

1. Teorema :

Autovectores (no nulos) correspondientes a autovalores distintos son LI. Es decir, si $\lambda_1, \dots, \lambda_r$ son autovalores distintos de $T : V \mapsto V$ y α_i es un autovector no nulo asociado a λ_i , entonces $\{\alpha_1, \dots, \alpha_r\}$ es LI.

Prueba: La prueba del Hoffman es excesivamente complicada. Aca va una prueba mas facil. Inducción en r . Si $r = 1$ no hay nada que probar: todo vector no nulo es LI.

Supongamos que valga para $r - 1$ y sean c_1, \dots, c_n tales que $c_1\alpha_1 + \dots + c_r\alpha_r = 0$ (1).

Aplicandole T a (1), y teniendo en cuenta que $T(\alpha_i) = \lambda_i\alpha_i$, tenemos que

$$c_1\lambda_1\alpha_1 + \dots + c_r\lambda_r\alpha_r = 0 \quad (2)$$

Multiplicando (1) por λ_r tenemos:

$$c_1\lambda_r\alpha_1 + \dots + c_r\lambda_r\alpha_r = 0 \quad (3)$$

Restando (3) de (2):

$$c_1(\lambda_1 - \lambda_r)\alpha_1 + \dots + c_{r-1}(\lambda_{r-1} - \lambda_r)\alpha_{r-1} + 0 = 0$$

Por la hipotesis inductiva, $c_i(\lambda_i - \lambda_r) = 0 \forall i = 1, \dots, r - 1$. Como $\lambda_i \neq \lambda_r$, tenemos que $c_i = 0 \forall i = 1, \dots, r - 1$. Reemplazando en (1) tenemos que $c_r\alpha_r = 0$, es decir $c_r = 0$. QED.