r, ϕ, z) son las coordenadas cilíndricas naturales.