Termodinámica y Mecánica Estadística II

Guía 7 - Noviembre de 2009

Problema 1: Un sistema consiste de dos partículas, cada una con dos posibles estados de energía ϵ y 2ϵ, y se halla en contacto con un reservorio térmico de temperatura T. Escriba la función partición si se trata de:

a) partículas distinguibles (Maxwell-Boltzmann);

b) partículas de Bose-Einstein;

c) partículas de Fermi-Dirac.

Problema 2: Se distribuyen N partículas en $M > N$ cajas. Determinar la probabilidad de encontrar las partículas en $n > N$ cajas predeterminadas. Efectuar el cálculo bajo las siguientes hipótesis

a) (M-B) Partículas distinguibles. Todas las combinaciones son posibles.

b) (B-E) Partículas indistinguibles. Todas las combinaciones son posibles.

c) (F-D) Partículas indistinguibles. Sólo una partícula por caja.

Problema 3: Muestre que para un gas ideal de Fermi la energía libre de Helmholtz por partícula a bajas temperaturas está dada por

$$f = \lim_{N\to\infty} \frac{F}{N} = \frac{3}{5}\epsilon_F \left[1 - \frac{5\pi^2}{12}\left(\frac{k_B T}{\epsilon_F}\right)^2 + \cdots\right].$$

Problema 4: Encontrar la densidad de estados de energía y la densidad de energía para un gas de fotones ($m = 0$ y $\mu = 0$) a temperatura T.

Problema 5: En una caja cúbica de volumen V hay N bosones idénticos sin spin, de masa m a temperatura T.

a) Escriba una expresión para el número de bosones, $n(E)$, con energías entre E y $E+\mathrm{d}E$; en función de: E, m, T y el potencial químico.

b) Para el caso en que $\exp\,(\beta\mu) \ll 1$ (gas diluído) muestre que el potencial químico es aproximadamente igual al del gas de Boltzman. Muestre que en esta situación la distancia entre partículas d es mucho mayor que la longitud de onda de de Broglie.

c) Para el caso en que $\mu = 0$ calcule la densidad de energía y la capacidad calorífica del sistema.

Problema 6:

a) Calcule la función gran partición de un gas ideal de Bose bidimensional.

b) Encuentre el número medio de partículas por unidad de área en función de T y z.

c) Muestre que no hay condensación de Bose-Einstein en 2 dimensiones.

Problema 7: Derivar la densidad de estados de energía para un gas de electrones en una dimensión. Suponga que el sistema está compuesto por N electrones confinados en una línea de longitud L. Calcular la enería de Fermi.

Problema 8: Los electrones de conducción de un metal pueden ser considerados como un gas de electrones libres.

a) Obtener la densidad de estados de energía y la energía de Fermi.

b) Dar una expresión para la densidad de electrones en función de la longitud de onda de de Broglie y el potencial químico.

Problema 9: Calcule las ecuaciones de estado para un gas ideal de Bose y para un gas ideal de Fermi de partículas de spin s. En este último caso, calcule también la energía de Fermi.

Problema 10: Un cilindro está separado en dos compartimentos por un pistón móvil. En uno de los compartimentos se coloca un gas ideal de Fermi de partículas de spin 1/2, mientras que en el otro, un gas ideal de Fermi de partículas de spin 3/2. Todas las partículas tienen igual masa. Encuentre la densidad relativa de equilibrio a $T = 0$ y $T \to \infty$.