1	2a	2b	3	4a	4b	5	6	7	8	9	10	S

APELLIDO y nombre: Condición: L - R

Carrera: Cantidad de hojas (sin contar éstas):

Observaciones. Las partes práctica y teórica deben ser aprobadas por separado. Justificar las respuestas. Numerar las hojas y escribir el nombre en cada una de ellas. No está permitido el uso de artefactos electrónicos.

Examen de Análisis Matemático II - 2017 - 26/07/17

Parte práctica

1. (6 puntos) Calcular
$$\lim_{x\to 0} \frac{\int_1^x \operatorname{sen}\ (t^3)\ dt}{x^4}.$$

2. (8 puntos, 8 puntos) Calcular las siguientes integrales.
$$\text{a) } \int \frac{x^3+4x-3}{x^2+4}\,dx \qquad\qquad \text{b) } \int_0^{1/4} \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}}.$$

3. (7 puntos) Decidir si la integral impropia converge o no. Justificar.
$$\int_1^\infty \frac{2+\cos x}{\sqrt[5]{2x^4-1}}\,dx$$

4. (5 puntos, 14 puntos) a) Determinar para cuáles $a>0$ la función $f:(0,\infty)\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=x^{\log a}$ es creciente, decreciente, o constante.

   b) Decidir si la serie converge, y también si converge absolutamente. Justificar.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^{\log 2}}.$$

5. (3 puntos, 8 puntos) a) Hallar el polinomio de Taylor p_2 de orden dos de la función $f(x)=\log(1+x)$ alrededor de $a=0$.

   b) Estimar el error que se comete si se aproxima $\log(1,1)$ por $p_2(0,1)$. Justificar.

6. (6 puntos) Calcular el radio de convergencia y el intervalo de convergencia de la siguiente serie de potencias.
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2^n n!}.$$

7. (5 puntos) Hallar la serie de Taylor centrada en $a = 0$ de $f(x) = \frac{1}{1-x^6}$ y dar su radio de convergencia.

Parte teórica

8. (12 puntos) Calcular $\int_0^b x\,dx$ recurriendo a las particiones $P_n = \left\{\frac{ib}{n} \mid i = 0, \ldots, n\right\}$ $(n \in \mathbb{N})$ del intervalo $[0, b]$. Justificar.

9. (12 puntos) Enunciar y demostrar el Segundo Teorema Fundamental del Cálculo Infinitesimal.

10. (6 puntos) Sea $r \in \mathbb{R}$ con $|r| < 1$. Probar que la serie geométrica $\sum_{n=0}^{\infty} r^n = 1/(1-r)$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.

Ejercicios para alumnos libres. Calcular

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\log x}{e^x}$, b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}}\, dx$, c) la derivada de $F(x) = \displaystyle\int_0^{2x} \cos^5(t)\, dt$.