

1. Calcular:

$$(a) 10^{\log_{10} 2,3}. \quad (b) \log_{32} 2. \quad (c) \log_{10}(\log_{10}(1000000000)).$$

$$(d) \log_2 12^4 - 2 \log_2 9. \quad (e) \log_5 \frac{1}{\sqrt{5^5}}. \quad (f) \log_{10} \left(\log_2 \left(\log_7 7^{2^{100}} \right) \right).$$

2. Dar el intervalo entero $[n, m]$ más chico que contiene al número $\log_{10}(c10^{-23})$ para cualquier constante c , con $1 \leq c \leq 100$.

3. Decidir cuáles de los siguientes números son positivos y cuáles son negativos.

$$(a) 2 \log_2 3 - 3 \log_2 2. \quad (b) \log_{1/2} 3 + \log_{1/2} 2. \quad (c) e^{20} - 20^e.$$

4. Resuelva las siguientes ecuaciones.

$$(a) \ln(x - 1) + \ln(x + 2) = 1. \quad (b) e^x - 12e^{-x} - 1 = 0.$$

5. Calcular los siguientes límites.

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x + 3^x}{4^x}. \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{1/2} x^2. \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^{\log_{1/2} x}.$$

6. Sean $a, b \in \mathbb{R}^{>0}$. Demostrar las siguientes afirmaciones para todo $x, y \in \mathbb{R}$.

$$(a) (a^x)^y = a^{xy}. \quad (b) a^x a^y = a^{x+y}. \quad (c) (ab)^x = a^x b^x. \quad (d) a^{-x} = (a^x)^{-1}.$$

Notar que ya sabemos exactamente las mismas propiedades para $x, y \in \mathbb{Q}$.

7. Sean $a, b \in \mathbb{R}$ tal que $a > 0$. Demostrar las siguientes afirmaciones para todo $x, y \in \mathbb{R}^{>0}$.

$$(a) \log_a(xy) = \log_a x + \log_a y. \quad (b) \log_a(x^b) = b \log_a x.$$

$$(c) \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y.$$

8. En un mismo gráfico dibujar aproximadamente las siguientes funciones.

$$(a) f_1(x) = 2^x. \quad f_2(x) = 3^x. \quad f_3(x) = 3^{-x}. \quad f_4(x) = 2^{2x}.$$

$$(b) g_1(x) = \log_2 x. \quad g_2(x) = \log_3 x. \quad g_3(x) = \log_2(2x). \quad g_4(x) = \log_2(x^2).$$

9. Calcular:

$$(a) \sin(37\pi/2). \quad (b) \cos(23\pi/3). \quad (c) \tan^2(-63\pi/3) + 1.$$

$$(d) \csc(23\pi/6). \quad (e) \sqrt{\sec^2(23\pi/3) - 1}. \quad (f) \sqrt{\cos^2(2) + (\sin(\log_3 9^{3\pi+1}))^2}.$$

10. Calcular los siguientes límites.

$$(a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \tan(\arcsen(x)). \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \cos(\arctan(\sqrt{x})).$$

11. Probar las siguientes identidades.

$$(a) \sin(x - y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x. \quad (b) \csc^2 x = \cot^2 x + 1.$$

12. Encontrar todas las soluciones de las siguientes ecuaciones.

$$(a) 2 \cos x - 1 = 0. \quad (b) \cos^2 x + \cos x = 0. \quad (c) \sin(2x) - \cos x = 0.$$

13. Encuentre el valor exacto de cada expresión.

$$(a) \arcsen(1/2). \quad (b) \arctan(-1). \quad (c) \sin(-\pi \arcsen(\frac{3}{5})).$$