

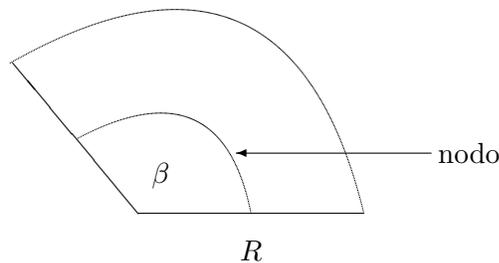
**Problema 1:** Considere un cilindro de radio  $a$  y longitud  $L$ , conteniendo un gas en el cual la velocidad del sonido es  $c$ . Ubicando este caño según el eje  $z$ , uno de sus extremos está en  $z = 0$ , y está cerrado, mientras que el extremo en  $z = L$  está abierto. Una onda vibrando en su interior satisface la ecuación

$$\Delta u = c^{-2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}.$$

En el extremo abierto la presión debe igualarse a la externa, por lo que debe cumplirse  $(\partial u / \partial z) = 0$  en ese extremo. Este modelo permite describir la emisión de instrumentos musicales cilíndricos con lengüeta.

- a) Encuentre las soluciones generales para  $u$ .
- b) Particularice para el caso en que  $u(\mathbf{x}, t = 0) = (a^2 - (x^2 + y^2)) \sin(3\pi z / 2L)$ .

**Problema 2:** Considere un parche de tambor con la forma de un sector circular de radio  $R$  y ángulo  $\beta$ . ¿Cuál modo es el ilustrado en la figura? Dé su respuesta para  $\beta = \pi/2, \pi, 3\pi/2$ .



### Problemas para graficar en la computadora

- 1) Graficar a diferentes tiempos las soluciones del problema 1.3.b para  $f(x) = ax + b$  con  $a, b$  constantes arbitrarias;  $f(x) = x^2$  y  $f(x) = \frac{1}{x}$ .
- 2a) Graficar las soluciones de los problemas 2.4 y 2.5. Verificar que a  $t = 0$ , a tiempos intermedios y a tiempos largos se satisfacen las condiciones de contorno.
- 2b) Verificar que la solución de la ecuación de calor tiene un “salto” entre  $t = 0$  y  $t = 0^+$
- 3a) La solución general de la ecuación del calor fue obtenida en el teórico por el método de Fourier y también por el método de Laplace. Utilizando la condición inicial  $u(x, 0) = 1$ , graficar ambas expresiones de la solución como suma de sus  $N$  primeros términos. Suponer que todas las constantes son iguales a 1. ¿Cuántos términos son necesarios en cada caso para obtener una aproximación aceptable?
- 3b) Graficar el comportamiento de ambas series en el tiempo. ¿Cuál funciona mejor a tiempos cortos y cuál a tiempos largos?
- 4a) Para los modos del cuadrado del problema 3.3 con  $\omega \propto \sqrt{13}$ , graficar las autofunciones  $u_{2,3}, u_{3,2}, u_{2,3} + u_{3,2}$  y  $u_{2,3} - u_{3,2}$  para un tiempo arbitrario fijo.
- 4b) Graficar la evolución temporal de algunos de estos modos. Identificar las líneas nodales

(lugares donde la función siempre es cero).

4c) Cuáles de estos modos aparecen en el triángulo.

### Cómo graficar soluciones en la computadora

Los programas más convenientes para resolver los problemas de graficar en la computadora son Maple y Mathematica, que pueden graficar funciones en 3 dimensiones utilizando una sola línea de comando.

Además se puede utilizar Matlab u Octave que requieren definir el dominio de las funciones por medio de una una grilla (matriz). En este caso resulta conveniente hacer un archivo de texto con los comandos y luego correrlo con el programa.

Las funciones de una variable espacial  $f_n(x)$  se grafican con:

Maple:

```
plot([f1(x),f2(x), ..., fn(x)],x = xmin..xmax)
```

Mathematica:

```
Plot[ f1(x),f2(x), ..., fn(x),x, xmin, xmax]
```

Matlab/Octave:

```
X=[xmin : paso : xmax] defino el dominio, "paso" es la separación entre los puntos
```

```
hold on; si quiero muchas funciones necesito que el gráfico no se borre
```

```
plot(X,f1(X)); dibujo la función 1
```

```
...
```

```
plot(X,fn(X)); dibujo la función n
```

Para funciones de dos variables  $g(x, y)$  o  $h(x, t)$

Maple:

```
plot3d([g1(x,y),g2(x,y), ..., gn(x,y)],x = xmin..xmax,y = ymin..ymax)
```

Mathematica:

```
Plot3D[g(x,y),x, -2, 2,y, -2, 2];
```

Matlab/Octave:

```
[X,Y] = meshgrid(xmin : paso_x : xmax, ymin : paso_y : ymax); define el dominio
```

```
hold on; si quiero muchas funciones necesito que el gráfico no se borre
```

```
surf(X,Y,g(X,Y)); dibuja la función
```

**Nota:** cuando dibujamos  $h(x, t) = X(x)T(t)$  vemos en la gráfica cómo cambia la función en el tiempo.

Esto también se puede hacer como en una película en Maple:

```
animate(plot3d, [[h(x,y,t)], x = xmin..xmax,y = ymin..ymax], t = tini..tfin);
```

**Nota:** En <https://www.wolframalpha.com/> se pueden realizar gráficos (limitados) utilizando Mathematica sin instalar el programa.