

Electromagnetismo II

Guía 8

16 de Noviembre de 2016

Problema 1: Una partícula que posee una masa en reposo m y un 4-momento p es examinada por un observador que posee una 4-velocidad u . Muestre que

- a) La energía que él mide es $E = -p \cdot u$.
- b) La masa en reposo que él le atribuye a la partícula satisface $m^2 = \frac{p \cdot p}{c^2}$.
- c) El 3-momento \mathbf{p} que él mide tiene una magnitud $|\mathbf{p}| = \sqrt{\frac{(p \cdot u)^2}{c^2} - p \cdot p}$.
- d) La 3-velocidad que él mide tiene un módulo $|\mathbf{v}| = \sqrt{c^2 - c^4 \frac{p \cdot p}{(p \cdot u)^2}}$.

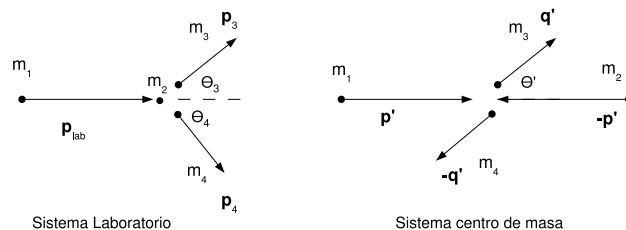
Problema 2: En un proceso de colisión una partícula de masa m_2 , en reposo en el sistema de laboratorio, es golpeada por una partícula de masa m_1 , 3-impulso \mathbf{p}_{lab} y energía total E_{lab} . En la colisión las dos partículas iniciales se transforman en otras dos de masas m_3 y m_4 . Las configuraciones de los vectores impulso en el sistema centro de masa y el sistema laboratorio se indican en la figura.

- a) Utilice productos escalares invariantes para demostrar que la energía total W en el sistema centro de masa es tal que $W^2 = m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2m_2 c^2 E_{lab}$, y que el ímpetu 3-dimensional \mathbf{p}' en el centro de masa es $\mathbf{p}' = \frac{m_2 c^2}{W} \mathbf{p}_{lab}$.
- b) Demuestre que los parámetros β_{cm} y γ_{cm} de la transformación de Lorentz que describe la velocidad del sistema centro de masa en el laboratorio son

$$\beta_{cm} = \frac{p_{lab} c}{m_2 c^2 + E_{lab}}, \quad \gamma_{cm} = \frac{m_2 c^2 + E_{lab}}{W}. \quad (1)$$

- c) Demuestre que los resultados anteriores se reducen, en el límite no relativista a las expresiones familiares

$$W \sim m_1 c^2 + m_2 c^2 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{p_{lab}^2}{m_1}, \quad p' \sim \frac{m_2}{m_1 + m_2} p_{lab}, \quad \beta_{cm} \sim \frac{p_{lab}}{c(m_1 + m_2)}. \quad (2)$$



Problema 3: Un fotón de longitud de onda λ choca contra un electrón en reposo de masa m_e y sale a un ángulo θ respecto a la dirección de incidencia y con una longitud de onda λ' . Demuestre que

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta). \quad (3)$$

Problema 4: Suponga una carga q moviéndose con velocidad \mathbf{v} . Describa los campos electromagnéticos desde un referencial que se mueve con la carga y realice la transformación a uno de laboratorio. Demuestre que aún para velocidades no relativistas (tales que $\gamma \sim 1$), se obtiene la ley de Ampère y Biot y Savart para el campo magnético.

Problema 5: Un conductor rectilíneo infinitamente largo de sección transversal despreciable se encuentra en reposo y posee una densidad lineal de carga uniforme q_0 en el sistema inercial K' . El sistema K' (y por lo tanto el hilo) se mueve con velocidad \mathbf{v} paralela a la dirección del hilo en el sistema laboratorio K .

- a) Expresé los campos eléctrico y magnético en coordenadas cilíndricas en el sistema propio del hilo. Utilizando las propiedades de transformación de los campos, hallar las componentes de los campos eléctrico y magnético en el laboratorio.
- b) ¿Cuáles son las densidades de carga y corriente asociadas con el hilo en su sistema propio? ¿Y en el sistema de laboratorio?
- c) A partir de las densidades de carga y corriente en el sistema laboratorio, calcular directamente los campos eléctrico y magnético en el laboratorio. Comparar con el resultado encontrado en a).

Problema 6:

- a) Expresé los escalares de Lorentz $F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$, $\mathcal{F}^{\alpha\beta} \mathcal{F}_{\alpha\beta}$ y $F^{\alpha\beta} \mathcal{F}_{\alpha\beta}$ en función de \mathbf{E} y \mathbf{B} . ¿Existen otros invariantes cuadráticos en las intensidades de los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} ?
- b) ¿Es posible tener un campo electromagnético que aparezca como un campo puramente eléctrico en un sistema inercial, y como un campo puramente magnético en algún otro sistema inercial? ¿Cuáles son las condiciones impuestas a \mathbf{E} y \mathbf{B} para que exista un sistema inercial en el cual no haya campo eléctrico?
- c) Para los medios macroscópicos, \mathbf{E} y \mathbf{B} forman el tensor campo $F^{\alpha\beta}$, y \mathbf{D} y \mathbf{H} el tensor $G^{\alpha\beta}$. ¿Qué invariantes adicionales pueden formarse? ¿Cuáles son sus expresiones concretas en función de los campos tridimensionales?

Problema 7: En un sistema de referencia en reposo, las direcciones de los campos eléctrico y magnético son ortogonales y ambos se diferencian en módulo.

- a) Hale las velocidades \mathbf{v} de aquellos sistemas de coordenadas inerciales en los cuales existe
 - a₁) Solamente campo magnético.
 - a₂) Solamente campo eléctrico.
- b) Determine las intensidades de los campos.

Problema 8: Un electrón rápido, extremadamente relativista, entra en un condensador con un ángulo Φ , tal como se ve en la figura. Escriba una ecuación para la trayectoria del electrón en el condensador [$y = y(x)$] en términos de la diferencia de potencial V , de la distancia d entre placas, del ángulo Φ y de la carga e del electrón.

