Termodinámica y Mecánica Estadística II

Guía 2 - Agosto de 2009

Problema 1: Para un gas de N partículas no interactuantes en una caja cúbica de dimensión lineal L, encuentre la solución de la ecuación de Liouville al tiempo t suponiendo condiciones de contorno periódicas.

Problema 2: Considere una partícula de masa m. Describa la región accesible del espacio de las fases si la energía está entre E y $E + \delta E$, para los casos

- Una partícula libre en una "caja"de longitud L.
- Una partícula en un potencial armónico unidimensional.

Problema 3: Mostrar que las siguientes expresiones para la entropía son equivalentes:

$$S \;=\; k_B \ln \Gamma(E), \qquad\qquad S \;=\; k_B \ln \Sigma(E),$$

donde $\Sigma(E)$ es el volumen del espacio de las fases encerrado por la superficie de energía E y $\Gamma(E)$ el volumen del espacio de las fases encerrado por una cascara entre E y $E + \Delta$

Problema 4: Un gas ideal que consiste de N masas puntuales está contenido en una caja de volumen V.

(a) Encuentre clásicamente el número de estados $\Sigma(E)$, y usando esto encuentre la ecuación de estado.

(b) Determine además una expresión para la entropía de este gas, analice su extensividad y justifique la inclusión del contaje correcto de Boltzmann.

Problema 5: *Sistema de dos niveles:* Considere un gas de N partículas no interactuantes, cada una de las cuales puede estar en dos estados posibles: con energía cero y energía $\epsilon > 0$.

(a) Calcule el número de estados accesibles para una energía total E. De una expresión para la entropía en función de $u = E/N$, y grafíquela.

(b) Asuma que ϵ depende del volumen como

$$\epsilon = \epsilon(v) = \frac{a}{v^\gamma} \quad ; \quad a,\, \gamma > 0.$$

Obtenga la ecuación de estado para la presión: $p = p(T, v)$.

Problema 6: Considere un gas ideal de N partículas ultra-relativistas encerradas en una caja cúbica de lado L $(V = L^3)$, esto es, partículas cuyo espectro de energías esta dado por

$$\epsilon(n_x, n_y, n_z) = \frac{hc}{2\,L}\sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2} \quad ; \quad n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \ldots$$

donde h es la constante de Planck y c la velocidad de la luz.

a) Muestre que la entropía $S(N, V, E)$, definida como el logaritmo del número de microestados con energía total E, depende de E y V de la forma $S(N, V, E) = S(N, E\,V^{1/3})$

b) Muestre que para este gas $C_p/C_v = 4/3$ (en vez del valor 5/3 para el caso no relativista).

Problema 7: *Modelo de sólido de Einstein:* Considere un sistema de N osciladores cuánticos no interactuantes, cuyo espectro de energía viene dado por

$$\epsilon(n) = (n \,+\, 1/2)\hbar\,\omega \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

Obtenga una expresión asintótica para la entropía. Determine la temperatura T en función de E/N y $\hbar\,\omega$. calcule el calor específico a N constante, analice los límites de bajas y altas temperaturas y muestre que se recupera la ley de Dulong y Petit.