

GEOMETRÍA II - Año 2005
Práctico 2

1. Probar que dos circunferencias del mismo radio son congruentes. Más aún, dar todas las transformaciones rígidas que llevan una en la otra.
2. Probar que una circunferencia no puede tener tres puntos alineados.
3. Probar que si un segmento \overline{ab} es menor que otro \overline{pq} , entonces $|\overline{ab}| < |\overline{pq}|$. Recíprocamente, si la longitud de un segmento \overline{ab} es menor que la de otro \overline{pq} , entonces $\overline{ab} < \overline{pq}$.
4. Demostrar que en todo triángulo la longitud de un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos.
5. Demostrar que toda paralela a un lado del triángulo determina sobre los otros dos, o sus prolongaciones, segmentos proporcionales.
6. Recíprocamente, probar que si una recta corta a dos lados de un triángulo, o a sus prolongaciones, determinando segmentos proporcionales a ellos, es paralela al tercer lado.
7. Demostrar que las diagonales de un trapecio se dividen mutuamente en partes proporcionales a las bases.
8. Sea A una recta del plano y $k > 0$, demuestre que el conjunto de puntos del plano tales que $d(p, A) = k$ consta de dos rectas.
9. Sea \mathcal{C} una circunferencia de centro o y sea $o' \neq o$. Denotemos con P la proyección ortogonal sobre la recta $\overleftrightarrow{oo'}$ y tomemos el orden en $\overleftrightarrow{oo'}$ de modo que $o < o'$. Demostrar que para todo par de puntos $a, b \in \mathcal{C}$, a y b en un mismo semiplano con respecto a $\overleftrightarrow{oo'}$, se cumple que $P(a) < P(b)$ si y sólo si $\angle aoo' > \angle boo'$.
10. Sean C y C' dos circunferencias de radios $R < R'$ y centros o, o' respectivamente. Probar que si $o \in C'$ entonces C y C' son secantes.
11. Sea A una recta y sea $\mathcal{C} = \mathcal{C}_o(r)$ una circunferencia. Probar que
 - (a) $A \cap \mathcal{C} = \emptyset \iff d(o, A) > r$;
 - (b) $A \cap \mathcal{C} = \{p\} \iff d(o, A) = r$;
 - (c) $A \cap \mathcal{C} = \{p, q\} \iff d(o, A) < r$;
12. Construir con regla y compás:
 - (a) las rectas tangentes a una circunferencia por un punto exterior a ella.
 - (b) las rectas tangentes a dos circunferencias mutuamente exteriores.
13. Construir dos segmentos conociendo la razón de sus longitudes y su suma o diferencia.
14. Trazar por un punto una recta cuya razón de distancias a dos puntos dados sea conocida.