Mecánica Cuántica II

Guía 7 – Noviembre de 2005

Problema 1: Si el potencial V es real, muestre que $\psi_{\mathbf{k}}^{(+)}(\mathbf{r})$ y $\psi_{-\mathbf{k}}^{(-)}(\mathbf{r})$ son soluciones de la ecuación de Schrödinger correspondientes a estados de dispersión invertidos temporalmente.

Problema 2: Si el potencial de dispersión tiene la propiedad de invariancia traslacional $V(\mathbf{r}+\mathbf{R}) = V(\mathbf{r})$, donde $\mathbf{R}$ es un vector constante,

a) muestre que las soluciones $\psi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}$ de la forma integral de la ecuación de Schrödinger son funciones de onda de Bloch, pues satisfacen la relación

$$\psi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r}+\mathbf{R}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}\,\psi_{\mathbf{k}}^{(\pm)}(\mathbf{r});$$

b) muestre que la amplitud de scattering se anula a menos que $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ sea un vector de la red recíproca el cual satisface la condición

$$\mathbf{q}\cdot\mathbf{R} \equiv (\mathbf{k}-\mathbf{k}')\cdot\mathbf{R} = 2\pi n\ ,$$

donde n es un entero. Ésta es la condición de Laue, familiar en materia condensada.

Problema 3: Muestre que un análisis de onda parcial de la amplitud de scattering en la primera aproximación de Born da la estimación

$$\tan\delta_l \simeq -k\int_0^\infty [j_l(kr'^2)]\,U(r')\,r'^2\,dr'\ .$$

Problema 4: a) Muestre que la sección eficaz total obtenida de la sección eficaz diferencial para el potencial de Coulomb diverge.

b) Si $V = C/r^n$, obtenga la dependencia angular de la amplitud de scattering en la aproximación de Born. Discuta la razonabilidad del resultado cualitativamente. ¿Qué valores de n dan resultados razonables?

Problema 5: Calcule la sección total de scattering para el potencial de Coulomb apantallado, $V(r) = V_o e^{-\alpha r}/\alpha\, r$ en la aproximación de Born, y discuta la exactitud de este resultado.

Problema 6: Aplique la aproximación de Born al scattering debido a un pozo esférico. Calcule y grafique la secciones diferencial y total.

Problema 7: Considere dispersión por una esfera impenetrable de radio a. Calcule el corrimiento de fase y las secciones eficaces diferencial y total, en el límite de bajas y altas energías.