Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación U.N.C.

Métodos Matemáticos de la Física II

Guía N° 3 bis (4/05/17)

**Problema 1:** Considere un cilindro de radio $a$ y longitud $L$, conteniendo un gas en el cual la velocidad del sonido es $c$. Ubicando este caño según el eje $z$, uno de sus extremos está en $z = 0$, y está cerrado, mientras que el extremo en $z = L$ está abierto. Si $u(\boldsymbol{x}, t)$ denota la diferencia entre la presión en el punto $\boldsymbol{x}$ del tubo al tiempo $t$ y la presión exterior (constante) entonces $u$ satisface la ecuación de ondas

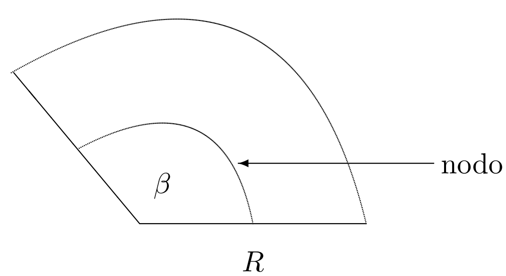
$$c^2 \Delta u = u_{tt} \ .$$

En los bordes cerrados del tubo el gradiente de la presión en la dirección normal a la superficie debe anularse (¿porque?). Mientras que en el borde abierto la presión se iguala con la presión exterior.
Determine la solución general.

*Recuerde:* La funciones de Bessel $J_\nu$ y $Y_\nu$ así como sus derivadas tienen denumerablemente infinitos ceros positivos cuando $\nu \geq 0$. Se tiene

$$J_\nu(x) \asymp \Gamma(\nu+1)(x/2)^\nu \ , \ \ Y_\nu(x) \asymp -(2/x)^\nu \Gamma(\nu)/\pi \ , \ \text{para } x \to 0^+ \ .$$

**Problema 2:** Considere un parche de tambor con la forma de un sector circular de radio $R$ y ángulo $\beta$. ¿Cuál modo es el ilustrado en la figura? Especifique su respuesta para $\beta = \pi/2$, $\pi$, $3\pi/2$.




**Problema 3:** Determine la solución radial $u(r,t)$ de la ecuación de ondas en $\mathbb{R}^3$ con datos iniciales

$$u(r,0) = \varphi(r) := \begin{cases} 1 \ , & r \leq 1 \\ 0 \ , & r > 1 \end{cases} \ , \ \ u_t(r,0) = 0 \ , \ \ r \geq 0 \ .$$

Grafique $r \mapsto u(r,t)$ para distintos tiempos y discuta el comportamiento de la solución.