GEOMETRÍA I - Práctico 4 - 2004

1. Si T es una transformacion rígida que lleva los puntos en el conjunto $\{a,b\}$ en $\{a,b\}$, probar que entonces T deja fijo el punto medio de $\overline{ab}$.
2. ¿Forman las simetrías centrales un subgrupo de $\mathbf{G}$?
3. Sean A y B dos rectas secantes, entonces los cuatro ángulos que ellas determinan son congruentes si y sólo si uno de ellos es recto.
4. Sea P un polígono convexo con centro de simetría o,
   (a) ver que el centro de simetría *debe* ser interior;
   (b) probar que si P tuviera un número impar de lados, existiría un vértice v tal que la recta que pasa por o y v no contendría a ningún otro vértice de P;
   (c) probar que P tiene un número par de lados usando (b) para llegar a un absurdo en caso de que tenga un número impar de lados.
5. Dados un triángulo $\triangle abc$, una recta A que no lo toca y un punto p en el plano encontrar todos los pares (x,y) con x en el triángulo e y en la recta de modo tal que p sea el punto medio entre ambos.
6. ¿Forman las simetrías axiales un subgrupo de $\mathbf{G}$?
7. Probar que en todo triángulo isósceles la mediatriz de la base contiene a la bisectriz del ángulo opuesto. Recíprocamente, si T es un triángulo tal que la bisectriz de uno de sus ángulos corta al lado opuesto perpendicularmente, entonces T es isósceles.
8. Sean a y b dos puntos en un mismo semiplano con respecto a una recta R. Encontrar un $x \in R$ tal que cada vez que $x \in \overline{mn} \subset R$, entonces $\angle mxa \equiv \angle nxb$. Probar además que $\overline{axb}$ es el camino más corto que hay entre a y b teniendo la obligación de pasar por R.
9. (a) ¿Qué resulta de componer dos simetrías axiales de ejes perpendiculares? Probar que si una figura tiene dos ejes de simetría perpendiculares, entonces tiene centro de simetría.
   (b) Calcular $S_o \circ S_A$ y $S_A \circ S_o$ cuando $o \in A$.
   (c) Calcular $S_A \circ S_B \circ S_C$ cuando A, B y C son concurrentes.