GEOMETRÍA I - 2004 - Práctico 8

1. Probar que la relación “*tener el mismo sentido*” es una relación de equivalencia entre las semirectas del plano.
2. Probar que en una recta hay dos tipos de semirectas, correspondientes a dos clases de equivalencia de las consideradas en el ejercicio anterior.
3. Sean $\overrightarrow{ab}$ y $\overrightarrow{cd}$ semirectas en la recta A , y “ $<$ ” un orden en A tal que $a < b$. Probar que $\overrightarrow{ab}$ y $\overrightarrow{cd}$ tienen el mismo sentido si y sólo si $c < d$.
4. Si A y B son semirectas del mismo sentido y T es una transformación rígida del plano, entonces $T(A)$ y $T(B)$ tienen el mismo sentido.
5. Probar que la relación de “*equipolencia*” es una relación de equivalencia en el conjunto de vectores del plano.
6. Probar que $(a, b) \sim (c, d)$ si y sólo si, $S_m(a) = d$, donde m es el punto medio de $\overline{bc}$.
7. Dados $\vec{v}$ y $p \in \pi$, encontrar $L_{\vec{v}}(p)$ con regla y compás.
8. Dados $p \in \pi$ y $L_{\vec{v}}(p)$, encontrar $\vec{v}$ con regla y compás.
9. ¿Forman las traslaciones un subgrupo de $\mathbf{G}$?
10. Probar que si bien existen conjuntos estables por una traslación, no existen puntos fijos.
11. Probar que la composición de dos simetrías centrales es una traslación. Recíprocamente, toda traslación se puede ver como la composición de dos simetrías centrales. Además, probar que $S_o \circ L_{(a,b)} = L_{(b,a)} \circ S_o$. Descubrir un nuevo subgrupo de $\mathbf{G}$.
12. Probar que la composición de dos simetrías axiales de ejes paralelos es una traslación. Recíprocamente, toda traslación se puede ver como la composición de dos simetrías axiales de ejes paralelos.
13. Hay dos ciudades separadas por un río de márgenes paralelas. Se quiere construir un camino que una las ciudades, con la condición que el puente, por ser más costoso, sea perpendicular al río. Hallar el camino más corto posible.
14. (a) Sean $o_1, o_2, \dots, o_n$ (con n par) puntos en el plano, y sea $\overline{ab}$ un segmento arbitrario. Sea $\overline{a_1b_1}$ el simétrico de $\overline{ab}$ con respecto a o_1 , $\overline{a_2b_2}$ el simétrico de $\overline{a_1b_1}$ con respecto a o_2 , y así sucesivamente hasta $\overline{a_nb_n}$ el simétrico de $\overline{a_{n-1}b_{n-1}}$ con respecto a o_n . Probar que $\overline{abb_na_n}$ es un paralelogramo.
(b) Sean $o_1, o_2, \dots, o_n$ (con n impar) puntos en el plano, y sea a un punto arbitrario. Sea a_1 el simétrico de a con respecto a o_1 , a_2 el simétrico de a_1 con respecto a o_2 , y así sucesivamente hasta a_n el simétrico de a_{n-1} con respecto a o_n . Sea $b = a_n$ y hagamos a b lo mismo que hicimos a a . Probar que $a = b$.