1	2	3a	3b	4a	4b	5	6	7	8	9	S	N

APELLIDO y nombre: Condición: L - R

Carrera: Cantidad de hojas (sin contar éstas):

Observaciones. Las partes práctica y teórica deben ser aprobadas por separado. Justificar las respuestas. Numerar las hojas y escribir el nombre en cada una de ellas. No está permitido el uso de artefactos electrónicos.

Examen de Análisis Matemático II - 2017 - 04/07/17

Parte práctica

1. (5 puntos) Sea
$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}x\right), & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ -x+4, & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \end{cases}.$$
Hallar la suma superior de f en el intervalo $[0,4]$ para la partición $P = \{0,1,2,4\}$.

2. (6 puntos) Hallar al menos un punto x_o tal que $F'(x_o) = 1$, donde
$$F(x) = \int_1^x \cos(1 - \log t)\, dt.$$

3. (7 puntos, 10 puntos) Calcular las siguientes integrales.
$$\text{a)} \int_0^{\pi/2} \sqrt{5 + \operatorname{sen} x}\, \cos x\, dx \qquad \text{b)} \int \frac{7x^3 + 2x^2 + 5x + 3}{x^2(x^2+1)}\, dx.$$

4. (8 puntos, 8 puntos) Decidir en cada caso si la integral impropia o la serie converge o no. Justificar.
$$\text{a)} \int_1^\infty \frac{\sqrt{\sqrt{x} - 1}}{x^2 + 5 - \cos x}\, dx \qquad \text{b)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{e}{(\log n)^2 n}.$$

5. (3 puntos, 8 puntos) Sea $f(x) = \int_0^x \operatorname{sen}(\operatorname{sen} t)\ dt$.

   a) Calcular el polinomio de Taylor de orden 2 de la función f alrededor de $a = 0$.

   b) Probar que si se usa el polinomio de (a) para estimar $f(0,3)$, el error cometido es menor o igual que $0,009$.

6. (15 puntos) Calcular el radio de convergencia y hallar el intervalo de convergencia de la serie de potencias siguiente.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}\, 3^{n-1}} (x-1)^n.$$

Parte teórica

7. (12 puntos) Sea f una función integrable en el intervalo $[a,b]$. Demostrar que $F:[a,b]\to\mathbb{R}$, definida por $F(x)=\int_a^x f$, es continua en (a,b).

8. (12 puntos) Enunciar con precisión el criterio de Leibniz para la convergencia de series alternadas, y demostrarlo

9. (6 puntos) Definir con precisión la función $\exp:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y probar que $\exp' = \exp$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^{n}$, b) $\displaystyle\int_{1}^{\infty} e^{-2x}\,dx$, c) la derivada de $\displaystyle F(x)=\int_{0}^{x}\sin^{5}(t)\ dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^{n}$, b) $\displaystyle\int_{1}^{\infty} e^{-2x}\,dx$, c) la derivada de $\displaystyle F(x)=\int_{0}^{x}\sin^{5}(t)\ dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{2}{5}\right)^{n}$, b) $\displaystyle\int_{1}^{\infty} e^{-2x}\,dx$, c) la derivada de $\displaystyle F(x)=\int_{0}^{x}\sin^{5}(t)\ dt$.