

Álgebra II / Álgebra
Práctico 1 - Año 2010

1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$(a) \begin{cases} x - y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - 2y = 4 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x + 5y = 3 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 5x + 2y = 2 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 2x + 5y = 3 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} y + z = 0 \\ x + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + z = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} x + 2y + 2z = 1 \\ 2x + 2y + 3z = 3 \\ x - y + 3z = 5 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} x - 2y + 3z = 11 \\ 4x + y - z = 4 \\ 2x - y + 3z = 10 \end{cases}$$

$$(j) \begin{cases} 2x - z = 4 \\ x - 2y + 2z = 7 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$$

2. Un negocio tiene una cierta cantidad de empleados de limpieza, vendedores y ejecutivos. En la primera semana, les pagan \$ 1 (un peso) por hora a los empleados de limpieza y vendedores, y \$ 5 la hora a los ejecutivos, con un costo total para la empresa de \$ 13 por hora. Los vendedores protestan, y en la segunda semana se les paga \$ 1 por hora a los empleados de limpieza, \$ 2 por hora a los vendedores y \$ 4 a los ejecutivos, con un costo total para la empresa de \$ 17 por semana. Los empleados de limpieza protestan, la empresa decide pagarles \$ 2, pero entonces los vendedores vuelven a protestar. Al final, en la tercera semana la empresa paga \$ 2 a los empleados de limpieza, 3 a los vendedores y 4 a los ejecutivos, con un costo total de \$ 25 pesos la hora. Calcular cuántos empleados de limpieza, cuántos vendedores y cuántos ejecutivos tiene la empresa.
3. Una bruja conoce una receta para una pócima de amor que lleva 1 ojo de murciélago, 2 raíces de mandrágora y 2 gramos de polvo de cuerno de unicornio. También tiene una receta para convertir a gente en sapos, la cual lleva 2 ojos de murciélago, una raíz de mandrágora y 3 gramos de polvo de cuerno de unicornio. Una tercera pócima de juventud lleva 3 ojos de murciélago, 3 raíces de mandrágora y 2 gramos de cuerno de unicornio. La bruja tiene 15 ojos de murciélago, 12 raíces de mandrágora y 21 gramos de cuerno de unicornio. La bruja tiene un pacto demoníaco por el cual cuando se ponga a hacer las pócimas, si usa exactamente esa cantidad de ojos, raíces, y polvo de unicornio, una cantidad igual se le aparecerá. ¿Cuántas pócimas de cada tipo puede hacer usando todo su material?

4. Jaimito colecciona arañas, cucarachas, sapos y serpientes. Tiene un total de 25 animales en su colección, entre los cuales puede contar 118 patas. (Todos los animales tienen la cantidad de patas normales que su especie debe tener). Tiene un total de 17 invertebrados y 10 animales venenosos. ¿Cuántas arañas, cucarachas, sapos y serpientes tiene Jaimito?

[Notas de biología: las arañas tienen 8 patas, las cucarachas 6, ambas son invertebrados, los sapos tienen 4 patas, las serpientes ninguna, ambos son vertebrados. Las arañas y serpientes son venenosas; las cucarachas y los sapos (al menos los que tiene Jaimito) no son venenosos.]

5. Un grupo de alumnos organiza una feria de platos. Hay alfajores, que se venden a 50 centavos, pastelitos, que se venden a 75 centavos, porciones de torta, que se venden a 1 peso y medio, y porciones de pastafrola, que se venden a 1 peso. El total de lo recaudado es de 42 pesos. Contando las porciones de torta y pastafrola juntas, se vendieron un total de 19 “porciones de ” algo. En total se vendieron 49 productos. Contando lo que costó cada cosa más la pérdida por las que no se vendieron, las alfajores dieron una ganancia neta de 25 centavos por unidad, los pastelitos una ganancia de 50 centavos por unidad, la pastafrola una ganancia de 50 centavos por porción, y la torta una ganancia de 25 centavos por porción. La ganancia total fue de 16 pesos con 75 centavos.

¿Cuántas unidades de cada cosa se vendieron?

6. Una investigación de “La Voz del Interior” descubrió que una empresa había sobornado a 15 legisladores para que se aprobara una determinada ley. La empresa pagó un total de 42000 pesos en sobornos. Los sobornados incluían diputados y senadores. El número de diputados sobornados era uno más que el número de senadores sobornados. La empresa le pagó 1000 pesos a algunos diputados, 2000 pesos a otros diputados, 4000 a algunos senadores y 5000 a otros senadores. El número de diputados a los que se les pagó 2000 pesos es igual al número de senadores a los que se les pagó 5000 pesos. Determinar a cuántos diputados se les pagó 1000 pesos, a cuántos 2000 pesos, a cuántos senadores se les pagó 4000 pesos y a cuántos senadores se les pagó 5000 pesos.

7. Dar el conjunto de soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones. (Cuando haya más de una solución, deberá parametrizar el conjunto).

$$\begin{array}{l}
 (a) \begin{cases} 3x - y + 2 = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases} \quad b) \begin{cases} (2 + i)x + (1 + i)y = 0 \\ (3 - i)x + 2y = 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 4x - y + 5z = 0 \\ 6x + y + 3z = 0 \end{cases} \\
 \\
 d) \begin{cases} x + y - z = 7 \\ 4x - y + 5z = 4 \\ 6x + y + 3z = 20 \end{cases} \quad e) \begin{cases} 3x + 6y - 6z = 9 \\ 2x - 5y + 4z = 6 \\ -x + 16y - 14z = -3 \end{cases} \quad f) \begin{cases} 2x - y = 6 \\ -x + 3y - 2z = 1 \\ -2y + 4z - 3w = -2 \\ -3z + 5w = 1 \end{cases} \\
 \\
 g) \begin{cases} x + y = 1 \\ y + z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases} \quad h) \begin{cases} x - 2y + z + w = 2 \\ 3x + 2z - 2w = -8 \\ 4y - z - w = 1 \\ 5x + 3z - w = -3 \end{cases} \quad i) \begin{cases} x + 2y + z + 9w = 8 \\ x - y + 4z + 3w = -1 \\ 2x - y + 7z + 8w = 1 \\ 3x + 4y + 5z + 23w = 18 \end{cases}
 \end{array}$$

8. En el ejercicio anterior en aquellos casos en donde había más de una solución, dar dos soluciones no nulas concretas del mismo.

9. Rehacer los ejercicios 1.f), g) y 7.g) pero ahora suponiendo que se está trabajando en el cuerpo \mathbb{Z}_2 . Y los ejercicios 1.c), d) y e) suponiendo que estamos trabajando en \mathbb{Z}_7 . Como ahora el cuerpo es finito, en los casos en que haya más de una solución, darlas a todas.

10. Dar todas las posibles matrices 2×2 escalón reducidas por filas (MERFs).

11. Repetir para las matrices 2×3 .