

# Electromagnetismo II

Guía 8

16 de Noviembre de 2016

**Problema 1:** Una partícula que posee una masa en reposo  $m$  y un 4-momento  $p$  es examinada por un observador que posee una 4-velocidad  $u$ . Muestre que

- a) La energía que él mide es  $E = -p \cdot u$ .
- b) La masa en reposo que él le atribuye a la partícula satisface  $m^2 = \frac{p \cdot p}{c^2}$ .
- c) El 3-momento  $\mathbf{p}$  que él mide tiene una magnitud  $|\mathbf{p}| = \sqrt{\frac{(p \cdot u)^2}{c^2} - p \cdot p}$ .
- d) La 3-velocidad que él mide tiene un módulo  $|\mathbf{v}| = \sqrt{c^2 - c^4 \frac{p \cdot p}{(p \cdot u)^2}}$ .

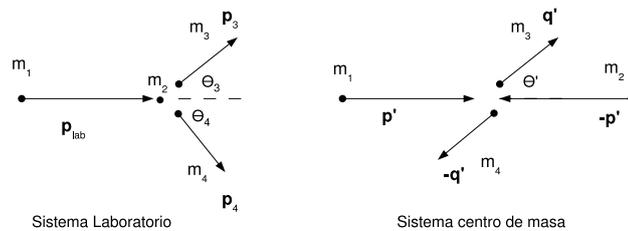
**Problema 2:** En un proceso de colisión una partícula de masa  $m_2$ , en reposo en el sistema de laboratorio, es golpeada por una partícula de masa  $m_1$ , 3-impulso  $\mathbf{p}_{lab}$  y energía total  $E_{lab}$ . En la colisión las dos partículas iniciales se transforman en otras dos de masas  $m_3$  y  $m_4$ . Las configuraciones de los vectores impulso en el sistema centro de masa y el sistema laboratorio se indican en la figura.

- a) Utilice productos escalares invariantes para demostrar que la energía total  $W$  en el sistema centro de masa es tal que  $W^2 = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2m_2 c^2 E_{lab}$ , y que el ímpetu 3-dimensional  $\mathbf{p}'$  en el centro de masa es  $\mathbf{p}' = \frac{m_2 c^2}{W} \mathbf{p}_{lab}$ .
- b) Demuestre que los parámetros  $\beta_{cm}$  y  $\gamma_{cm}$  de la transformación de Lorentz que describe la velocidad del sistema centro de masa en el laboratorio son

$$\beta_{cm} = \frac{p_{lab} c}{m_2 c^2 + E_{lab}}, \quad \gamma_{cm} = \frac{m_2 c^2 + E_{lab}}{W}. \quad (1)$$

- c) Demuestre que los resultados anteriores se reducen, en el límite no relativista a las expresiones familiares

$$W \sim m_1 c^2 + m_2 c^2 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{p_{lab}^2}{m_1}, \quad p' \sim \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_{lab}, \quad \beta_{cm} \sim \frac{p_{lab}}{c(m_1 + m_2)}. \quad (2)$$



**Problema 3:** Un fotón de longitud de onda  $\lambda$  choca contra un electrón en reposo de masa  $m_e$  y sale a un ángulo  $\theta$  respecto a la dirección de incidencia y con una longitud de onda  $\lambda'$ . Demuestre que

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta). \quad (3)$$

**Problema 4:** Suponga una carga  $q$  moviéndose con velocidad  $\mathbf{v}$ . Describa los campos electromagnéticos desde un referencial que se mueve con la carga y realice la transformación a uno de laboratorio. Demuestre que aún para velocidades no relativistas (tales que  $\gamma \sim 1$ ), se obtiene la ley de Ampère y Biot y Savart para el campo magnético.

**Problema 5:** Un conductor rectilíneo infinitamente largo de sección transversal despreciable se encuentra en reposo y posee una densidad lineal de carga uniforme  $q_0$  en el sistema inercial  $K'$ . El sistema  $K'$  (y por lo tanto el hilo) se mueve con velocidad  $\mathbf{v}$  paralela a la dirección del hilo en el sistema laboratorio  $K$ .

- a) Expresé los campos eléctrico y magnético en coordenadas cilíndricas en el sistema propio del hilo. Utilizando las propiedades de transformación de los campos, hallar las componentes de los campos eléctrico y magnético en el laboratorio.
- b) ¿Cuáles son las densidades de carga y corriente asociadas con el hilo en su sistema propio? ¿Y en el sistema de laboratorio?
- c) A partir de las densidades de carga y corriente en el sistema laboratorio, calcular directamente los campos eléctrico y magnético en el laboratorio. Comparar con el resultado encontrado en a).

**Problema 6:**

- a) Expresé los escalares de Lorentz  $F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$ ,  $\mathcal{F}^{\alpha\beta} \mathcal{F}_{\alpha\beta}$  y  $F^{\alpha\beta} \mathcal{F}_{\alpha\beta}$  en función de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$ . ¿Existen otros invariantes cuadráticos en las intensidades de los campos  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$ ?
- b) ¿Es posible tener un campo electromagnético que aparezca como un campo puramente eléctrico en un sistema inercial, y como un campo puramente magnético en algún otro sistema inercial? ¿Cuáles son las condiciones impuestas a  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  para que exista un sistema inercial en el cual no haya campo eléctrico?
- c) Para los medios macroscópicos,  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{B}$  forman el tensor campo  $F^{\alpha\beta}$ , y  $\mathbf{D}$  y  $\mathbf{H}$  el tensor  $G^{\alpha\beta}$ . ¿Qué invariantes adicionales pueden formarse? ¿Cuáles son sus expresiones concretas en función de los campos tridimensionales?

**Problema 7:** En un sistema de referencia en reposo, las direcciones de los campos eléctrico y magnético son ortogonales y ambos se diferencian en módulo.

- a) Hale las velocidades  $\mathbf{v}$  de aquellos sistemas de coordenadas inerciales en los cuales existe
  - a<sub>1</sub>) Solamente campo magnético.
  - a<sub>2</sub>) Solamente campo eléctrico.
- b) Determine las intensidades de los campos.

**Problema 8:** Un electrón rápido, extremadamente relativista, entra en un condensador con un ángulo  $\Phi$ , tal como se ve en la figura. Escriba una ecuación para la trayectoria del electrón en el condensador [ $y = y(x)$ ] en términos de la diferencia de potencial  $V$ , de la distancia  $d$  entre placas, del ángulo  $\Phi$  y de la carga  $e$  del electrón.

