



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**FAMAF**  
Facultad de Matemática,  
Astronomía y Física

## PROGRAMA DE ASIGNATURA

<b>ASIGNATURA:</b> Métodos Matemáticos de la Física II	<b>AÑO:</b> 2016
<b>CARÁCTER:</b> Obligatoria	
<b>CARRERAS:</b> Licenciatura en Física	
<b>RÉGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas
<b>UBICACIÓN en la CARRERA:</b> 3 <sup>er</sup> año – 1 <sup>er</sup> Cuatrimestre	

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Esta será la segunda parte de la materia anual “Métodos Matemáticos de la Física” cuya primera parte se dictó en el segundo cuatrimestre 2015. Los contenidos mínimos se detallan en la RESOLUCIÓN HCD N° 71/08.

El curso se concentrará en la temática de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales por un lado y en la formalización matemática de los fenómenos aleatorios por el otro. No está previsto hacer mucho hincapié en espacios vectoriales (de Hilbert u otros) y en la teoría de las transformaciones lineales de estos espacios. Estos temas han sido tratados parcialmente en Métodos Matemáticos de la Física I. Tampoco se ahondará en la temática de la teoría de grupos per se sino que se presentarán (grupos de) transformaciones relevantes para la discusión de ec. diferenciales en derivadas parciales. Los objetivos son los siguientes:

- Comprender y manejar ecuaciones en derivadas parciales (ED).
- Reconocer las ED básicas e importantes de la física y sus propiedades cualitativas.
- Manejar problemas de valores iniciales y problemas de contorno.
- Manejar métodos generales analíticos u abstractos para resolver problemas de ED. En particular: métodos de separación de variables; transformación de Laplace o Fourier.
- Aprender a valorar los resultados de existencia y unicidad de soluciones. Uso de simetrías.
- Por qué es útil abstraer propiedades matemáticas generales comunes a muchos problemas físicos y estudiarlos “in abstracto”.
- Manejar los elementos básicos de la teoría de distribuciones sobre todo en lo que concierne las aplicaciones a ED.
- Comprender y manejar el formalismo básico de la descripción matemática de fenómenos aleatorios.

### CONTENIDO

#### **Primera Parte: Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales**

- Definiciones, ejemplos y notación. Una ED lineal de primer orden y su solución; propiedades.
- La ecuación de difusión/calor. Derivación (una variable espacial). Soluciones en variables separadas. Soluciones por series (problema de valores iniciales con condiciones de borde homogéneas). Condiciones de borde no-homogéneas. El Principio Extremal para la ecuación de difusión. Método de la transformada de Laplace. Propiedades cualitativas de las soluciones de la ec. de difusión (propagación instantánea). Función de Green.

- Ecuación de Ondas. Derivación. Distintos problemas de contorno y problema de valores iniciales y su manejo. Soluciones en series. Problemas con simetría (e.g. radial, axial,...) . Métodos de la transformada de Laplace y de la transformada de Fourier. Unicidad de soluciones a problemas “bien planteados”.
- Ecuaciones de potencial (Laplace, Helmholtz, Poisson). Funciones armónicas; propiedades (teorema del valor medio y de los valores extremos). Soluciones varias (variables separadas, series,... ). Problemas de contorno (continuos y discontinuos). Método de transformaciones conformes.
- Clasificación de ecuaciones lineales de segundo orden (en dos variables). Problema de Cauchy (datos de Cauchy). Superficies características. Los tres casos (elíptico, hiperbólico y parabólico). Resultados de existencia y unicidad para soluciones. Contraejemplos. Discontinuidades en una curva característica.
- Ecuaciones lineales y cuasi-lineales de primer orden y sus curvas características.
- Muchas (mas) variables. Extensiones. Métodos perturbativos. Aproximaciones.
- Soluciones débiles.
- Funciones de Green. Identidades de Green (consecuencias del Teorema de la divergencia). El caso del Laplaciano en distintas situaciones geoméricamente simples. Ecuación de Helmholtz. Ecuación de ondas.
- Métodos variacionales (Calculo variacional).
- Problemas de autovalores.

#### **Apartado: Elementos de la teoría de distribuciones así como transformaciones de Laplace y de Fourier.**

Se incorporaran a la temática de las ED según necesidad y conveniencia.

#### **Segunda Parte: Elementos de la Teoría de Probabilidades**

Según contenidos mínimos: Variables aleatorias discretas y continuas. Densidad de probabilidad. Probabilidad condicional. Distribución de probabilidad conjunta. Distribuciones normal, binomial y de Poisson. Caminatas aleatorias. Teorema Central del Límite.

### **BIBLIOGRAFÍA**

#### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

Los textos mas usados en la preparación del curso son, por el lado de las ED:

- W.A. Strauss: *Partial Differential Equations. An Introduction*. J. Wiley & Sons, 1992.
- Carrier, G.F. and C.E. Pearson: *Partial Differential Equations. Theory and Technique*. Academic Press, San Diego 1988.
- Zaidman, S.: *Une introduction à la théorie des équations aux dérivées partielles*. CRM, Université de Montréal, Montréal 1989.
- Zarantonello, E.H.: Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Trabajos de Matemática 3/1984. IMAF, Córdoba 1984.
- Courant, R. und D. Hilbert: *Methoden der mathematischen Physik*. Springer-Verlag, Berlin 1993.
- John, F. : *Partial Differential Equations*. Springer-Verlag, New York 1971.

Los dos primeros libros son introductorios. El texto de Carrier & Pearson sera la guía

temática del curso de ED, incorporándose mucho material del texto de Strauss. Tanto Zaidman como Zarantonello son de nivel algo mas avanzado, pero han sido útiles en la preparación. No se si el magnifico libro de Courant y Hilbert ha sido traducido; en nuestra biblioteca hay una traducción al ingles. El libro -- otro clásico -- de John es un libro avanzado adecuado para un tratamiento en profundidad de la teoría de las ED cuasi-lineales y, sobretodo, de segundo orden.

Sigue una lista de otros textos donde entre [...] incluyo los capítulos relevantes cuando corresponde.

- Tijonov, A.N. y A.A. Samarsky: *Ecuaciones de la Física Matemática*. Editorial Mir, Moscu 1983. [todo PDE].
- Morse, P.M. and H. Feshbach: *Methods of Theoretical Physics. Part II*. Mc-Graw-Hill, 1953.
- Boas, M.L.: *Mathematical Methods in the Physical Sciences*. J. Wiley & Sons, New York 1983 [ § 13. PDE; § 16. Probabilidad]
- Richtmyer, R.D.: *Principles of Advanced Mathematical Physics. Volume I*. Springer-Verlag, Berlin 1978. [§ 2,3,4: Distribuciones; § 13. Probabilidad].
- Petrovsky, I.G.: *Lectures on Partial Differential Equations*. Dover, New York 1991.
- Cannas, S.A.: *Notas de Mecánica Estadística*. Editorial de la Univ. Nac. de Córdoba, Córdoba, 2013. [ § 1,2,3. Probabilidad]

## **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

La bibliografía matemática sobre ED es vasta. Una introducción a las ED desde el punto de vista computacional que es prolija e interesante es: *A. Tveito & R. Winther: Introduction to Partial Differential Equations. A Computational Approach. Springer-Verlag, New York 1998.*

Una introducción razonablemente completa y cuidada es la de *Y. Pinchover & J. Rubenstein: An Introduction to Partial Differential Equations; Cambridge University Press, Cambridge 2005.*

El libro de O. Reula (*Métodos Matemáticos de la Física*. Editorial de la Univ. Nac. de Córdoba, Córdoba 2012) es avanzado aunque desarrolla lo necesario para obtener versiones generales de la teoría de distribuciones (§ 9) y de las ED (§ 11-14).

## **METODOLOGÍA DE TRABAJO**

Dos veces dos horas semanales de clases teóricas complementadas con dos veces dos horas semanales de trabajo práctico.

## **EVALUACIÓN**

Dos exámenes parciales sobre contenidos y temas teórico-prácticos. Uno de estos exámenes podrá recuperarse. El examen final constará de una evaluación escrita y de una oral opcional a criterio del tribunal examinador. No se considera un régimen de promoción.

## **CONDICIONES PARA OBTENER LA REGULARIDAD**

Para la regularidad es necesario obtener una nota mayor que cuatro en ambos

exámenes parciales y el promedio debe ser superior a cinco.

**CONDICIONES PARA OBTENER LA PROMOCIÓN**

Esta materia no cuenta con régimen de promoción.