

FÍSICA APLICADA II

Mauro Valente^{†,‡,*} & Rodolfo Figueroa^{†,}**

[†] CFIM & Dpto. Ciencias Físicas, Universidad de La Frontera; Chile.

[‡] CONICET & Universidad Nacional de Córdoba; Argentina

Notas para el curso *Física Aplicada II* del programa de Tecnología Médica de UFRO



Departamento de Ciencias Físicas
Universidad de La Frontera

* Contacto e-mail: mauro.valente@ufrontera.cl

** Contacto e-mail: rodolfo.figueroa@ufrontera.cl

Prefacio

El presente trabajo *Física Aplicada II* es un compendio original de notas elaborado por Mauro Valente y Rodolfo Figueroa en 2020, como material bibliográfico para la asignatura *Física Aplicada II (ICF-314)* del programa de Tecnología Médica de la Facultad de Medicina de la Universidad de La Frontera.

Programa y contenido

UNIDAD I: Modelos Atómicos

1. Introducción
2. Modelos de J.J. Thomson y de E. Rutherford
3. Modelo de Bohr
4. Cuantización de la Energía
5. Espectros atómicos

UNIDAD II: Conceptos básicos sobre radiación

1. Introducción. Unidades
2. Radiación corpuscular
3. Radiación electromagnética
4. Teoría de los cuantos
5. Efecto fotoeléctrico
6. Efecto Compton
7. Producción y aniquilación de pares
8. Ondas materiales
9. Aplicaciones en Medicina
10. Resolución de problemas

UNIDAD III: Desintegración Nuclear

1. Introducción
2. Modelos nucleares
3. Fisión y fusión nuclear
4. Leyes de la desintegración radioactiva
5. Aplicaciones en Medicina

UNIDAD IV: Rayos X

1. Introducción
2. Fuentes de rayos X
3. Atenuación de rayos X
4. Detección de rayos X
5. Aplicaciones en Medicina
6. Resolución de problemas

TRABAJOS PRÁCTICOS Y EJERCITACIÓN

El presente curso incluye la realización de trabajos prácticos de laboratorio informático. Las actividades prácticas y de ejercitación complementan al contenido teórico del curso:

- Ejercicios prácticos de la Unidad I: Ejemplos introductorios
- Ejercicios prácticos de la Unidad I: Ejercicios para los alumnos
- Ejercicios prácticos de la Unidad II: Ejemplos introductorios
- Ejercicios prácticos de la Unidad II: Ejercicios para los alumnos
- Ejercicios prácticos de la Unidad III: Ejemplos introductorios
- Ejercicios prácticos de la Unidad III: Ejercicios para los alumnos
- Ejercicios prácticos de la Unidad IV: Ejemplos introductorios
- Ejercicios prácticos de la Unidad IV: Ejercicios para los alumnos

DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA *ICF-314 FÍSICA APLICADA II*

Física Aplicada II es una asignatura de carácter teórico-práctico, orientada a introducir al estudiante en el estudio de la física de radiaciones y sus aplicaciones a las ciencias de la salud y la vida. Tiene como propósito, que el alumno logre entender los principios y leyes físicas que rigen el comportamiento de las radiaciones electromagnéticas ionizantes. Para ello se realizarán clases expositivas, resolución de problemas y trabajos de investigación.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA SUGERIDA

La asignatura contará con bibliografía preparada específica y originalmente por los docentes para este curso. Además, se recomienda la siguiente lista de bibliografía:

- Eisberg, R. (2010). *Fundamentos de física moderna*. (Biblioteca UFRO).
- Eisberg, R.; Resnick, R. (2009). *Física cuántica: átomos, moléculas, sólidos, núcleos y partículas*. (Biblioteca UFRO)

Índice

1.. Unidad II: Conceptos básicos sobre radiación	8
1.1.. Introducción	8
1.1.1.. Unidades de radiaciones ionizantes	8
1.2.. Radiación corpuscular	10
1.2.1.. El postulado de Broglie	11
1.3.. Radiación electromagnética	12
1.3.1.. Movimiento ondulatorio	12
1.3.2.. Ondas longitudinales y transversales	14
1.3.3.. Ondas electromagnéticas en el vacío: Ecuaciones de Maxwell	15
1.3.4.. El espectro de ondas electromagnéticas	15
1.4.. Teoría de los cuantos	17
1.4.1.. Radiación de cuerpo negro: Teoría de Planck	17
1.5.. Efecto fotoeléctrico	18
1.5.1.. Evidencia fenomenológica del efecto fotoeléctrico	18
1.5.2.. Teoría cuántica del efecto fotoeléctrico	20
1.6.. Efecto Compton	22
1.7.. Producción y aniquilación de pares	24
1.7.1.. Producción de pares	24
1.7.2.. Aniquilación de pares	25
1.8.. Ondas materiales	25
1.8.1.. Introducción	25
1.8.2.. El fenómeno de producción y propagación del sonido	26
1.8.3.. Propiedades del sonido	27
1.8.4.. Propiedades físicas del sonido y unidades	27
1.9.. Aplicaciones de radiaciones en Medicina	29
1.9.1.. Aplicaciones de ondas materiales en Medicina	29
1.9.2.. Aplicaciones de ondas electromagnéticas en Medicina	31
1.10.. Resolución de problemas de la Unidad II	32
1.10.1.. Ejercitación de ejemplo de la Unidad II	32
1.10.2.. Ejercicios de la Unidad II para alumnos	34
2.. Unidad III: Desintegración Nuclear	37
2.1.. Introducción	37
2.2.. Modelos nucleares	37
2.3.. Fisión y fusión nuclear	37
2.4.. Leyes de la desintegración radioactiva	37
2.5.. Aplicaciones de desintegración nuclear en Medicina	37
2.6.. Resolución de problemas de la Unidad III	37
2.6.1.. Ejercitación de ejemplo de la Unidad III	37
2.6.2.. Ejercicios de la Unidad III para alumnos	37
3.. Unidad IV: Rayos X	39
3.1.. Introducción	39
3.2.. Fuentes de rayos X	39
3.3.. Atenuación de rayos X	39
3.4.. Detección de rayos X	39
3.5.. Aplicaciones de rayos X en Medicina	39
3.6.. Resolución de problemas de la Unidad IV	39
3.6.1.. Ejercitación de ejemplo de la Unidad IV	39

3.6.2.. Ejercicios de la Unidad IV para alumnos 39

UNIDAD II

Conceptos básicos sobre radiación

1.. Unidad II: Conceptos básicos sobre radiación

El *Capítulo 2.* está destinado a presentar los conceptos fundamentales sobre la radiación, sus propiedades físicas, y su implementación en aplicaciones en el ámbito de la salud humana. Se espera que el presente capítulo provea información básica, y definiciones, sobre las radiaciones ionizantes y ondas de materia que son utilizadas en la tecnología médica.

1.1.. Introducción

Las radiaciones ionizantes pueden encontrarse en todas partes en la vida cotidiana. En particular, la radiación proviene naturalmente del espacio exterior en forma de rayos cósmicos o iones, entre otros. Además, la radiación ionizante está presente en el aire debido a emisiones naturales por parte de materiales activos, como por ejemplo del radón y su progenie. En la naturaleza existen materiales con actividad que se denominan *radioactivos*, cuyo origen es puramente natural, los cuales se encuentran en el medio ambiente; y consecuentemente pueden ingresar, y permanecen dentro de los seres vivos.

Por tanto, todas las especies del planeta, y de otros si existiesen, han evolucionado inevitablemente en presencia de la radiación ionizante, logrando adaptarse a ella. En la actualidad, se sabe que en el caso de los seres humanos, exponerse a dosis relativamente bajas de radiación ionizante puede no presentar, de manera inmediata, ningún tipo de efecto biológico perceptible, pero es claro que la exposición a radiación ionizante, administrada en cantidades suficientes, puede causar daños severos, cuyo grado y calificación son actualmente bien conocidos.

Existen varios y bien diversos usos de las radiaciones ionizantes, y de los materiales radiactivos, destinados a mejorar la calidad de vida humana y contribuir con la sociedad de muchas diferentes y relevantes maneras. Sin embargo, en cada uno de estos usos, debe sopesarse los beneficios en relación con los riesgos. Entre los riesgos inherentes, se encuentran: efectos sobre los trabajadores que intervienen directamente en la aplicación de la radiación o el material radiactivo, efectos sobre la población en general, y potenciales daños a las generaciones futuras y al medio ambiente, o a cualquier combinación de estos casos. Por ello, independientemente de consideraciones político-económicas, los beneficios siempre deben superar a los riesgos cuando se trate de utilizar radiaciones ionizantes.

1.1.1.. Unidades de radiaciones ionizantes

Las radiaciones ionizantes están constituidas por *partículas*, como, por ejemplo: fotones (partículas de radiación electromagnética), y partículas cargadas como electrones, protones, positrones, iones, etc.; que, al interactuar con la mayoría, cuentan con la capacidad de causar la separación de electrones de átomos y moléculas del material irradiado; a esto se lo denomina *ionizar*. Por otro lado, ciertos tipos de radiaciones, de energía relativamente baja, como la luz ultravioleta, sólo pueden originar ionizaciones en determinadas circunstancias. Para distinguir estos tipos de radiaciones de la radiación que siempre causa ionización, se establece un límite energético inferior estimativo y arbitrario para la radiación ionizante, que se suele situar en torno a 10 kiloelectronvoltios (keV).

La unidad de *electronvoltio* se refiere a la energía cinética que adquiere un electrón, cuya carga eléctrica es la unidad de carga básica $q_e = 1,60217662 \times 10^{-19}$ Coulombios, sometido a la acción de un campo de 1 voltio (1V) de intensidad.

Los experimentos clásicos de interferencia y difracción demostraron de manera definitiva que los fotones no viajan desde donde son emitidos hasta donde son finalmente absorbidos del mismo modo que lo haría una partícula clásica: viajan como ondas, en el sentido que los cálculos basados en la propagación de ondas explican correctamente los patrones de interferencia y de difracción,

que dependen, del modo en que se desplazan en promedio los fotones. Es decir, la descripción de la radiación es de carácter inherentemente cuántico, no clásico. A. Einstein, a partir de los trabajos de Max Planck, quienes no se encargaron del estudio de la propagación de la radiación, sino de cómo es emitida y absorbida, propuso describir la energía contenida en las ondas electromagnéticas de frecuencia ν como un múltiplo entero de $h\nu$, entonces en el proceso de emisión se producen *cuantos* de energía electromagnética, cada uno de los cuales lleva una energía $h\nu$, donde h se denomina *constante de Planck* y vale $h = 6,6260700410^{-34} \text{m}^2\text{kg/s}$. Einstein propuso que esos cuantos están localizados inicialmente en una pequeña región del espacio, y que se mantienen localizados mientras se alejan de la fuente con la velocidad c , donde c es la *velocidad de propagación de la radiación (luz) en el vacío* y vale 299792458m/s . Por tanto, la energía E de cada paquete de radiación electromagnética (o fotón) está relacionada con su frecuencia ν de acuerdo por medio de la expresión 1:

$$E = h\nu \quad (1)$$

Asimismo, según descrito más arriba, la energía cinética E_k que adquiere una partícula de carga q sometida a una diferencia de potencial ΔV se muestra en la expresión 2:

$$E_k = q\Delta V \quad (2)$$

Cabe señalar que existe un vínculo inherente entre la carga q_e y la masa del electrón m_e , como indica la expresión 3:

$$r_e = \frac{q_e^2}{m_e c^2} \quad (3)$$

donde r_e representa el *radio clásico del electrón* y vale $r_e = 2.8179402894(58) \times 10^{-15} \text{m}$.

La energía transmitida por cierto tipo de la radiación ionizante por unidad de masa de material irradiado se conoce como *dosis absorbida*, y se designa D . La unidad de dosis absorbida que corresponde a 1 Joule por kilogramo (1J/kg) se define como *Gray* (Gy) a partir de la expresión 4:

$$1 \text{ Gy} \equiv 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad (4)$$

De manera análoga se obtienen las unidades asociadas como centi-Gray (cGy) o kilo-Gray (kGy), como $100 \text{ cGy} = 1 \text{ Gy}$ y $1000 \text{ Gy} = 1 \text{ kGy}$, por ejemplo. Por razones históricas, existe la unidad de dosis conocida como *rad*, la cual equivale a: $1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad}$.

Cuando el medio irradiado es un órgano o un tejido biológico T (de un paciente, por ejemplo), es relevante obtener el valor de dosis absorbida media, representada por \bar{D} . Los efectos, para un mismo valor de dosis absorbida D , pueden variar si la dosis D se ha recibido en un período de tiempo mayor o menor, respecto del caso cuando la dosis se ha recibido de forma instantánea. Para permitir comparaciones cuantitativas, se introduce al tiempo como variable relevante, y consecuentemente se da lugar al concepto de la *tasa de dosis absorbida* \dot{D} , definida como la dosis absorbida por unidad del tiempo, y cuyas unidades son, por ejemplo, Gy/h o Gy/s.

Los daños biológicos sobre un organismo vivo irradiado, como por ejemplo el cuerpo humano, no son necesariamente directamente proporcionales a la dosis absorbida (relacionada con la energía transferida), sino que dependen también, y especialmente en el caso de los efectos estocásticos, del número de iones producidos por la partícula en la unidad de longitud recorrida en el medio (asociado con la transferencia de energía lineal) *LET*; es decir que los efectos biológicos dependen no sólo de la cantidad total de dosis D , y de la tasa de dosis \dot{D} , sino también de la densidad de ionización lineal o ionización específica (*LET*), que es característica a cada tipo de partícula, y de cada material irradiado. Luego, el daño biológico producido por un único tipo específico de partícula

(radiación) dependerá de: la dosis absorbida, la tasa de dosis absorbida, pero, en el caso de partículas diferentes y para el mismo valor de dosis absorbida, el daño biológico depende de la ionización específica. A modo de ejemplo, la radiación de partículas α (núcleos de Helio 4 emitidos por ciertas sustancias radioactivas) causa daños biológicos más graves, producidos por la misma dosis, a igual tasa de dosis, respecto de la radiación γ (fotones), debido a que la ionización específica (LET) de la radiación α es superior a la de la radiación γ , para todos los medios materiales, incluidos los tejidos biológicos.

Por tanto, la dosis media absorbida en un órgano o un tejido humano \bar{D} , multiplicada por un factor de ponderación del tipo de radiación considerado, se define como *dosis equivalente* (H) en el órgano o el tejido. Es decir, la dosis equivalente H se obtiene como la dosis absorbida media \bar{D} ponderada por los factores de equivalencia de efectos biológicos de la radiación R (w_R), para tener en cuenta las consecuencias biológicas de la exposición a la radiación, como indica la expresión 5:

$$H \equiv \bar{D}w_R \quad (5)$$

La unidad de la dosis equivalente H es *Sievert* (Sv), obtenido como la dosis equivalente a una ponderación de 1 para un valor de dosis de 1 Gy. En caso de irradiar con varios tipos de radiaciones, la expresión anterior se transforma en la fórmula 6, a continuación:

$$H = \sum_R \bar{D}_R w_R \quad (6)$$

donde la sumatoria \sum_R se extiende a todos los diferentes tipos de radiaciones R presentes.

En el caso de organismos vivos, no todos los individuos (ni sus órganos ni sus tejidos) son igualmente sensibles a la radiación, de modo que los daños biológicos, especialmente los efectos estocásticos, variarán dependiendo del órgano o del tejido irradiado, aún cuando todos ellos reciban la misma dosis (absorbida) y el mismo tipo de radiación. Por ello, en este contexto, para tener en cuenta este efecto, es necesario asignar un factor de peso (w_T) a cada tejido T , definido para ponderar/corregir la dosis equivalente en cada tipo de tejido u órgano. De este modo, se permite la homogeneización de los diversos tipos de tejido con respecto a la dosis equivalente, y se permite una comparación y combinación para posterior correlación con los efectos estocásticos totales. Entonces, Si H es la dosis equivalente al tejido u órgano T , multiplicado por w_T que es su factor de ponderación, entonces se define la *dosis efectiva* E dada por la suma ponderada de las dosis equivalentes a todos los tejidos y órganos del cuerpo, a partir de la expresión 7:

$$E = \sum_T \bar{H}_R w_T = \sum_{R,T} \bar{D}_{R,T} w_R w_T \quad (7)$$

donde la sumatoria $\sum_{R,T}$ representa la doble sumatoria, sobre todos los tipos de radiaciones involucrados R , y sobre todos los tipos de tejidos irradiados T . La dosis efectiva E se mide o expresa en las mismas unidades que la dosis equivalente, es decir, en Sv (antiguamente se utilizaba el término *rem*). La cantidad *tasa de dosis efectiva* es, por tanto, la dosis efectiva por unidad de tiempo, representada por \dot{E} y sus unidades usuales son Sv/h o Sv/s .

1.2.. Radiación corpuscular

Según descrito en la sección precedente 1.1., inicialmente M. Planck, y luego A. Einstein, describieron la característica corpuscular de la radiación, la cual está entonces constituida por unidades de energía o paquetes o cuantos (del latín, *quanta*). La dualidad onda-partícula es característica de todos los entes de escala microscópica -atómica o menor- y no es compatible con la intuición de la experiencia cotidiana -a nivel macroscópico- que describe la física clásica (no cuántica). Los procesos a esta escala son descritos apropiadamente por medio de la *mecánica cuántica*, la que permite reconciliar la coexistencia de los aspectos corpusculares y ondulatorios de estas entidades.

Debe destacarse que, en este contexto, los conceptos de onda y de partícula son extrapolaciones de experiencias a nivel macroscópico. Por ello, en la mecánica clásica (de Newton), se trata un planeta como la Tierra como una partícula. En la actualidad, se acepta tal concepto porque la mecánica Newtoniana (o la relativista, si la velocidad es muy elevada) permite calcular correctamente el movimiento. Aplicando las mismas premisas, puede describirse fenómenos de escala menor, como el movimiento de partículas de polvo o de las gotas de un aerosol. Pero, sin embargo, este razonamiento no es un motivo suficiente para dar por sentado que el concepto macroscópico de partícula se puede extrapolar indefinidamente, hasta la escala atómica y más allá. Por supuesto, es posible avanzar con las extrapolaciones, pero sólo hasta cierto límite donde se verifica que ya no funcionan. Con el concepto de *onda* sucede algo similar. Es posible percibir directamente con nuestros sentidos las ondas en la superficie del agua de un estanque. Pero aún del punto de vista de la mecánica clásica, se sabe que no es posible extrapolar el concepto indefinidamente, pues al llegar a las dimensiones moleculares la noción misma de *superficie del agua* pierde sentido. A esa escala se encontrará un gran número de moléculas que se mueven aparentemente al azar, y sólo después de promediar el comportamiento de grandes grupos de moléculas será posible recuperar los conceptos de superficie y de onda. A partir de lo expuesto, se demuestra que el problema surge al intentar extrapolar conceptos macroscópicos como *superficie* y *onda*, derivados de la experiencia cotidiana, hasta dominios donde carecen de validez.

En resumen, lo que indican claramente los fenómenos descritos anteriormente, es que los conceptos clásicos de partícula y de onda no pueden extrapolarse a la escala atómica. En esa escala no es lícito establecer una distinción entre *partícula* y *onda* en el sentido clásico (macroscópico). Además, tal distinción existe de manera implícita en el planteo tradicional de la mecánica clásica, por la forma misma con la cual se definen las variables dinámicas del sistema. Por ello, la mecánica cuántica se parte de un planteo radicalmente diferente en el que se postula la *dualidad onda-partícula*

A modo de ejemplo, y para sentar ideas, se recuerda la figura de interferencia dada por dos rendijas. La interferencia depende de que la luz pase por ambas (esto se comprueba tapando una de ellas). El hecho que cuando la luz atraviesa ambas rendijas se produce interferencia demuestra que es un fenómeno de carácter ondulatorio y por ese motivo se descarta la teoría corpuscular de Newton como descripción posible. *Significa esto que los fotones pueden dividirse, en dos en este caso?*

Considerando que por la rendija se hace atravesar sólo un fotón por vez, podría colocarse un detector detrás de cada rendija. Así, colocando los detectores, ya no se verá más la figura de interferencia, pero se podrá determinar si el fotón pasa por una sola rendija o por ambas. El resultado que se observa es que el fotón pasa o por una rendija, o por la otra, y no por ambas a la vez. Por lo tanto, el fotón no se divide. Sin embargo, si el fotón no pasara por ambas rendijas, cómo hace para interferir consigo mismo?

Una pista para resolver este dilema consiste en pensar que la onda electromagnética contiene información, no acerca de dónde está exactamente el fotón, sino acerca de la probabilidad de encontrarlo en determinado sitio. Postulando que esa probabilidad está relacionada con la intensidad de la onda, se resuelve el problema.

Nótese que la característica corpuscular de la radiación da lugar al concepto de *quanta*, como se mostró en secciones previas, y luego al vínculo entre energía y frecuencia (expresión 1).

1.2.1.. El postulado de Broglie

El desarrollo de la mecánica cuántica inició, en gran medida, por una idea muy simple pero revolucionaria que fue expuesta en 1924 por Louis Victor de Broglie en su tesis doctoral, la cual se basó en el comportamiento dual onda-corpúsculo que exhibe la radiación electromagnética. En este contexto, de Broglie postuló la posibilidad de que también la materia tuviera un comportamiento dual, esto es que las entidades físicas que consideramos como partículas (electrones, átomos, bolas de billar, etc.) pudieran en determinadas circunstancias manifestar propiedades ondulatorias.

En secciones precedentes se ha descrito que la naturaleza corpuscular de la radiación electromagnética se pone en evidencia cuando se estudia su interacción con la materia (emisión y absorción) y algunos fenómenos que se estudian en detalle en secciones siguientes, como el efecto fotoeléctrico, el efecto Compton, la creación y aniquilación de pares, etc. Por otra parte, su naturaleza ondulatoria se manifiesta por la forma con que se propaga, dando lugar a los fenómenos de interferencia y difracción. Esta situación puede describirse estableciendo que la radiación electromagnética es una onda que al interactuar con la materia manifiesta un comportamiento corpuscular. De igual modo, podría también postularse -como lo hizo de Broglie- que consta de partículas (los fotones) cuyo movimiento está determinado por las propiedades de propagación de ciertas ondas que les están asociadas. De hecho, ambos puntos de vista son aceptables. En términos de la segunda alternativa, y razonando por analogía, de Broglie exploró la idea que el movimiento de una partícula estuviese gobernado por la propagación de ciertas ondas asociadas con ella. Ciertamente, es muy sugestivo el hecho que la constante de Planck juegue un rol crucial, tanto para el comportamiento de los electrones del átomo (como lo muestra claramente el éxito de la teoría de Bohr) como para la interacción de la radiación con la materia. En el caso de la radiación, la constante de Planck h está vinculada con los aspectos corpusculares de la misma. No es absurdo entonces especular sobre la posibilidad que en el caso de una partícula (masiva) como el electrón, h esté relacionada con algún tipo de comportamiento ondulatorio.

Cuando de Broglie publicó su trabajo aún no se habían observado comportamientos ondulatorios asociados con el movimiento de una partícula, aunque el tema había sido investigado en varias ocasiones. Pero esta falta de evidencia no es excluyente, pues si en esas ocasiones la longitud de onda hubiese sido muy corta no hubiera sido posible observar los aspectos ondulatorios. Por lo tanto, esta situación se da también en la óptica, donde para observar interferencia o difracción es preciso que las diferencias de caminos ópticos sean del orden de la longitud de onda de la luz empleada. Cuando esto no ocurre, la propagación de la luz se puede describir adecuadamente mediante la óptica geométrica, que es en esencia una teoría corpuscular.

Para determinar la longitud de onda, de Broglie procedió por analogía a lo que se hace con la radiación electromagnética, considerada como un conjunto de fotones. De acuerdo con la ecuación de Planck-Einstein (1), la frecuencia de un fotón de energía E es, como muestra la expresión 8:

$$v = \frac{E}{h} \quad (8)$$

Y a partir de esta expresión 8, La longitud de onda λ puede calcularse para el caso de fotones mediante la expresión 9:

$$\lambda = \frac{c}{v} = \frac{hc}{E} \quad (9)$$

Mientras, que para una onda de partículas materiales, cuyos *quanta* son de masa m , la longitud de onda se obtiene mediante la expresión 10:

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (10)$$

donde p es el momento lineal (o cantidad de movimiento) de la partícula, de masa m .

1.3.. Radiación electromagnética

1.3.1.. Movimiento ondulatorio

A partir de lo expuesto en las secciones previas, se cuenta con fundamentos sobre el concepto formal de onda. Asimismo, la experiencia cotidiana provee ejemplos (típicamente en el ámbito de la

física clásica) sobre el comportamiento ondulatorio. Por ejemplo: si se deja caer una piedra a un estanque, las ondas de agua se generan desplazándose radialmente hacia fuera, o bien al tocar la guitarra vibran las cuerdas y las ondas sonoras se extienden en la proximidad del instrumento, así también cuando una emisora de radio está transmitiendo, las ondas electromagnéticas se propagan a través del aire, o bien del vacío. Todos estos son ejemplos de movimiento ondulatorio y tienen en común dos importantes propiedades, a saber: la energía se traslada a puntos distantes y la perturbación se desplaza a través del medio sin que éste en su totalidad sufra ningún desplazamiento permanente.

A partir de la experiencia cotidiana, y del formalismo presentado en secciones previas, se establece que el movimiento ondulatorio consiste en la propagación de una propiedad física o una perturbación (variación de alguna magnitud física) descrita por un cierto campo, a través de un medio. El *campo* que describe la propiedad física puede ser:

- Un campo electromagnético (caso de ondas electromagnéticas) o, campo de partículas masivas, como electrones, protones, positrones, etc.
- El desplazamiento transversal de una cuerda, la deformación de un resorte, la presión de un gas, etc. (caso de ondas elásticas).

El medio que transmite las ondas puede ser el aire, una cuerda tensa, un líquido, etc. Inclusive el vacío (sólo para el caso de ondas electromagnéticas, o de partículas masivas).

En cualquiera de los casos, cabe remarcar que para ambos tipos de ondas -elásticas (de material) y electromagnéticas- las leyes que gobiernan su movimiento son las *Ecuaciones de Maxwell*, las que permiten describir la transmisión de energía y de cantidad de movimiento a distancia.

En términos generales, siempre puede describirse fenómenos en base a una perturbación ζ , tal como es el caso de la altura de una ola o la intensidad de un campo eléctrico oscilante, ya que éstos se propagan a través de un medio con una velocidad definida v sin distorsiones. La ecuación que gobierna la perturbación ζ está dada por la expresión 11:

$$\nabla^2 \zeta = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} \quad (11)$$

En la expresión 11 el símbolo ∇ ("nabla") indica el gradiente, o bien la derivada respecto de la posición, *i.e.* $\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ para el caso de coordenada cartesianas; mientras que el símbolo *cuadrado* (∇^2) representa la derivada segunda, respecto de las coordenadas dos veces; denominado *Laplaciano* en honor al matemático francés V. Laplace.

Nótese las particularidades de periodicidad de toda función ζ que sea solución de la ecuación 11, conocida como *ecuación de D'Alembert*, como indica la figura 1, donde a es el período.

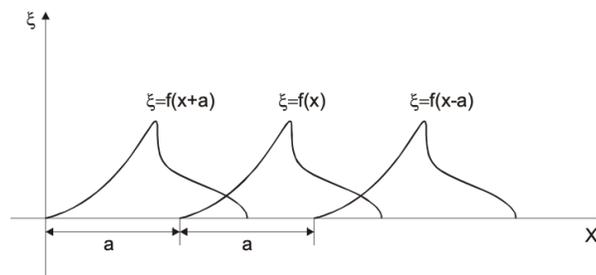


Figura 1. Onda unidimensional de período a .

Un caso de relevancia de la ecuación 11 es la expresión 12 conocida como *ecuación de Helmholtz*, y generaliza la ecuación del movimiento ondulatorio armónico como sigue:

$$\nabla^2 \zeta + \kappa^2 \zeta = 0 \quad (12)$$

donde κ se conoce como *número de onda*, como muestra la figura 2.

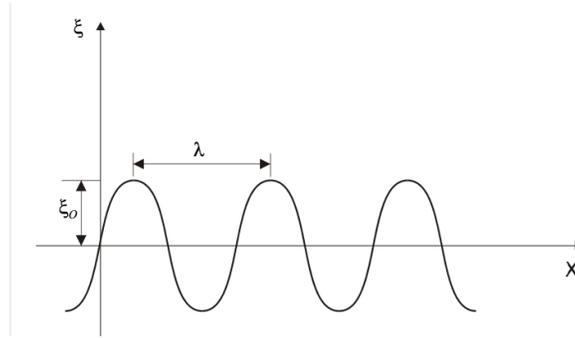


Figura 2. Onda unidimensional armónica de longitud de onda λ y amplitud ζ_0 .

Por último, se menciona la existencia de ondas no armónicas, las cuales pueden ser descritas como superposición (combinación) de ondas; para ello se recurre a métodos más sofisticados, como el análisis de Fourier, lo cual se encuentra fuera del propósito del presente trabajo.

1.3.2.. Ondas longitudinales y transversales

La perturbación ζ que se propaga dando lugar al movimiento ondulatorio, puede medirse/describirse por medio del desplazamiento de las partículas de un medio elástico, o bien por medio de las variaciones de una magnitud vectorial, como sucede en el caso de ondas electromagnéticas. En cualquiera de los casos puede suceder que los desplazamientos de las partículas en torno a su posición de equilibrio, o las variaciones de la magnitud vectorial, tengan la misma dirección que la propagación, o dirección normal (perpendicular) a la de propagación. En este contexto, se define los conceptos de *ondas longitudinales* y de *ondas transversales*.

Las ondas sonoras, por ejemplo, son longitudinales; mientras que las ondas electromagnéticas, en las que las magnitudes características de la perturbación son los campos eléctrico y magnético, son transversales. Los campos eléctrico y magnético son perpendiculares entre sí y están situados en un plano normal (perpendicular) a la dirección de propagación. Las ondas superficiales en líquidos poseen simultáneamente carácter longitudinal y transversal: tanto el desplazamiento vertical como el horizontal satisfacen la Ecuación de Ondas.

En el caso particular de las ondas transversales, la propiedad física que se propaga $\vec{\zeta}$, estando en un plano normal a la dirección de propagación, en general, no se mantiene en la misma dirección al propagarse, sino que el extremo del vector $\vec{\zeta}$ describe una hélice cilíndrica, de donde surgen los diversos tipos de polarización de las ondas, como indica la figura 3.

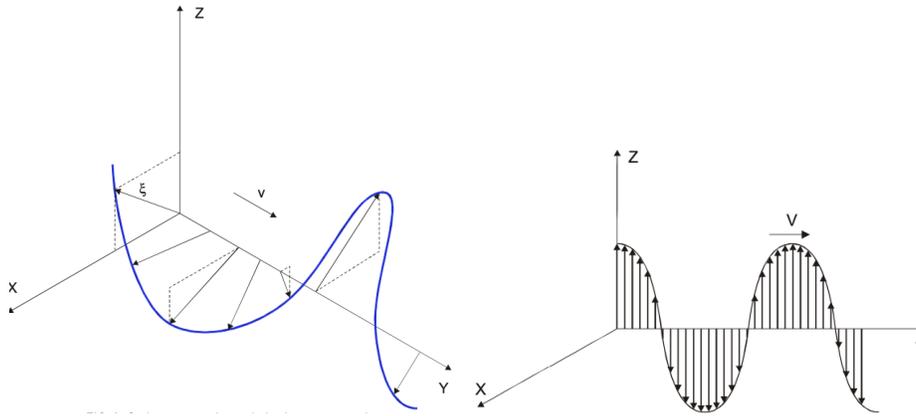


Figura 3. Onda transversal no polarizada (izquierda) y linealmente polarizada (derecha).

1.3.3.. Ondas electromagnéticas en el vacío: Ecuaciones de Maxwell

El comportamiento de las ondas electromagnéticas queda completamente descrito por el conjunto de ecuaciones conocido como *Ecuaciones de Maxwell*, y describen al electromagnetismo. De hecho, previo a las experiencias de Hertz, la existencia de ondas electromagnéticas había sido ya predicha por Maxwell, como resultado de un análisis de las ecuaciones del campo electromagnético, hoy conocido como *Ecuaciones de Maxwell*, postuladas hacia 1873 como muestran la expresiones en 13¹:

$$\begin{aligned}
 \nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) &= \rho(\vec{r}, t) \\
 \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0 \\
 \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0 \\
 \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) - \frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t) &= \vec{J}(\vec{r}, t)
 \end{aligned} \tag{13}$$

donde \vec{D} es desplazamiento eléctrico, \vec{B} es la inducción magnética, \vec{E} es campo eléctrico, \vec{H} es la excitación magnética, ρ es la densidad (volumétrica) de carga y \vec{J} es la densidad (superficial) de corriente; mientras que \vec{r} y t indican el vector posición y el tiempo; respectivamente. Además, se tiene que $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ y $\vec{B} = \mu \vec{H}$, donde ϵ y μ representan la permitividad absoluta y la permeabilidad relativa del medio; respectivamente.

1.3.4.. El espectro de ondas electromagnéticas

El término *espectro electromagnético* refiere al conjunto de las posibles longitudes de onda o de frecuencias de la radiación electromagnética. La longitud de onda λ , la frecuencia ν , o f y la energía E de un fotón están relacionadas por la ecuación 1, a partir de la cual puede introducirse la clasificación de la figura 4, cuyas siglas son:

¹Las ecuaciones de Maxwell se presentan por completitud, pero un estudio en detalle está fuera del propósito del presente trabajo.

γ	Rayos gamma
HX	Rayos X "duros "(Hard X-rays)
SX	Rayos X "blandos "(Hard X-rays)
EUV	Ultravioleta lejano (Extreme UltraViolet)
NUV	Ultravioleta cercano (Near UltraViolet)
NIR	Infrarrojo cercano (Near InfraRed)
MIR	Infrarrojo medio (Moderate InfraRed)
FIR	Infrarrojo lejano (Far InfraRed)

	f	λ	E
γ	300 EHz	1 pm	1,24 MeV
HX	30 EHz	10 pm	124 keV
SX	3 EHz	100 pm	12,4 keV
EUV	300 PHz	1 nm	1,24 keV
NUV	30 PHz	10 nm	124 eV
NIR	3 PHz	100 nm	12,4 eV
MIR	300 THz	1 μ m	1,24 eV
FIR	30 THz	10 μ m	124 meV
EHF	3 THz	100 μ m	12,4 meV
SHF	300 GHz	1 mm	1,24 meV
UHF	30 GHz	1 cm	124 μ eV
VHF	3 GHz	1 dm	12,4 μ eV
HF	300 MHz	1 m	1,24 μ eV
MF	30 MHz	1 dam	124 neV
LF	3 MHz	1 hm	12,4 neV
ULF	300 kHz	1 km	1,24 neV
ELF	30 kHz	10 km	124 peV
	3 kHz	100 km	12,4 peV
	300 Hz	1 Mm	1,24 peV
	30 Hz	10 Mm	124 feV

Figura 4. Espectro de ondas electromagnéticas.

Por su parte, el caso especial de la Luz Visible, corresponde al espectro electromagnético que se extiende desde los 780 nm de longitud de onda (frontera entre el rojo y el infrarrojo), hasta los 400 nm (extremo superior del violeta), por lo que la frecuencias ν está acotada por: $385THz < \nu < 750THz$,. como indica la figura 5.

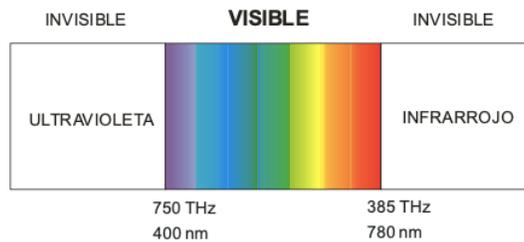


Figura 5. Espectro visible de ondas electromagnéticas.

1.4.. Teoría de los cuantos

En el capítulo previo se estudió el modelo atómico de Rutherford, el cual se muestra robusto para los experimentos de dispersión de partículas α , pero muestra también que no existe concepto de la física clásica que permita explicar el tamaño de los átomos. En términos del desarrollo histórico (cronológico) de la ciencia, resultó que aparentemente existía una constante de la naturaleza, que aún no se sabía cómo intervenía en la teoría, que determinaba ésta y otras propiedades no clásicas observadas en la materia y la radiación. Cuando Rutherford formuló su modelo ya se conocía esa constante: se trata de la *constante de acción de Planck*, que fuera introducida por Max Planck cuando presentó un artículo sobre la radiación de cuerpo negro en la Sociedad Física de Alemania, hacia fines de 1900. En la presente sección, se presentará evidencias de la naturaleza universal de dicha constante, en lo referente a fenómenos en los que interviene la radiación electromagnética.

1.4.1.. Radiación de cuerpo negro: Teoría de Planck

A partir de principios de mecánica estadística, puede mostrarse que la cantidad de modos de radiación electromagnética de frecuencia comprendida entre ν y $\nu + d\nu$, que se denomina $N(\nu)$, presente en una cavidad de volumen V está dada por la expresión 14:

$$N(\nu) d\nu = \frac{8\pi V}{c^3} \nu^2 d\nu \quad (14)$$

Luego, aplicando el teorema de equipartición, según el cual a cada modo de oscilación del campo electromagnético le corresponde en el equilibrio una energía media $E = k_B T$ (k_B es la constante de Boltzmann), lleva a la distribución espectral de tipo Rayleigh-Jeans, *i.e.*:

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} E d\nu = \frac{8\pi\nu^2 k_B T}{c^3} d\nu \quad (15)$$

donde $u(\nu, T)$ es la densidad de energía (energía por unidad de volumen) en el intervalo de frecuencia $(\nu, \nu + d\nu)$.

La expresión 15 contradice los resultados experimentales y es absurda, ya que al integrarla sobre todas las frecuencias predice una densidad de energía divergente; lo que recibió el nombre de *catástrofe ultravioleta*, la cual fue en su momento -preliminarmente- resuelta/esquivada por la conocida *Ley de Wien*. Sin embargo, Planck propuso un formalismo que describía perfectamente los datos experimentales, por medio de la expresión 16:

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu \quad (16)$$

La expresión 16 es célebremente conocida como la *distribución de Planck*. Ajustando la expresión 16 a las distribuciones espectrales observadas en la época, Planck determinó el valor de h (denominada constante de Planck) como $6,55 \times 10^{-27} \text{ erg s}$, un valor muy cercano al actual.

A partir de lo expuesto en la presente sección, puede establecerse en *postulado de Planck* como sigue:

Cualquier ente físico con un grado de libertad mecánico, cuya coordenada generalizada realiza oscilaciones armónicas simples, sólo puede poseer valores discretos de la energía, dados por: $E_n = n h \nu$, donde $n = 0, 1, 2, \dots$, ν es la frecuencia de la oscilación y h es una constante universal.

Si la energía del ente obedece el postulado de Planck, se dice que *está cuantizada*, y los niveles de energía permitidos se denominan *estados cuánticos*, mientras que el número entero n se denomina *número cuántico*.

Cabe subrayar que Planck restringió la cuantización de la energía a las oscilaciones de los electrones radiantes de la pared de la cavidad del cuerpo negro, pues pensaba que una vez emitida, la energía electromagnética se esparcía por el espacio en forma de ondas. La extensión de la cuantización de la energía a la radiación misma se debe a Einstein, quien (como se describirá en la siguiente sección 1.5. al tratar el efecto fotoeléctrico) propuso que la energía radiante está cuantizada en paquetes concentrados que hoy llamamos *fonones* o *cuantos de luz*.

1.5.. Efecto fotoeléctrico

Originalmente, el efecto fotoeléctrico fue un descubrimiento realizado por Hertz en 1887, al observar que una descarga eléctrica entre dos electrodos se produce con mayor facilidad si se ilumina uno de éstos con luz ultra-violeta. Sin embargo, la explicación al fenómeno se logró tiempo después, gracias a aportes de Hallwachs (1888), Thomson (1899), Lenard (1900); y finalmente fue Einstein (1905) quien sentó las bases teóricas del fenómeno de que la luz ultravioleta facilita la descarga porque provoca la emisión de electrones desde la superficie del cátodo, junto a algunas características de la emisión.

1.5.1.. Evidencia fenomenológica del efecto fotoeléctrico

La Figura 6 muestra el esquema típico del efecto fotoeléctrico.

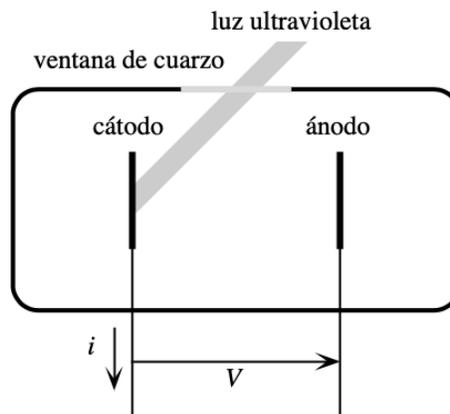


Figura 6. Esquema típico del efecto fotoeléctrico.

Los resultados del experimento se muestran en la Figura 7, donde se reporta la medición de la corriente (fotoeléctrica) en función de la diferencia de potencial V aplicada entre cátodo y ánodo.

Nótese que aplicando diferencia de potencial V suficientemente alta, la corriente alcanza un estado de régimen estable, de valor a para i_a y b para i_b . Este régimen se alcanza una vez que prácticamente todos los electrones emitidos por el cátodo son colectados por el ánodo. Los valores asintóticos de corriente, a y b se conocen como *corriente de saturación*, la cual depende de -y puede verificarse que es, de hecho, proporcional a- la intensidad del haz de luz que incide sobre el cátodo. Cuando se invierte la diferencia de potencial, *i.e.* para V negativo, la corriente no cae de inmediato

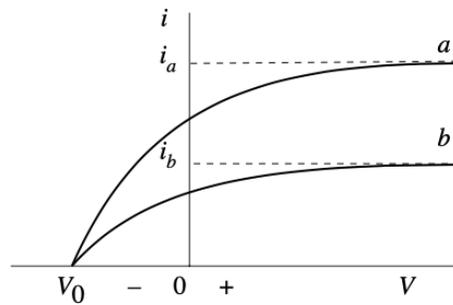


Figura 7. Corriente fotoeléctrica en función de la diferencia de potencial iluminando (curva i_a) o sin iluminar (curva i_b) con luz ultra-violeta.

a cero, lo que motiva/sugiere que los electrones son emitidos con cierta energía cinética, de modo que algunos alcanzan el otro electrodo a pesar de que el campo eléctrico se opone a su movimiento. Sin embargo, aumentando la diferencia de potencial negativa, se llega a un cierto valor negativo de V , indicado como V_0 y denominado *potencial de frenado*, se verifica que efectivamente la corriente fotoeléctrica se anula.

Según la expresión 2, la energía cinética máxima de los fotoelectrones E_{max} está dada por:

$$E_{max} = q_e V_0 \quad (17)$$

Y, debe remarcarse que E_{max} es independiente de la intensidad de la luz utilizada para iluminar los electrodos.

Millikan estudió, hacia 1914, en detalle el comportamiento del potencial de frenado V_0 como función de la frecuencia ν de la luz utilizada obteniendo el resultado reportado en la Figura 8.

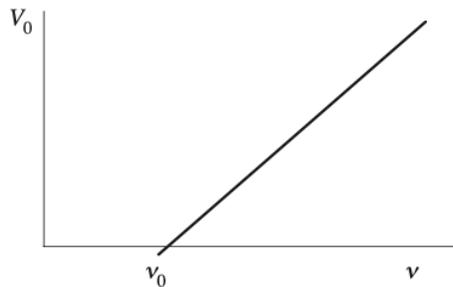


Figura 8. Potencial de frenado en función de la frecuencia de la luz utilizada.

En este caso, los estudios de Millikan muestran que hay un valor de la frecuencia, denominado *frecuencia de corte* ν_0 claramente identificable, la que depende del material del cátodo, y Millikan demostró que para frecuencias menores a ν_0 no se observa efecto fotoeléctrico.

A partir del trabajo de Millikan, es posible establecer tres aspectos fundamentales del efecto fotoeléctrico que no pueden explicarse en términos de la teoría ondulatoria clásica de la luz, a saber:

- Según la teoría ondulatoria, la intensidad del haz de luz es proporcional al cuadrado de la amplitud $|\vec{E}|$ del campo eléctrico oscilante de la onda. Como la fuerza sobre el electrón es $|\vec{F}| = q_e |\vec{E}|$, la energía cinética de los fotoelectrones debería aumentar con la intensidad del haz, pero el experimento muestra que E_{max} es independiente de la intensidad de la luz.

- Según la teoría ondulatoria el efecto fotoeléctrico debería ocurrir para cualquier frecuencia, siempre que el haz de luz tenga suficiente intensidad como para suministrar la energía necesaria para emitir los fotoelectrones. Pero, contrariamente, el experimento muestra que para cada superficie hay una frecuencia de corte ν_0 , por debajo de la cual no hay efecto fotoeléctrico, independientemente de la intensidad del haz de luz.
- Si la energía que adquiere el fotoelectrón es absorbida de la onda, debe tenerse presente que la sección eficaz de absorción para un electrón en un metal difícilmente sea mucho mayor que la sección eficaz de un átomo. Por otra parte, en la teoría clásica, la energía lumínica está uniformemente distribuida sobre el frente de onda. Por tanto, si la intensidad de la luz es baja, debería existir un tiempo de retraso -medible- entre el instante en que la luz comienza a incidir sobre el cátodo y el momento en que es emitido el fotoelectrón, pues durante ese intervalo el electrón estaría absorbiendo la energía del haz hasta acumular la necesaria para escapar. Tal retraso, nunca fue observado.

1.5.2.. Teoría cuántica del efecto fotoeléctrico

En 1905 Einstein, motivado por trabajos previos de Lenard y aprovechando los estudios de Planck sobre la cuantización, propuso reconsiderar -de hecho cuestionar- la validez de la teoría clásica de la luz y, tal como se indicó en la sección previa, varios años antes de que Millikan realizara sus exhaustivos experimentos, propuso que la energía lumínica está cuantizada en paquetes concentrados, a los que hoy se denominan *fonones*. El sustento argumental que propuso Einstein se basaba en los experimentos de interferencia y difracción de la luz, que dan sustento a la teoría ondulatoria. Dichos experimentos se llevaron a cabo en condiciones en que la cantidad de fonones involucrada es extremadamente grande, y consecuentemente los resultados representan el promedio de los comportamientos de los fonones individuales, no así el comportamiento individual; lo que explica la razón por la que los experimentos de interferencia y difracción no manifiestan la naturaleza cuántica de los fonones.

Einstein propuso que si la energía contenida en las ondas electromagnéticas de frecuencia ν sólo puede ser un múltiplo entero de $h\nu$, entonces en el proceso de emisión se producen cuantos de energía electromagnética, cada uno de los cuales porta una energía $h\nu$. Einstein supuso que los cuantos se localizan inicialmente en una pequeña región del espacio, y que se mantienen localizados mientras se alejan de la fuente con la velocidad c , y la energía de cada paquete está relacionada con su frecuencia de acuerdo con la ecuación 1 indicada en secciones precedentes. También supuso que en el efecto fotoeléctrico cada fotón es completamente absorbido por un electrón del material iluminado (irradiado). Por lo tanto, cuando un electrón es emitido por el fotocátodo, su energía cinética E resulta como muestra la expresión 18:

$$E = h\nu - w \quad (18)$$

donde w representa el trabajo necesario para extraer el electrón del material irradiado.

Extracción de electrones de superficie de materiales

El trabajo w representa el efecto de los campos eléctricos atractivos debidos a los átomos de la superficie y las pérdidas de energía cinética del electrón causadas por las colisiones que sufre hasta ser eyectado de la superficie. Algunos electrones, ligados más fuertemente que otros, sufren más colisiones en el trayecto. Por lo tanto, se propone que existe una cierta energía cinética máxima con la cual un fotoelectrón puede ser emitido, que se tiene cuando la energía de unión del electrón es la mínima posible y cuando éste no pierde energía cinética por colisiones. La energía cinética máxima E_{max} se obtiene según la fórmula 19:

$$E_{max} = E_{max}(\nu) = h\nu - w_0 \quad (19)$$

donde w_0 es la *función trabajo* y representa la energía mínima necesaria para extraer un electrón del material, ergo una propiedad del cátodo.

En el contexto de la teoría cuántica de Einstein, se re-evalúa los tres aspectos críticos considerados previamente:

- En primer lugar, E_{max} es independiente de la intensidad de la luz, tal como se indica en la expresión 19. De acuerdo con la teoría de Einstein, la intensidad de la luz es proporcional al número de fotones que llegan a la superficie (por unidad de tiempo y de área), por lo tanto la corriente fotoeléctrica es proporcional a la intensidad, pero cada proceso individual de emisión es independiente de la intensidad y sólo depende de la frecuencia de la radiación ν .
- La existencia de una frecuencia de corte, es también una consecuencia de la expresión 19. De hecho, para cada material, existe una frecuencia ν_0 tal que: $h\nu_0 = w_0$. Para la frecuencia ν_0 , $E_{max}(\nu_0) = 0$. Es decir, un fotón de frecuencia ν_0 tiene justamente la energía suficiente para extraer un fotoelectrón, sin que le sobre nada que pueda proporcionar energía cinética del electrón. Si $\nu < \nu_0$, el fotón no tiene energía suficiente para extraer fotoelectrones, y consecuentemente no hay efecto fotoeléctrico, independientemente de la intensidad del haz de luz.
- La ausencia del tiempo de retraso también puede explicarse con la teoría cuántica de Einstein, ya que la energía necesaria para que un electrón sea emitido es suministrada por el fotón *en paquetes* concentrados. Luego, cuando el fotocátodo es iluminado, hay -al menos- un fotón que puede ser absorbido provocando consecuentemente la emisión de un fotoelectrón. Para ello, se sustituye $E_{max} = q_e V$ (expresión 17) en la ecuación 19 obteniendo la fórmula 20:

$$V = \frac{h\nu}{q_e} - \frac{w_0}{q_e} \quad (20)$$

Entonces, la teoría de Einstein predice que el potencial de frenado w_0 es una función (lineal) de la frecuencia ν , lo cual se muestra en perfecto acuerdo con los resultados experimentales reportados en la Figura 8, por medio de la pendiente de la curva experimental puede determinarse la relación 21:

$$\frac{h\nu}{q_e} = 3,9 \times 10^{15} \text{ V s} \quad (21)$$

lo cual permite estimar el valor de la constante de Planck h conociendo el valor de la carga elemental q_e .

Por tanto, debe remarcarse: *para que un fotón pueda ser absorbido, como ocurre en el efecto fotoeléctrico, se requiere que el electrón esté ligado a un átomo*. Un electrón libre no puede absorber un fotón ya que, como en tal proceso, no se puede conservar simultáneamente la energía y el momento lineal (de hecho, por la misma razón un electrón libre tampoco puede emitir un fotón). Para que el electrón absorba (o emita) un fotón debe intervenir en él una tercera partícula, pues sólo así es posible conservar tanto la energía como el momento lineal. Debido a la gran masa de un átomo, el sistema puede absorber el momento lineal necesario para el balance sin adquirir una cantidad apreciable de energía. Por lo tanto la ecuación de la energía (19) sigue siendo válida, y el efecto es posible porque además del electrón emitido existe una partícula pesada que absorbe al momento lineal necesario para conservar el impulso. Para fotones de energía comparable a la de los rayos X o superiores, el efecto fotoeléctrico es un mecanismo importante de absorción. A energías todavía mayores se vuelven importantes otros procesos que estudiaremos aún más adelante. Por último, cabe subrayar que en el modelo de Einstein un fotón de frecuencia ν tiene exactamente la energía $h\nu$, y no múltiplos enteros de $h\nu$. Según el modelo de Einstein, la radiación de la cavidad de un cuerpo negro constituye un *gas de fotones*. Aplicando este concepto, mucho tiempo después de la deducción de Planck, Bose obtuvo las mismas fórmulas.

1.6.. Efecto Compton

En 1923 los experimentos de Arthur Compton proveyeron una nueva confirmación de la naturaleza corpuscular de la radiación. Compton hizo incidir un haz colimado de rayos X de longitud de onda λ bien definida sobre un blanco de grafito y determinó la intensidad y la longitud de onda de los rayos dispersados en varias direcciones. Se observó que aunque el haz incidente consiste esencialmente de una única longitud de onda, en los rayos X dispersados en direcciones que forman un ángulo θ no nulo con la dirección del haz, aparecen dos longitudes de onda: una es la misma λ de la radiación incidente y la otra, λ' , es mayor, esto es $\lambda' = \lambda + \Delta\lambda$, donde $\Delta\lambda > 0$. Este corrimiento $\Delta\lambda$, denominado *corrimiento Compton*, varía con el ángulo en que se observan los rayos X dispersados.

La presencia de una longitud de onda diferente de la radiación incidente en la radiación dispersa no puede explicarse si se considera la radiación X como una onda electromagnética clásica, ya que de acuerdo con el electromagnetismo clásico, el campo eléctrico de la onda incidente, que oscila con la frecuencia ν , actúa sobre los electrones libres del blanco y los fuerza a oscilar con esa misma frecuencia. Los electrones oscilantes irradian en todas las direcciones ondas electromagnéticas, de frecuencia igual a la de la oscilación.

Por lo tanto, según la teoría clásica, la radiación dispersa tiene la misma frecuencia y longitud de onda que la radiación incidente. Ante estos hechos, Compton (y también independientemente P. Debye) interpretó los resultados del experimento suponiendo que la radiación X incidente está compuesta por fotones, cada uno de los cuales lleva una energía $E = h\nu$ y que esos fotones chocan con los electrones libres del blanco. Según este punto de vista, los fotones que han chocado constituyen la radiación dispersa. Como en la colisión el fotón cede parte de su energía al electrón, el fotón dispersado debe tener una energía menor, $E' < E$, luego una frecuencia menor $\nu' = \frac{E'}{h}$ y entonces una longitud de onda mayor $\lambda' = \frac{c}{\nu'}$. Así se explica cualitativamente el corrimiento $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$.

Los experimentos indican que la frecuencia de la radiación dispersa es independiente del material del blanco, lo que significa que la colisión no involucra átomos completos. Por lo tanto Compton supuso que la dispersión se debe a la colisión entre un fotón y un particular electrón del blanco, y además supuso que los electrones que participan en estos procesos se pueden considerar libres e inicialmente en reposo. Es posible justificar estas suposiciones teniendo en cuenta que la energía de un fotón X es varios órdenes de magnitud mayor que la de un fotón ultravioleta, y al estudiar el efecto fotoeléctrico vimos que esta última es comparable a la energía mínima con la cual un electrón está ligado a un material (metal, en particular).

Un análisis cuantitativo muestra que la colisión entre un fotón y un electrón, como muestra la Figura 9, presupone que el fotón es una partícula de energía $E = h\nu$ que se mueve con la velocidad de la luz, es evidente que su masa en reposo debe ser nula, por lo tanto su energía total relativista es puramente cinética.

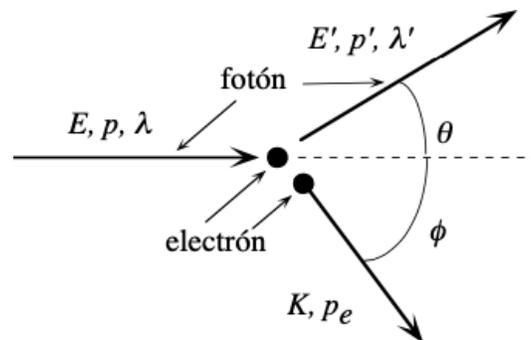


Figura 9. Esquema del efecto Compton.

El momento lineal del fotón puede obtenerse de la relación general entre la energía relativista E , el momento lineal p y la masa en reposo m está dado por la expresión 22:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (22)$$

Para un fotón $m = 0$, entonces: $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$.

Al respecto, vale indicar que el electromagnetismo clásico conduce también a la relación $p = \frac{E}{c}$ donde p y E son respectivamente el momento lineal y la energía de la radiación, por unidad de volumen.

La conservación del momento lineal implica (véase Figura 9):

$$\begin{aligned} p &= p' \cos(\theta) + p_e \cos \phi \\ p' \sin(\theta) &= p_e \sin \theta \end{aligned} \quad (23)$$

donde p' y p_e son los momentos lineales (o cantidades de movimiento) del fotón y del electrón, respectivamente; luego de la colisión y θ , ϕ son los ángulos entre p y p' , p_e , respectivamente.

Resolviendo el sistema de ecuaciones 23, se obtiene:

$$p^2 + p'^2 - 2pp' \cos(\theta) = p_e^2 \quad (24)$$

Mientras que la conservación de la energía relativista total es:

$$E + m_e c^2 = E' + m_e c^2 + K \quad (25)$$

donde K es la energía cinética del electrón después de la colisión dada por la expresión 26:

$$c(p - p') = K \quad (26)$$

De donde se obtiene la relación entre las longitudes de onda dada por la expresión 27:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\theta)) \quad (27)$$

Es decir, la expresión 27 representa la conservación de la energía y del momento lineal en la colisión, y se conoce como *ecuación de Compton*. La cantidad $\lambda_C \equiv \frac{h}{m_e c} = 2,42631058 \times 10^{-10} \text{ cm}$ se denomina longitud de onda Compton del electrón.

Puede observarse que el corrimiento Compton depende solamente del ángulo de dispersión θ , y es independiente de la longitud de onda del fotón incidente. La ecuación de Compton describe correctamente los corrimientos observados. De acuerdo con la teoría de Compton, $\Delta\lambda$ varía desde 0 para $\theta = 0$ (que corresponde a una colisión rasante en la que el fotón incidente no sufre desviación) hasta $2\lambda_C$ para $\theta = \pi$ (colisión frontal, en la cual el fotón regresa en la misma dirección desde la cual proviene). En experimentos posteriores Compton y A. Simon (1925) detectaron también el electrón de retroceso que resulta de la colisión y comprobaron que aparece simultáneamente con la radiación X dispersada. También verificaron la predicción sobre la energía y dirección de movimiento del electrón dispersado. Por tanto, quedaron reivindicadas las ideas de Einstein otorgando sustento prácticamente definitivo a la teoría cuántica en relación con la naturaleza de los fotones.

1.7.. Producción y aniquilación de pares

Además del efecto fotoeléctrico y el efecto Compton, existe -al menos- otro proceso mediante el cual un fotón de alta energía puede perder su energía al interactuar con la materia. Se trata de la creación de pares, que es un ejemplo de conversión de la energía radiante en energía de masa en reposo y energía cinética de partículas. A continuación se describe, brevemente, el proceso de creación de pares, así como el proceso inverso, conocido como aniquilación de pares, sin embargo debe remarcarse que sólo se presenta un tratamiento no relativista, ya que un abordaje completo, basado en teoría cuántica relativista, está fuera del alcance de este libro.

1.7.1.. Producción de pares

Actualmente existe una amplísima evidencia experimental acerca de la creación de pares, pero no existe explicación de este fenómeno en la física clásica. La Figura 10 muestra un esquema de un proceso de creación de pares, el que consiste -básicamente- en que un fotón pierde toda su energía ($h\nu$) en una colisión con un núcleo, creando un par de partículas integrado por un electrón y un positrón y dándoles además cierta energía cinética. El positrón es una (anti)partícula idéntica en todas sus propiedades al electrón, excepto que el signo de su carga (y de su momento magnético) es opuesto al del electrón, esto es, el positrón es un electrón con carga positiva en lugar de negativa. El positrón es lo que se denomina la *antipartícula* del electrón. La teoría cuántica de campos predice que cada partícula tiene una correspondiente antipartícula, y esta predicción se ha verificado siempre. En general, cuando se habla de *par* se entiende un par formado por una partícula y su correspondiente antipartícula. En la creación de pares electrón-positrón la energía involucrada en el retroceso del núcleo es despreciable debido a su masa, y por lo tanto el balance de la energía (relativista) está dada por la expresión 28:

$$h\nu = E_e + E_p = (m_e c^2 + E_e) + (m_p c^2 + E_p) = 2m_e c^2 + E_e + E_p \quad (28)$$

donde los subíndices (e y p) indican *electrón* y *positrón*. La energía cinética del positrón E_p es ligeramente mayor que la del electrón E_e debido a que la carga positiva del núcleo acelera al positrón y frena al electrón. La carga eléctrica total se conserva, pues el fotón no tiene carga y la carga neta del par es nula.

A partir de los balances de energía y momento lineal puede verificarse que un fotón no puede desaparecer en el vacío creando un par, es decir es necesaria la presencia del núcleo (que puede absorber momento lineal sin afectar sensiblemente el balance de energía) para permitir la conservación simultánea del impulso y la energía. Partiendo de la expresión 28 se verifica que hay una energía mínima (umbral) que debe tener el fotón para crear un par dada por la expresión 29:

$$h\nu_{min} = 2m_e c^2 = 1,022 MeV \quad (29)$$

que corresponde a una longitud de onda $\lambda = \frac{\lambda_c}{2} = 0.012 \text{ \AA}$. Si la longitud de onda del fotón es menor que este valor, el fotón crea el par con energía cinética no nula.

Por tanto, la creación de pares es un fenómeno de alta energía, que ocurre con rayos X cortos o rayos γ . Se observa en la naturaleza debido a los fotones de alta energía de los rayos cósmicos y a los rayos γ emitidos por sustancias radioactivas, y en el laboratorio debido a los fotones de *bremsstrahlung* (radiación de frenado) producidos en los aceleradores de partículas.

Si el fotón tiene suficiente energía es posible crear otros pares partícula-antipartícula, por ejemplo pares protón-antiprotón, y otros más. Como la masa en reposo del electrón es la menor entre las partículas posibles, el umbral para la creación de pares electrón-positrón es el más bajo.

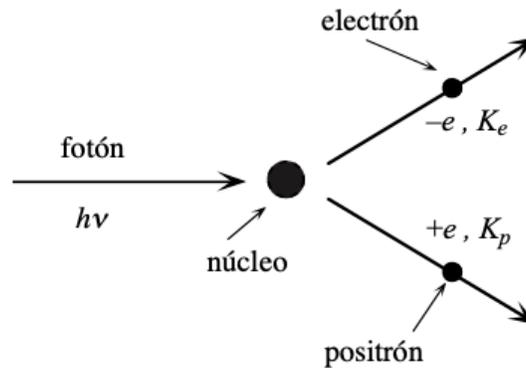


Figura 10. Esquema de la producción de pares.

1.7.2.. Aniquilación de pares

El proceso inverso a la creación de pares es la aniquilación de pares. Si una partícula y su antipartícula, por ejemplo un electrón y un positrón se encuentran inicialmente en reposo y próximos entre sí, se unen y se aniquilan mutuamente. En este proceso desaparece la materia y en su lugar aparece energía radiante. Puesto que el momento lineal inicial del conjunto es nula, y el proceso debe conservarlo, no es posible crear un único fotón. El proceso más probable es la creación de dos fotones, con cantidades de movimiento iguales pero de signo opuesto. Pero también es posible, aunque mucho menos probable, la aniquilación con creación de tres (o más) fotones.

Considérese para la aniquilación con creación de dos fotones la conservación del momento lineal, entonces se requiere $p = p'$. Como para un fotón $p = \frac{h\nu}{c}$, lo anterior implica $\nu = \nu'$. Debido a que las energía cinética de las partículas del par son nulas, la conservación de la energía requiere:

$$h\nu = m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV} \quad (30)$$

O bien, una longitud de onda λ dada por la ecuación 31:

$$\lambda = \frac{h}{m_e c} = \lambda_c \quad (31)$$

Los positrones que se crean en el proceso de producción de pares pierden energía al atravesar la materia en sucesivas colisiones, hasta que se combinan con un electrón para formar un sistema ligado denominado positronio, en el cual el electrón y el positrón se mueven alrededor de su centro de masa común. El positronio tiene una vida muy corta ya que en un tiempo de alrededor de 10^{-10} s desde su formación, el electrón y el positrón se aniquilan.

1.8.. Ondas materiales

1.8.1.. Introducción

A partir de los conceptos estudiados en secciones previas, se enumera a continuación algunos aspectos básicos en experiencias cotidianas con fenómenos ondulatorios, en particular aquellos que involucran ondas de materia, i.e. desplazamiento de materia:

- Lanzamiento de una piedra a un estanque dando lugar a la formación de ondas que se propagan por la superficie del agua.
- Provocar vibraciones en el extremo de una cuerda para la formación de ondas que se propagan por toda la cuerda.

- El sonido mismo, que se propaga en el aire por medio de ondas.

Analizando los ejemplos mencionados, cabe indicar que:

- Las moléculas del agua con las que impacta el objeto lanzado (piedra) constituyen el *foco* donde comienzan las vibraciones verticales y luego horizontales por transmisión a las moléculas de las proximidades. La perturbación se propaga gracias a la elasticidad del medio y genera un movimiento ondulatorio.
- En el extremo de la cuerda (o en el punto donde se provoca la vibración), también actuando como *foco*, se produce una vibración vertical que se propaga horizontalmente por toda la cuerda debido a la elasticidad del medio.
- Por último, las moléculas de aire próximas a la membrana del parlante/altavoz, que actúa como *foco*, repiten el movimiento de ésta y vibran hacia delante y hacia atrás. Esta vibración se propaga por el aire en todas las direcciones.

1.8.2.. El fenómeno de producción y propagación del sonido

En la experiencia cotidiana, se escucha continuamente distintos tipos de sonidos alrededor: desde el sonido del despertador, la música en la radio o la voz de las personas.

Cabe preguntarse: cómo se genera el sonido? y cómo es posible que sea percibido a distancia? Para que exista sonido debe producirse una vibración, la que puede representarse como ondas viajeras a través del medio, usualmente el aire. Por ello, se trata de un fenómeno ondulatorio. En este contexto, el objeto o elemento que vibra y origina el sonido se llama *f fuente sonora*.

De este modo, cuando los instrumentos de música vibran, hacen que el aire a su alrededor también vibre, y así se transmite el sonido. Pero el sonido no sólo viaja a través de un elemento gaseoso, como el aire; estas vibraciones también pueden trasladarse al agua o a algún otro material sólido como el metal o la madera.

El lanzamiento de un objeto en un estanque es un ejemplo especialmente útil, ya que permite apreciar fácilmente los conceptos ondulatorios involucrados. Se observa que el movimiento se expande, o propaga, en forma de círculos en la superficie del agua, o líquido, es decir que forma una onda. De la misma manera, al tocar un instrumento de cuerdas, éstas se mueven y generan vibraciones en el aire que se propagan en todas direcciones.

Entonces, debe remarcarse que las ondas sonoras necesitan un medio material para propagarse. Pueden transmitirse en elementos en estado gaseoso, como el aire, pero también en estado líquido, como el agua, o incluso en estado sólido, como la madera o una pared de concreto.

Existe un fenómeno relevante, que es el *rebote* de las ondas sonoras en ciertas superficies, lo cual recibe el nombre de *reflexión del sonido*. Las ondas sonoras se comportan de distinta manera según las características del material con el que se encuentran. En general, el sonido se refleja al chocar contra materiales lisos, pesados y rígidos, como una columna de mármol. Por el contrario, los materiales blandos, rugosos y porosos, como telas gruesas, corchos o algodón, absorben las ondas sonoras. Por ello, estos elementos tienden a silenciar los sonidos. Cuando se precisa que un ambiente tenga mejor acústica, es decir, que los sonidos se escuchen mejor, se utilizan este tipo de componentes.

Tal como se mencionó previamente, las ondas sonoras se propagan a distinta velocidad según la elasticidad del medio. El sonido se transmite mejor por los sólidos que por los líquidos, y por éstos mejor que por los gases, como el aire. El sonido se propaga en un mismo medio homogéneo a velocidad constante, es decir, con movimiento uniforme. La velocidad del sonido en el medio material (por ejemplo, el aire), depende de la temperatura, ya que la densidad del medio cambia con en función de la temperatura.

1.8.3.. Propiedades del sonido

Las ondas sonoras, como tales, pueden reflejarse y refractarse, lo que origina fenómenos muy interesantes.

Reflexión del sonido

Cuando las ondas sonoras se encuentran con un obstáculo, cambian de dirección y se reflejan. La reflexión del sonido da lugar al eco y a la reverberación.

- **Eco:** El oído humano es capaz de distinguir dos sonidos si se perciben con una diferencia de una décima de segundo. Para que exista eco, la superficie reflectante debe estar alejada, como mínimo, 17 m, ya que el sonido, al propagarse a 340 m/s, recorrerá en una décima de segundo los 34 m del camino de ida y vuelta que hay entre observador y reflector.
- **Reverberación:** Se produce cuando la distancia es menor de 17 m, como ocurre, por ejemplo, en un recinto sin amueblar: el sonido reflejado y el directo se superponen, lo que da lugar a un único sonido prolongado. Se evita instalando materiales aislantes del sonido en las paredes. En principio, la persistencia del sonido en el interior de un recinto a causa de las reflexiones contra las paredes refuerza la intensidad del sonido, pero, si es persistente, un sonido se superpone al emitido a continuación, dificultando la audición. Es una mezcla del fenómeno de la reflexión y de las interferencias de la onda sonora.

Refracción del sonido

El sonido se refracta al pasar de unas capas de aire a otras con distintas temperaturas. Esto origina una diferencia de densidades y hace, por tanto, que la velocidad de propagación sea diferente.

1.8.4.. Propiedades físicas del sonido y unidades

Los sonidos se distinguen por las siguientes cualidades: *intensidad física, tono y timbre*.

Intensidad física

La intensidad física I se define como la energía E que pasa en un segundo a través de la unidad de superficie S de área A , colocada perpendicularmente a la dirección de propagación del sonido, como indica la expresión 32

$$I = \frac{E}{At} = \frac{P}{A} \quad (32)$$

donde t el tiempo y P la potencia (energía por unidad de tiempo), y las unidades de I usualmente son W/m^2 . Debe remarcarse que la expresión 32 aplica a todo tipo de ondas, no sólo de materia.

No existe proporcionalidad entre la intensidad física I de un sonido y la sonoridad que origina en el oído. Dos fuentes sonoras idénticas que actúan de forma simultánea no producen una sensación doble. El nivel de intensidad sonora se mide en decibelios (dB). El valor cero de sonoridad o umbral de audición corresponde a la intensidad física mínima que puede percibir el oído humano. Si la intensidad se hace diez veces mayor, la sonoridad aumenta en 10 dB. La sonoridad máxima que el oído puede tolerar, o umbral del dolor, es de 120 dB.

Timbre

Dos sonidos de la misma intensidad y del mismo tono pueden diferenciarse por el timbre, cualidad que hace posible distinguir una fuente sonora de otra. Si un diapasón, una trompeta y un violín

emiten la misma nota, la amplitud y la frecuencia de las tres ondas pueden ser idénticas; sin embargo, se distingue perfectamente un instrumento de otro, como indica la figura 11, ya que se trata de diferentes formas (estructuras) de las ondas, lo que se conoce como *timbre*.

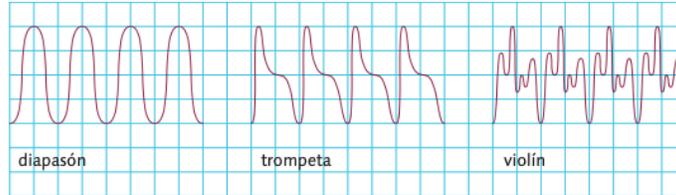


Figura 11. Ondas de diferentes fuentes (instrumentos).

Tono

El tono permite distinguir los sonidos agudos de los graves, tal como muestra la figura 12.

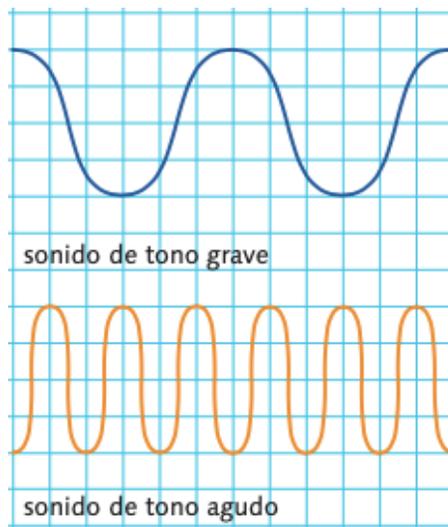


Figura 12. Ondas de diferentes tonos.

El tono de un sonido depende de su frecuencia, que se mide en Hertz (Hz). Los sonidos graves tienen frecuencias cortas, mientras que los sonidos agudos, elevadas. El oído humano no percibe todos los sonidos que le llegan, sólo los que poseen frecuencias comprendidas entre 20 Hz y 20000 Hz; aproximadamente.

Los sonidos con frecuencias superiores a 20000 Hz se denominan *ultrasonidos*, y los que están por debajo de los 20 Hz, *infrasonidos*. Los ultrasonidos transportan gran cantidad de energía y pueden ser dirigidos en haces estrechos, lo que permite su uso en variadas y destacadas aplicaciones, como:

- En medicina se emplean ultrasonidos de baja energía para obtener ecografías y para aliviar dolores de lumbago, tendinitis, etc.; los de alta energía se usan para destruir piedras de la vesícula y del riñón (litotricia).
- Los ultrasonidos también se usan para estudiar el relieve oceánico, localizar bancos de peces, esterilizar conservas, etcétera.

1.9.. Aplicaciones de radiaciones en Medicina

1.9.1.. Aplicaciones de ondas materiales en Medicina

Los ultrasonidos son ondas longitudinales cuya dirección de propagación es paralela a la dirección de desplazamiento de las moléculas del medio, luego, al igual que los sonidos, necesitan un medio de propagación, pero se diferencian de éstos porque tienen frecuencia e intensidad más elevada.

El hecho de tener esta alta intensidad y frecuencia es debido a que los ultrasonidos se producen en haces estrechos, es decir, con una sección transversal mucho menor que en el caso de los sonidos y por tanto estas ondas transportan más energía que el resto de ondas sonoras. Al disminuir la sección transversal aumenta la intensidad, es decir, son inversamente proporcionales, como muestra la expresión 32.

La importancia de los ultrasonidos radica en que permiten la reflexión de los pulsos aún en los límites entre materiales de aproximadamente la misma densidad sin presentar, además, ningún efecto adverso -al menos hasta ahora conocido-. De hecho, el fundamento de las ecografías que se realizan durante el embarazo es la reflexión de los ultrasonidos, la cual resulta totalmente segura; al contrario que el caso de los rayos X, por ejemplo. La fracción de intensidad sonora reflejada I_R viene dada por la fórmula 33:

$$\frac{I_R}{I_0} = \left(\frac{\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2}{\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2} \right)^2 \quad (33)$$

donde ρ_j y v_j indican la densidad del medio y velocidad de propagación del sonido en el medio j , e I_0 es la intensidad de radiación incidente.

Generalmente, $v_1 \approx v_2$ ya que la velocidad del sonido en medios de densidades similares no varía mucho. Por lo tanto, puede establecerse que la amplitud de la onda reflejada depende fundamentalmente de la diferencia de densidad entre los dos medios, *i.e.* lo que permite identificar la onda reflejada aunque la variación de las densidades de los medios sea ínfima. Entonces, la intensidad de radiación reflejada I_R será mínima cuando $\rho_1 \approx \rho_2$ y será máxima cuando ρ_1 y ρ_2 difieran significativamente.

En cuanto a las aplicaciones de los ultrasonidos en el ámbito sanitario se destacan los campos de terapia, cirugía y diagnóstico.

Ondas materiales en terapia

Los ultrasonidos se emplean particularmente en técnicas de diatermia ya que éstos al ser absorbidos dan lugar a la producción de calor, es decir, se produce focos de calor en los tejidos internos. Dichos focos contribuyen a la relajación de los músculos y alivian la sensación de dolor. Los focos se generan especialmente en tejido óseo, cartílago, tendones, músculos y piel, debido a que el calor incrementa el flujo sanguíneo y por esta razón se puede utilizar en el tratamiento de dolores profundos de las enfermedades reumáticas y artríticas. Los ultrasonidos pueden llegar a tejidos más profundos que las microondas, es el caso de los músculos y huesos. Cuando una onda llega a la interfase (músculo-hueso), como las impedancias acústicas son muy diferentes, se produce una acumulación de energía en esta interfase transformándose así en calor. La impedancia acústica es la

resistencia que opone un medio a que las ondas se propaguen sobre éste, es por tanto una forma de disipación de energía de las ondas que se desplazan en un medio. Para emplear los ultrasonidos en técnicas de diatermia deben tener una intensidad de 0.25 a 1.5 W cm^{-2} .

En el tratamiento de músculos y huesos, la aplicación de ultrasonidos se lleva a cabo de tres métodos diferentes:

- **Acoplamiento directo:** El cabezal se aplica sobre la piel limpiándola previamente con jabón o alcohol al 70%. Debe aplicarse en el área a tratar una capa fina de gel de contacto.
- **Acoplamiento subacuático:** Esta modalidad se utiliza para el tratamiento de superficies irregulares y áreas dolorosas. Hay que emplear una cubeta grande de plástico porque produce pocas reflexiones en la pared. Nunca emplearlo en los tanques terapéuticos metálicos ya que producen reflexiones, además del riesgo de un accidente eléctrico. El agua debe ser previamente desgasificada o hervida. La temperatura adecuada es de 36-37 grados centígrados. El cabezal se sitúa a 3 cm de distancia de la zona a tratar, manteniéndolo en movimiento. Se trabaja en el campo cercano del haz. El terapeuta no debe introducir la mano en el agua y si es inevitable debe emplear un guante de goma para evadir el efecto difuso por dispersión. Se emplean dosis semejantes a las de acoplamiento directo.
- **Acoplamiento mixto:** Para el tratamiento de regiones cóncavas o bien aquellas que no puedan ser tratadas mediante el método subacuático. Se interpone un globo de latex o plástico lleno de agua desgasificada que se adapte a la zona. Se coloca gel de contacto entre el cabezal y el globo y entre este y la piel para completar el acoplamiento. Como en la transmisión se pierde energía, en esta modalidad se usan dosis algo superiores a las normales. Pueden utilizarse dos tipos de cabeza de tratamiento: una de dimensiones menores de 1.5 cm^2 para un área máxima a tratar de 15 mm^2 ; una grande de 5 cm^2 para un área máxima a tratar de 75 mm^2 . Para manipular esta cabeza hay dos métodos: semiestático (movimientos cortos que se superponen) y dinámico (movimientos circulares o longitudinales que se superpongan). En ambos casos, el movimiento será lento, para asegurar el tratamiento más uniforme de un área, evitando el calentamiento excesivo de ésta y el éxtasis de las células sanguíneas.

Ondas materiales en cirugía

Los ultrasonidos se emplean con intensidades comprendidas desde 0.2 hasta 2.5 kW cm^{-2} , creando así unas fuertes variaciones de presión. Este efecto es el que da lugar a la ruptura de los tejidos. El empleo más común es en litotricia, es decir, la ruptura de los cálculos renales. También se utilizan en el tratamiento de Parkinson, temblores o fibromas uterinos; así como en la piezocirugía. Dicho término hace referencia a la cirugía ósea piezoeléctrica, es un meticuloso sistema para el corte óseo basado en microvibraciones ultrasónicas. Concretamente se utiliza en cirugía bucofacial para realizar injertos e implantes, entre otros.

Ondas materiales en diagnóstico

Los ultrasonidos se generan mediante un transductor y viajan a través del cuerpo del paciente. La formación de las imágenes depende del parámetro de formación de imágenes y del coeficiente de atenuación. Los ultrasonidos sufren una atenuación de la señal al atravesar tejidos, que absorben parte de la energía como calor y también al chocar contra elementos.

- **Pulso - eco:** Los transductores normalmente generan entre 500 y 5000 pulsos por segundo, de frecuencias entre 1 y 10 MHz. El transductor se pega a la superficie del cuerpo y envía un pulso, que viaja hasta alcanzar una interfase. Cuando llega a ésta, es reflejado y el transductor lo capta. El ultrasonido recibido tiene una energía menor debido a los procesos de atenuación. La diferencia de tiempos informa sobre la distancia a la que está la interfase y la intensidad

del pulso reflejado informa sobre la densidad del medio y la impedancia de los tejidos, permitiendo distinguir tumores y otros crecimientos anormales, bolsas de fluido o gases en los tejidos corporales.

- **Flujo continuo o técnica Doppler:** Permite observar el movimiento de objetos como los latidos del corazón. Los ultrasonidos que se emplean en esta técnica son un haz continuo en lugar de pulsos.

En el efecto Doppler la fuente emite a una frecuencia v , y se recibe una frecuencia v' distinta a la emitida. La diferencia de frecuencias se debe a que el observador se acerque o se aleje de la fuente emisora. Si la fuente se acerca al observador, la frecuencia recibida por éste será mayor que la emitida por la fuente, mientras que si la fuente emisora se aleja se produce el efecto inverso, la frecuencia recibida por el observador será menor.

Si la fuente se aleja se verifica la relación 34:

$$v' = v \left(\frac{v}{v - v_f} \right) \quad (34)$$

donde v es la velocidad de sonido del medio y v_f es la velocidad de la fuente emisora, o foco.

Mientras, que si la fuente se acerca, se verifica la relación 35:

$$v' = v \left(\frac{v}{v + v_f} \right) \quad (35)$$

La aplicación más usual del efecto Doppler es la medida de la velocidad de circulación de la sangre. El transductor emite un haz de ultrasonidos, de frecuencia v y éste llega a los glóbulos rojos, que están en movimiento. Los glóbulos rojos reciben el ultrasonido y se emite un nuevo ultrasonido hacia el transductor con una frecuencia distinta (v'). Este ultrasonido llega al transductor desde una posición distinta a la inicial ya que el glóbulo rojo está en circulación por la sangre, y esta variación permite conocer la velocidad de la sangre.

1.9.2.. Aplicaciones de ondas electromagnéticas en Medicina

Las aplicaciones de las ondas electromagnéticas en medicina son muy amplias, incluyen desde el diagnóstico por imágenes hasta el tratamiento de patologías oncológicas, pasando por un amplio abanico de usos. El radiodiagnóstico, la medicina nuclear y la oncología radioterapéutica utilizan radiaciones ionizantes para sus procedimientos.

Los principales usos en diagnóstico son:

- Aparatos de rayos X (fijos, móviles, arcos de quirófano, tomografía computada; entre otros.)
- Sustancias radiactivas usadas en Medicina Nuclear *in vivo*.
- Sustancias radiactivas usadas en el laboratorio *in vitro*.

Los principales usos en terapia son:

- Aceleradores lineales de electrones o máquinas de telecobaltoterapia, utilizadas para el tratamiento del cáncer y otras enfermedades (teleterapia).
- Fuentes radiactivas encapsuladas en pequeños contenedores que se insertan en el interior del paciente oncológico (braquiterapia) durante largos periodos de tiempo (implantes), o durante varias sesiones de corta duración (braquiterapia de alta tasa de dosis).
- Sustancias radiactivas administradas a los pacientes (terapia metabólica).

Los riesgos derivados para los trabajadores del medio hospitalario son muy diferentes de unos casos a otros. Así, los pacientes con implantes de braquiterapia y de tratamientos metabólicos deben ser confinados en sus habitaciones, mientras que el paciente tratado mediante teleterapia o braquiterapia de alta tasa puede marchar a su casa después de cada sesión.

Riesgos por radiación ionizante en aplicaciones diagnósticas en medicina

Se estima que el riesgo adicional, durante la vida, de cáncer fatal por un examen TAC abdominal en un adulto es un exceso de riesgo muy reducido comparado con el alto riesgo total de cáncer (cerca de 1 entre 3) y usualmente es ampliamente contrarrestado por el beneficio que se obtiene con el examen TAC.

Principios de protección radiológica

El primer principio de protección radiológica aplicable a las exposiciones médicas es la justificación del procedimiento, que debe realizarla el médico que la prescribe o el médico especialista, basándose en el riesgo beneficio para el paciente. Por tanto no hay un límite en el número de pruebas para un paciente, pero debe extremarse la justificación si con pruebas anteriores se dispone ya de suficiente información para el diagnóstico. Además, debe optimizarse la dosis de radiación para que sea la mínima compatible con un procedimiento (imagen apta para el diagnóstico), o en el caso de la terapia con el objetivo del procedimiento. Los especialistas en radiofísica son los responsables de la dosimetría, y de colaborar en los procesos de optimización de la dosis. No hay límite de dosis para las exposiciones médicas, en el caso de las pruebas de radiodiagnóstico, pero existen valores de dosis de referencia, o de actividad administrada en medicina nuclear, que nos sirven para chequear si los procedimientos se están realizando de forma adecuada. Los valores de dosis en diagnóstico son muy bajos, y no serviría de nada que por dar una dosis mínima no se pudiese diagnosticar una enfermedad.

1.10.. Resolución de problemas de la Unidad II

La presente sección se incluye con la finalidad de poner en práctica los conceptos desarrollados en el capítulo 2..

En la siguiente sección 1.10.1. se presentan y desarrollan algunos ejercicios típicos, a modo de ejemplo; mientras que en la sección 1.10.2. se incluye un listado de ejercicios cuya resolución resultará de utilidad y beneficio para asentar los conceptos teóricos del capítulo 2..

1.10.1.. Ejercitación de ejemplo de la Unidad II

Ejercicio de ejemplo I

Determinar la tasa de energía total de radiación electromagnética de 1 MHz si el flujo es de 2×10^{12} fotones/segundo.

Utilizando la teoría de *quanta* (cuantos), la energía electromagnética está concentrada en *paquetes*, que son los fotones, cada uno portando energía dada por la expresión 1. Entonces la energía de cada fotón está dada por la expresión 37:

$$E = h\nu = h 1 \text{ Mhz} = h 10^6 1/s = 6,62607004 \cdot 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg/s} 10^6 1/s = \quad (36)$$

$$4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs} 10^6 1/s = 4,1357 \cdot 10^{-9} \text{ eV} \quad (37)$$

Debido a que la cantidad total de fotones es 2×10^{12} fotones/segundo, la tasa de energía total (\dot{E}) se obtiene de la expresión 38:

$$\dot{E} = 4,1357 \cdot 10^{-9} \text{ eV} 2 \cdot 10^{12} /s = 8,2714 \cdot 10^3 \text{ eV/s} = 8,2714 \text{ KeV/s} \quad (38)$$

Ejercicio de ejemplo II

Determinar la longitud de onda de un fotón de energía de 1 eV y de un electrón a igual energía. Estimar la longitud de onda de un objeto macroscópico, como una pelota de golf (suponiendo que su masa es 46 g), viajando a 30 m/s luego del golpe del palo; e interpretar el resultado.

Utilizando la teoría de *quantos*, la longitud de onda del fotón está dada por la expresión 10 ($\lambda_{de\ Broglie} = \frac{h}{p}$), para el fotón -partícula sin masa- en el vacío $E = pc$; mientras que para el electrón -que es una partícula masiva- de de Broglie para un cuerpo de masa $pc \approx \sqrt{2E_K m_0 c^2}$, donde m_0 es la masa en reposo, que para el electrón vale $m_0 = m_e \approx 9,10938356 \cdot 10^{-31}$ kg.

Para el fotón de 1eV, se tiene:

$$E = pc = 1\ eV \rightarrow \lambda \approx 1,24 \cdot 10^{-6}\ m = 1240\ nm \quad (39)$$

Para el electrón, que es un objeto masivo, se tiene:

$$pc \approx \sqrt{2E_K m_0 c^2} = \sqrt{2 \cdot 1\ eV \cdot 9,10938356 \cdot 10^{-31}\ kg \cdot 299792458\ m/s} \approx 1,23\ nm \quad (40)$$

Nótese que, más allá de que la masa es ínfima, se obtuvo para el objeto masivo (electrón), un valor de longitud de onda alrededor de mil veces menor al valor correspondiente a un fotón (partícula sin masa) a igual energía, 1 eV, en particular. Una de las consecuencias prácticas es que, por ejemplo, la que la resolución limitante de un microscopio electrónico (basado en haces de electrones), supera -por mucho- la de un microscopio óptico.

Finalmente, para la pelota de golf, se tiene la expresión 41:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,62607015 \cdot 10^{-34}\ Js}{0,046\ kg \cdot 30\ m/s} \approx 4,8 \cdot 10^{-34}\ m = 4,8 \cdot 10^{-25}\ nm \quad (41)$$

La longitud de onda de la pelota de golf es tan extremadamente baja que resulta imperceptible con los sentidos y, -por ahora- con los instrumentos; razón por la cual a partir de la experiencia cotidiana de la percepción sensorial, no se concibe la naturaleza ondulatoria de la pelota de golf; al igual que sucede para cualquier objeto macroscópico.

Ejercicio de ejemplo III

Al iluminar una superficie metálica de un cátodo de un experimento típico del efecto fotoeléctrico, con radiación con longitud de onda $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}\ m$, se observa el potencial de frenado de los fotoelectrones es 2 V, mientras que, si la longitud de onda es $\lambda' = 240 \cdot 10^{-9}\ m$, el potencial de frenado se reduce a 1 V. Calcular:

- El trabajo de extracción del material del cátodo.
- El valor que puede estimarse a partir de este experimento para la constante de Planck.

El potencial de frenado de los electrones es el potencial que hay que aplicar para conseguir que los electrones no lleguen al ánodo. Para ello, la energía potencial del electrón sometido a dicho potencial, $q_e V$, debe ser igual a la energía cinética con que es emitido. De este modo, al aplicar a ambos casos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico, resulta:

$$h \frac{c}{\lambda} = w + q_e V_1 \quad (42)$$

$$h \frac{c}{\lambda'} = w + q_e V_2 \quad (43)$$

El sistema de ecuaciones que forman las dos expresiones anteriores permite determinar el valor que corresponde a cada una de las dos magnitudes que nos piden, la constante de Planck, h , y el trabajo de extracción, w .

Ejercicio de ejemplo IV

Estimar la máxima energía cinética con la que pueden ser creados electrón (e^-) y positrón (e^+) como consecuencia de la interacción entre un fotón de 2 MeV y un medio material.

En el proceso de creación de pares (e^-e^+) debe conservarse la energía total así como el momento lineal total; entre otras cantidades de movimiento y propiedades físicas.

El balance de energía indica que debe cumplirse (expresión 28):

$$h\nu = E_e + E_p = (m_e c^2 + E_e) + (m_p c^2 + E_p) = 2m_e c^2 + E_e + E_p \quad (44)$$

Donde $h\nu$ representa la energía del fotón que da lugar a la creación del par, en este caso $E = h\nu = 2 \text{ MeV}$.

En caso de que, por simetría, el electrón y el positrón distribuyan la energía disponible de manera uniforme, $E_e = E_p$, por lo tanto, la expresión anterior (44) resulta:

$$2\text{MeV} = 2m_e c^2 + 2E_e = 1,022\text{MeV} + 2E_e \quad (45)$$

Es decir, $E_e = \frac{2\text{MeV} - 1,022\text{MeV}}{2} = \frac{0,978}{2}\text{MeV} = 489\text{keV}$, y el valor de E_p coincide con E_e .

Mientras que, si fuese posible una distribución de energía no uniforme, una de las partículas -el electrón o el positrón- podría adquirir la energía de 978 keV.

Ejercicio de ejemplo V

Una onda de ultrasonido que opera a 10 Watt es dirigida a un objeto esférico de 2 cm de radio ubicado dentro de un paciente. Estimar la intensidad de la onda de ultrasonido que recibe el objeto. La intensidad I de sonido se obtiene de la razón entre la potencia y el área donde se determina la intensidad, tal como indica la expresión 32.

Por tanto, la intensidad de ultrasonido que recibe el objeto es:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{10\text{W}}{4\pi(2\text{cm})^2} \approx 0,2\text{W}/\text{cm}^2 = 2\text{kW}/\text{m}^2 \quad (46)$$

1.10.2.. Ejercicios de la Unidad II para alumnos

Ejercicio de práctica I

Determinar la frecuencia y longitud de onda de radiación electromagnética de 2 eV de energía (rango visible) y de 1.25 MeV de energía (de uso en radioterapia).

Ejercicio de práctica II

Estimar de longitud de onda de De Broglie para un electrón de energía cinética $E_K = 10 \text{ keV}$. Repetir el cálculo para un protón de igual energía cinética; y analizar e interpretar los resultados

Ejercicio de práctica III

Se utiliza luz de 280 nm para iluminar la superficie del material metálico del cátodo en un experimento del efecto fotoeléctrico, observando que la emisión de foto-electrones finaliza para un valor de potencial de frenado de 1.3 V.

- Determinar la función trabajo del material metálico del cátodo
- Determinar la frecuencia umbral de emisión fotoeléctrica.

Ejercicio de práctica IV

Se observa que una radiación electromagnética de 1 MeV de energía se dispersa al interactuar con un medio material, desviándose un ángulo de $\frac{\pi}{6}$. Estimar la energía del haz dispersado (desviado) suponiendo que se trata de una interacción de tipo Compton.

Ejercicio de práctica V

La onda emitida por un equipamiento de ultrasonido indica un valor de 10 en la escala de intensidades. Si la onda de ultrasonido se dirige a un objeto constituido por dos medios materiales, cuyas densidades son: $\rho_1 = 1.0 \text{ g cm}^{-3}$ y $\rho_2 = 0.5 \text{ g cm}^{-3}$, respectivamente; estimar la intensidad de la onda reflejada bajo la aproximación de que la frecuencia prácticamente no varía entre ambos medios.

UNIDAD III

Desintegración Nuclear

2.. Unidad III: Desintegración Nuclear

El *Capítulo 2.* está destinado a ...

2.1.. Introducción

2.2.. Modelos nucleares

2.3.. Fisión y fusión nuclear

2.4.. Leyes de la desintegración radioactiva

2.5.. Aplicaciones de desintegración nuclear en Medicina

2.6.. Resolución de problemas de la Unidad III

2.6.1.. Ejercitación de ejemplo de la Unidad III

2.6.2.. Ejercicios de la Unidad III para alumnos

UNIDAD IV

Rayos X

3.. Unidad IV: Rayos X

El *Capítulo 3.* está destinado a ...

3.1.. Introducción

3.2.. Fuentes de rayos X

3.3.. Atenuación de rayos X

3.4.. Detección de rayos X

3.5.. Aplicaciones de rayos X en Medicina

3.6.. Resolución de problemas de la Unidad IV

3.6.1.. Ejercitación de ejemplo de la Unidad IV

3.6.2.. Ejercicios de la Unidad IV para alumnos

Referencias

- [1] I. Bankman. *Handbook of medical image processing and analysis*. Elsevier Academic Press, California, 2009.
- [2] Seibert A. Leidholt E. Boone J. Bushberg, J. *The essential physics of medical imaging*. Lippincott Williams and Wilkins, 2001.
- [3] T. Buzug. *Computed Tomography*. Springer-Verlag, 2008.
- [4] P. Suetens. *Fundamentals of Medical Imaging*. Cambridge University Press, second edition, 2009.
- [5] P. Duvauchelle, N. Freud, V. Kaftandjian, and D. Babot. A computer code to simulate x-ray imaging techniques. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, (170):245–258, 2000.
- [6] G. Saha. *Physics and radiobiology of nuclear medicine*. Springer-Verlag, 2006.
- [7] J.M. Fernández-Varea, J. empau and F. Salvat, S.; Fernández-Varea. *PENELOPE-2008: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*. Nuclear Energy Agency, Barcelona, Spain, 2009.
- [8] F.H. Attix. *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry*. Wiley-VCH, 1987.
- [9] S. Bushong. *Computed Tomography*. McGraw-Hill, 2000.
- [10] A. Ferrari et al. *Fluka: a multi-particle transport code* v. 2011.1.2 ORGANISATION EUROPÉENNE POUR LA RECHERCHE NUCLÉAIRE CERN, 2012.