GEOMETRÍA II - Año 2005
Práctico 4

1. Recordar del teórico que toda homotecia es una biyección del plano en el plano, que lleva rectas en rectas paralelas y semirectas en semirectas paralelas e igualmente orientadas. Además, la inversa de la homotecia de centro o y razón k es la homotecia de centro o y razón k^{-1}. Más aún, la composición de dos homotecias de centro o y razones k y h respectivamente es la homotecia de centro o y razón kh. Finalmente, recordar que ángulos homotéticos son congruentes.

2. Probar que si dos figuras son congruentes entonces sus homotéticas son congruentes.

3. Probar que la relación "ser semejante a" es una relación de equivalencia.

4. Probar que dos triángulos de lados respectivamente paralelos son semejantes.

5. Demostrar que la razón entre los perímetros de polígonos semejantes es la razón de semejanza.

6. Recordar que las semejanzas forman un grupo, del cual las transformaciones rígidas son un subgrupo normal. ¿Forman las homotecias un subgrupo del grupo de las semejanzas?

7. ¿Cuántos triángulos rectángulos no congruentes hay con una hipotenusa dada l y altura correspondiente h?

8. Probar que en todo triángulo rectángulo, la mediana trazada desde un vértice a la hipotenusa mide la mitad de lo que la hipotenusa.

9. Demostrar que toda homotecia preserva la orientación del plano.

10. Sea $\triangle abc$ un triángulo y p un punto exterior a él. Para cada punto x del triángulo sea y el punto medio entre p y x; sean z_1 y z_2 los dos puntos que forman un triángulo equilátero con p e y; y finalmente sean k_1 y k_2 puntos medios de los segmentos $\overline{pz_1}$ y $\overline{pz_2}$.

    ¿Qué se puede decir del conjunto formado por todos los puntos k_1 y k_2 a medida que se mueve x en el triángulo ?

11. Sean A y B dos rectas secantes de modo que el punto de intersección no entra en la hoja en la que están dibujadas. Trazar con regla y compás la recta por un punto dado y por el punto de intersección.

12. * Tenemos dibujados en el plano una circunferencia con su diámetro; y un segmento de longitud menor que el diámetro. Por cada cuerda de la circunferencia congruente al segmento dado, se proyecta ortogonalmente sobre el diámetro sus extremos, y con ellos y el punto medio de la cuerda se forma un triángulo.

    Probar que todos los triángulos obtenidos de esta manera son semejantes entre sí.

13. Rehacer, usando homotecias, los problemas **2** y **13** del Práctico 3.

14. Probar que todas las circunfrencias son semejantes. Probar que dos circunferencias de radios distintos son homotéticas.