

**GEOMETRÍA I**  
**Tercer Parcial - 26/11/04**

1. (2 puntos) Sean los rectángulos  $abcd$  y  $xyzw$  tales que  $ab \equiv xy$  y  $bc \equiv yz$ . Probar (justificando cada paso) que existe una transformación rígida  $T$  tal que  $T(a) = x$ ,  $T(b) = y$ ,  $T(c) = z$ ,  $T(d) = w$ .
2. (1.5 puntos) Construir con regla y compás una “estrella de David”.
3. (1.5 puntos) Sea  $abcd$  un paralelogramo, y  $m$  y  $n$  los puntos medios de los lados opuestos  $\overline{ab}$  y  $\overline{cd}$  respectivamente. Demostrar que  $\overline{dm}$  y  $\overline{bn}$  dividen en tres partes iguales la diagonal  $\overline{ac}$ .
4. (3 puntos) Decidir si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas **SIN** justificar sus respuestas. (Tener en cuenta que cada respuesta correcta vale 1/2 punto, cada incorrecta resta 1/2 punto, y la falta de respuesta vale 0 puntos.)
  - (a) Si  $\overline{pq}$  es un segmento en el sector poligonal de un cuadrilátero convexo, entonces  $\overline{pq}$  es menor o congruente al mayor de los lados del cuadrilátero.
  - (b) Sea  $T$  una reflexión deslizante. Entonces existe (al menos) un suconjunto acotado  $F$  del plano  $\pi$  tal que  $T(F) = F$ .
  - (c) Sea  $T$  una reflexión deslizante. Entonces existe (al menos) un suconjunto propio  $F$  del plano  $\pi$  tal que  $T(F) = F$ .
  - (d) Si  $(a, b)$  y  $(c, d)$  son equipolentes entonces  $T_{(a,b)} \circ T_{(d,c)}$  es la identidad.
  - (e) El conjunto formado por las simetrías axiales con eje paralelo a una recta fija  $A$ , junto con las traslaciones por vectores cuya dirección es perpendicular a  $A$ , y la identidad, forman un subgrupo del grupo  $\mathbf{G}$  de transformaciones rígidas del plano. En símbolos,  $\{S_B : B \parallel A\} \cup \{T_v : v \perp A\} \cup \{Id\}$  es un subgrupo de  $\mathbf{G}$ .
  - (f) Existe una rotación y una reflexión deslizante tal que su composición es una simetría central.
5. (2 puntos) Responder sin justificar. (Cada respuesta correcta vale 1/2 punto, y las incorrectas no suman ni restan.)
  - (a) ¿Qué transformaciones rígidas se obtienen como la composición de dos simetrías axiales?
  - (b) ¿Cuántas simetrías positivas tiene un rombo (no cuadrado)?
  - (c) ¿Cuántas simetrías tiene un pentágono regular?
  - (d) ¿Qué transformaciones rígidas se obtienen como la composición de una simetría central y una traslación?