Mecánica Cuántica I

Guía 1 – 12 de Marzo de 2014

Problema 1: El problema del espectro de cuerpo negro fue estudiado a fines del siglo XIX por Rayleigh y Jeans usando la teoría clásica de la radiación. Ellos obtuvieron para la densidad de energía ϵ como función de la frecuencia ν, la fórmula

$$\epsilon(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT d\nu}{c^3}$$

a) ¿Por qué es imposible que sea correcta para todo ν una fórmula que depende así de la frecuencia?
b) Buscando una modificación del tratamiento anterior que reduzca las contribuciones de alta frecuencia a la energía, Planck asumió que la energía de un oscilador de frecuencia natural ν está restringida a múltiplos enteros de una unidad básica $h\nu$. Así obtuvo la siguiente expresión para la densidad de energía

$$\epsilon(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} h\nu^3 \frac{e^{-h\nu/kT}}{1 - e^{-h\nu/kT}}$$

Demostrar que en el límite de baja frecuencia la ley de radiación de Planck se reduce a la fórmula de Rayleigh-Jeans, mientras que para frecuencias grandes se obtiene la ley de Wien.

Problema 2: La función trabajo del sodio es $2,3\,eV$. ¿Cuál es la máxima longitud de onda de luz que producirá emisión de fotoelectrones del sodio? ¿Cuál es la máxima energía cinética de los fotoelectrones si luz de 2000 Å incide sobre la superficie del sodio?

Problema 3: Demostrar que es imposible que un fotón ceda toda su energía y momento a un electrón libre. Esto significa que el efecto fotoeléctrico puede tener lugar solamente cuando los fotones interactúan con electrones ligados.

Problema 4: En un experimento de dispersión de Compton de fotones por electrones en reposo, los fotones son deflectados en un ángulo de 45^o y su longitud de onda es 9×10^{-13} m. Encontrar:
(a) la longitud de onda y la energía de los fotones incidentes;
(b) la energía de retroceso de los electrones y el ángulo de retroceso de los mismos.

Problema 5: Use el principio de incerteza para estimar: (a) el radio del átomo de hidrogeno en el estado fundamental, y (b) la energía del estado fundamental del átomo de hidrógeno.

Problema 6: ¿Cuánto tiempo se necesita para medir la energía cinética de un electrón cuya velocidad es $10\,m/s$ con una indeterminación de no más del 0,1 por ciento? Qué distancia habrá recorrido el electrón en ese intervalo de tiempo? Efectuar los mismos cálculos para un insecto de masa 1 gramo cuya velocidad sea la misma que la del electrón. Qué se puede concluir de estos resultados?

Problema 7: Se ha ideado el siguiente diseño experimental para medir la velocidad de una partícula que sigue una trayectoria unidimensional: dos *lasers* muy colimados de $1\,\mu m$ de diámetro están alineados con sendos fotodiodos. De esta manera, cuando la partícula atraviesa el primer fotodiodo se activa un cronómetro de apreciación $10^{-4}\,s$, y cuando atraviesa el último, aquél se detiene. Suponga que la partícula tiene una masa de $1\,mg$, determinada con una balanza de $1\mu g$ de apreciación, y que la distancia entre ambos fotodiodos es de $1\,cm$.

a) Si el tiempo registrado es $10\,s$, compare el producto $\Delta p\,\Delta x$ de las incertezas experimentales con el límite inferior $\hbar/2$ impuesto por el principio de incertidumbre.
b)¿Cuán liviana (pequeña) debería ser la partícula para que $\Delta p\,\Delta x \simeq \hbar$?
Manteniendo la masa de $1\,mg$, ¿cuán lenta debería ser para satisfacer esa condición? En ambos casos suponga que se mantienen las incertezas experimentales relativas del apartado anterior.

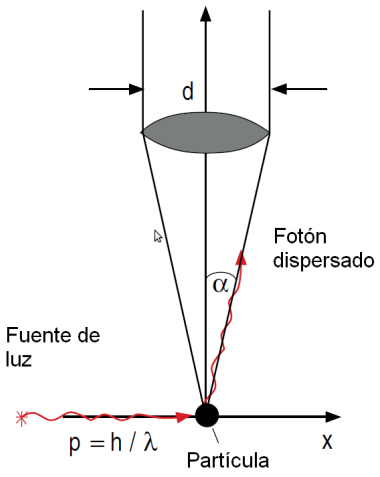

Figura 1: *Límite de resolución espacial del microscopio óptico*

Problema 8: *Límite de resolución espacial del microscopio óptico.* Suponga que quiere medir la posición de una partícula en reposo iluminándola con luz de longitud de onda λ (ver la Figura 1 para obtener los datos necesarios del problema). Obtenga la relación de incerteza de Heisenberg para este sistema.