Introducción a la Teoría de Fenómenos Críticos
Guia 3 - *Finite Size Scaling* y Expansiones en Serie

Abril de 2010

Problema 1: *Finite Size Scaling del Modelo de Ising en la red Cuadrada*

a) Calcule la energía libre y el calor específico del modelo de Ising a campo nulo definido redes de ancho $L = 1, 2, 3$ con PBC y grafiquelas en función de T.

Ayuda: use las simetrías del problema para reducir el tamaño de la matriz de transferencia (2×2 para $L = 2, 3$). Sugiero (fuertemente) usar Mathematica, Maple o equivalente para calcular autovalores y derivadas.

b) Asumiendo conocidos los valores exactos de los exponentes críticos $\alpha = \alpha' = 0_{log}$ y $\nu = 1$, de una estimación para la temperatura crítica del modelo en la red cuadrada (no espere resultados muy buenos!).

Problema 2: *Expansión de altas temperaturas del modelo de Ising en la red cuadrada*

La energía libre del modelo de Ising a campo nulo en la red cuadrada puede escribirse como

$$-\beta f = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \ln(\mathcal{Z}) = 2\ln(\cosh(K)) + \ln 2 + u^4 + 2u^6 + \frac{9}{2}u^8 + O(u^{10})$$

donde $K \equiv \beta J \quad u \equiv \tanh K$

a) De los graficos y el coeficiente asociado a u^{10} .

b) Reobtenga la expansión hasta orden 10 partiendo de la expresion exacta de la energía libre (Onsager, 1944).

Problema 3: *Expansión de altas temperaturas del modelo de Ising en la red FCC*

La expansión de altas temperaturas para la suceptibilidad a campo nulo del modelo de Ising en una red FCC es

$$\begin{aligned}\chi_0(T) \quad = \quad & 1 + 12u + 132u^2 + 1404u^3 + 14652u^4 + 151116u^5 + \\ & 1546332u^6 + 15734460u^7 + 159425580u^8 + ...\end{aligned}$$

donde $K \equiv \beta J \quad u \equiv \tanh K$ Asuma que existe una temperatura crítica u_c , y que cerca de esta la suceptibilidad toma la forma

$$\chi_0(T) \sim A\left(1 - \frac{u}{u_c}\right)^{-\gamma}$$

Use el método de la razón para encontrar un valor aproximado para la temperatura crítica y el exponente γ . Compare con valores reportados en la literatura.

Problema 4: *Transformación triángulo-estrella*

Utilizando la Transformación triángulo-estrella y las relaciones de dualidad calcule la temperatura crítica exacta del modelo de Ising con interacción primeros vecinos a campo nulo en las redes triangular y hexagonal.