

Curso de pre- y post-grado - pp. 1-192

<http://www.famaf.unc.edu.ar/~valente>

ISBN (no registrado)

© 2025 Mauro Valente.

FUNDAMENTOS DE FÍSICA MÉDICA

Mauro Valente^{†*}

[†] CONICET & Universidad Nacional de Córdoba; Argentina

Segundo semestre - año académico 2025



Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF)
Universidad Nacional de Córdoba

* Contacto e-mail: valente@famaf.unc.edu.ar

Prefacio

El presente trabajo *Notas de Fundamentos de Física Médica* es un compendio original de notas elaborado -y basado en el texto *Introducción a la Física Médica de 2009*- por parte de Mauro Valente con versión inicial en 2016, y re-editado en 2017, 2019, 2020, 2021 y 2024, para ser utilizado como material de estudio y referencia para el curso de especialización de grado, y de post-grado *Fundamentos de Física Médica* en el ámbito de física médica en la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

El contenido del libro de notas está dedicado a formalismos y metodologías para el área específica de física médica orientado a exponer conceptos básicos sobre interacción de la radiación con la materia y de las diferentes áreas de la física médica. Se pretende lograr un primer acercamiento a las temáticas de las diferentes áreas de física médica.

Es un trabajo con exposición de fundamentos teóricos, prácticos y experimentales para aplicación destinados a ejercitar los contenidos formales en situaciones prácticas de interés para la física médica.

El contenido incluye breves repases sobre elementos básicos, interacción de radiación con la materia, tanto a nivel atómico como nuclear, incorporando descripciones de procesos físicos y modelos de algunos mecanismos de interacción de interés para el ámbito de la física médica como interacción de fotones, electrones, protones, iones más pesados y neutrones con material biológico. La modalidad de la exposición está enfocada en el estudio y caracterización de los efectos de la interacción de la radiación con material biológico.

El trabajo proporciona teoría, técnicas determinísticas y estocásticas, herramientas de cálculo y experiencias de laboratorio para abordar de modo completo el estudio de los procesos de transporte e interacción de radiaciones para modelar procedimientos de terapia de radiaciones, radio-diagnóstico y medicina nuclear con énfasis en dosimetría avanzada. Así mismo, se incursiona en aspectos básicos de radiobiología y procesamiento de imágenes para lograr la descripción más acabada de los procesos y efectos de la radiación en material biológico.

Programa y contenido

MÓDULO I: Interacción de la radiación ionizante con medios materiales

1. Introducción a la estructura atómica y concepto de sección eficaz.
2. Interacción de fotones con la materia.
3. Radiación fluorescente: rayos X característicos y electrones Auger.
4. Interacción de las partículas cargadas con la materia.
5. Interacción de los neutrones con la materia.

MÓDULO II: Medida de la radiación

1. Magnitudes y unidades.
2. Definiciones básicas: Kerma, dosis absorbida, exposición.
3. Teoría de la Cavidad de Bragg-Gray.
4. Equilibrio electrónico.
5. Descripción física y precisión de los sistemas de medición y cálculo: derivación de incertezas.

MÓDULO III: Dosímetros

1. Cámaras de Ionización: Farmer y plano-paralela.
2. Detectores de estado sólido: termoluminiscentes, semiconductores y centelladores plásticos.
3. Films dosimétricos.
4. Dosímetros químicos: solución de Fricke y polímeros.

MÓDULO IV: Generadores de radiación

1. Equipos tradicionales: Kilovoltaje y Megavoltaje.
2. Terapia superficial y profunda.
3. Unidad de ^{60}Co .
4. Acelerador lineal convencional: fotones y electrones.
5. Aceleradores de partículas cargadas masivas: iones pesados y terapia con protones.
6. Hadroterapia.
7. Columnas térmicas y epitérmicas en reactores nucleares.
8. Terapia con neutrones: BNCT.

MÓDULO V: Dosimetría convencional y técnicas de irradiación

1. Determinaciones dosimétricas en fantoma.
2. Calidad de radiación y distribución de dosis.
3. Cálculo dosimétrico elemental: método *standard* en terapia externa tradicional.
4. Protocolos dosimétricos.
5. Técnicas de irradiación en terapia convencional: múltiples campos, terapia de arco, IMRT.
6. Braquiterapia.
7. Planificación de tratamientos y sistemas de planificación de uso clínico (TPS).
8. Introducción a algoritmos de *kernel convolution*.

MÓDULO VI: Dosimetría avanzada

1. Campos y Haces mixtos.
2. Descomposición dosimétrica y caracterización.
3. Componente terapéutica.
4. Método Mainz: dosimetría con TLD y máscaras de cadmio.
5. Método Milano: dosimetría con diferente composición isotópica del gel de Fricke.

MÓDULO VII: Nociones básicas en medicina nuclear y dosimetría interna

1. Radionucleidos: producción y caracterización.
2. Actividad.
3. Dosis equivalente, dosis efectiva, transferencia lineal de energía (LET).
4. Daño biológico.
5. Efectividad biológica relativa (RBE) y modelo MIRD.
6. Cálculo de factores S.
7. Radionucleidos para *Imaging* metabólico.

MÓDULO VIII: *Imaging* médico: nociones básicas

1. Necesidad de adquirir información del paciente.
2. Estructuras anatómicas y datos metabólicos.
3. Imágenes para radioterapia.
4. Radiografía convencional por contraste de absorción.
5. Tomografía computada: algoritmos de reconstrucción 3D.
6. Técnicas de *imaging* funcional.
7. Cámara *Gamma*.
8. *Single Photon Emission Computed Tomography* (SPECT).
9. *Positron Emission Tomography* (PET).

MÓDULO IX: Simulaciones Monte Carlo

1. Procesos estocásticos.
2. Variables aleatorias.
3. Principios de simulación Monte Carlo.
4. Códigos FLUKA y PENELOPE.

TRABAJOS PRÁCTICOS ESPECIALES Y ACTIVIDAD COMPLEMENTARIA

Práctico de Laboratorio I: Flujo, espectro y fluencia de radiación ionizante

1. Mediciones de caracterización de haz de rayos X.
2. Dependencia de la tensión y corriente en el tubo de rayos X.
3. Mediciones del efecto de accesorios: filtros, colimadores.
4. Complementación con simulaciones Monte Carlo.

Práctico de Laboratorio II: Distribución de dosis para campo conformado

1. Elaboración de dosímetro de gel.
2. Análisis óptico del detector.
3. Determinación de distribuciones de dosis en campo conformado.
4. Complementación con simulaciones Monte Carlo.

Práctico de Laboratorio III: Distribución 3D de dosis en medicina nuclear

1. Adaptación y aplicación de rutinas Monte Carlo.
2. Cálculo dosimétrico.
3. Comparación con datos experimentales.

Práctico de Laboratorio IV: Imágenes radiográficas y tomográficas

1. Adquisición y análisis.
2. Reconstrucción volumétrica.
3. Procesamiento de imágenes radiológicas.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA SUGERIDA

1. F. Kahn. *The physics of the radiation therapy* 3th ed, Lippincott Williams & Wil, 2003.
2. G. Knoll. *Radiation detection and measurements* 3rd ed, John Wiley & Sons, 1999.
3. S. Cherry et al. *Physics in nuclear medicine* 3th ed, Saunders, 2003
4. F. Salvat et al. *PENELOPE, an algorithm and computing code for Monte Carlo simulation of electron photon showers* Ed. NEA, 2003.
5. F. Attix. *Introduction to radiological physics and radiation dosimetry* Ed. John Wiley and Sons, 1986.
6. M. Valente *Física nuclear con aplicaciones* Notas del curso de especialidad en FaMAF 2008. (disponible en: <http://www.famaf.unc.edu.ar/valente>)
7. M. Valente *Elementos de cálculo dosimétrico para hadronterapia y campos mixtos* Notas del curso de posgrado en FaMAF 2010-2011-2012. (disponible en: <http://www.famaf.unc.edu.ar/valente>)
8. M. Valente y P. Perez. *Dosimetría y radiobiología* Notas para curso de grado, Universidad de Catamarca., 2011. (disponible en: <http://www.famaf.unc.edu.ar/valente>)
9. M. Valente. *Física de la Radioterapia* Notas para curso de posgrado universidad de la Frontera, Chile 2009-2010-2011-2012. (disponible en: <http://www.famaf.unc.edu.ar/valente>)

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

1. M. Mariani, E. Vanossi, G. Gambarini, M. Carrara, M. Valente. *Preliminary results from polymer gel dosimeter for absorbed dose imaging in radiotherapy* RADIATION PHYSICS AND CHEMISTRY Vol. 76 Issue: 8 Number: 9 Pages: from 1507 to 1510 Year: 2007.
2. G. Gambarini, D. Brusa, M. Carrara, G. Castellano, M. Mariani, S. Tomatis, M. Valente E. Vanossi. *Dose Imaging in radiotherapy photon fields with Fricke and Normoxic-polymer Gels*. JOURNAL OF PHYSICS: CONFERENCE SERIES Volume: 41 Issue: 1 Number: 1 Pages: from 466 to 474 Year: 2006.
3. G. Castellano D. Brusa, M. Carrara, G. Gambarini, M. Valente. *An optimized Monte Carlo (PENELOPE) code for the characterization of gel-layer detectors in radiotherapy* NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS IN PHYSICS RESEARCH A - ACCELERATORS, SPECTROMETERS, DETECTORS AND ASSOCIATED EQUIPAMENT Volume: 580 Pages: from 502 to 505 Year: 2007.
4. R. Bevilacqua, G. Giannini, F. Calligaris, D. Fonatanarosa, F. Longo, G. Scian, P. Torato, K. Vittor, E. Vallazza, M. Severgnini, R. Vidimari, G. Bartesaghi, V. Conti, V. Mascagna, C. Perboni, M. Prest, G. Gambarini, S. Gay, M. Valente, et. al. *PhoNesS: A novel approach to BNCT with conventional radiotherapy accelerators* NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS IN PHYSICS RESEARCH A - ACCELERATORS, SPECTROMETERS, DETECTORS AND ASSOCIATED EQUIPAMENT Volume: 572 Issue: 1 Number: 1 Pages: from 231 a 232 Year: 2007.
5. G. Gambarini, R. Moss, M. Mariani, M. Carrara, G. Daquino, V. Nievaart, M. Valente. *Gel dosimeters as useful dose and thermal-fluence detectors in boron neutron capture (BNCT)* JOURNAL OF RADIATION EFFECTS AND DEFECTS IN SOLIDS (ISSN 1042-0150 print/ISSN 1029-4953 on-line) Volume: 162 Number: 10-11 Year: 2007.
6. M. Valente, E. Aon, M. Brunetto, G. Castellano, F. Gallivanone, G. Gambarini. *Gel dosimetry measurements and Monte Carlo modeling for external radiotherapy photon beams. Comparison with a treatment planning system dose distribution* NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS IN PHYSICS RESEARCH A - ACCELERATORS, SPECTROMETERS, DETECTORS AND ASSOCIATED EQUIPAMENT Volume: 580 Pages: from 497 to 501 Year: 2007.
7. S. Tomatis, M. Carrara, G. Gambarini, R. Marchesini and M. Valente. *Gel-layer dosimetry for dose verification in intensity modulated radiation therapy* NUCLEAR INSTRUMENTS AND METHODS IN PHYSICS RESEARCH A - ACCELERATORS, SPECTROMETERS, DETECTORS AND ASSOCIATED EQUIPAMENT Volume: 580 Pages: from 506 to 509 Year: 2007.
8. G. Gambarini, S. Agosteo, S. Altieri, S. Bortolussi, M. Carrara, S. Gay, C. Petrovich, G. Rosi, M. Valente. *Dose distributions in phantoms irradiated in thermal columns of different nuclear reactors* RADIATION PROTECTION DOSIMETRY Volume: 123 Number: 4 Year: 2007.
9. F. Botta, A. Mairani, G. Battistoni, M. Cremonesi, A. Di Dia, A. Fassó, A. Ferrari, G. Paganelli, G. Pedroli and M. Valente. *Calculation of electron and isotopes dose point kernels with FLUKA Monte Carlo code for dosimetry in nuclear medicine therapy* Medical Physics (ISSN: 0094-2405) Vol. 38 (7) pp. 3944-3954, 2011.

OBJETIVOS Y METODOLOGÍA DEL TRABAJO

OBJETIVOS

- Adquirir conocimientos teórico-prácticos en el área de física médica.
- Instruir al alumno en el uso de radiaciones para terapia.
- Instruir al alumno en el uso de radiaciones para diagnóstico por imágenes.
- Introducir al alumno al manejo de metodologías de dosimetría de radiaciones.
- Introducir al alumno al manejo de técnicas de cómputo de transporte de radiación.

METODOLOGÍA DEL TRABAJO

■ CLASES TEÓRICAS

Se realizarán clases teóricas en aula con una carga semanal de 4 (cuatro) horas. Se tomará asistencia durante las clases teóricas.

■ CLASES DE EJERCITACIÓN PRÁCTICA

Se realizarán prácticos de ejercicios en aula, en base al contenido de las clases teóricas, con una carga horaria de 2 (dos) horas semanales.

■ TRABAJOS PRÁCTICOS Y DE LABORATORIO

Se realizarán trabajos en laboratorio de experimentación directa, supervisada por el docente, con una carga horaria de 2 (dos) horas semanales. Los trabajos de laboratorio son obligatorios en momento y lugar que se determinen.

■ CLASES DE CONSULTA

El docente dispondrá de 2 (dos) horas semanales extra, en lugar y horario a convenir con los alumnos, para recibir consultas o profundizar temáticas de interés de los alumnos. El horario de consulta a disposición de los alumnos será sin obligación de asistencia.

Índice

1.. Módulo I: Interacción de la radiación ionizante con medios materiales	15
1.1.. Introducción a la estructura atómica	15
1.1.1.. Clasificación de las radiaciones ionizantes	15
1.1.2.. Estructura atómica	16
1.1.3.. Descripción de la interacción entre radiación incidente y un átomo en reposo	19
1.2.. Sección eficaz: Introducción	21
1.3.. Conceptos básicos sobre interacción de fotones con la materia	22
1.3.1.. Efecto Fotoeléctrico	22
1.3.2.. Scattering coherente o Rayleigh	24
1.3.3.. Scattering incoherente o Compton	28
1.3.4.. Producción de pares electrón-positrón	31
1.3.5.. Reacciones fotonucleares	32
1.4.. Coeficiente de atenuación: Introducción	32
1.5.. Coeficiente de atenuación másico para compuestos	33
1.6.. Introducción a la interacción de las partículas cargadas con la materia	34
1.6.1.. Scattering elástico de electrones y positrones	34
1.6.2.. Scattering inelástico de electrones y positrones	37
1.6.3.. Scattering inelástico de iones positivos “vestidos”	40
1.6.4.. Emisión de radiación de frenado o Bremsstrahlung	40
1.6.5.. Aniquilación e^+e^-	42
1.6.6.. Scattering elástico múltiple de electrones y positrones	43
1.6.7.. Scattering inelástico múltiple de electrones y positrones	45
1.7.. Radiación fluorescente: rayos X característicos y electrones Auger	58
1.8.. Interacción de los neutrones con la materia: Conceptos básicos	61
2.. Módulo II: Medidas de radiación	66
2.1.. Transporte de radiación e interacciones	66
2.2.. Magnitudes y unidades	69
2.3.. Definiciones de transporte y dosimétricas básicas	70
2.3.1.. Fluencia y tasa de fluencia de fotones, Kerma y exposición	70
2.4.. Teoría de la Cavidad de Bragg-Gray	72
2.5.. Equilibrio electrónico	74
2.6.. Dosis en aire y dosis en medio material	74
2.6.1.. Propagación de fluencia: inverso de cuadrado	77
3.. Módulo III: Dosímetros	79
3.1.. Requerimientos y propiedades de dosímetros	79
3.2.. Propiedades de dosímetros	80
3.3.. Cámaras de Ionización: Farmer y plano-paralela	82
3.4.. Detectores de estado sólido	84
3.4.1.. Detectores semiconductores, centelladores plásticos y termoluminiscentes	84
3.4.2.. Films dosimétricos	88
3.4.3.. Dosímetros termoluminiscentes TLD	89
3.4.4.. Dosímetros químicos	90

4.. Módulo IV: Generadores de radiación	93
4.1.. Rayos X característicos	93
4.2.. Rayos X de Bremsstrahlung (contínuos)	94
4.3.. Ánodos (<i>target</i>) para rayos X	95
4.4.. Unidades de ortovoltaje y rayos X: Diseño y funcionamiento	95
4.4.1.. Haces de rayos X de uso clínico	96
4.4.2.. Parámetros de calidad de haces de rayos X	96
4.5.. Máquinas de rayos X superficiales y de ortovoltaje	97
4.6.. Máquinas de rayos X de megavoltaje: Aceleradores de partículas	98
4.7.. Acelerador lineal (linac) de uso clínico	98
4.7.1.. Componentes principales de un acelerador lineal clínico	100
4.7.2.. Guía de ondas	100
4.7.3.. Sistema de colimación	101
4.8.. Aceleradores de partículas cargadas masivas: iones pesados y terapia con protones .	102
4.9.. Columnas térmicas y epitérmicas en reactores nucleares	103
4.9.1.. Fuentes de neutrones	104
4.9.2.. Termalización de neutrones	104
4.9.3.. Fisión y fusión nuclear: conceptos básicos	105
4.9.4.. Reacciones nucleares inducidas por neutrones	105
5.. Práctico de Laboratorio I: Flujo, espectro y fluencia de radiación ionizante	107
5.1.. Mediciones de caracterización de haz de rayos X	107
5.2.. Dependencia de la tensión y corriente en el tubo de rayos X	107
5.3.. Mediciones del efecto de accesorios: filtros, colimadores	107
5.4.. Complementación con simulaciones Monte Carlo	107
6.. Módulo VI: Dosimetría convencional y técnicas de irradiación	109
6.1.. Determinaciones dosimétricas en fantoma	109
6.1.1.. Capacidad de penetración de los haces de fotones en fantoma	109
6.1.2.. Dosis en superficie	110
6.1.3.. Región de <i>Buildup</i>	111
6.1.4.. Profundidad de máximo de dosis	111
6.1.5.. Dosis de salida (<i>exit dose</i>)	112
6.2.. Calidad de radiación y distribución de dosis	112
6.2.1.. Parámetros para tratamientos con radiación	112
6.3.. Cálculo dosimétrico elemental: método <i>standard</i> en terapia externa tradicional . .	116
6.3.1.. Distribución de dosis en agua sobre el eje central	116
6.3.2.. Función de dispersión (<i>Scatter Function</i>)	117
6.4.. Protocolos dosimétricos	118
6.5.. Técnicas de irradiación en terapia convencional	123
6.5.1.. Planicidad y simetría del haz de fotones	124
6.6.. Técnicas de braqui y teleterapia	124
6.7.. Planificación de tratamientos y sistemas de planificación de uso clínico (TPS) . .	126
6.8.. Corrección por contornos irregulares e incidencia oblicua	128
6.9.. Introducción a algoritmos de <i>convolution kernel</i>	130
7.. Módulo VII: Dosimetría avanzada	133
7.1.. Campos mixtos	133
7.1.1.. Descomposición dosimétrica y caracterización	135
7.2.. Discriminación dosimétricas y cuantificación de componente terapéutica	138
7.2.1.. Método Mainz: dosimetría con TLD y máscaras de cadmio	138

7.2.2.. Método Milano: dosimetría con diferente composición isotópica del gel de Fricke	140
7.3.. Base para la Dosimetría Fricke Gel	141
7.3.1.. Elementos básicos de la técnica dosimétrica FriXy	142
7.4.. Descomposición de campo mixto por técnica dosimétrica FriXy	143
7.5.. Elementos de radiobiología y cálculo de dosis equivalente para campo mixto	146
8.. Módulo VIII: Práctico de Laboratorio II: Distribución de dosis para campo conformado	149
8.1.. Elaboración de dosímetro a gel de Fricke	149
8.2.. Análisis óptico del detector	149
8.3.. Determinación de distribuciones de dosis en campo conformado	149
8.4.. Complementación con simulaciones Monte Carlo	149
9.. Módulo IX: Nociones básicas en medicina nuclear y dosimetría interna	151
9.1.. Radionucleidos: producción y caracterización	151
9.1.1.. Actividad y dosis equivalente	151
9.1.2.. Máquinas para producción de radiofármacos	152
9.2.. Dosis efectiva, transferencia lineal de energía (LET)	154
9.3.. Elementos de biología celular y daño biológico	155
9.3.1.. La escala del tiempo de los efectos en radiobiología	155
9.4.. Respuesta de tejido normal y el tejido tumoral ante la exposición de la radiación	156
9.5.. Daño en el ADN por radiaciones ionizantes (y otras fuentes)	157
9.6.. Dosimetría interna con el método MIRD y cálculo de factores S	158
10..Práctico de Laboratorio III: Distribución 3D de dosis en medicina nuclear	161
10.1..Adaptación y aplicación de rutinas Monte Carlo	161
10.2..Cálculo dosimétrico: Determinación de distribuciones de dosis a partir de <i>kernels</i>	161
10.3..Dosimetría a nivel órgano utilizando fantoma antropomórfico	161
11..Módulo XI: <i>Imaging</i> médico: nociones básicas	164
11.1..Introducción	164
11.2..Contraste, ruido, resolución y calidad de imágenes digitales	165
11.3..Estructuras anatómicas por tomografía computada por rayos X	166
11.4..Aplicaciones en radiodiagnóstico anatómico y metabólico	167
11.5..Técnicas de <i>imaging</i> funcional: fisiología metabólica	168
11.6..Aplicaciones en cámara Gamma	169
11.7..Nociones sobre requerimientos de <i>matching</i> y fusión de imágenes anatómicas y metabólicas	171
12..Práctico de Laboratorio IV: Imágenes radiológicas	173
12.1..Instrumentación y adquisición	173
12.2..Realización de imágenes radiográficas por contraste de absorción	173
12.3..Estudio de la <i>performance</i> del sistema de <i>imaging</i>	173
12.4..Accesorios para calidad de imagen y determinación de <i>kernels</i>	174
12.5..Procesamiento de imágenes radiológicas	174
13..Módulo XIII: Simulaciones Monte Carlo	176
13.1..Introducción a procesos estocásticos	176
13.1.1.. Procesos de estado discreto y cadenas de Markov	177
13.1.2.. Procesos de saltos puros	178
13.1.3.. Procesos de estados continuos y series temporales	178

13.2..Procesos estocásticos estacionarios	179
13.3..Características y medidas de procesos estocásticos	179
13.4..Técnicas de simulación Monte Carlo	179
13.5..Eficiencia del método Monte Carlo	181
13.5.1.. Ejemplos de aplicación	182
13.5.2.. Ejemplo: Cálculo-estimación del número π por medio de técnicas Monte Carlo	185
13.6..Códigos FLUKA y PENELOPE	187

Tabla de Constantes físicas

Cantidad	Símbolo	Valor
Número de Avogadro	N_A	$6,0221415 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Velocidad luz en vacío	c	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Masa del electrón	m_0, m_e	$9,1093826 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Carga del electrón	e, q_e	$1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck reducida	$\hbar \equiv h/2\pi$	$1,0545718 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$
Energía en reposo de electrón	$m_e c^2$	$510,998918 \text{ keV}$
Radio clásico del electrón	$r_e \equiv q_e^2 / (m_e c^2)$	$2,817940325 \cdot 10^{-15} \text{ m}$
Constante de estructura fina	$\alpha \equiv q_e^2 / (\hbar c)$	$1/137,03599911$
Radio de Bohr	$a_0 \equiv \hbar^2 / (m_e q_e^2)$	$0,5291772108 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Tabla de Conversión de Unidades dosimétricas

Cantidad	Unidad SI	Unidad tradicional
Actividad	1 Becquerel (Bq)	$2,703 \cdot 10^{-11} \text{ Curie (Ci)}$
Energía	1 Joule (J)	$6,242 \cdot 10^{18} \text{ electronVolt (eV)}$
Dosis Absorbida	1 Gray (Gy)	100 rad
Exposición	$1 \text{ C/kg}_{\text{aire}}$	3876 Roentgen
Dosis Equivalente	1 Sievert (Sv)	100 rems

MÓDULO I

Interacción de la radiación ionizante con medios materiales

1.. **Módulo I: Interacción de la radiación ionizante con medios materiales**

El *Capítulo 1.* está destinado a presentar un breve resumen sobre las interacciones que las radiaciones ionizantes experimentan al atravesar medios materiales. Se repasa brevemente la estructura atómica y el concepto de sección eficaz. También se expone un tratamiento para la interacción de fotones, partículas cargadas y neutrones con la materia. En el caso de las partículas cargadas, se considera tanto una descripción microscópica de los procesos de colisión como otra basada en teorías de dispersión múltiple.

1.1.. **Introducción a la estructura atómica**

Se denominan radiaciones ionizantes aquellas que son capaces de liberar electrones ligados en orbitales atómicos o moleculares, para lo que se requieren energías superiores a unos 10 eV, aproximadamente. En el caso de electrones, positrones y fotones, se restringe el tratamiento a energías entre decenas de eV y centenares de MeV, mientras que para partículas cargadas pesadas se considera el rango energético específico entre decenas de keV/u y centenares de MeV/u. Estos intervalos cubren holgadamente las energías empleadas típicamente en física médica, tanto en diagnóstico como en terapia.

Se estudiará la propagación e interacción de radiación ionizante con medios materiales constituidos por un número de átomos o moléculas por unidad de volumen (N) igual a:

$$N = \frac{N_{Av}\rho}{A_w} \quad (1)$$

donde N_{Av} es el número de Avogadro, ρ la densidad másica y A_w se obtiene de la masa atómica o molar (A): $A_w = Am_u N_{Av}$, para m_u tal que: $m_u N_{Av} \equiv 1 \text{ g mol}^{-1}$. Así, las fórmulas quedan escritas en el sistema CGS, como es habitual en física atómica. Sin embargo, para realizar los cálculos es conveniente emplear el sistema de unidades atómicas¹,

1.1.1.. **Clasificación de las radiaciones ionizantes**

Las radiaciones ionizantes se clasifican atendiendo en primer lugar a la carga eléctrica de las partículas (neutras o cargadas). La segunda característica relevante es la masa de las mismas, de acuerdo con el siguiente cuadro:

A la radiación constituída por partículas cargadas se la califica como directamente ionizante, mientras que se denomina indirectamente ionizante a la radiación de partículas neutras. La motivación, como se verá, está relacionada con el hecho de que la carga eléctrica determina el modo en que la radiación interactúa con la materia.

¹Las unidades atómicas se definen tomando: $q_e = m_e = \hbar = 1$.

$$\begin{array}{l}
\text{partículas neutras} \left\{ \begin{array}{l} \text{fotones} \quad x, \gamma \\ \text{neutrones} \end{array} \right. \\
\\
\text{partículas cargadas} \left\{ \begin{array}{l} \text{ligeras } (M = m_e) \quad e^-, e^+ \\ \text{pesadas } (M \gg m_e) \left\{ \begin{array}{l} \text{iones ligeros} \quad \text{H}, \dots, \text{Ne} \\ \text{iones pesados} \quad \text{Na}, \dots, \text{fragmentos de fisión} \\ \text{"exóticas"} \quad \mu^\pm, \pi^\pm, \bar{p}, \dots \end{array} \right. \end{array} \right.
\end{array}$$

Figura 1. Cuadro de clasificación de radiaciones ionizantes.

1.1.2.. Estructura atómica

Los procesos a nivel atómico y subatómico se rigen por las leyes de la mecánica cuántica. Considérese una partícula no-relativista de masa M que se mueve en un potencial central $V(r)$. La ecuación de movimiento (Schrödinger) independiente del tiempo, para el valor de energía ε es:

$$\left[\frac{\vec{p}^2}{2M} + V(r) \right] \Psi(\vec{r}) = \varepsilon \Psi(\vec{r}) \quad (2)$$

Por tanto, se ve que la función de onda de la partícula ($\Psi(\vec{r})$) factoriza como sigue:

$$\Psi_{\varepsilon, \ell, m_\ell}(\vec{r}) = \frac{u(r)}{r} Y_{\ell, m_\ell}(\vec{r}) \quad (3)$$

donde u son las funciones radiales y Y_{ℓ, m_ℓ} los armónicos esféricos.

Las funciones radiales u pueden determinarse analíticamente en el caso de potencial de Coulomb, pero en general se requiere resolver:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\hbar^2}{2M} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + V(r) \right] u(r) = \varepsilon u(r) \quad (4)$$

Si el potencial es atractivo, la ecuación 4 admite soluciones con autovalores $\varepsilon_{n, \ell}$ negativos discretos (n es el número cuántico principal), que representan estados ligados. Las correspondientes funciones radiales reducidas $u_{n, \ell}(r)$ están normalizadas a la unidad:

$$\int_{\mathbb{R}^+} u_{n, \ell}^2(r) dr = 1 \quad (5)$$

Por otra parte, la ecuación de Schrödinger radial también posee soluciones con autovalores positivos, que describen partículas libres con energía cinética no-relativista $\varepsilon = \frac{1}{2} M v^2$ (espectro continuo). La normalización de las funciones del continuo $u_{\varepsilon, \ell}(r)$ es arbitraria. Además las $u_{\varepsilon, \ell}(r)$ presentan un comportamiento asintótico del tipo:

$$u_{\varepsilon, \ell} \sim \sin \left(kr - \ell \frac{\pi}{2} - \eta \ln(2kr) + \delta_\ell(k) \right) [r \rightarrow \infty] \quad (6)$$

donde $k \equiv \sqrt{\frac{2M\varepsilon}{\hbar}}$ es el número de onda y δ_ℓ el defasaje. $\eta \equiv \frac{Z_\infty q_e^2}{\hbar v}$ es el “parámetro de Sommerfeld” para Z_∞ tal que: $V(r) \rightarrow \frac{-Z_\infty q_e^2}{r}$. Para potenciales de corto alcance se toma $Z_\infty = 0$, mientras que $Z_\infty \neq 0$ para el caso de iones. En el caso particular $V(r) = 0$ se tiene $\eta = 0$ y $\delta_\ell = 0 \forall \ell$, por lo tanto se reduce al caso de ondas planas viajeras:

$$\psi(\vec{r}) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (7)$$

En el tratamiento cuántico-relativista, la ecuación de Schrödinger debe sustituirse por la ecuación de Klein-Gordon si la partícula tiene spin 0 o la ecuación de Dirac si su spin es 1/2. La ecuación de Dirac independiente del tiempo es:

$$[c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + (\beta - 1)Mc^2 + V(r)] \psi(\vec{r}) = \varepsilon \psi(\vec{r}) \quad (8)$$

donde $\vec{\alpha}$ y β son las matrices de Dirac. Los autovalores y funciones de onda radiales reducidas se denominan según el número cuántico de momento angular relativista $\kappa \equiv (\ell - j)(2j + 1)$ para $j = \ell \pm \frac{1}{2}$. Las soluciones a esta ecuación pueden encontrarse en literatura especializada.²

Considérese un conjunto de N electrones (masa m_e , carga $-q_e$) de un átomo de número atómico Z . La función de onda atómica $\psi(\zeta_1, \dots, \zeta_N)$, que refiere a las “variables de estado” de cada uno de los electrones constituyentes (ζ_j), satisface la ecuación de onda independiente del tiempo:

$$\mathbf{H}_A(\zeta_1, \dots, \zeta_N) \psi(\zeta_1, \dots, \zeta_N) = E \psi(\zeta_1, \dots, \zeta_N) \quad (9)$$

donde $\mathbf{H}_A$ es el Hamiltoniano atómico y contiene, además de las energías cinéticas (no relativistas) de los electrones constituyentes, las energías potenciales electrostáticas atractivas electrón-núcleo y repulsivas electrón-electrón:

$$\mathbf{H}_A = \sum_{i=1}^N \frac{\vec{p}_i^2}{2m_e} + \sum_{i=1}^N \left(\frac{-Zq_e^2}{r_i} \right) + \sum_{j < i} \frac{q_e^2}{r_{ji}} \quad (10)$$

Es conocido que la ecuación 9 con el Hamiltoniano definido según la expresión 10 no tiene solución exacta, y por tanto es necesario recurrir a aproximaciones para simplificarla. Por ejemplo, en el modelo de electrones independientes en un campo central se supone que todos los electrones se mueven en un potencial atómico promedio o efectivo $V_{ef}(r)$, elegido de modo que sea una buena aproximación a los potenciales electrostáticos de la ecuación 10. Luego:

$$\mathbf{H}_A = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\vec{p}_i^2}{2m_e} + V_{ef}(r_j) \right] \quad (11)$$

O, la formulación correspondiente en el límite relativista:

$$\mathbf{H}_A = \sum_{i=1}^N [c\vec{\alpha}_j \cdot \vec{p}_j + (\beta_j - 1)m_e c^2 + V(r_j)] \quad (12)$$

²No hace al contenido del presente curso.

En este escenario, los potenciales autoconsistentes de tipo Hartree-Fock-Slater o Dirac-Hartree-Fock-Slater constituyen un punto de partida útil para resolver el problema. Al haber reemplazado el Hamiltoniano original por otro aproximado pero separable, la función de onda atómica se escribirá como un determinante de Slater construido con N orbitales de spin monoparticulares ψ_j , $j = 1, \dots, N$.

$$\Psi(\zeta_1, \dots, \zeta_N) = \frac{1}{\sqrt{(N!)}} \begin{bmatrix} \psi_1(\zeta_1) & \cdots & \psi_1(\zeta_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_N(\zeta_1) & \cdots & \psi_N(\zeta_N) \end{bmatrix} \quad (13)$$

Por lo tanto, se ve que Ψ es una función de onda antisimétrica, como corresponde a un sistema de fermiones.

El hecho de que las funciones de onda atómicas se expresen como determinantes de Slater simplifica en gran medida la evaluación (analítica o numérica) de elementos de matriz. La Figura 2 muestra la energía de ligadura experimental $U_{n\kappa}$ de las capas K , $L1 - L3$ y $M1 - M5$ de los átomos neutros. Una peculiaridad interesante de los potenciales autoconsistentes tipo Dirac-Hartree-Fock-Slater es que: $|\epsilon_{n,\kappa}| \approx U_{n,\kappa}$.

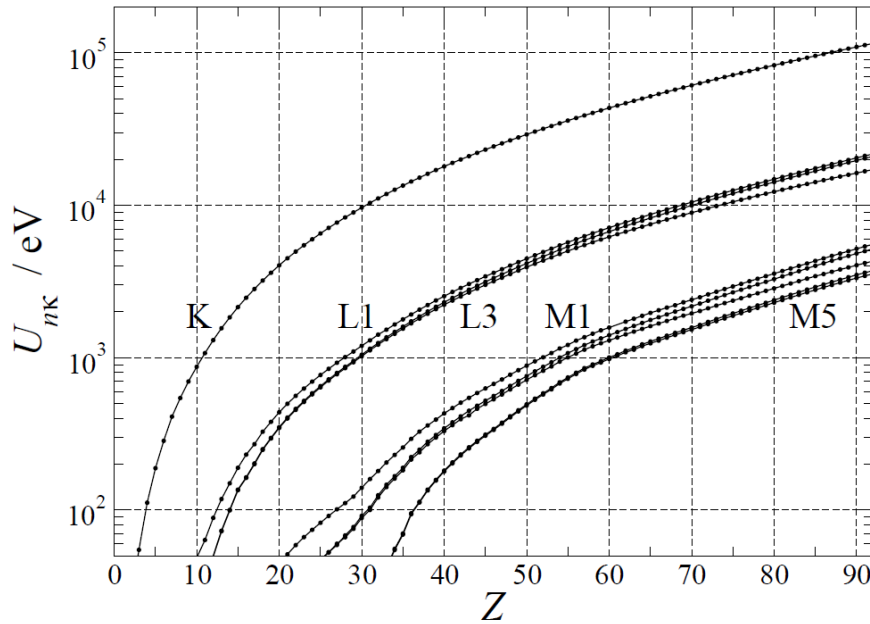


Figura 2. Energías de ionización experimentales de las capas K , $L1 - L3$ y $M1 - M5$ de los átomos neutros (J.M. Fernández-Varea). En líneas sólidas los resultados del modelo teórico descrito en la expresión 13, y los puntos corresponden a los resultados experimentales para $U_{n,\kappa}$.

1.1.3.. Descripción de la interacción entre radiación incidente y un átomo en reposo

Cuando un átomo se ve sometido a la influencia de la radiación incidente deben incluirse en el Hamiltoniano $\mathbf{H}$ términos adicionales con las energías de interacción entre el proyectil y los electrones atómicos. La ecuación de Schrödinger (o Dirac) en este caso es difícil o imposible de resolver exactamente, por lo que se recurre a métodos aproximados.

Implementando técnicas de teoría de perturbaciones, se descompone el Hamiltoniano en dos términos: $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}'$, siendo la ecuación de Schrödinger con $\mathbf{H}_0$ resoluble y $\mathbf{H}'$ es considerado como la “perturbación”.

$$\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_F \quad (14)$$

donde el hamiltoniano del átomo ($\mathbf{H}_A$), está dado por las ecuaciones 11 (o 12) y:

$$\mathbf{H}_F \equiv \sum_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} b_{\lambda}^{\dagger} b_{\lambda} \quad (15)$$

es el Hamiltoniano del campo de “fotones libres”. Cada modo λ corresponde a un vector de ondas $\vec{k}_{\lambda}$ y un vector (unitario) de polarización $\hat{\pi}_{\lambda}$. Los operadores $b_{\lambda}^{\dagger}$ y b_{λ} actúan sobre los estados $|\cdots, n_{\lambda}, \cdots\rangle$ que describen el campo electromagnético libre en la representación de números de ocupación (espacio de Fock); se denominan operadores de creación y aniquilación, respectivamente, debido a que:

$$b_{\lambda}^{\dagger} |\cdots, n_{\lambda}, \cdots\rangle = \sqrt{n_{\lambda} + 1} |\cdots, n_{\lambda} + 1, \cdots\rangle \quad (16)$$

$$b_{\lambda} |\cdots, n_{\lambda}, \cdots\rangle = \sqrt{n_{\lambda}} |\cdots, n_{\lambda} - 1, \cdots\rangle \quad (17)$$

El efecto de $\mathbf{H}'$ es inducir transiciones entre estados propios del Hamiltoniano $\mathbf{H}_0$. En el caso de fotones incidentes, el potencial vector asociado es:

$$\vec{A}(\vec{r}) \propto \sum_{\lambda} (\vec{A}_{\lambda} b_{\lambda} + \vec{A}_{\lambda}^* b_{\lambda}^{\dagger}) \quad \vec{A}_{\lambda} \sim \hat{\pi}_{\lambda} e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (18)$$

Efectuando el acoplamiento mínimo en la ecuación 11, se obtiene:

$$\mathbf{H}'_{\text{fot}} = \sum_{j=1}^N \frac{q_e}{m_e c} \vec{A}(\vec{r}_j) \cdot \vec{p}_j + \sum_{j=1}^N \frac{q_e^2}{2m_e c^2} \vec{A}^2(\vec{r}_j) \equiv \mathbf{H}'_{\text{fot1}} + \mathbf{H}'_{\text{fot2}} \quad (19)$$

En el caso relativista, se utiliza el acoplamiento mínimo en la ecuación 12, resultando:

$$\mathbf{H}'_{\text{fot}} = \sum_{j=1}^N q_e \vec{\alpha}_j(\vec{r}) \cdot \vec{A}(\vec{r}_j) \quad (20)$$

Por otro lado, cuando la radiación incidente es una partícula cargada (carga $Z^* q_e$, masa M) se tiene que la perturbación es la interacción Coulombiana (instantánea):

$$\mathbf{H}'_{\text{cp}} = \frac{Z Z^* q_e^2}{r_0} + \sum_{j=1}^N \left(\frac{-Z^* q_e^2}{r_{0j}} \right) \equiv \mathbf{H}'_{\text{cp1}} + \mathbf{H}'_{\text{cp2}} \quad (21)$$

aquí se ha utilizado que $\vec{r}_0$ es la posición de la partícula cargada. En esta expresión se ha omitido la interacción transversal, un efecto relativista causado por el intercambio de fotones virtuales.

La probabilidad de transición por unidad de tiempo ($W_{|i\rangle \rightarrow |f\rangle}$) de un estado inicial $|i\rangle$ a otro final $|f\rangle$ (ambos propios de $\mathbf{H}_0$) está dada por la *regla de oro de Fermi*:

$$W_{|i\rangle \rightarrow |f\rangle} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathbf{M}_{|f\rangle, |i\rangle}|^2 \rho(E_{|f\rangle} = E_{|i\rangle}) \quad (22)$$

donde $\rho(E_{|f\rangle})$ es la densidad de estados finales. Además, se tiene:

$$\mathbf{M}_{|f\rangle, |i\rangle} = \langle f | \mathbf{H}' | i \rangle + \sum_n \frac{\langle f | \mathbf{H}' | n \rangle \langle n | \mathbf{H}' | i \rangle}{E_i - E_n} + \dots \equiv \mathbf{M}_{|f\rangle, |i\rangle}^{(1)} + \mathbf{M}_{|f\rangle, |i\rangle}^{(2)} + \dots \quad (23)$$

El primer término de la suma de $\mathbf{M}_{|f\rangle, |i\rangle}$ es el término de primer orden, la sumatoria sobre estados intermedios $|n\rangle$ son las contribuciones de segundo orden, etc.

En algunos casos se puede entender cualitativamente -e incluso cuantitativamente- ciertos procesos de interacción de la radiación con la materia por medio de una descripción clásica de los electrones atómicos. El método consiste en considerar que cada átomo (o molécula) neutro posee $N = Z_2$ electrones ligados armónicamente a una posición de equilibrio mediante fuerzas conservativas y lineales. Se trabaja en el contexto en que f_j de estos electrones tienen frecuencias angulares propias ω_j , verificándose que $\sum_j f_j = Z_2$. En el contexto de la mecánica cuántica esta relación se conoce como regla de suma de Thomas-Reiche-Kuhn, y los f_j se interpretan como intensidades de oscilador. La dinámica de los electrones con frecuencia angular ω_j está gobernada por la segunda ley de Newton:

$$m_e \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{r} + m_e \Gamma \frac{\partial}{\partial t} \vec{r} + m_e \omega_j^2 \vec{r} = -q_e \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (24)$$

donde Γ es un amortiguamiento fenomenológico y $\vec{E}(\vec{r}, t)$ es el campo eléctrico externo debido a la radiación incidente (fotón o partícula cargada). Si la amplitud de oscilación es lo bastante pequeña, de modo que $\vec{E}$ pueda ser evaluado en la posición de equilibrio del electrón, resulta:

$$\vec{r}(t) = -\frac{q_e}{m_e} \frac{\vec{E}(t)}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\Gamma\omega} \quad (25)$$

En otras situaciones, como por ejemplo en el caso de metales, es útil describir los electrones más débilmente ligados (los de conducción) como si constituyeran un gas de electrones libres y emplear en los cálculos la correspondiente función dieléctrica (compleja):

$$\varepsilon(k, \omega) = \varepsilon_{\Re}(k, \omega) + i\varepsilon_{\Im}(k, \omega) \quad (26)$$

La función dieléctrica depende del vector de onda k y la frecuencia angular ω . La magnitud relevante en este tipo de formalismos es la *función de pérdida de energía*

$\Im(1/\epsilon) = \frac{\epsilon_3}{\epsilon_3^2 + \epsilon_3^2}$. Finalmente, cuando la energía de la radiación incidente es muy alta, es posible despreciar las energías de ligadura y las distribuciones de velocidades de todos los electrones del blanco, y describirlos como si estuvieran libres y en reposo. Las ecuaciones de conservación de la energía y el momentum permiten estimar las energías y direcciones de salida más probables de las partículas luego de interactuar (modalidad colisión binaria).

1.2.. Sección eficaz: Introducción

Considérese un experimento de *scattering* (dispersión), en el que se hace incidir sobre un blanco una densidad de flujo (tasa de fluencia) de partículas $\dot{\Phi}$. Un detector analiza las $\dot{N}$ partículas que, por unidad de tiempo, han sido desviadas dentro del ángulo sólido $d\Omega$ del detector (determinado por los ángulos polar θ y acimutal ϕ) y llegan con energía entre E' y $E' + dE'$. La *sección eficaz diferencial* de este proceso de colisión ($\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega}$) se define como sigue:

$$\frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \equiv \frac{1}{\dot{\Phi}} \frac{\dot{N}}{dE' d\Omega} \quad (27)$$

En la expresión anterior (27) el último factor está directamente relacionado con la probabilidad de transición por unidad de tiempo dada por la regla de oro de Fermi (22).

Integrando respecto del ángulo sólido y la energía se obtiene la *sección eficaz total* (σ):

$$\sigma = \int dE' \int d\Omega \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \quad (28)$$

que tiene dimensiones de superficie. Es posible interpretar la sección eficaz diferencial como una densidad de probabilidad a partir de la relación:

$$p(E', \theta) = \frac{1}{\sigma} 2\pi \sin(\theta) \frac{d^2\sigma}{dE' d\Omega} \quad (29)$$

Obsérvese que la sección eficaz diferencial depende del ángulo de dispersión polar θ pero no del ángulo de dispersión acimutal ϕ debido a la simetría cilíndrica del problema.

En un medio condensado (sólido o líquido) la probabilidad de interacción por unidad de longitud se define mediante:

$$\lambda^{-1} = \mathcal{N}\sigma \quad (30)$$

siendo λ el *camino libre medio* entre colisiones sucesivas. El producto $\mathcal{N}\sigma$ recibe a veces el nombre de *sección eficaz macroscópica* (Σ) o, en el caso de fotones, coeficiente de atenuación lineal (μ).

Las consideraciones anteriores son directamente generalizables si hay diversos mecanismos de interacción (cada uno de tipo i). Así, se tiene:

$$\sigma_{Total} = \sum_i \sigma_i \quad \wedge \quad \lambda_{Total}^{-1} = \sum_i \lambda_i^{-1} \quad (31)$$

1.3.. Conceptos básicos sobre interacción de fotones con la materia

Los fotones carecen de masa en reposo y carga eléctrica. Por lo tanto, su interacción con los medios materiales no es tan intensa como en el caso de partículas cargadas. Considérese la interacción de fotones no polarizados de energía E con átomos neutros cuyo número atómico es Z . En el intervalo de energías de interés para las aplicaciones del presente curso (aproximadamente entre 0.1 keV y 1 GeV) los procesos de colisión dominantes son el efecto fotoeléctrico, la dispersión Rayleigh, el efecto Compton y la creación de pares electrón-positrón. Otros modos de interacción, tales como las reacciones fotonucleares, ocurren con probabilidades mucho menores y -a primer orden- pueden ser despreciados en varias situaciones prácticas.

Sea ς la energía del fotón en unidades de $m_e c^2 \approx 511 \text{keV}$ (la energía en reposo del electrón):

$$\varsigma \equiv \frac{E}{m_e c^2} \quad (32)$$

1.3.1.. Efecto Fotoeléctrico

En el *efecto fotoeléctrico* el fotón es absorbido por el átomo blanco y un electrón de la capa atómica i -ésima es emitido dentro del ángulo sólido $d\Omega_e$, caracterizado por el ángulo polar θ_e , con energía cinética $\epsilon_e = E - U_i$, siendo U_i la energía de ionización de dicha capa. El proceso de fotoabsorción sólo es posible si $E > U_i$. En consecuencia, la sección eficaz de efecto fotoeléctrico presenta marcados bordes de absorción, pues cada vez que E supera una energía U_i se “abre” un nuevo canal de absorción.

Efecto Fotoeléctrico en la aproximación de Born

La aproximación de Born (no-relativista) considera la perturbación $\mathbf{H}'_{\text{fot1}}$ (21) a primer orden, con la simplificación adicional de reemplazar la función de onda del fotoelectrón por una onda plana. Esta aproximación implica secciones eficaces razonables sólo si $\epsilon_e \gg U_i$ de modo que se pueda despreciar la interacción Coulombiana del fotoelectrón con el ión residual.

La sección eficaz diferencial de efecto fotoeléctrico del átomo de hidrógeno (y de iones hidrogenoides) en la aproximación de Born puede ser evaluada analíticamente. En ausencia de polarización, la solución es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_e} = 2^{\frac{3}{2}} \alpha^8 a_0^2 Z^5 \varsigma^{-\frac{7}{2}} \frac{\sin^2(\theta_e)}{[1 - \frac{v_e}{c} \cos(\theta_2)]^4} \approx 2^{\frac{3}{2}} \alpha^8 a_0^2 Z^5 \varsigma^{-\frac{7}{2}} \sin^2(\theta_e) \quad (33)$$

donde $\alpha \equiv \frac{q_e^2}{\hbar c} \approx 1/137$ es la constante de estructura fina de Sommerfeld. La proporcionalidad con $\sin^2(\theta_e)$ indica que el fotoelectrón tiende a emitirse perpendicularmente a la dirección del fotón incidente. La sección eficaz total se obtiene integrando la sección eficaz diferencial sobre todas las direcciones de emisión:

$$\sigma(E) = \int_{-1}^1 d2\pi \cos(\theta_e) \frac{d\sigma}{d\Omega_e} = \frac{2^{\frac{9}{2}}\pi}{3} \alpha^8 a_0^2 Z^5 \zeta^{-\frac{7}{2}} \quad (34)$$

Esta fórmula (34) resulta ser aplicable no sólo para fotoionización de átomos hidrogenoides, sino que también describe de forma aproximada la ionización de la capa K de átomos o iones por rayos X y γ . Obsérvese que la sección eficaz es proporcional a Z^5 y a $E^{-\frac{7}{2}}$, creciendo rápidamente al aumentar el número atómico y disminuir la energía.

Para átomos multieletrónicos, es posible generalizar el tratamiento anterior sobre la base del modelo de electrones independientes en un campo central. Sin embargo los cálculos sólo pueden realizarse en forma numérica.

Efecto Fotoeléctrico en la aproximación dipolar eléctrica (no-relativista)

En la aproximación dipolar eléctrica no-relativista, el Hamiltoniano de la interacción entre el campo de radiación electromagnética y el átomo es $\mathbf{H}'_{\text{tot1}}$ (21), pero haciendo la exponencial igual a 1 en la expresión del potencial vector. Con estas simplificaciones, la relación de conmutación de Heisenberg (principio de incerteza) permite reemplazar los valores esperados de los operadores $\vec{p}_j$ por los $\vec{r}_j$. Aplicando teoría de perturbaciones a primer orden (sólo con el término $\mathbf{M}_{[f],i}^{(1)}$ en las expresiones 23), resulta que la sección eficaz del efecto fotoeléctrico se escribe como:

$$\sigma(E) = 4\pi\alpha E \left| \langle \Psi_f | \sum_{j=1}^N \vec{r}_j | \Psi_i \rangle \right|^2 \quad (35)$$

donde Ψ_i y Ψ_f son las funciones de onda atómicas inicial y final, respectivamente; las cuales pueden ser aproximadas mediante determinantes de Slater y el operador es a un cuerpo", así que sólo estarán permitidas transiciones que involucren a un único electrón. El elemento de matriz se reduce entonces a $|\langle \varphi_f | \vec{r} | \varphi_i \rangle|$ siendo φ_i y φ_f los orbitales de spin monoparticulares inicial (ligado) y final (libre), respectivamente, del electrón activo (el que efectúa la transición). En principio, debería efectuarse un desarrollo en ondas parciales del orbital libre φ_f . Sin embargo el carácter vectorial del operador $\vec{r}$ impone la conocida regla de selección $\ell' = \ell \pm 1$ de manera que contribuyen a lo sumo dos ondas parciales.

Las funciones radiales reducidas inicial, $P_{n\ell}(r)$ y final $P_{\zeta_e\ell'}(r)$ del electrón activo se obtienen resolviendo numéricamente la ecuación de Schrödinger radial. La expresión final para la sección eficaz de efecto fotoeléctrico de la capa activa (cuyo número de electrones es $N_{n\ell}$) es:

$$\sigma(E) = \frac{4\pi^2\alpha}{3} N_{n\ell} (\zeta_e - \epsilon_{n\ell}) \left[\frac{\ell}{2\ell+1} R_{\ell-1}^2 + \frac{\ell+1}{2\ell+1} R_{\ell+1}^2 \right] \quad (36)$$

Con $E = \zeta_e - \epsilon_{n\ell}$ y con las integrales radiales dadas por:

$$R_{\ell\pm 1}(\zeta_e) \equiv \int_{\Re^+} P_{\zeta_e\ell\pm 1}(r) r P_{n\ell}(r) dr \quad (37)$$

Efecto Fotoeléctrico en la aproximación Scofield

Actualmente, los cálculos considerados más precisos son los realizados por Scofield, que incluyen todos los multipolos del campo de radiación así como efectos relativistas, lo cual es esencial para átomos pesados. Es decir, se trata $\mathbf{H}'_{for}$ a primer orden sin introducir simplificaciones adicionales. Estos resultados han sido incorporados a la base de datos EPDL en 1997³ y en el programa XCOM. A modo de ejemplo, la figura 3 presenta las secciones eficaces de efecto fotoeléctrico para Al, Cu y Pb. La unidad, típicamente utilizada para secciones eficaces, b refiere a $barn \equiv 10^{-24} cm^2$.

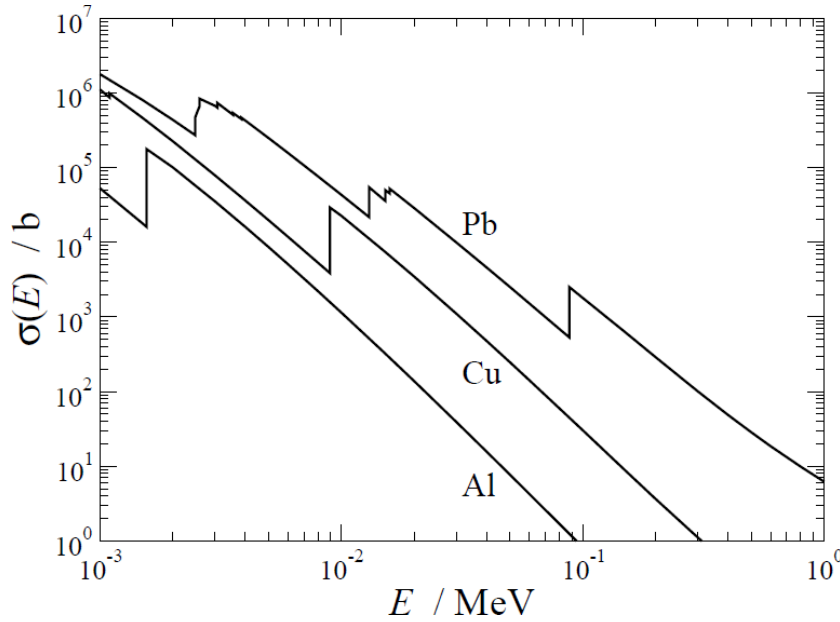


Figura 3. Secciones eficaces de efecto fotoeléctrico para Al, Cu y Pb.

1.3.2.. Scattering coherente o Rayleigh

El *scattering* coherente o Rayleigh es el proceso por el cual un fotón es dispersado elásticamente por los electrones atómicos ligados. Es decir, el átomo blanco no es excitado. En consecuencia $\Psi_f = \Psi_i$ y las energías de los fotones incidente y dispersado son iguales: $E' = E$. Este proceso se denomina coherente porque aparecen efectos de interferencia entre las ondas dispersadas por diferentes partes de la distribución de carga atómica.

Dispersión coherente en la aproximación del factor de forma

En este formalismo (básicamente no-relativista) se trata al Hamiltoniano $\mathbf{H}'_{for2}$ (expresión 20) asociado a la interacción entre la radiación electromagnética y el átomo como una

³Cullen, Hubbell & Kissel. EPDL97 The evaluated data library, '97 version, Report UCRL-50400 vol. 6, rev. 5 (Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, CA, 1997).

perturbación a primer orden, mientras que desprecia la contribución de $\mathbf{H}'_{fot1}$ a segundo orden. Desarrollando los correspondientes elementos de matriz $\langle f | \mathbf{H}'_{fot2} | i \rangle$ puede calcularse la sección eficaz diferencial (por átomo) para dispersión coherente:

$$\frac{d\sigma_{coh}}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} |F(q, Z)|^2 = r_e^2 \left(\frac{1 + \cos^2(\theta)}{2} \right) |F(q, Z)|^2 \quad (38)$$

donde es $\frac{d\sigma_T}{d\Omega}$ es la sección eficaz diferencial de Thomson para la dispersión por un electrón libre y en reposo, la cual se obtiene a partir de argumentos clásicos, θ se refiere al ángulo de dispersión polar, *i.e.* el ángulo entre las direcciones de propagación del fotón antes y después de la interacción; y $r_e \equiv \frac{q_e^2}{m_e c^2} \approx 2,818 \times 10^{-13} cm$ es denominado radio clásico del electrón.

El factor de forma atómico $F(q, Z)$ dado por:

$$F(q, Z) = \langle \Psi_0 | \sum_{j=1}^N e^{i\vec{q} \cdot \vec{r}_j / \hbar} | \Psi_0 \rangle \quad (39)$$

donde Ψ_0 denota la función de onda atómica del estado fundamental y la suma recorre los Z electrones atómicos; $\vec{q}$ es el vector transferencia de momento, cuyo módulo está dado por:

$$q = 2 \frac{E}{c} \sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \quad (40)$$

El factor de forma atómico puede ser expresado como la transformada de Fourier de la densidad electrónica $\rho(\vec{r})$ del átomo la cual, en la aproximación de simetría esférica, se simplifica a:

$$F(q, Z) = \int_{\mathbb{R}^+} \rho(r) \frac{\sin \left(\frac{qr}{\hbar} \right)}{\frac{qr}{\hbar}} 4\pi r^2 dr \quad (41)$$

$F(q, Z)$ es una función monótonamente decreciente en q que varía desde $F(0, Z) = Z$ a $F(\infty, Z) = 0$. Por lo tanto, la presencia del término en $F(q, Z)^2$ en la expresión para la sección eficaz diferencial (38), favorece la dispersión coherente (Rayleigh) hacia ángulos pequeños.

En el caso del átomo de hidrógeno no-relativista el factor de forma atómico puede evaluarse analíticamente⁴:

$$F_H(q, Z = 1) = \left[1 + \left(\frac{q a_0 \hbar}{2Z} \right) \right]^{-2} \quad (42)$$

⁴fórmula de Pirene.

Pero, los factores de forma atómicos para átomos multielectrónicos (con más de un electrón) requieren de ser calculados numéricamente. Por lo general, existen extensas tablas⁵, obtenidas a partir de densidades atómicas autoconsistentes para átomos con $Z = 2 - 100$. La Figura 4 muestra los factores de forma atómicos correspondientes a los átomos de C, Cu y Pb.

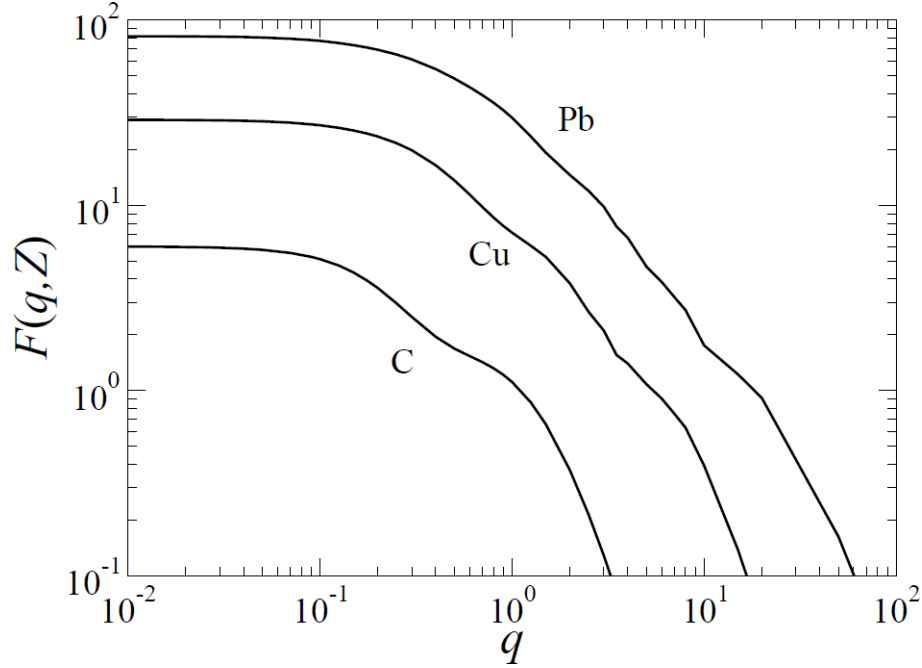


Figura 4. Factores de forma atómicos para C, Cu y Pb (Hubbell et al.)

La sección eficaz total (por átomo) de *scattering* Rayleigh se obtiene a partir de:

$$\sigma(E) = \pi r_e^2 \int_{-1}^1 (1 + \cos^2(\theta)) |F(q, Z)|^2 d(\cos(\theta)) \quad (43)$$

Para energías bajas, el factor de forma en la integral es, aproximadamente, $F(0, Z) = Z$ y por lo tanto la dispersión coherente se reduce a la dispersión Thomson:

$$\sigma = \frac{8}{3} \pi r_e^2 Z^2 \quad (44)$$

Mientras que en el límite de alta energía se tiene:

$$\sigma \sim E^{-2} \quad (45)$$

⁵véase Hubbell et al. Phys. Chem. Ref. Data 4 (1975) 471. Erratum: ibid. 6 (1977) 615.

Estos comportamientos asintóticos pueden apreciarse en la Figura 5, donde se han representado las secciones eficaces totales Rayleigh para C, Cu y Pb.

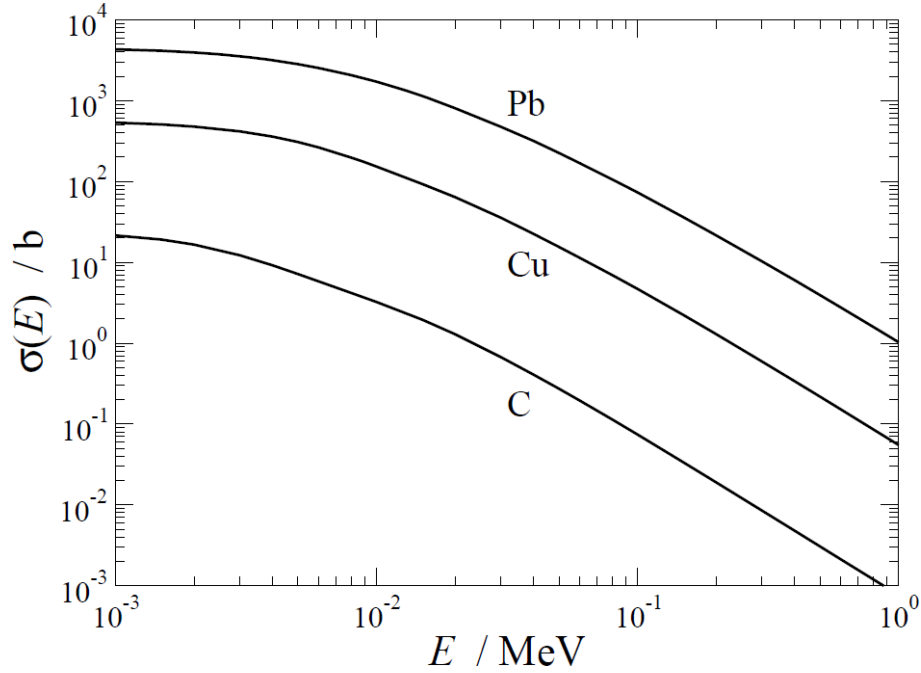


Figura 5. Secciones eficaces Rayleigh para C, Cu y Pb.

Dispersión coherente anómala

En un sentido estricto, la expresión 38 es adecuada sólo para fotones si $E \gg U_K$, para U_K : energía de ligadura de la capa K del átomo. El comportamiento predicho por la expresión 44 es alterado sustancialmente cuando se introducen los factores (reales) de dispersión “anómala” f' y f'' , cuyo origen está en el Hamiltoniano relativista $\mathbf{H}'_{\text{tot}}$ tratado a segundo orden⁶. En este tratamiento, la sección eficaz diferencial resulta:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma_T}{d\Omega} |F(q, Z) + f'(E, Z) + if''(E, Z)|^2 \quad (46)$$

La correspondiente sección eficaz total presenta cerca de los bordes de absorción una marcada reducción respecto de la sección eficaz predicha por la expresión 43.

Afortunadamente, cuando aparecen estos efectos de dispersión anómala el *scattering* coherente es mucho menos probable que la absorción fotoeléctrica. Por tanto, para muchos propósitos, es posible aproximar el factor de forma por medio de la expresión 43.

⁶Lo que se denomina “método de la matriz S de dispersión”.

1.3.3.. Scattering incoherente o Compton

En la dispersión incoherente de fotones (efecto Compton), un fotón de energía $E = \kappa m_e c^2$ interactúa inelásticamente con un electrón atómico que lo absorbe y se re-emite un fotón secundario con energía $E' = \tau E < E$ en la dirección θ relativa a la dirección del fotón incidente. Tras la colisión, el electrón retrocede con una energía cinética ϵ_e en la dirección θ_e .

Si el electrón blanco está inicialmente libre y en reposo, se tiene que $\epsilon_e = (1 - \tau)E$. La conservación de energía y momentum implica:

$$\cos(\theta) = \frac{1}{\kappa} \left(\kappa + 1 - \frac{1}{\tau} \right) \quad (47)$$

$$\cos(\theta_e) = (\kappa + 1) \sqrt{\frac{1 - \tau}{\kappa [2 + \kappa(1 - \tau)]}} \quad (48)$$

Por lo tanto:

$$\tau = \frac{1}{1 + \kappa(1 - \cos(\theta))} \quad (49)$$

$$E' = \frac{E}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos(\theta))} \equiv E_C \quad (50)$$

Sujeto a $\tau_{\min} = \frac{1}{1 + 2\kappa} \leq \tau \leq \tau_{\max} = 1$, que corresponden a *scattering* hacia atrás ($\theta = \pi$) y hacia adelante ($\theta = 0$), respectivamente.

La formulación de Klein-Nishina

Suponiendo que los electrones del blanco están libres y en reposo, la sección eficaz diferencial angular (por electrón) para fotones no polarizados se obtiene a partir de la fórmula de Klein-Nishina:

$$\frac{d\sigma_{K-N}}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E_C}{E} \right)^2 \left[\frac{E_C}{E} + \frac{E}{E_C} - \sin^2(\theta) \right] = \quad (51)$$

$$\frac{r_e^2}{2} [1 + \kappa(1 - \cos(\theta))]^{-2} \left[1 + \cos^2(\theta) + \frac{\kappa^2(1 - \cos(\theta))^2}{1 + \kappa(1 - \cos(\theta))} \right] \quad (52)$$

Puede verse que en el límite de bajas energías ($\kappa \rightarrow 0$), la sección eficaz $\frac{d\sigma_{K-N}}{d\Omega}$ se reduce a la fórmula de Thomson (38)

Sin embargo, generalmente es más conveniente expresar la sección eficaz de Klein-Nishina en términos de τ (que describe la fracción de energía del fotón secundario):

$$\frac{d\sigma_{K-N}}{d\tau} = \frac{d\sigma_{K-N}}{d\Omega} \frac{2\pi d(\cos(\theta))}{d\tau} = \frac{\pi r_e^2}{\kappa^3} \left(\frac{1}{\tau^2} + \frac{\kappa^2 - 2\kappa - 2}{\tau} + (2\kappa + 1) + \kappa^2 \tau \right) \quad (53)$$

La correspondiente sección eficaz total (por electrón) de Klein-Nishina resulta:

$$\sigma_{K-N} = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} d\tau \frac{d\sigma_{K-N}}{d\tau} = \pi r_e^2 \left[\frac{4}{\kappa^2} + \frac{\kappa^2 - 2\kappa - 2}{\kappa^2} \ln(1 + 2\kappa) + \frac{2(\kappa + 1)}{(1 + 2\kappa)^2} \right] \quad (54)$$

La aproximación de Waller-Hartree

En la aproximación de Waller-Hartree se incluyen los efectos de ligadura de los electrones atómicos. En este formalismo, la sección eficaz Compton (por átomo) se obtiene a partir de:

$$\frac{d\sigma}{d\tau} = \frac{d\sigma_{K-N}}{d\tau} S(q, Z) \quad (55)$$

donde $S(q, Z)$ es la *función de dispersión incoherente* del átomo blanco, con

$$q^2 = \frac{E^2 + E'^2 - 2EE' \cos(\theta)}{c^2} = (m_e c)^2 \kappa [2 + \kappa - 2\tau(1 + \kappa) + \tau^2 \kappa] \quad (56)$$

siendo entonces q el módulo de la transferencia de momento al electrón.

La función de dispersión incoherente se calcula a partir de la función de onda atómica del estado fundamental Ψ_0 mediante:

$$S(q, Z) = \langle \Psi_0 | \sum_{i=1}^Z \sum_{j=1}^Z e^{i\vec{q} \cdot (\vec{r}_i - \vec{r}_j)} / \hbar | \Psi_0 \rangle \quad (57)$$

De aquí se sigue que $S(q, Z)$ es una función monótonamente creciente de q que toma valores desde $S(0, Z) = 0$ hasta $S(\infty, Z) = Z$. Se observa que la función de dispersión incoherente inhibe las colisiones “blandas”, *i.e.* aquellas en las que la transferencia de momento q es pequeña, reduciendo la sección eficaz diferencial; de hecho $\frac{d\sigma}{d\tau}$ se anula para $\tau = 1$ ya que $q^2(\tau = 1) = 0$.

En el caso del átomo de hidrógeno, la función de dispersión incoherente admite una expresión analítica ya que $i = j = 1$, luego:

$$S_H(q, Z) = 1 - [F_H(q, Z)]^2 \quad (58)$$

Nuevamente, para el caso de átomos multielectrónicos es necesario recurrir al cálculo numérico para evaluar las funciones $S(q, Z)$ ⁷.

En situaciones prácticas puede convenir el empleo de funciones de dispersión incoherente aproximadas pero expresadas en forma analítica ⁸, en vez de extensas tablas de difícil manejo. La Figura 6 reporta funciones de dispersión incoherente correspondientes a los átomos de C, Cu y Pb.

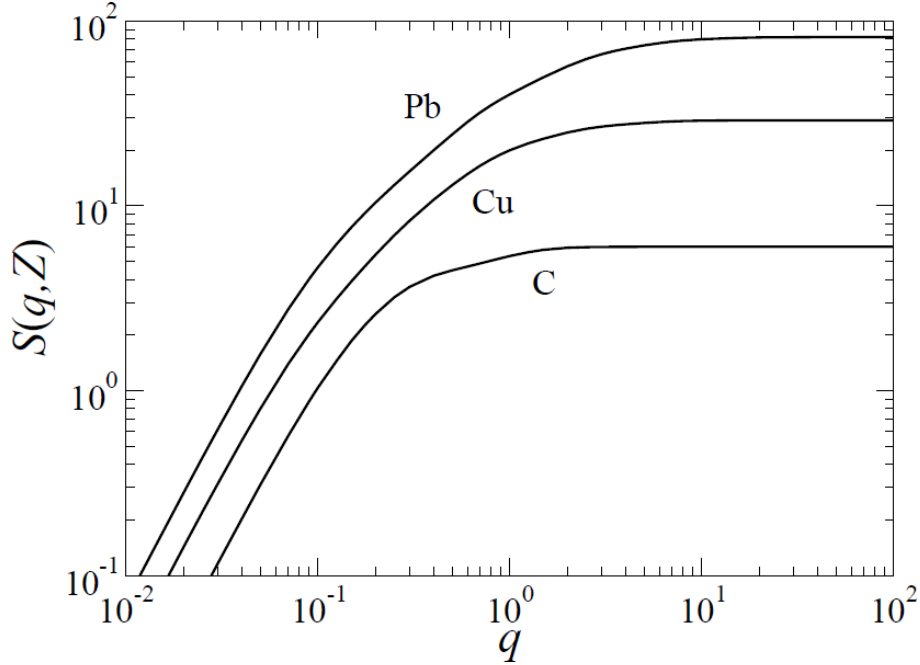


Figura 6. Funciones de dispersión incoherente de C, Cu y Pb (Hubbell et al.)

La sección eficaz total incoherente (por átomo) es entonces:

$$\sigma(E) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \frac{d\sigma_{KN}}{d\tau} S(q, Z) d\tau \quad (59)$$

El comportamiento de σ en función de la energía del fotón puede observarse en la Figura 7 para dos especies atómicas (Al y Au).

La sección eficaz total tiende a cero para fotones de bajas energías, mientras que la sección eficaz total obtenida a partir de la fórmula de Klein-Nishina (σ_{KN}) permanece finita en $E = 0$. La diferencia entre secciones eficaces totales obtenidas de la expresión 59 y de la fórmula de Klein-Nishina aumenta cuando la energía del fotón disminuye y es apreciable para energías menores a ~ 100 keV.

⁷Hubbell et al. compilaron tablas de $S(q, Z)$ para todos los elementos desde $Z = 1$ a 100, a partir de funciones de onda atómicas autoconsistentes de tipo Hartree-Fock.

⁸Véase, por ejemplo, J. Baró et al. Radiat. Phys. Chem. **44**, 531, 1994.

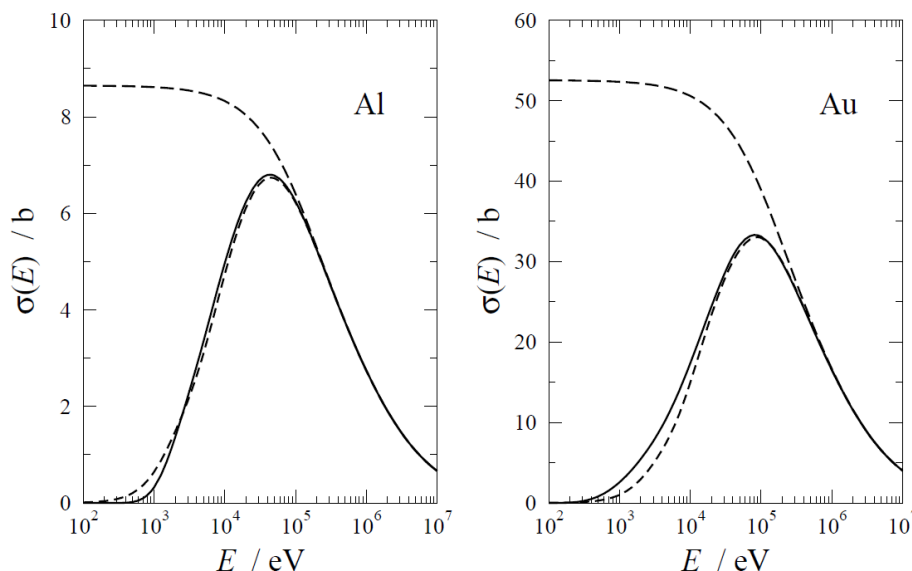


Figura 7. Secciones eficaces Compton de Al y Au. Las curvas a trazos largos y cortos son las predicciones de Klein-Nishina y Waller-Hartree, respectivamente. Las curvas continuas corresponden a la aproximación de impulso relativista.

Scattering Compton: aproximaciones de mayor precisión

Existen modelos teóricos más elaborados para describir la dispersión incoherente de fotones teniendo en cuenta que el electrón activo está ligado y en movimiento antes de la colisión. Entre ellos, cabe mencionar: la *aproximación de impulso* y el *método de la matriz S de dispersión*. La aproximación de impulso sólo considera $\mathbf{H}_{\text{fot}}^2$ a primer orden, mientras que el método de la matriz S de dispersión trata $\mathbf{H}_{\text{fot}}'$ a segundo orden. Desafortunadamente, la dificultad de realizar los cálculos numéricos hace que aún no existan tabulaciones completas basadas en estos formalismos.

1.3.4.. Producción de pares electrón-positrón

En la creación de pares el fotón de energía E desaparece y su energía es invertida en crear un electrón y su antipartícula, el positrón. Sea $E_{\pm}$ la energía cinética de estas dos partículas cargadas, e^{-} y e^{+} respectivamente, la conservación de la energía exige que sea: $E = E_{-} + E_{+} + 2m_e c^2$. Puede observarse que la creación de pares sólo será posible si $E > 2m_e c^2 \approx 1,022 \text{ MeV}$. Por otra parte, la conservación de la cantidad de movimiento obliga a que el proceso tenga lugar cerca de una partícula cargada masiva que absorba una pequeña cantidad de movimiento y una fracción despreciable de energía. Esa partícula masiva podrá ser tanto un núcleo como alguno de los electrones atómicos. En este último caso -sólo puede suceder si $E > 4m_e c^2$ - el proceso se denomina *creación de tripletes*, pues el electrón que absorbe la cantidad de movimiento es arrancado del átomo.

El cálculo de las secciones eficaces del proceso de creación de pares es complicado, pues se debe recurrir a la electrodinámica cuántica. Empleando este formalismo, y suponiendo que las partículas cargadas emergentes son lo bastante rápidas como para poder ser

describas mediante ondas planas (aproximación de Born), Bethe y Heitler obtuvieron una expresión para la sección eficaz diferencial en la energía cinética del electrón creado (E_-)⁹:

$$\frac{d\sigma_{BH}^{e^-e^+}}{dE_-} = Z(Z+1)f(Z, E, E_-) \quad (60)$$

No resulta de interés prioritario, para los fines de esta exposición, dar los detalles de la función $f(Z, E, E_-)$, pero cabe mencionar que ésta depende del factor de forma atómico. En cambio, sí vale la pena destacar que -tal como se anticipó- aparecen dos contribuciones, una proporcional a Z^2 que da cuenta de la creación de pares en el campo del núcleo y otra proporcional a Z que se debe a la contribución de los Z electrones atómicos al proceso (creación de tripletes).

El ángulo polar promedio de emisión del electrón y del positrón está dado por:

$$\langle \theta_{\pm} \rangle \approx \left(1 + \frac{E}{m_e c^2} \right)^{-1} \quad (61)$$

La sección eficaz total de creación de pares se obtiene al integrar $\frac{d\sigma_{BH}^{e^-e^+}}{dE_-}$ respecto de E_- . La Figura 8 reporta las secciones eficaces de creación de pares y tripletes en C, Cu y Pb según la energía del fotón incidente.

1.3.5.. Reacciones fotonucleares

Cuando el fotón tiene una energía superior a algunos MeV cobra importancia la posibilidad de que interactúe directamente con el núcleo atómico. Las reacciones fotonucleares más probables son las de tipo (γ, n) , en las que el fotón arranca un neutrón, que es liberado. Por supuesto, las correspondientes secciones eficaces dependen fuertemente de la energía, así como del nucleido en cuestión (es decir, de Z y A).

1.4.. Coeficiente de atenuación: Introducción

Para cada modo de interacción i (i = “fotoeléctrico”, “Rayleigh”, “Compton”, “creación de pares”, “creación de tripletes”), se define el coeficiente de atenuación (lineal) μ_i dado por:

$$\mu_i \equiv \mathcal{N} \sigma_i \quad (62)$$

donde $\mathcal{N}$ es el número de átomos o moléculas por unidad de volumen. Como $\mathcal{N}$ es proporcional a la densidad másica ρ , resulta más conveniente definir los coeficientes de atenuación másicos parciales μ_i/ρ , y el coeficiente de atenuación másico total:

⁹Expresión conocida como fórmula de Bethe-Heitler.

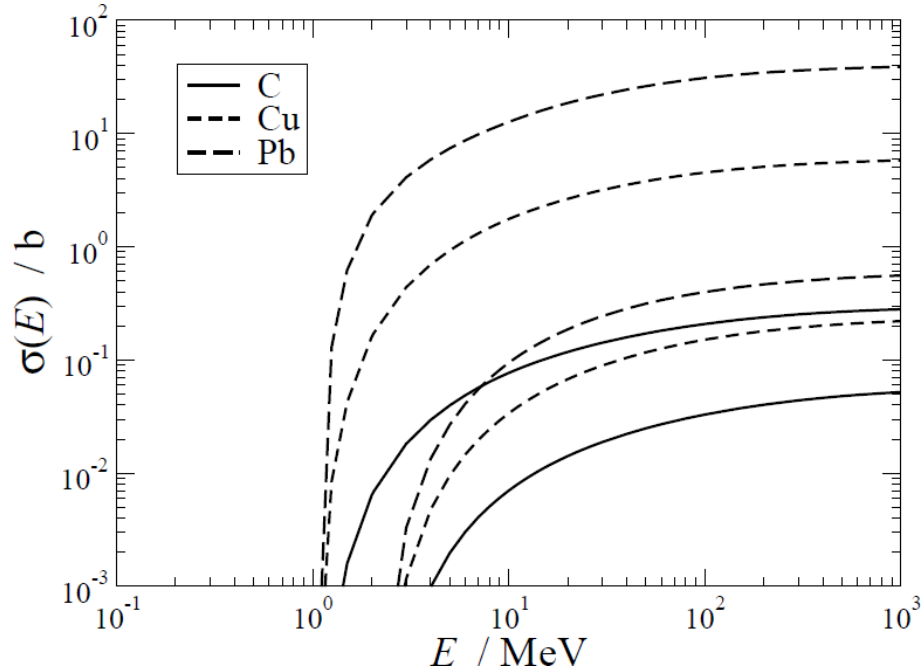


Figura 8. Secciones eficaces de creación de pares y tripletes en C, Cu y Pb.

$$\frac{\mu}{\rho} \equiv \frac{N_{Av}}{A_w} \sum_i \sigma_i \quad (63)$$

Las dos tabulaciones de coeficientes de atenuación másicos más empleadas son la base de datos EPDL '97, de Cullen et al. y la del NIST de Berger-Hubbell. Esta última cubre energías de fotones superiores a 1 keV y se puede generar mediante el programa llamado XCOM. Nótese que, convencionalmente, las tabulaciones de coeficientes de atenuación másicos no incluyen la contribución debida a reacciones fotonucleares. A modo de ejemplo, la Figura 9 reporta los coeficientes de atenuación másicos de Al y Pb generados con XCOM.

1.5.. Coeficiente de atenuación másico para compuestos

Cuando el medio por el que se propagan los fotones es un compuesto o una mezcla, el coeficiente de atenuación másico puede aproximarse¹⁰ como sigue:

$$\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{comp} \approx \sum_j w_j \left(\frac{\mu}{\rho}\right)_j \quad (64)$$

¹⁰Véase, por ejemplo, M. Valente et al., 2018 *Water-equivalence of gel dosimeters for radiology medical imaging*, Appl. Rad. Isot. **141**, pp. 193.198.

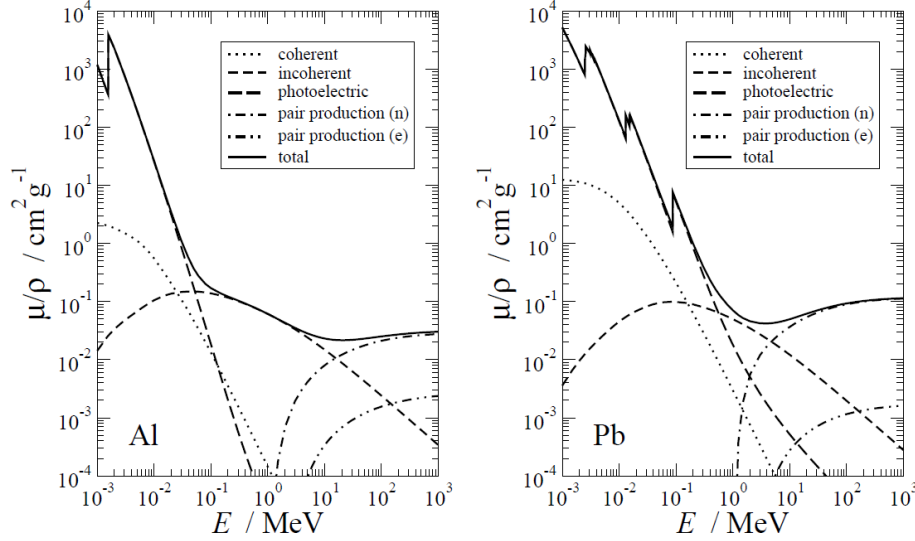


Figura 9. Coeficientes de atenuación másicos de Al y Pb, obtenidos con el programa XCOM.

donde la suma se extiende sobre los j componentes elementales (puros) presentes en el compuesto, siendo w_j la fracción en peso del elemento j -ésimo. Nótese que en esta expresión 64 se ignoran los efectos de agregación, ya sean moleculares o de materia condensada.

1.6.. Introducción a la interacción de las partículas cargadas con la materia

Esta sección se concentra en la descripción de los procesos de interacción que experimentan las partículas cargadas (carga $Z_1 q_e$, masa M) al atravesar un medio material de número atómico Z_2 . Se indicará con $\vec{v}$, $\vec{p}$ y E la velocidad, momento lineal y energía cinética del proyectil antes de la colisión, mientras que las variables primadas ($\vec{v}'$, $\vec{p}'$ y E') corresponden a cantidades después de la colisión. Se define, además, las transferencias de momento lineal y energía en la colisión como $\vec{q} \equiv \vec{p} - \vec{p}'$ y $W \equiv E - E'$, respectivamente.

Conviene recordar que, cuando se trata de partículas relativistas, se define $\beta \equiv \frac{v}{c}$ y $\gamma \equiv (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}}$. El momento lineal y la energía cinética se expresan entonces como $p = \gamma M \beta c$ y $E = (\gamma - 1) M c^2$. Es imprescindible emplear la cinemática relativista cuando $\beta \gtrsim 0,1$, lo cual sucede para electrones y positrones con $E \gtrsim 5$ keV y para partículas cargadas pesadas con $E/M \gtrsim 10$ MeV/u.

Se verá que son posibles colisiones tanto elásticas como inelásticas y la emisión de radiación de frenado. La masa de las partículas cargadas determina la importancia de cada uno de estos modos de interacción. De hecho, las partículas cargadas pesadas ($M \gg m_e$) apenas sufren cambios de dirección y viajan esencialmente en línea recta.

1.6.1.. Scattering elástico de electrones y positrones

Las partículas cargadas pueden interactuar elásticamente con los átomos del material, cambiando de dirección pero sin perder energía, *i.e.* $E' = E$ y $\Psi_f = \Psi_i$.

Sección eficaz diferencial de Rutherford

Considérese un electrón (o positrón) que modifica su dirección de vuelo al interactuar elásticamente con el potencial de Coulomb producido por el núcleo del átomo blanco. El correspondiente Hamiltoniano es $\mathbf{H}'_{\text{cp1}}$ (expresión 21). Es un hecho notable que para este Hamiltoniano los cálculos no-relativistas clásico y cuántico (tanto exacto como en la aproximación de Born) de la correspondiente sección eficaz diferencial conducen a la misma expresión¹¹:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{(2m_e Z_1 Z_2 q_e^2)^2}{q^4} = \left(\frac{Z_1 Z_2 q_e^2}{m_e v^2} \right)^2 \frac{1}{(1 - \cos(\theta))^2} \quad (65)$$

Ésta es conocida como *fórmula de Rutherford*, y la versión relativista (ignorando el spin) es:

$$\frac{d\sigma_R}{d\Omega} = \frac{(2m_e Z_1 Z_2 q_e^2)^2}{q^4} = \left(\frac{Z_1 Z_2 q_e^2}{\beta^2 \gamma m_e c^2} \right)^2 \frac{1}{(1 - \cos(\theta))^2} = \left(\frac{Z_1 Z_2 q_e^2}{(p\beta c)} \right)^2 \frac{1}{(1 - \cos(\theta))^2} \quad (66)$$

La divergencia de la sección eficaz diferencial de Rutherford en $\theta = 0$ es una consecuencia directa de no haber tenido en cuenta el apantallamiento del potencial de Coulomb por los electrones atómicos, *i.e.* haber despreciado $\mathbf{H}'_{\text{cp2}}$.

La fórmula de Rutherford con apantallamiento

Una manera relativamente sencilla de evitar los problemas de la fórmula de Rutherford consiste en partir del potencial de Wentzel (V_W):

$$\mathbf{H}'_{\text{cp}} \sim V_W = \frac{Z_1 Z_2 q_e^2}{r} e^{-\frac{r}{R}} \quad (67)$$

El factor exponencial reproduce, al menos cualitativamente, los efectos de apantallamiento de la carga nuclear por los electrones atómicos. La distancia de apantallamiento R puede estimarse con ayuda del modelo atómico de Thomas-Fermi, obteniendo:

$$R \approx 0,885 Z^{-\frac{1}{3}} a_0 \quad (68)$$

Luego, la sección eficaz diferencial se obtiene empleando la primera aproximación de Born:

$$\frac{d\sigma_{SR}}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 q_e^2}{(p\beta c)} \right)^2 \frac{1}{(2A + 1 - \cos(\theta))^2} \quad (69)$$

que es la *fórmula de Rutherford con apantallamiento*. El parámetro de apantallamiento (adimensional) A está dado por:

¹¹ Véase N. Gauthier, Eur. J. Phys. **21** L17, 2000.

$$A \equiv \frac{1}{4} \left(\frac{\hbar}{p} \right)^2 R^{-2} \quad (70)$$

Finalmente, puede calcularse la correspondiente sección eficaz total:

$$\sigma_{SR} = \left(\frac{Z_1 Z_2 q_e^2}{p \beta c} \right)^2 \frac{\pi}{A(A+1)} \quad (71)$$

Método de ondas parciales

En el caso de energías bajas y números atómicos altos es necesario recurrir a formalismos más sofisticados para obtener las secciones eficaces elásticas. En particular, los métodos basados en los desarrollos en ondas parciales proporcionan una descripción adecuada de estos procesos para energías superiores a unos 100 eV, ya que están en buen acuerdo con las medidas experimentales disponibles. Además dan cuenta de las diferencias en el *scattering* de electrones y positrones, que según la fórmula de Rutherford (con o sin apantallamiento) no debieran existir.

En los últimos años, ICRU ¹² ha revisado a fondo los modelos de dispersión elástica de electrones y positrones y ha elaborado una tabulación basada en el método de ondas parciales relativista. La Figura 10 reporta, a modo de ejemplo, las secciones eficaces diferenciales de Al y Pb para electrones y positrones de varias energías, tomadas de la base de datos del informe 77 de ICRU.

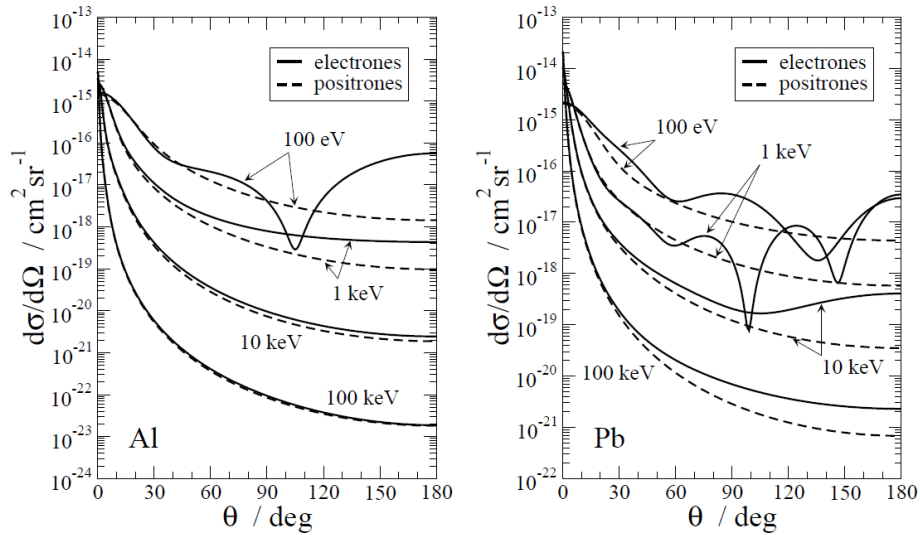


Figura 10. Secciones eficaces diferenciales de *scattering* elástico de electrones (línea sólida) y positrones (línea de trazos) para Al (izquierda) y Pb (derecha).

¹²International Commission on Radiation Units and Measurements, Inc. (ICRU)

1.6.2.. Scattering inelástico de electrones y positrones

En estas colisiones la partícula cargada incidente experimenta una reducción de su energía, *i.e.* $E' < E$, que se invierte en excitar o ionizar el átomo blanco ($\Psi_f \neq \Psi_i$). Normalmente, un único electrón -al que se denomina “electrón activo”- efectúa una transición desde un orbital ligado i a otro f , que puede ser ligado (excitación) o libre (ionización). Por supuesto, sólo se podrá ionizar la capa atómica i -ésima si $E > U_i$ mientras que el electrón secundario (rayo δ) se emite con energía cinética $\epsilon_e = WU_i$.

Fórmulas de Rutherford, Møller y Bhabha

Una manera relativamente simple de abordar el problema consiste en suponer que los Z_2 electrones del átomo blanco están libres y en reposo, de modo que $W \approx \epsilon_e$. La conservación del momentum y energía imponen que la pérdida de energía W del proyectil (no-relativista) cumpla:

$$W \leq W_{\text{máx}} \equiv \frac{2m_e v^2}{\left(1 + \frac{m_e}{M}\right)^2} \quad (72)$$

En esta aproximación, la sección eficaz diferencial (por electrón) en la transferencia de energía W está dada por la fórmula de Rutherford (no-relativista):

$$\frac{d\sigma_R}{dW} = \frac{2\pi Z_1^2 q_e^4}{m_e v^2} \frac{1}{W^2} \quad (73)$$

para $W \leq W_{\text{máx}}$. Vale destacar que $\frac{d\sigma_R}{dW}$ depende de la carga y velocidad del proyectil, pero no de su masa.

Si la partícula cargada es un electrón, la fórmula de Rutherford no es correcta, pues no tiene en cuenta el carácter indistinguible de los electrones incidente y blanco. Debe emplearse en su lugar la *fórmula de Møller* (relativista):

$$\frac{d\sigma_M}{dW} = \frac{2\pi q_e^4}{m_e c^2 \beta^2} \frac{1}{W^2} \left[1 - \frac{W}{E - W} + \left(\frac{W}{E - W} \right)^2 + \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)^2 \left(\frac{W}{E - W} + \frac{W^2}{E^2} \right) \right] \quad (74)$$

limitando las pérdidas de energía a $W \leq W_{\text{máx}} = E/2$, pues por convenio se considera que después de la colisión el electrón más energético es el primario.

Cuando la partícula incidente es un positrón, la expresión relativista correcta para la sección eficaz diferencial (por electrón) es la *fórmula de Bhabha*:

$$\frac{d\sigma_B}{dW} = \frac{2\pi q_e^4}{m_e c^2 \beta^2} \frac{1}{W^2} \left[1 - b_1 \frac{W}{E} + b_2 \left(\frac{W}{E} \right)^2 - b_3 \left(\frac{W}{E} \right)^3 + b_4 \left(\frac{W}{E} \right)^4 \right] \quad (75)$$

con $W \leq W_{\text{máx}} = E$ y

$$\begin{aligned}
 b_1 &\equiv \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 \frac{2(\gamma+1)^2-1}{\gamma^2-1} & b_2 &\equiv \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 \frac{3(\gamma+1)^2-1}{(\gamma+1)^2} \\
 b_3 &\equiv \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 \frac{2\gamma(\gamma-1)}{(\gamma+1)^2} & b_4 &\equiv \left(\frac{\gamma-1}{\gamma}\right)^2 \frac{(\gamma-1)^2}{(\gamma+1)^2}
 \end{aligned} \tag{76}$$

El factor $\frac{1}{W^2}$ presente en todas estas expresiones indica que predominarán las colisiones con pequeñas pérdidas de energía. Sin embargo, la divergencia en $W = 0$ no se debe producir, pues los electrones atómicos no están libres sino ligados.

Aproximación de Born con ondas planas (no-relativista)

Un modelo más realista, que tiene en cuenta los efectos de ligadura y movimiento de los electrones atómicos (y por tanto evita la divergencia de las fórmulas de Rutherford, Möller y Bhabha en $W = 0$), está basado en la aproximación de Born con ondas planas. Este formalismo trata la perturbación $\mathbf{H}'_{\text{cp}}$, a primer orden y proporciona una expresión para la sección eficaz doble diferencial de ionización del orbital atómico i -ésimo ($\frac{d^2\sigma_i}{d\Omega dW}$) tomando ondas planas como funciones de onda no perturbadas del proyectil. En concreto, en el caso no-relativista:

$$\frac{d^2\sigma_i}{dQ dW} = \frac{2\pi Z_1^2 q_e^4}{m_e v^2} \frac{1}{W Q} \frac{df_i(Q, W)}{dW} \tag{77}$$

donde en vez del ángulo polar de dispersión θ del proyectil (o el ángulo sólido) es más conveniente utilizar la variable

$$Q \equiv \frac{q^2}{2m_e} = \frac{M}{m_e} \left[2E - W - 2\sqrt{E(E-W)} \cos(\theta) \right] \tag{78}$$

Los primeros factores de la expresión 77 son puramente cinemáticos, mientras que el último describe la respuesta del átomo blanco a la perturbación causada por el proyectil incidente. Este último factor se conoce como *intensidad de oscilador generalizada*, y se calcula a partir de las funciones de onda inicial y final del átomo ionizado:

$$\frac{df_i(Q, W)}{dW} = \frac{W}{Q} |\langle \Psi_f | \sum_{j=1}^{Z_2} e^{-\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}_j} | \Psi_i \rangle|^2 \tag{79}$$

Expresando las funciones de onda atómicas Ψ_i y Ψ_f como determinantes de Slater que difieren únicamente en el orbital de spin monoparticular del electrón activo, el elemento de matriz se reduce a $\langle \Psi_f | e^{-\frac{i}{\hbar} \vec{q} \cdot \vec{r}} | \Psi_i \rangle$. La intensidad de oscilador generalizada del orbital 1S del átomo de hidrógeno admite una expresión analítica, pero la de los orbitales de átomos multielectrónicos ha de calcularse numéricamente tras efectuar un desarrollo en ondas parciales de la función de onda Ψ_f del orbital libre.

La sección eficaz diferencial en la transferencia de energía W se obtiene integrando la expresión 77 respecto de Q :

$$\frac{d\sigma_i}{dW} = \int_{Q_-}^{Q_+} \frac{d^2\sigma_i}{dQ dW} \wedge Q_{\pm} \equiv Q \cos(\theta) = \pm 1. \quad (80)$$

Las predicciones de la fórmula de Rutherford están en buen acuerdo con los resultados que se obtienen de la ecuación anterior (80) sólo para $U_i \ll W < W_{\text{máx}}$, *i.e.* cuando la transferencia de energía es tan grande que los efectos de ligadura y movimiento pasan a ser irrelevantes. Además, $\frac{d\sigma_i}{dW} = 0$ para $W < U_i$, lo que elimina la divergencia de la fórmula de Rutherford en $W = 0$.

En el límite $Q \rightarrow 0$ la intensidad de oscilador generalizada es proporcional a la sección eficaz de efecto fotoeléctrico calculada en la aproximación dipolar eléctrica. En cambio, para valores grandes de W y Q los N_i electrones del orbital activo se comportan como si estuvieran libres y en reposo, y entonces:

$$\frac{df_i(Q, W)}{dW} \approx N_i \delta(W - Q) \quad (81)$$

Cabe destacar que empleando esta aproximación e integrando la expresión 80 respecto de los valores cinemáticamente permitidos de Q se recupera la fórmula de Rutherford.

Finalmente, la sección eficaz inelástica total para la ionización de la capa atómica considerada es:

$$\sigma_i(E) = \int_{U_i}^E \frac{d\sigma_i}{dW} dW \quad (82)$$

que toma un valor finito.

Métodos más precisos para la ionización de capas atómicas por impacto de e^-/e^+

La aproximación de Born con ondas planas predice que las secciones eficaces (diferenciales y totales) de ionización son iguales para e^- y e^+ . Esta sobresimplificación puede evitarse si se emplea la *aproximación de Born con ondas distorsionadas*. En este formalismo, parte de la perturbación $\mathbf{H}_{\text{cp}}$ se incluye en el Hamiltoniano H_0 , con lo que la función de onda de orden cero del proyectil pasa a ser una onda distorsionada. La nueva “perturbación”, que es “menor” que $\mathbf{H}_{\text{cp}}$ se trata a primer orden.

Trabajos como la referencia [23] contienen una parametrización, basada en las aproximaciones de Born con ondas planas y distorsionadas (relativistas), de las secciones eficaces de ionización de las capas K , L y M de todos los átomos por impacto de electrones y positrones. La Figura 11 presenta estas secciones eficaces para las capas más internas del Al.

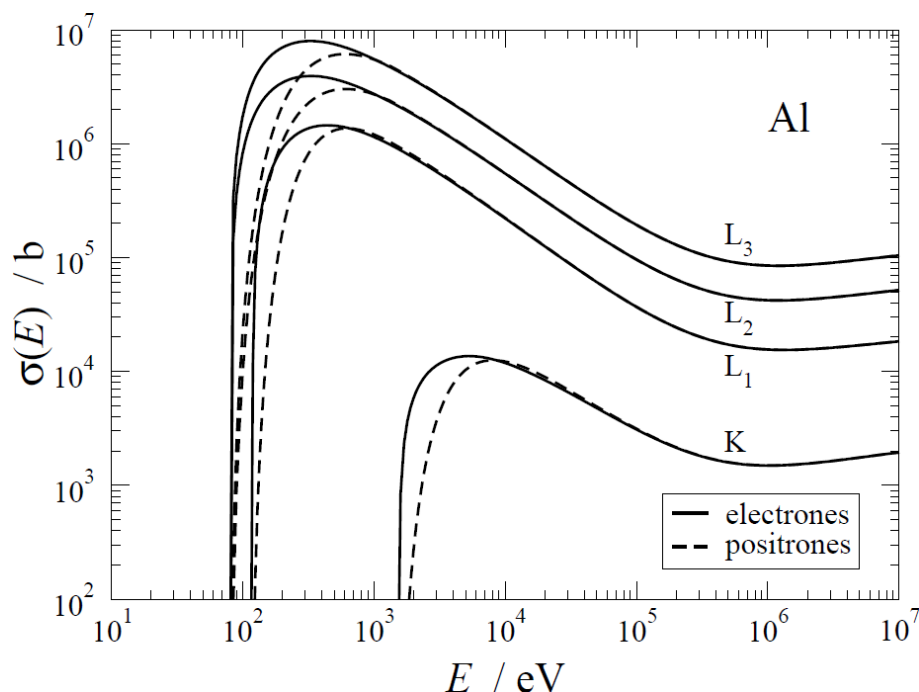


Figura 11. Sección eficaz de ionización de las capas $1s1/2$, $2s1/2$, $2p1/2$ y $2p3/2$ del átomo de Al por impacto de electrones (curvas continuas) y positrones (curvas a trazos).

1.6.3.. Scattering inelástico de iones positivos “vestidos”

Un ión de carga positiva (protón, partícula α , etc.) puede viajar acompañado de uno o varios electrones que reducen su carga neta, apantallándolo parcial o totalmente. Se dice que es un “ión vestido”. Es posible incorporar este apantallamiento en la expresión de la sección eficaz doble diferencial (80) reemplazando Z_1 por $Z_1 - F(q, Z_1)$, donde $F(q, Z_1)$ es el factor de forma atómico del proyectil. Dado que $0 \leq F(q, Z_1) \leq Z_1$, la interacción del ión vestido es menor que cuando se trata de una carga $Z_1 q_e$ “desnuda”.

Además, en el transcurso de la colisión el ión puede capturar o perder un electrón, modificando su estado de carga. Las correspondientes secciones eficaces de captura y pérdida varían con la velocidad del proyectil, predominando los procesos de captura/pérdida a velocidades bajas/altas, respectivamente.

1.6.4.. Emisión de radiación de frenado o Bremsstrahlung

Es bien sabido que las partículas cargadas emiten radiación electromagnética (radiación de frenado Bremsstrahlung) cuando están sometidas a aceleraciones. Un resultado de la electrodinámica clásica indica que la intensidad de radiación ha de ser proporcional al cuadrado de la aceleración. Recurriendo a la primera ley de Newton, y sabiendo que la interacción Coulombiana es la responsable de la fuerza que da lugar a dicha aceleración, se deduce que la intensidad será proporcional a los cuadrados de las cargas del proyectil y del núcleo, e inversamente proporcional al cuadrado de la masa de la partícula. Este resul-

tado cualitativo indica que la emisión de Bremsstrahlung es muchos órdenes de magnitud más baja (prácticamente despreciable) para partículas cargadas pesadas ($M \gg m_e$) que para electrones y positrones. De hecho, la emisión de Bremsstrahlung acaba siendo el proceso dominante de pérdida de energía de estos leptones ¹³ cuando su energía es suficientemente alta.

Del mismo modo que para el caso de la creación de pares, hay que recurrir a la electrodinámica cuántica para obtener expresiones de las secciones eficaces. Como la emisión de Bremsstrahlung es un proceso emparentado con la creación de pares, no es de extrañar que Bethe y Heitler establecieran también una fórmula para este proceso, basada en la aproximación de Born:

$$\frac{d\sigma_{BH}}{dW} = Z(Z+1) \frac{1}{W} f(Z, E, W) \quad (83)$$

donde W es igual a la energía del fotón emitido. La función $f(Z, E, W)$ involucra el factor de forma atómico y es complicada de calcular. El factor $\frac{1}{W}$ indica que será más probable la emisión de fotones poco energéticos, y el factor $Z(Z+1)$ da cuenta de las contribuciones del núcleo y de los electrones atómicos.

Seltzer y Berger prepararon, sintetizando diferentes modelos teóricos (cálculos de ondas parciales, aproximación de Bethe-Heitler), una tabulación de secciones eficaces diferenciales reducidas:

$$\chi(Z, E, W/E) = \frac{\beta^2}{Z^2} W \frac{d\sigma}{dW} \quad (84)$$

para electrones con energías comprendidas entre 1 keV y 10 GeV. La Figura 12 presenta algunas de estas funciones para Al y Pb.

La distribución angular del fotón emitido se obtiene a partir de la sección eficaz doble diferencial. En concreto, dados Z , E y W/E la densidad de probabilidad de $\cos(\theta)$ es:

$$p(Z, E, W/E, \cos(\theta)) = \frac{d^2\sigma}{dW d(\cos(\theta))} \quad (85)$$

Kissel et al. calcularon secciones eficaces diferenciales, empleando métodos de ondas parciales, para electrones con energía cinética entre 1 y 500 keV, y a partir de sus resultados tabularon $p(Z, E, W/E, \cos(\theta))$ para unos cuantos valores de Z , E y W/E . Éstos y otros autores han propuesto fórmulas analíticas que permiten obtener la densidad de probabilidad de $\cos(\theta)$ cuando el número atómico o la energía no se corresponden con los de las tablas. También existen en la literatura expresiones analíticas sencillas para estimar la distribución

¹³Electrones y positrones son clasificados dentro del conjunto denominado “leptones”, que refiere - brevemente- a partículas con spin $\pm 1/2$ (-1/2 en el caso de los neutrinos y $\pm 1/2$ en los demás, “fermiones”) que no experimenta interacción fuerte.

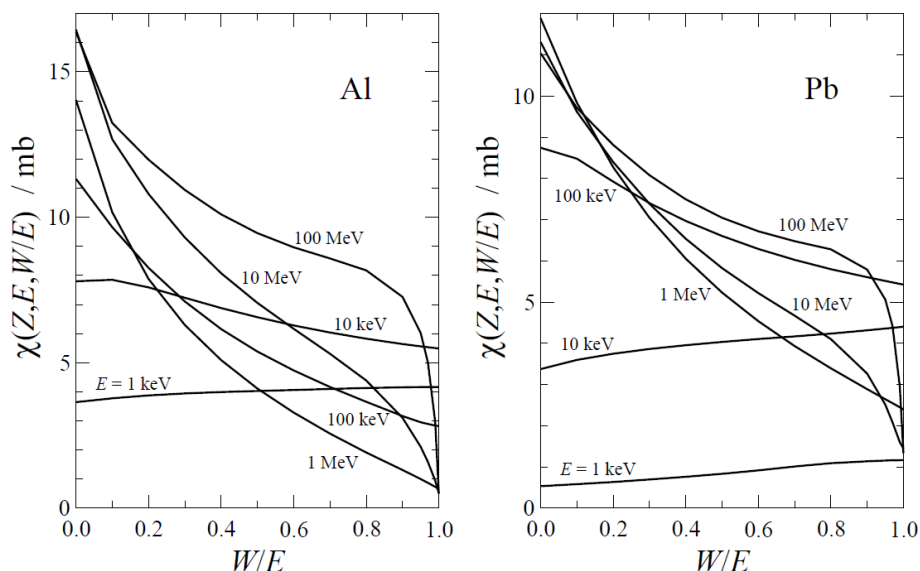


Figura 12. Secciones eficaces diferenciales reducidas para la emisión de Bremsstrahlung por electrones en Al (izquierda) y Pb (derecha).

angular en el límite de altas energías. En este límite $\gamma \gg 1$ el ángulo polar promedio de emisión del fotón de Bremsstrahlung disminuye al aumentar la energía del electrón siguiendo la relación aproximada:

$$\langle \theta \rangle \approx \gamma^{-1} \quad (86)$$

Una descripción detallada, desde principios de electrodinámica clásica a modelos cuánticos de la emisión de Bremsstrahlung para electrones en regímenes típicos de aplicaciones en física médica se encuentra en Valente et al. *Characterisation of a megavoltage linear accelerator Bremsstrahlung by means of Monte Carlo simulations*. X-ray Spectrometry **39** (6), 2010

1.6.5.. Aniquilación $e^+ - e^-$

Como se vió, los positrones interactúan con la materia de manera similar a como lo hacen los electrones (aunque las correspondientes secciones eficaces no son idénticas). Sin embargo, al ser el positrón la antipartícula del electrón, es inestable mientras se propaga por la materia, pudiéndose aniquilar ambos en uno o varios fotones. Lo más probable es que la aniquilación tenga lugar una vez que el positrón se encuentra prácticamente en reposo (después de frenarse) y se emitan dos fotones. Las leyes de conservación de energía y momento lineal obligan entonces a que éstos tengan una energía igual a $m_e c^2 \approx 511$ keV y viajen en la misma dirección y sentidos contrarios.

1.6.6.. Scattering elástico múltiple de electrones y positrones

Los recorridos libres medios entre colisiones elásticas de electrones o positrones son muy pequeños. Como consecuencia de este hecho, si un electrón/positrón recorre un cierto camino s dentro del medio material en el que se mueve, experimentará numerosas deflexiones angulares, aunque la mayor parte de ellas será de ángulo pequeño, relativamente. Despreciando las pérdidas de energía, se considera un regimen de *condiciones de dispersión elástica múltiple*.

Conviene entonces recurrir a una descripción global del cambio de dirección tras recorrer la distancia s . El objetivo es por tanto determinar, dado un valor de s , la distribución $p(\Theta, s)$ de ángulos polares de dispersión acumulados Θ .

Modelo gaussiano de scattering elástico múltiple de e^- y e^+

Se presenta en esta sección un modelo que permite evaluar de un modo simple la distribución de ángulos Θ en función de s . La Figura 13 indica esquemáticamente la situación que se aborda: Θ_x es el ángulo proyectado sobre el plano $x-z$.

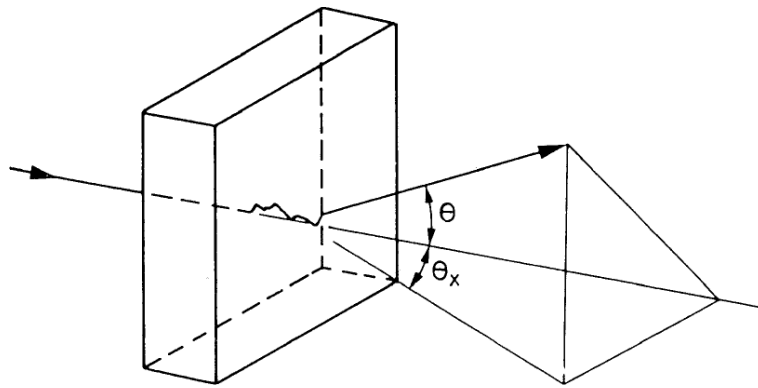


Figura 13. *Scattering* elástico múltiple. (manual de ENELOPE v. 2008 y Fernández-Várea et al.)

Debido a la simetría axial del problema, se tiene que $\langle \Theta_x \rangle = 0$, y por tanto la varianza de Θ_x será igual a $\langle \Theta_x \rangle^2$. Como ya mencionado, Θ_x es el resultado de numerosos cambios de dirección diminutos. El teorema del límite central garantiza que en estas condiciones la distribución ha de ser Gaussiana, luego:

$$p(\Theta_x, s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle \Theta_x \rangle^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\Theta_x^2}{\langle \Theta_x \rangle^2}} \quad (87)$$

y una expresión análoga para $p(\Theta_y, s)$.

Visto que $\Theta^2 \approx \Theta_x^2 + \Theta_y^2$ (aproximación de ángulos pequeños) y $\langle \Theta_x^2 \rangle = \langle \Theta_y^2 \rangle = \frac{1}{2} \langle \Theta^2 \rangle$. Luego,

$$p(\Theta, s) = p(\Theta_x, s)p(\Theta_y, s) = \frac{1}{\pi\langle\Theta^2\rangle} e^{-\frac{\Theta^2}{\langle\Theta^2\rangle}} \quad (88)$$

Sólo queda por determinar el valor de $\langle\Theta^2\rangle$, que es proporcional al número de colisiones promedio s/λ y al valor esperado de θ^2 en una colisión:

$$\langle\Theta^2\rangle = \frac{s}{\lambda} \langle\theta^2\rangle = s \mathcal{N} \int_{\mathfrak{R}^+} \theta^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} 2\pi\theta d\theta \quad (89)$$

lo cual depende de la sección eficaz diferencial elástica adoptada, por ejemplo la fórmula de Rutherford apantallada relativista.

Considerando que $\langle\Theta^2\rangle \propto s$, puede definirse el *poder de scattering/dispersión* T :

$$T \equiv \frac{d\langle\Theta^2\rangle}{ds} \quad (90)$$

lo que proporciona el incremento de $\langle\Theta^2\rangle$ por unidad de recorrido ¹⁴. El modelo Gaussiano presentado es válido para ángulos $\Theta \ll 1$ rad y está emparentado con el modelo de Fermi-Eyges.

Distribuciones angulares de Goudsmit-Saunderson y de Molière

Goudsmit y Saunderson obtuvieron en 1940 la siguiente expresión (91) para la distribución angular de un electrón que ha recorrido un trayecto s :

$$p(\Theta, s) = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{2\ell+1}{4\pi} e^{-\frac{s}{\lambda_\ell}} P_\ell(\cos(\Theta)) \quad (91)$$

donde los P_ℓ son polinomios de Legendre y

$$\lambda_\ell \equiv \mathcal{N} \int_{-1}^1 [1 - P_\ell(\cos(\theta))] \frac{d\sigma}{d\Omega} 2\pi d(\cos(\theta)) \quad (92)$$

Este resultado es más realista que la aproximación Gaussiana, pues es válido para ángulos Θ arbitrarios y cualquier sección eficaz diferencial elástica.

La Figura 14 presenta, a modo de ejemplo, las distribuciones angulares de electrones de 1 MeV en Al después de recorrer distancias s iguales a 10 μm y 20 μm (49.4 y 98.8 colisiones elásticas en promedio, respectivamente).

Las distribuciones de Goudsmit-Saunderson y Molière están en buen acuerdo excepto para ángulos acumulados Θ grandes, cuyas probabilidades son muy pequeñas. Obsérvese la anolalía que presenta la distribución de Molière en $\theta = 180$. También se aprecia discrepancias entre ambos modelos de $p(\Theta, s)$ para ángulos cercanos a cero, aunque son poco relevantes pues los correspondientes ángulos sólidos son pequeños.

¹⁴ICRU publica tablas con poderes de dispersión máscos, T/ρ , para diversos materiales.

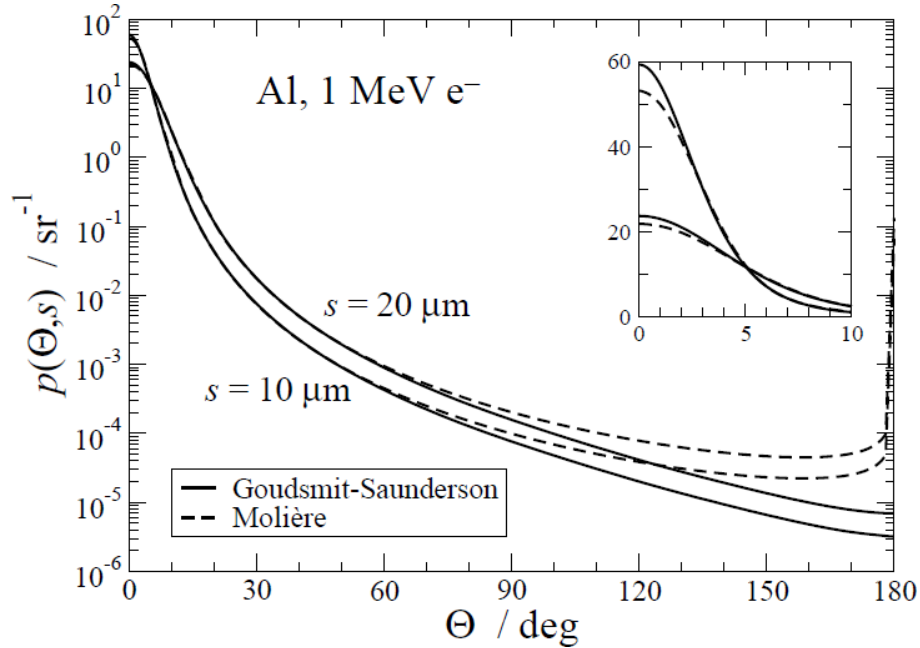


Figura 14. Distribuciones angulares de electrones de 1 MeV tras recorrer 10 μm y 20 μm en Al. Las curvas continuas y a trazos corresponden a las distribuciones de Goudsmit-Saunderson y de Molière, respectivamente.

1.6.7.. Scattering inelástico múltiple de electrones y positrones

Al igual que en el caso de dispersión elástica múltiple, resulta de interés lograr una descripción global de las colisiones inelásticas que experimenta una partícula cargada al recorrer una distancia s mucho mayor que el correspondiente recorrido libre medio inelástico (que es pequeño). Se trata de condiciones de *scattering/dispersión inelástico múltiple*. De manera análoga, surge una distribución Gaussiana en la pérdida de energía acumulada W . No obstante, es usual simplificar aún más esta descripción, y se adopta la denominada *aproximación de frenado continuo*, que retiene el valor promedio de W pero desprecia las fluctuaciones estadísticas. Es decir, sólo interesa el valor medio de la Gaussiana sin tomar en cuenta la varianza (ni, por supuesto, tampoco momentos de orden superior).

La cantidad clave en esta forma de proceder es el *stopping power / poder de frenado*, definido como la pérdida de energía cinética por unidad de recorrido (S):

$$S \equiv -\frac{dE}{ds} = \frac{\langle W \rangle}{\lambda} = \mathcal{N} \int_0^E W \frac{d\sigma}{dW} dW \quad (93)$$

En el caso de electrones y positrones, las pérdidas de energía pueden deberse a colisiones inelásticas y a la emisión de Bremsstrahlung, por lo que se definen el *stopping power / poder de frenado de colisión*, S_{col} , y el de radiación (o radiativo), S_{rad} ; respectivamente. Recordando que $S_{rad} \approx 0$ para partículas cargadas pesadas.

Stopping power de colisión o electrónico

En 1915, previo a la formulación de la mecánica cuántica, Bohr dedujo el poder de frenado de partículas cargadas pesadas suponiendo que los electrones atómicos están ligados armónicamente, obteniendo:

$$S_{col} = \frac{4\pi Z_1^2 q_e^4}{m_e v^2} \mathcal{N} Z_2 \ln \left[\frac{1,123 m_e v^3}{Z_1 q_e^2 \langle w \rangle} \right] \quad (94)$$

donde la frecuencia angular promedio $\langle w \rangle$ se define mediante:

$$Z_2 \ln(\langle w \rangle) = \sum_j f_j \ln(w_j) \quad (95)$$

Esta fórmula es válida para partículas α lentas e iones pesados (incluyendo fragmentos de fisión), pero sobreestima el poder de frenado de electrones, protones e incluso partículas α rápidas.

Trabajando en el formalismo de la mecánica cuántica, S_{col} puede calcularse a partir de la expresión 93, con la sección eficaz diferencial $\frac{d\sigma}{dW}$. Este procedimiento requiere evaluar la intensidad de oscilador generalizada con las funciones de onda de todos los electrones de los átomos del medio. Como éstas son complicadas de obtener en el caso de un sólido, resulta más práctico realizar de entrada simplificaciones que eviten tener que calcularlas.

Hacia 1930, Bethe pudo deducir una expresión analítica para S_{col} empleando la aproximación de Born con ondas planas, con la hipótesis adicional de que la partícula cargada se mueve mucho más rápido que los electrones atómicos. Este importante resultado, conocido como *fórmula de Bethe* (no-relativista), es:

$$S_{col} = \frac{4\pi Z_1 q_e^2}{m_e v^2} \mathcal{N} Z_2 \ln \left[\alpha \frac{m_e v^2}{I} \right] \quad (96)$$

donde:

$$\alpha = \begin{cases} 2 & \text{part. cargadas pesadas} \\ 1 & \text{positrones} \\ \sqrt{e/8} \approx 0,583 & \text{electrones} \end{cases} \quad (97)$$

La magnitud más relevante que aparece en esta expresión es la *energía media de excitación*, I , una propiedad de cada sustancia que debe determinarse experimentalmente o mediante la relación:

$$Z_2 \ln(I) = \int_{\Re^+} \frac{df(Q=0, W)}{dW} \ln(W) dW \quad (98)$$

donde $\frac{df(Q=0,W)}{dW}$ es la intensidad de oscilador en aproximación óptica.

Nótese la similitud de esta expresión con la ecuación 95. Los valores de I para los elementos de la tabla periódica se han representado en la Figura 15. Obsérvese que, salvo oscilaciones características, $I \approx 10 \times Z_2$ eV para $Z_2 \geq 15$. Otro aspecto notable de la fórmula de Bethe es que el poder de frenado depende de la velocidad y la carga de la partícula, pero no de su masa.

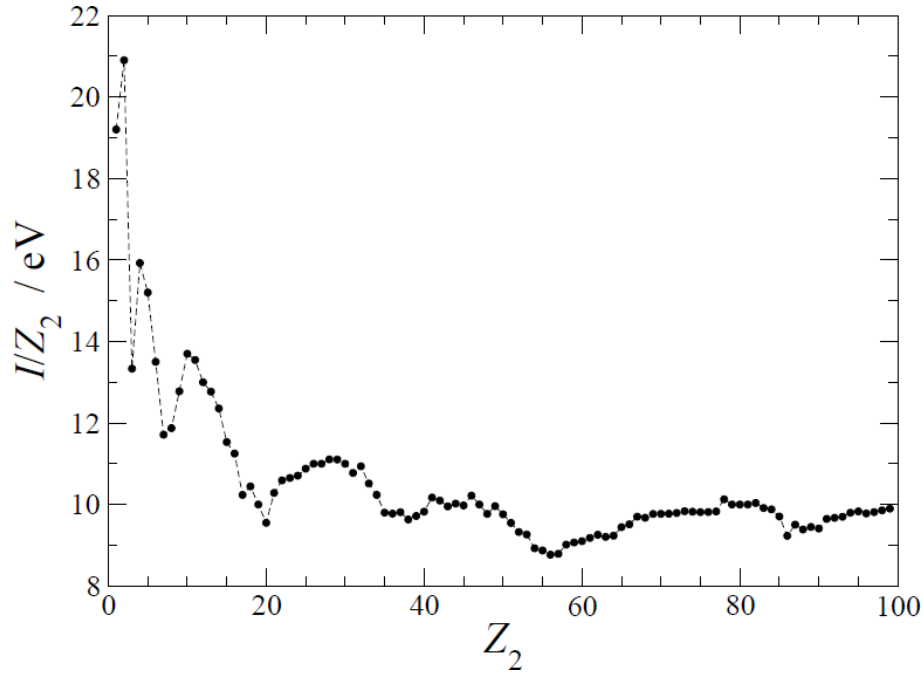


Figura 15. Energías medias de excitación I en función del número atómico del blanco/centro dispersor Z_2 (ICRU 37 *Stopping Powers for Electrons and Positrons*).

La validez de la fórmula de Bethe puede ser extendida a energías mayores y menores incluyendo varios efectos que no son tenidos en cuenta por la expresión 96. Introduciendo $\mathcal{N}$ ($=N$ en 1), y el radio clásico del electrón r_e , la expresión resultante es la *fórmula de Bethe-Bloch* para el poder de frenado másico por colisión de partículas cargadas pesadas.

$$\frac{S_{col}}{\rho} = \frac{K}{\beta^2} \frac{Z_2}{A} Z_1^2 L(\beta) \quad (99)$$

donde:

$$K \equiv 4\pi r_e^2 c^2 / m_u = 0,307 \text{ MeV cm}^2 / \text{g} \quad \wedge \quad L(\beta) = L_0 + Z_1 L_1 + Z_1^2 L_2 + \dots \quad (100)$$

$L(\beta)$ es una función adimensional. El primer término de esta serie es:

$$L_0(\beta) = \ln \left(\frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{C}{Z_2} - \frac{\delta}{2} \quad (101)$$

e incluye una corrección de capas, C/Z_2 , y una corrección por *efecto de densidad*, δ . Los términos $Z_1 L_1$ y $Z_1^2 L_2$ extienden el tratamiento más allá de la primera aproximación de Born añadiendo términos de orden superior en la serie de Born.

La corrección por efecto de densidad da cuenta de la reducción del poder de frenado debido a la polarización del medio, más apreciable cuanto mayor es la energía del proyectil como muestra la Figura 16.

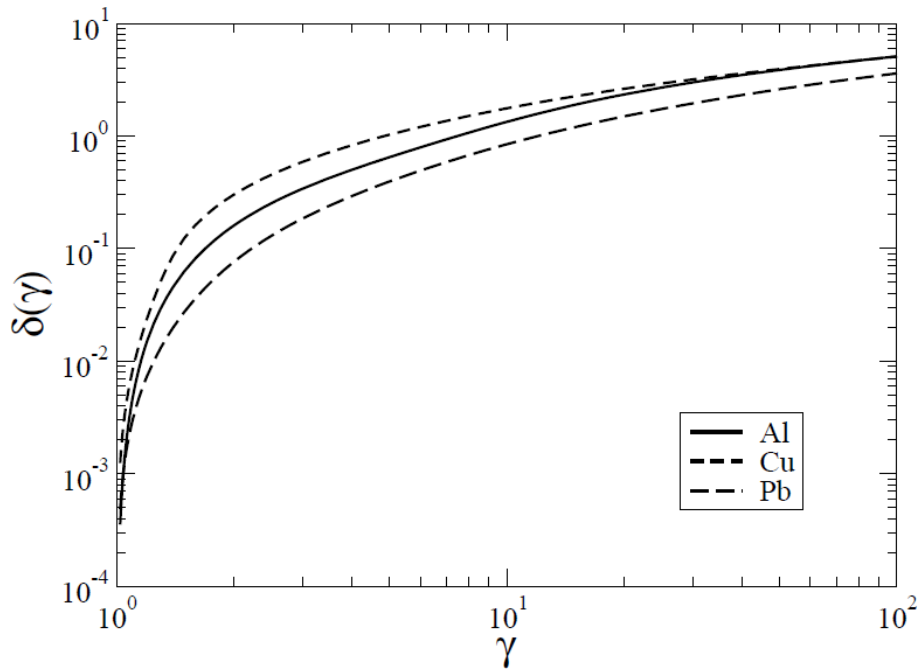


Figura 16. Efecto de densidad de Al, Cu y Pb (ICRU 37 *Stopping Powers for Electrons and Positrons*).

Vale la pena indicar que, dada una sustancia, δ sólo depende de la velocidad de la partícula cargada o, equivalentemente, del factor relativista γ .

El término $Z_1 L_1$ se conoce como corrección de Barkas, y origina diferencias en el poder de frenado de partículas de carga opuesta (como por ejemplo un protón y un antiprotón). Este fenómeno fue observado por Barkas y colaboradores en los años cincuenta. Varios autores han evaluado $Z_1 L_1$ teóricamente, aunque los valores de Ashley, Ritchie y Brandt son los más usados. El término $Z_1^2 L_2$ resulta de una extensión de la fórmula de Bethe debida a Bloch, por lo que se le denomina corrección de Bloch. Incorpora, de modo aproximado,

la perturbación de las funciones de onda de los electrones atómicos causada por el proyectil incidente. Este término puede ser escrito en la forma:

$$Z_1^2 L_2 = -y^2 \sum_{n=1}^{\infty} [n(n^2 + y^2)]^{-1} \quad (102)$$

con $y \equiv Z_1 v_0 / v = Z_1 \alpha / \beta$. $Z_1^2 L_2 \approx 0$ si $y \ll 1$, mientras que para $y \approx 1$ es

$$Z_1^2 L_2 \approx -c_E - \ln(y) \quad (103)$$

donde $c_E = 0,577216 \dots$ es la constante de Euler.

Sumando este valor asintótico al límite no-relativista de la ecuación 101 (con $C/Z_2 = 0$ y $\delta = 0$), se recupera la expresión clásica de Bohr para el poder de frenado.

Stopping power de iones vestidos

En el caso de partículas cargadas pesadas positivas, sólo si viajan con velocidades elevadas pueden ser considerados como iones desnudos de carga Z_1 . En cambio, conforme se van frenando aumenta la probabilidad de capturar electrones del medio atravesado; el ión viaja entonces parcial o totalmente apantallado. El estado de carga promedio $\langle Q \rangle$ es el resultado del equilibrio dinámico entre estos procesos de captura y pérdida de electrones. Una expresión muy empleada para $\langle Q \rangle$ es la debida a Northcliffe:

$$\langle Q \rangle = Z_1 \left[1 - e^{-\frac{v}{v_0 Z_1^{2/3}}} \right] \quad (104)$$

donde v_0 es la velocidad de Bohr.

La Figura 17 se presenta los estados de carga promedio de varios iones ligeros en función de su velocidad, calculados con la ecuación 104. Puede observarse que $\langle Q \rangle \rightarrow 0$ cuando $v \rightarrow 0$, mientras que $\langle Q \rangle \rightarrow Z_1$ si $v \gg v_0 Z_1^{2/3}$.

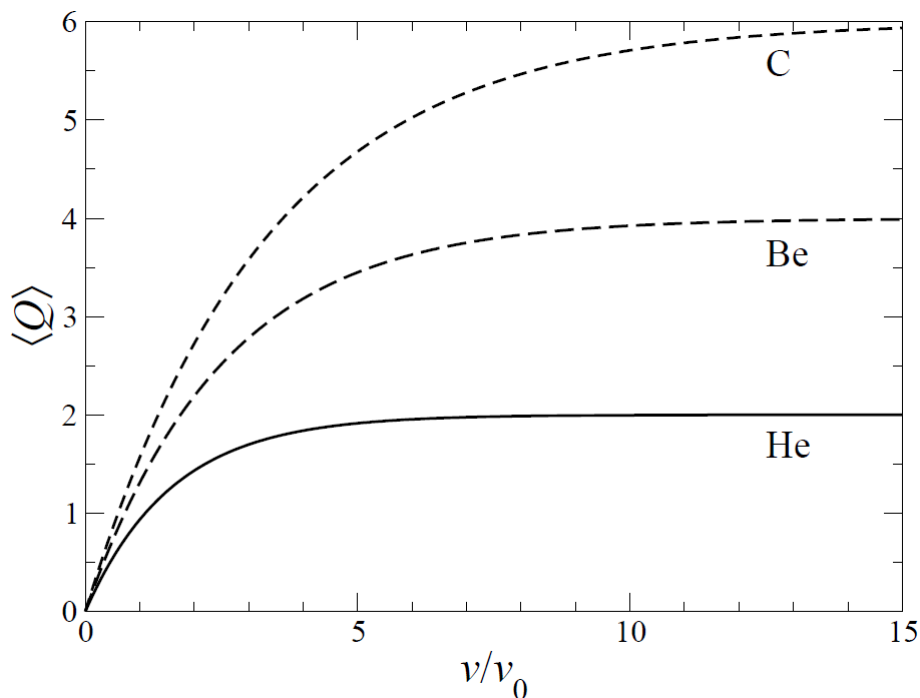


Figura 17. Estado de carga promedio de iones de He, Be y C en función de su velocidad, calculado con la ecuación 104.

Para tener en cuenta este fenómeno, en la fórmula de Bethe-Bloch, se suele reemplazar Z_1 por una carga efectiva $Z_1^*(v) \leq Z_1$ que reduce el poder de frenado electrónico. Tomar $Z_1^*(v) = \langle Q \rangle$ es una buena aproximación, siempre y cuando Z_1 no sea demasiado grande.

ICRU ha publicado tablas con valores recomendados de S_{col}/ρ para protones y partículas α ; estos valores pueden generarse fácilmente empleando los programas PSTAR¹⁵ y ASTAR¹⁶, respectivamente.

A modo de ejemplo, la Figura 18 muestra los poderes de frenado máxicos electrónicos de protones y partículas α en Al, Cu y Pb. Recientemente ICRU también ha proporcionado tablas de S_{col}/ρ para iones comprendidos entre el Li y el Ar.

¹⁵url: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/PSTAR.html>

¹⁶url: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Star/Text/ASTAR.html>

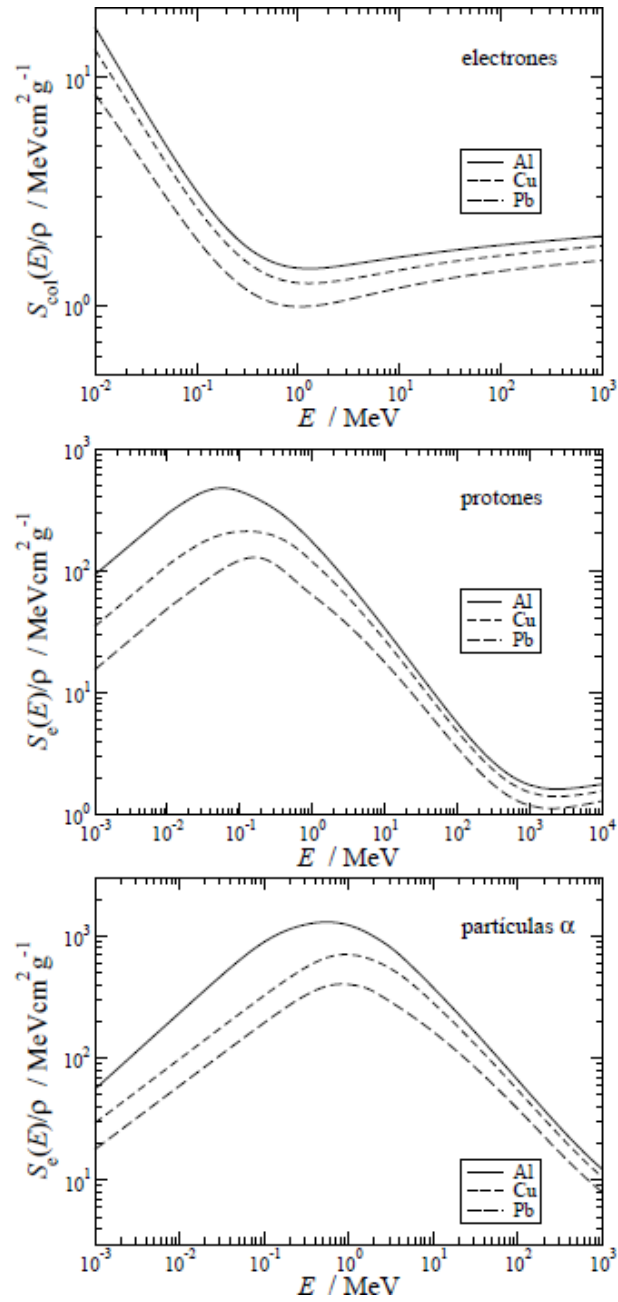


Figura 18. Poder de frenado másico por colisión de electrones, protones y partículas α en Al (arriba), Cu (centro) y Pb (abajo).

Stopping power de electrones y positrones

El *stopping power* por colisión de electrones y positrones relativistas está dado por:

$$S_{col} = \mathcal{N} Z_2 \frac{2\pi q_e^4}{m_e c^2 \beta^2} \left[\ln \left(\frac{E^2 \gamma + 1}{I^2} \right) + f^\pm(\gamma) - \delta \right] \quad (105)$$

Con:

$$f^-(\gamma) = \gamma^{-2} \left[1 - (2\gamma - 1) \ln(2) + \frac{1}{8}(\gamma - 1)^2 \right] \quad (106)$$

$$f^+(\gamma) = 2 \ln(2) - \frac{1 - \gamma^{-2}}{12} \left[23 + \frac{14}{\gamma + 1} + \frac{10}{(\gamma + 1)^2} + \frac{4}{(\gamma + 1)^3} \right] \quad (107)$$

ICRU ha publicado tabulaciones extensas con valores recomendados de S_{col}/ρ para numerosos materiales. La Figura 19 muestra los poderes de frenado másicos por colisión de electrones en Al, Cu y Pb. Los valores de S_{col}/ρ han sido obtenidos empleando el programa estar.

Regla de Bragg-Kleeman

Cuando el medio por el que se propagan las partículas cargadas es un compuesto o una mezcla, en las expresiones de S_{col} debe emplearse el valor de I determinado experimentalmente para la sustancia en cuestión. Cuando esto no es posible por desconocerse I procederemos, análogamente al caso de fotones, haciendo:

$$\frac{S_{col}}{\rho} = \sum_j w_j \left(\frac{S_{col}}{\rho} \right)_j \quad (108)$$

indicando w_j la fracción en peso del elemento j -ésimo. Como $S_{col}/\rho(Z/A) \ln(I)$ (cuando el ión es suficientemente rápido), esta regla equivale a definir:

$$\langle Z/A \rangle = \sum_j w_j \left(\frac{Z_j}{A_j} \right) \quad (109)$$

$$\langle Z/A \rangle \ln(I) = \sum_j w_j \left(\frac{Z_j}{A_j} \ln(I_j) \right) \quad (110)$$

Esta manera de estimar el valor de I se conoce como *regla de Bragg-Kleeman* y, al igual que en el caso de la aditividad de coeficientes de atenuación másicos, no tiene en cuenta los efectos de agregación del medio.

Stopping Power de radiación (o radiativo)

A energías elevadas la emisión de radiación de frenado acaba siendo responsable de la mayor parte de pérdidas de energía de electrones y positrones. El programa **ESTAR** permite generar tablas con los poderes de frenado másicos radiativos de estas partículas que son idénticas a la publicadas por ICRU. La Figura 19 reporta los valores para electrones en Al, Cu y Pb.

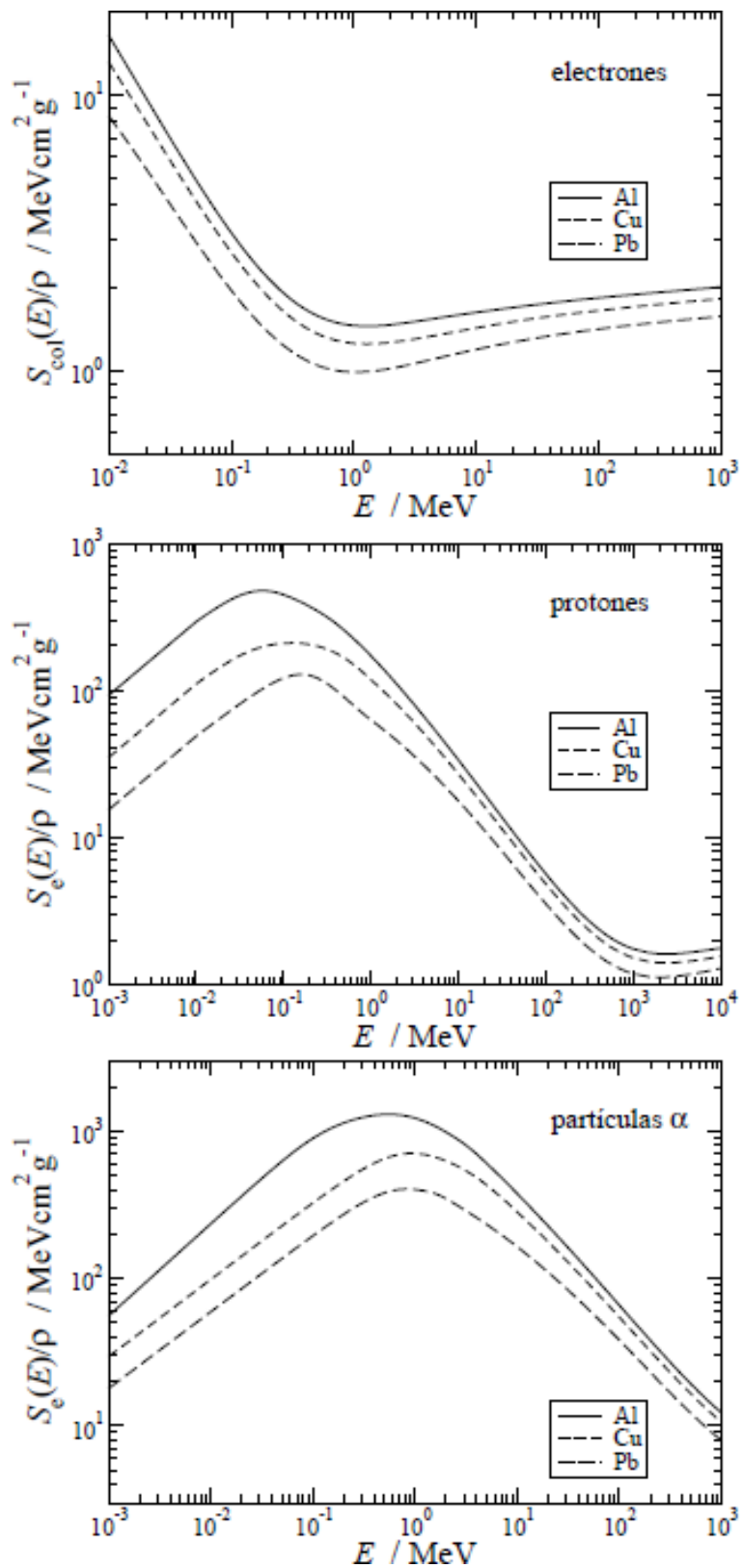


Figura 19. Poder de frenado másico radiativo de electrones en Al (línea sólida), Cu (línea punteada trazo corto) y Pb (línea punteada trazo largo).

Obsérvese que $S_{rad} \propto E$ para energías por encima de unos pocos MeV.

Rango de partículas cargadas

En la aproximación de frenado continuo (*Continuous Slowing Down Approximation - CSDA*) se asume que las partículas cargadas pierden energía de una forma gradual, a un ritmo dictado por el poder de frenado. La distancia que recorren desde que poseen una cierta energía cinética hasta quedar en reposo se denomina *rango* o *alcance* de CSDA y será igual para todas ellas (pues se ha despreciado el carácter estocástico de las colisiones inelásticas). El rango r_0 se calcula mediante la expresión:

$$r_0(E) \equiv \int_0^s ds' = \int_0^E \frac{dE'}{-\frac{dE'}{ds}} = \int_0^E \frac{dE'}{S(E')} \quad (111)$$

donde S es el poder de frenado total, incluyendo las contribuciones de colisión y radiativa (esta última sólo en el caso de electrones y positrones). La Figura 20 presentado el rango másico de electrones, protones y partículas α en Al, Cu y Pb.

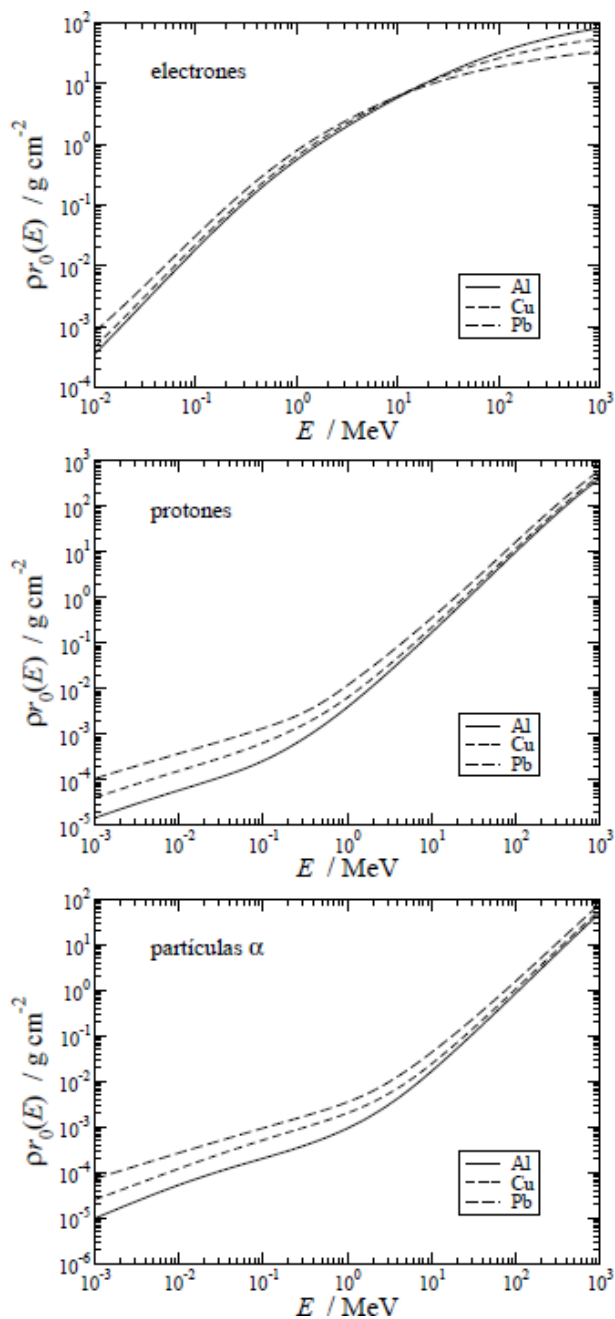


Figura 20. Rango másico (en la aproximación de frenado continuo) de electrones (arriba), protones (centro) y partículas α (abajo) en Al (línea sólida), Cu (línea punteada trazo corto) y Pb (línea punteada trazo largo).

Rendimiento radiativo de electrones y positrones

El *rendimiento radiativo* $Y(E)$ es la fracción de la energía inicial E de un electrón (o

positrón) que es convertida en Bremsstrahlung durante su frenado. En la aproximación de frenado continuo está dado por:

$$Y(E) = \frac{1}{E} \int_0^E \frac{S_{rad}(E')}{S_{col}(E') + S_{rad}(E')} dE' \quad (112)$$

Tablas con los rendimientos radiativos de todos los elementos pueden encontrarse en literatura; los mismos valores pueden generarse con el programa ESTAR. La Figura 21 muestra que $Y(E)$ de electrones varía entre 0 y valores cercanos a 1, aumentando con la energía, y siendo mayores para los materiales de número atómico elevado. Esto último es debido a que aproximadamente $S_{col} \propto Z_2$, mientras que $S_{rad} \propto Z_2^2$.

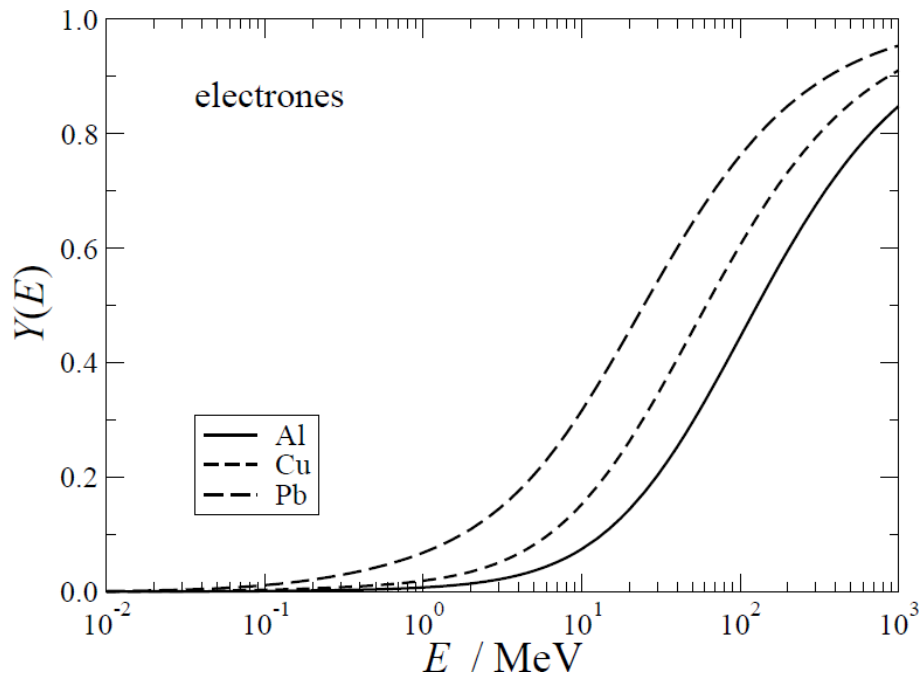


Figura 21. Rendimiento radiativo de electrones en Al (línea sólida), Cu (línea punteada trazo corto) y Pb (línea punteada trazo largo) en función de la energía.

1.7.. Radiación fluorescente: rayos X característicos y electrones Auger

La ionización de capas atómicas internas puede producirse por interacciones de fotones (efecto fotoeléctrico o Compton) o por impacto de partículas cargadas. Tras la ionización tiene lugar la relajación atómica, es decir, el exceso de energía del ión excitado residual se emite isotrópamente en forma de radiación fluorescente. Ésta comprende los rayos X característicos y los electrones Auger.

Rayos X característicos

Si la vacancia en la capa atómica interna se “llena” con un electrón proveniente de capas menos ligadas y la diferencia de energías se emite en forma de un fotón (rayo X característico), la transición se denomina radiativa. Las transiciones que respetan las reglas de selección $\Delta\ell = \pm 1$ y $j = 0, \pm 1$ están “permitidas” (a primer orden de teoría de perturbaciones) y son muy probables; de lo contrario están fuertemente inhibidas (son “prohibidas”). La energía del fotón está dada, aproximadamente, por: $E_X \approx U_X - U_Y$, donde X es la (sub)capa donde se produjo la vacancia e Y la (sub)capa de la que proviene el electrón que realiza la transición, respectivamente.

Las notaciones clásica (de Siegbahn) y moderna (IUPAC) de los rayos X característicos se indican en la Figura 22 para las principales líneas K y L .

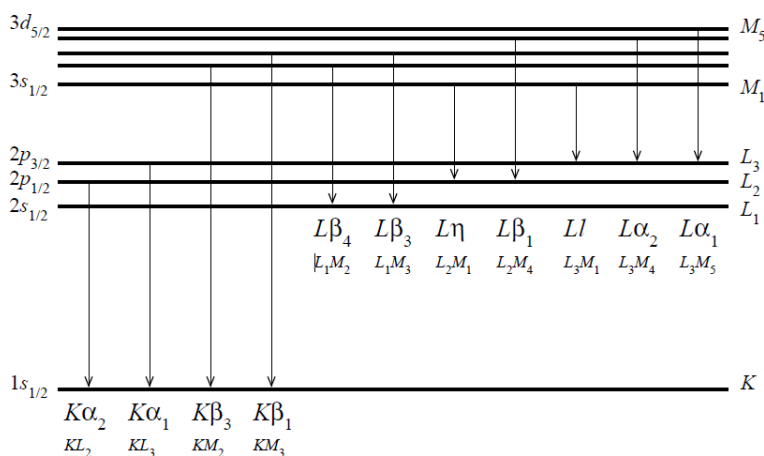


Figura 22. Notaciones de Siegbahn e IUPAC de los rayos X característicos de las líneas K y L más importantes.

La probabilidad w_i de que tras producirse una vacancia en la capa i -ésima el átomo emita un rayo X característico se denomina rendimiento de fluorescencia; $w_i(Z)$ es una función creciente.

Electrones Auger

En algunos casos la energía del electrón que efectúa la transición de Y a X se entrega a otro electrón, inicialmente en la subcapa Z que es liberado con energía cinética $\epsilon_e \approx U_X - U_Y - U_Z$. La emisión de electrones Auger es por tanto un proceso no radiativo. Por razones históricas, cuando la transición la efectúa un electrón de la misma capa en la que está la vacante original, el proceso se denomina Coster-Kronig. Si el electrón liberado también es de la misma capa, el proceso se llama super Coster-Kronig (ver los ejemplos de la Figura 23). Después de una transición no radiativa el átomo queda con una vacancia más.

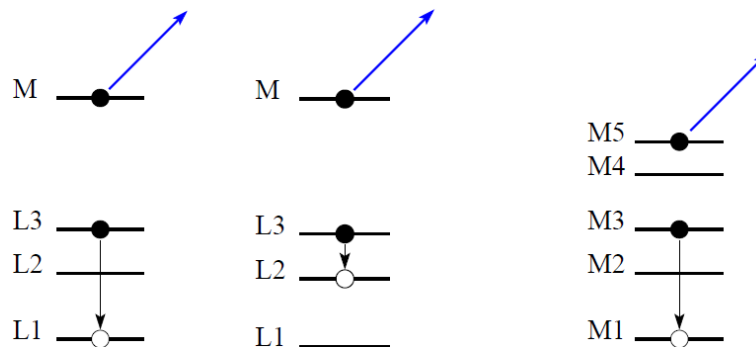


Figura 23. Ejemplos de transiciones Coster-Kronig L_1L_3M , L_2L_3M y super Coster-Kronig $M_1M_3M_5$.

La Figura 24 muestra las probabilidades de las transiciones no radiativas (KYZ) y radiativas (KY) que ocurren tras producirse una vacancia en la capa K , *i.e.* a_K y w_K , respectivamente. Como puede verse, la emisión de electrones Auger predomina para números atómicos bajos, mientras que para valores de Z intermedios o grandes es más probable la emisión de rayos X característicos, sobre todo $K_{\alpha 1}$. Las probabilidades han sido extraídas de la base de datos EADL.

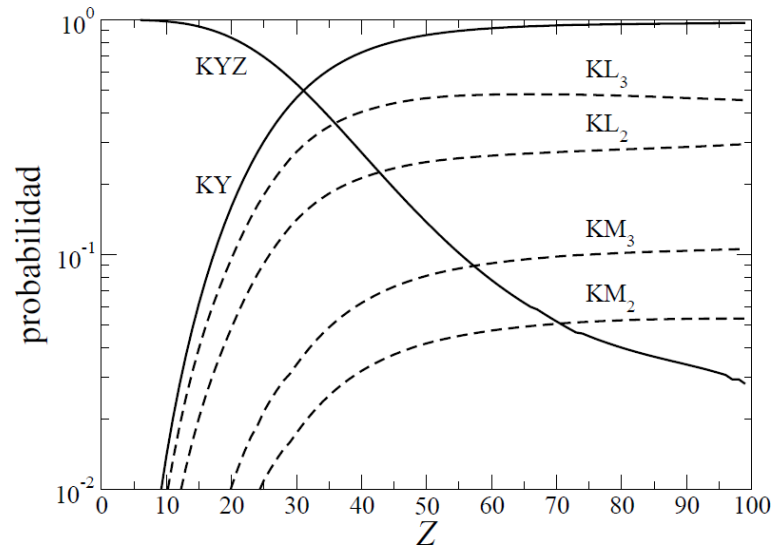


Figura 24. Las curvas continuas representan las probabilidades de las transiciones no radiativas (KYZ) y radiativas (KY) consecuencia de una vacancia en la capa K, mientras que las curvas a trazos indican las transiciones radiativas más probables (KL₂, KL₃ y KM₂ y KM₃).

1.8.. Interacción de los neutrones con la materia: Conceptos básicos

Al igual que el fotón, el neutrón carece de carga eléctrica, y por lo tanto no experimenta interacciones Coulombianas con los núcleos y electrones del medio atravesado. El principal modo de interacción es mediante la fuerza fuerte que experimenta con los núcleos. Como la fuerza fuerte es de muy corto alcance y los núcleos ocupan un volumen minúsculo en comparación con el tamaño atómico, no es de extrañar que los neutrones sean partículas muy penetrantes. Se les considera, junto con los fotones, radiación indirectamente ionizante. Por otro lado, el neutrón posee una masa en reposo similar a la del protón, y es una partícula inestable, con un período de unos 10.6 min.

Los neutrones pueden experimentar diversos procesos nucleares, principalmente dispersiones elásticas y reacciones de absorción. Debido a la significativa dependencia con la energía de tales interacciones, es habitual clasificar a los neutrones atendiendo a su energía cinética:

térmicos	$E \approx 25meV$
epitérmicos	$E \sim 1eV$
lentos	$E \sim 1keV$
rápidos	$E \approx 100keV - 10MeV$

Cuadro 1. Denominación de los neutrones.

Análogamente al caso de los fotones, un haz de neutrones monoenergético bien colimado se atenúa siguiendo la denominada ley de atenuación exponencial. El coeficiente de atenuación másico también se define mediante la ecuación (63), aunque ahora σ_i son las secciones eficaces de los distintos mecanismos de interacción de los neutrones.

Scattering elástico de n^0

Se considera una colisión elástica entre un neutrón con energía cinética E_0 y un núcleo blanco de número másico A inicialmente en reposo. Como la colisión es elástica, el neutrón cambia de dirección sin modificar el estado cuántico del núcleo blanco. Aunque se conserva la energía cinética en el sistema de referencia del centro de masas, la energía final E del proyectil es menor que E_0 (tanto E_0 como E están referidas al sistema de referencia del laboratorio). De hecho las colisiones elásticas son las principales responsables del frenado de los neutrones rápidos, proceso que se suele denominar *moderación*. Empleando las leyes de conservación de momento lineal y energía cinética es fácil ver que:

$$\frac{E_0}{E} = \frac{A^2 + 1 + 2A \cos(\theta_{cm})}{(A + 1)^2} \quad (113)$$

donde θ_{cm} es el ángulo de dispersión del neutrón en el sistema de referencia del centro de masas; en esta sección las masas se expresan en unidades de la masa del neutrón. Cuando no hay dispersión ($\theta_{cm} = 0$) se tiene que $(E/E_0)_{\text{máx}} = 1$. La mayor pérdida de energía ocurre en colisiones frontales ($\theta_{cm} = 180$), con lo que:

$$\left(\frac{E_0}{E}\right)_{\text{mín}} = \left(\frac{A - 1}{A + 1}\right)^2 \equiv \alpha \quad (114)$$

En consecuencia los valores permitidos de E/E_0 están comprendidos en el intervalo $(\alpha, 1)$. Obsérvese que cuando la dispersión tiene lugar con un átomo de hidrógeno ($A = 1$), el neutrón puede ceder toda su energía al protón pues $\alpha = 0$ (lo mismo sucede en un choque frontal de dos bolas de billar de igual masa). En general los mejores moderadores de neutrones son sustancias con A bajo (hidrógeno, deuterio, agua, agua pesada, grafito, parafina, etc).

En el caso de neutrones con energías de unos 10 MeV e inferiores, la sección eficaz diferencial elástica en el sistema de referencia del centro de masas es prácticamente isotrópica. Entonces la probabilidad dp de dispersión hacia el ángulo sólido $d\Omega_{cm}$ es simplemente:

$$dp = \frac{d\Omega_{cm}}{4\pi} = \frac{2\pi \sin(\theta_{cm}) d\theta_{cm}}{4\pi} \quad (115)$$

Derivando la expresión 113:

$$\frac{dE}{dE_0} = \frac{2A}{(A+1)^2} \sin(\theta_{cm}) d\theta_{cm} \quad (116)$$

Y combinando las dos últimas ecuaciones, se obtiene:

$$p_1(E) \equiv \frac{dp}{dE} = \frac{(A+1)^2}{4A} \frac{1}{E_0} = \frac{1}{(1-\alpha)E_0} \quad (117)$$

Los valores de E en una colisión están uniformemente distribuidos en el intervalo $(\alpha E_0, E_0)$. Este resultado puede ser utilizado para evaluar, de forma iterativa, la distribución de energía $p_n(E)$ después de $n \geq 2$ colisiones; las expresiones analíticas para $n = 2$ y 3 pueden encontrarse en literatura. Después de n colisiones los valores de E están comprendidos en el intervalo $(\alpha E_0, E_0)$.

La Figura 25 muestra las distribuciones $p_n(E)$ de neutrones cuya energía inicial es de 1 MeV tras experimentar entre 1 y 10 colisiones elásticas con núcleos de ^{12}C .

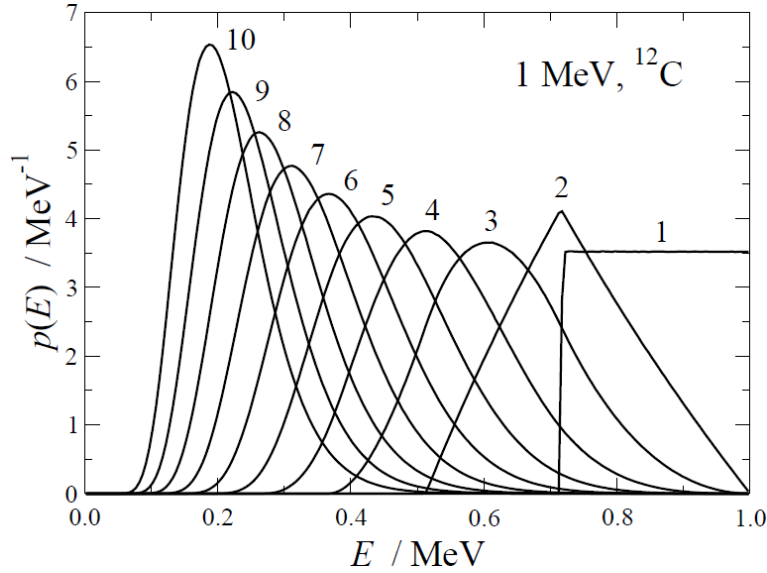


Figura 25. Distribuciones de energía de neutrones después de 1, 2, $\dots$, 10 colisiones elásticas con núcleos de ^{12}C ($\alpha = 0.716$). La energía inicial es $E_0 = 1$ MeV.

En este punto surge la pregunta de cuántas colisiones elásticas son necesarias, en promedio, para reducir la energía de un neutrón desde E_0 hasta un valor dado E . Este número de colisiones, $\bar{n}(E)$, puede estimarse fácilmente si primero se define:

$$\begin{aligned} \xi(E) &\equiv \left\langle \ln \left(\frac{E_0}{E} \right) \right\rangle = \frac{1}{4\pi} \int d\Omega_{cm} \ln \left[\frac{(A+1)^2}{A^2 + 1 + 2A \cos(\theta_{cm})} \right] \\ &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 d(\cos(\theta_{cm})) \ln \left[\frac{(A+1)^2}{A^2 + 1 + 2A \cos(\theta_{cm})} \right] \end{aligned} \quad (118)$$

El resultado de esta integral es:

$$\xi(E) = 1 + \frac{(A-1)^2}{2A} \ln \left(\frac{A-1}{A+1} \right) = 1 + \frac{\alpha \ln(\alpha)}{1-\alpha} \quad (119)$$

que no depende de la energía del neutrón. En cada colisión $\langle \ln(E) \rangle$ decrece en ξ , y después de $\bar{n}$ colisiones será:

$$\ln(E) = \ln(E_0) - \bar{n}\xi \quad (120)$$

De donde se obtiene:

$$\bar{n} = \xi^{-1} \ln(E_0/E) \quad (121)$$

Scattering inelástico, reacciones nucleares y captura radiativa de n^0

Las colisiones inelásticas (n, n') dejan al núcleo en un estado excitado, que posteriormente puede decaer mediante la emisión de un fotón. Como el neutrón debe tener energía suficiente para excitar al núcleo, la sección eficaz es cero por debajo de una energía umbral del orden de 1 MeV.

Los neutrones también pueden interactuar con los núcleos mediante un amplio abanico de reacciones nucleares. Los procesos con mayor probabilidad son las reacciones de tipo (n, p), (n, α), (n, d), etc, en las que el neutrón incidente "arranca" del núcleo blanco uno o más nucleones. Además, son posibles reacciones (n, γ), denominadas captura radiativa.

Las secciones eficaces de estos procesos son en general proporcionales a v^{-1} , lo cual favorece tales mecanismos en el caso de neutrones con baja velocidad. A este comportamiento suave se le superpone un número variable de resonancias, intervalos de energía estrechos en los que la sección eficaz pasa por un máximo pronunciado. Estos picos están relacionados con la gran estabilidad del núcleo compuesto que se forma al ser absorbido el neutrón. Por último, la fisión nuclear por neutrones térmicos es viable para nucleidos con A muy elevado.

MÓDULO II

Medidas de radiación

2.. Módulo II: Medidas de radiación

El *Capítulo 2.* está orientado a exponer una breve introducción a los conceptos básicos sobre cantidades involucradas en dosimetría de radiaciones, así como consideraciones sobre los principios y teorías de las cuales derivar las cantidades dosimétricas y las condiciones que deben satisfacerse para la validez de los modelos.

2.1.. Transporte de radiación e interacciones

Para facilitar la exposición, se iniciará el desarrollo en términos de las propiedades de haces de fotones. La generalización a otro tipo de radiación es posible incorporando las particularidades de cada caso, pero conceptualmente el desarrollo es análogo. Sin embargo, cuando corresponda, se hará mención explícita a situaciones específicas que requieran tratamiento particular para otro tipo de radiación.

El principio básico para estudiar los efectos de la interacción de la radiación con la materia, requiere describir el modo en que se transfiere y absorbe energía del haz al medio material. El transporte de partículas en un medio material está descrito por la ecuación de transporte de Boltzmann, que vincula la fluencia de energía emitida por una fuente con las propiedades físicas del medio irradiado de modo que puedan determinarse los mecanismos por los que la energía es impartida y depositada (difundida) en el material.

La ecuación de transporte de radiación de Boltzmann representa, en términos matemáticos, una ecuación íntegro-diferencial de difusión. A continuación se realiza una breve exposición del formalismo de Boltzmann, con el fin de completitud, pero no se trata de un argumento que requiera especial profundización para los objetivos de este curso.

Existen diferentes maneras en que se produce la interacción entre el haz incidente y el medio irradiado. La probabilidad de que ocurra una interacción de un cierto tipo está físicamente determinada por la sección eficaz σ_j , referida al j -ésimo mecanismo de interacción. Análogamente, la probabilidad total de que se produzca una interacción (de cualquier tipo) está determinada por la sección eficaz total σ .

A nivel macroscópico, la sección eficaz total macroscópica Σ se define mediante:

$$\Sigma \equiv N \sigma \quad (122)$$

donde N es la densidad de centros de dispersión por unidad de volumen, *i.e.* $[N] = \text{cm}^{-3}$.

En vista que los procesos de interacción incluyen absorción y dispersión (*scattering*) de radiación, conviene escribir en modo explícito la dependencia en cada tipo de proceso. Por lo tanto, se tiene:

$$\Sigma = \Sigma_{abs} + \Sigma_{sca} \quad (123)$$

donde Σ_{abs} y Σ_{sca} se refieren a los procesos de absorción y *scattering*, respectivamente.

Así mismo puede determinarse la distribución de colisiones a lo largo del recorrido (*path*) de la partícula:

$$\frac{dn}{ds} = -\Sigma n \quad (124)$$

donde n representa el número de eventos y s es la distancia a lo largo del *path*.
De aquí es inmediato verificar:

$$n(s) = n(0) e^{-\Sigma s} \quad (125)$$

Por lo tanto, la distancia promedio entre colisiones sucesivas está dada por:

$$\lambda \equiv \frac{\int_0^\infty s e^{-\Sigma s} ds}{\int_0^\infty e^{-\Sigma s} ds} = \frac{1}{\Sigma} \quad (126)$$

La cantidad λ se denomina camino libre medio (*mean free path*). Por tanto, se pone de manifiesto la importancia de la sección eficaz y del *mean free path*, los que deben obtenerse a partir del momento de primer orden de la función de distribución.

Una partícula de momento p con longitud de onda $\frac{h}{p}$ transportada en un medio material de espesor x tal que $x \ll \frac{h}{p}$ estará completamente determinada (en su espacio de fase) por la posición $\vec{r}$, la dirección de movimiento $\vec{\Omega}$, la energía E y el tiempo t .

Sea $N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ la densidad angular de partículas en estados de fase (7D) $[(x, y, z); (\theta, \phi); E; t]$, que representa la densidad de partículas en el volumen $d\vec{r}$ alrededor de $\vec{r}$, viajando en direcciones $d\vec{\Omega}$ entorno a $\vec{\Omega}$ con energía E a tiempo t .

El flujo vectorial angular de partículas $\vec{\Psi}$ puede obtenerse a partir de la densidad angular y la velocidad $\vec{v}$ de las partículas:

$$\vec{\Psi} \equiv \vec{v} N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) \quad (127)$$

El flujo angular escalar (o simplemente flujo angular) Ψ se obtiene a partir de la expresión 127, y sus unidades son $cm^{-2} s^{-1} sr^{-1}$.

Integrando el flujo angular Ψ en todas direcciones para valores dados de E , $\vec{r}$ y t se obtiene una cantidad proporcional a la tasa de población-ocupación del estado $(\vec{r}, E, t)$, a veces denominado tasa de “reacción” o “creación”. A partir de esto, puede determinarse el flujo escalar (o simplemente flujo) ϕ dado por:

$$\phi \equiv \int_{4\pi} \Psi d\Omega \quad (128)$$

La tasa de ocurrencia de eventos (por unidad de volumen), en términos de la probabilidad de cada j -ésimo tipo de interacción R queda determinada por:

$$R_j \equiv \Sigma_j \phi \quad (129)$$

La fluencia angular se obtiene a partir de la integral en el tiempo del flujo, y representa el número total de partículas por unidad de área por unidad de energía atravesando el punto $\vec{r}$ con dirección $d\Omega$ entorno a Ω .

Así mismo, puede calcularse la fluencia escalar (o fluencia total) $J(\vec{r}, E, t)$ que resulta de integrar la fluencia angular para todas las direcciones posibles:

$$J = |\vec{J}(\vec{r}, E, t)| = \int_{4\pi} |\vec{v} N(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)| d\vec{\Omega} \cdot \hat{n} \quad (130)$$

donde $|\vec{J}|$ es la corriente de partículas y $\hat{n}$ representa un versor en dirección arbitraria para el cálculo de la fluencia escalar J .

A partir de esto, puede plantearse la ecuación de transporte de radiación de Boltzmann, dada por:

$$\frac{1}{|\vec{v}|} \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) + \vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \Psi - S = \iint_{4\pi} \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}', E', t) K(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E) dE' d\vec{\Omega}' \quad (131)$$

donde S es la fuente de radiación y $K(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \rightarrow \vec{\Omega}, E)$ es el operador del *kernel* que cambia el estado de fase de las “coordenadas” primadas $(\vec{\Omega}', E')$ a las sin primar $(\vec{\Omega}, E)$ debido a los procesos de *scattering* en la posición $\vec{r}$.¹⁷

Operando y reordenando los términos en la ecuación de Boltzmann 131, para una transformación lineal (traslación espacial y temporal), resulta:

$$\begin{aligned} t &= t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|} \\ \vec{r} &= \vec{r}_0 + s\vec{\Omega} \end{aligned} \quad (132)$$

Por lo tanto, se obtiene:

$$\frac{d}{ds} \Psi\left(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E, t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|}\right) + \Sigma \Psi\left(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E, t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|}\right) = \Gamma\left(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E, t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|}\right) \quad (133)$$

donde se ha definido $\Gamma(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E, t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|})$ como sigue:

$$\Gamma \equiv S + \iint \Sigma_s(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, (\vec{\Omega}', E') \rightarrow (\vec{\Omega}, E)) \Psi\left(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}', E', t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|}\right) d\vec{\Omega}' dE' \quad (134)$$

Puede verse¹⁸

$$\Psi(\vec{r}_0, \vec{\Omega}, E, t_0) = \int_{-\infty}^0 ds \left[e^{\int_0^s \Sigma(\vec{r}_0 - s'\vec{\Omega}, E) ds'} \Gamma\left(\vec{r}_0 + s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E, t_0 + \frac{s}{|\vec{v}|}\right) \right] \quad (135)$$

Considerando que las variables $\vec{r}_0$ y t_0 son arbitrarias, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t) &= \int_0^\infty e^{\int_0^s \Sigma(\vec{r}_0 - s'\vec{\Omega}, E) ds'} . \\ &\left[\iint \Sigma_s(\vec{r} - s\vec{\Omega}, (\vec{\Omega}', E') \rightarrow (\vec{\Omega}, E)) \Psi\left(\vec{r} - s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}', E', t - \frac{s}{|\vec{v}|}\right) + S(\vec{r} - s\vec{\Omega}, \vec{\Omega}, E, t) \right] \quad (136) \end{aligned}$$

¹⁷Nótese que el efecto de la interacción es un cambio en la energía y en la dirección de movimiento!

¹⁸Hint: Introdúzcase $e^{\int_{-\infty}^s \Sigma(\vec{r}_0 + s'\vec{\Omega}, E) ds'}$ y calcúlese $\frac{d}{ds} \Psi$.

Es decir, se obtuvo una forma integral para la ecuación de Boltzmann, que puede escribirse en término de operadores¹⁹:

$$\Psi = \mathbf{K} \Psi + S' \quad (137)$$

Se obtiene la solución para el flujo:

$$\Psi = \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i \quad (138)$$

Donde los términos son:

$$\begin{aligned} \Psi_i &= \mathbf{K} \Psi_{i-1} \\ \Psi_0 &= S' \end{aligned} \quad (139)$$

Matemáticamente, la solución obtenida se denomina serie de von Neuman. La interpretación física del formalismo desarrollado es particularmente apropiada en el vínculo entre los términos de la serie y los procesos físicos involucrados. El término de orden 0 se refiere al flujo primario estrictamente proveniente de la fuente de emisión S , mientras que los términos Ψ_i son las contribuciones de *scattering* a orden i obtenidas a partir del operador del *kernel de scattering* $\mathbf{K}$.

2.2.. Magnitudes y unidades

La dosimetría es una de las áreas más importantes en el campo de la física médica, ya que permite establecer las bases formales para comprender y estudiar cuantitativamente los procesos de interacción de la radiación con la materia, por medio de determinaciones experimentales o cálculos analíticos y/o estocásticos de cantidades relevantes asociadas a los procesos de interacción, como energía transmitida de la fuente de radiación al medio irradiado y dosis absorbida por éste como consecuencia.

En el caso de la dosimetría *convencional*, que se refiere a las metodologías *standard* y canónicas desarrolladas durante décadas y que actualmente cuentan con absoluto consenso sobre su capacidad y fiabilidad, el principal interés se concentra en la radioterapia externa utilizando haces de fotones y electrones de megavoltaje. La dosimetría convencional surgió acompañando las técnicas de irradiación para estimar los efectos en los pacientes irradiados. Es por tanto comprensible que la dosimetría se concentrara en haces externos de fotones y electrones durante sus inicios, ya que los principales generadores de radiación de uso médico proveían este tipo de haces.

Por otro lado, la dosimetría *no convencional* se refiere a las técnicas modernas, muchas de ellas en desarrollo, orientadas a describir los efectos de interacción entre radiación *no convencional*²⁰ y el material irradiado.

La dosimetría estudia dos aspectos diferentes: por un lado el haz de radiación en sí mismo (en términos de propiedades físicas de éste, como espectro, características geométricas,

¹⁹Resulta conveniente expresar la ecuación de este modo para la resolución numérica de la misma, por ejemplo utilizando métodos estadísticos como Monte Carlo.

²⁰Haces de protones, radiación sincrotron, iones pesados, sisemas dopados con nanopartículas, columnas de neutrones; hadrones y/o campos mixtos en general.

etc.) y, por otro, la cantidad de energía que es transferida desde el haz al medio irradiado, que será depositada en el material (típicamente considerando aire, agua o materiales biológicos).

2.3.. Definiciones de transporte y dosimétricas básicas

A continuación se realiza una presentación introductoria para la definición de cantidades dosimétricas. A fin de facilitar la exposición se concentra la discusión inicial sobre haces de fotones, lo cual puede ser posteriormente generalizado, con las particularidades y consideraciones necesarias para los casos de haces de partículas cargadas.

2.3.1.. Fluencia y tasa de fluencia de fotones, Kerma y exposición

La fluencia de fotones (partículas sin carga, desde un punto de vista más general) (j) se define como sigue:

$$j \equiv \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} \quad (140)$$

En la expresión 140 se ha introducido el número de fotones ΔN que ingresa a una esfera (imaginaria) de sección transversal ΔA . De aquí que $[j] = cm^{-2}$, típicamente.

Por lo tanto, se tiene que la tasa de fluencia ϕ definida como la fluencia de fotones por unidad de tiempo resulta:

$$\phi \equiv \dot{j} = \frac{dj}{dt} \quad (141)$$

La energía que transporta el haz de partículas es la fluencia de energía (Ψ) dada por:

$$\Psi \equiv \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta E}{\Delta A} \quad (142)$$

donde ΔE representa la cantidad de energía que atraviesa el área ΔA . Para propósitos de los rangos de interés en aplicaciones en física médica, típicamente la unidad de fluencia de energía es $[\Psi] = MeVcm^{-2}$.

La fluencia de energía Ψ se obtiene inmediatamente, a partir de la fluencia de partículas, para el caso de haces monoenergéticos²¹:

$$\Psi = jh\nu \quad (143)$$

De donde se obtiene la tasa de fluencia de energía ($\dot{\Psi}$):

$$\dot{\Psi} \equiv \frac{d\Psi}{dt} = \psi \quad (144)$$

La unidad típica para la de tasa de fluencia de energía es: $[\psi] = MeVcm^{-2}s^{-1}$.

²¹Para haces polienergéticos la fluencia de energía se calcula utilizando la fluencia de partículas pesando por la distribución espectral correspondiente.

La Kerma²² está definida, para un dado medio, en particular para el aire, lo que usualmente se denomina Kerma en aire $(K_{air})_{air}$; es²³ proporcional a la fluencia de energía Ψ :

$$(K_{air})_{air} \equiv \Psi \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{air} = j h\nu \left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{air} \quad (145)$$

donde sea ha introducido $\left(\frac{\mu_{tr}}{\rho} \right)_{air}$ que es el coeficiente de transferencia masa-energía para el aire evaluado a la energía del haz de fotones ($h\nu$) en el caso de un haz monocromático.

Puede identificarse a la Kerma total K como formada por dos contribuciones: la componente debida a la transferencia de energía por parte de fluencia de partículas del haz primario que fue transferida en colisiones con el material irradiado, denominada Kerma de colisión K^{col} y la segunda componente de Kerma debida a la transferencia de energía por medio de los procesos radiativos asociados al transporte de partículas cargadas, Kerma radiativa K^{rad} :

$$K = K^{col} + K^{rad} \quad (146)$$

Como ejemplo, en la consideración de un haz de monoenergético en aire, la Kerma por colisión K^{col} resulta entonces proporcional a la fluencia de energía Ψ y, por tanto a la fluencia j :

$$(K^{col})_{air} = \Psi \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho} \right)_{air} = j h\nu \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho} \right)_{air} \quad (147)$$

En la expresión 147 se ha introducido el coeficiente de absorción másico para aire $\left(\frac{\mu_{ab}}{\rho} \right)_{air}$ evaluado a la energía del haz, supuesto monocromético, $h\nu$ ²⁴.

La relación entre los coeficientes de transferencia masa-energía (en la expresión 145) y de absorción (en la expresión 147) es:

$$\frac{\mu_{ab}}{\rho} = \frac{\mu_{tr}}{\rho} (1 - \bar{f}) \quad (148)$$

La relación se establece a partir de considerar la fracción radiativa, es decir la fracción de energía de las partículas²⁵ cargadas que es liberada como radiación de Bremsstrahlung. El parámetro $\bar{f}$ da cuenta precisamente de esta fracción de emisión radiativa. Considerando situaciones típicas en dosimetría de radiaciones de uso médico por medio de técnicas convencionales, puede verse que para materiales de interés biológico, el número atómico Z es bajo, y para energías del haz primario del orden de megavoltaje, la contribución radiativa es una fracción significativamente menor, es decir $\bar{f} \approx 0$, debido a que prácticamente toda la energía transferida por parte del haz primario es absorbida por el material irradiado $\mu_{tr}/\rho \approx \mu_{ab}/\rho$. Entonces $\frac{K^{rad}}{K^{col}} \rightarrow 0$ y $K \approx K^{col}$.

²²**Kerma**:= **K**inetic energy released in **m**atter

²³Aproximación a primer orden, *i.e.* se desprecian las contribuciones de *scattering* de órdenes superiores, y debe ser considerado en puntos "suficientemente alejados" de la fuente de radiación.

²⁴En bibliografía es posible encontrar denominaciones diferentes, en las que el coeficiente de absorción másico μ_{ab} es llamado μ_{en} .

²⁵Secundarias para el caso de un haz primario de partículas no cargadas.

La exposición en aire X está definida a partir de la Kerma en aire de colisión en aire $(K_{air}^{col})_{air}$ por medio de:

$$X \equiv (K_{air}^{col})_{air} \left[\left(\frac{W_{air}}{q_e} \right) \right]^{-1} \quad (149)$$

donde W_{air}/q_e es la energía media (trabajo) requerida para producir un par iónico en aire seco, cuyo valor es $33,97 eV/par$, aproximadamente.

La exposición se mide usualmente, por razones históricas, en unidades $[X] = R$ (Roentgen), lo cual equivale a $2,58 \cdot 10^{-4} Ckg^{-1}$, por lo tanto, trabajando en el Sistema **SI** se tiene:

$$(K_{air}^{col})_{air} = \left(0,876 \frac{cGy}{R} \right) X \quad (150)$$

donde se ha introducido la unidad de Gray Gy definida por: $1 Gy \equiv \frac{1J}{1kg}$.

2.4.. Teoría de la Cavity de Bragg-Gray

Anteriormente se definieron cantidades para describir las propiedades fundamentales de un campo de radiación, que conjuntamente con las teorías de transporte e interacción de radiación y materia constituyen la base para introducir modelos dosimétricos y correspondientes fundamentos.

Considerando una región del espacio donde exista una interfaz entre dos medios diferentes, como podría ser aire y agua. El transporte de radiación en esta región producirá el paso de fluencia de partículas cargadas (Φ) a través de la interfaz. Por continuidad, la dosis en la interfaz que funciona de frontera entre los medios materiales satisface:

$$\begin{aligned} D_{air} &\rightarrow \Phi \left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col air} \\ D_{wat} &\rightarrow \Phi \left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col wat} \end{aligned} \quad (151)$$

donde $\left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col med}$ es el poder de frenado (*stopping power*) másico por colisión correspondiente al medio *med* y evaluado a la energía del haz de partículas cargadas que atraviesen la interfaz. El camino a lo largo del cual se calcula el poder de frenado es la dirección de la trayectoria s en el medio material de densidad másica ρ .

Por lo tanto, el cociente de los valores de dosis en la frontera entre los medios resulta:

$$\frac{D_{air}}{D_{wat}} = \frac{\left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col air}}{\left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col wat}} \quad (152)$$

El problema planteado en la expresión 152 desestabiliza la continuidad de la cantidad física dosis cuando se encuentra en interfaces frontera entre dos medios materiales. La dosis puede obtenerse a partir de la teoría de la cavity de Bragg-Gray, basada en 2 hipótesis principales:

- La cavidad, región donde se determina la dosis absorbida, *i.e.* el pequeño volumen rodeado por medio material, debe ser de dimensiones significativamente menores al alcance ²⁶ de las partículas cargadas que atraviesan la interfaz entre los medios materiales, de manera que su presencia no produzca alteraciones en el campo de radiación, concretamente en la fluencia de partículas cargadas en el medio material.
- La dosis absorbida en la cavidad debe ser consecuencia sólo de interacciones de partículas cargadas que atraviesan la interfaz en el pequeño volumen de la cavidad.

Cabe aclarar algunos aspectos relevantes que se derivan de los principios de Bragg-Gray para la teoría de la cavidad. La fluencia de partículas cargadas que producen interacciones en el pequeño volumen de la cavidad, provienen típicamente de componentes de *scattering* producido en regiones aledañas. La teoría es aplicable tanto para haces de partículas cargadas como no cargadas (denominados “indirectamente ionizantes”).

A partir de estos principios, puede determinarse las dosis D_{air} y D_{wat} por medio de:

$$\begin{aligned} D_{air} &= \int_0^{T_{max}} dT \frac{d\Phi}{dT} \left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col air} \\ D_{wat} &= \int_0^{T_{max}} dT \frac{d\Phi}{dT} \left(\frac{dT}{\rho ds} \right)_{col wat} \end{aligned} \quad (153)$$

La cantidad $\frac{d\Phi}{dT}$ refiere a la distribución espectral (de energía cinética T) de la fluencia de partículas cargadas que atraviesan la cavidad de Bragg-Gray.

Como se mostró en la expresión 149, la dosis D_{air} puede obtenerse a partir de la carga eléctrica Q :

$$D_{air} = \frac{Q}{m} \left(\frac{W_{air}}{q_e} \right) \quad (154)$$

Y, a partir de ésta la dosis en agua D_{wat} se calcula utilizando el cociente de los *stopping powers*.

Para un medio arbitrario MED , la dosis absorbida D_{MED} se obtiene como sigue:

$$D_{MED} = D_{wat} \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{wat}^{MED} = \frac{Q}{\rho V} \overline{S_{air}^{wat}} \left(\frac{W_{air}}{q_e} \right)_{air} \left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{wat}^{MED} \quad (155)$$

donde $\left(\frac{\mu_{en}}{\rho} \right)_{wat}^{MED}$ indica el cociente (efectivo) medio-agua de los coeficientes de transferencia de energía μ_{en} .

A partir de la relación 155 se calcula la dosis absorbida utilizando detectores basados en pequeños volúmenes, como cámaras de ionización, puede obtenerse determinaciones dosimétricas a partir de lecturas de carga colectada.

²⁶En términos estrictos, por “alcance” se entiende “rango”.

2.5.. Equilibrio electrónico

El principio de equilibrio electrónico, más precisamente el equilibrio de partículas cargadas *Charged Particle Equilibrium - CPE*, presupone un equilibrio basado en que por cada partícula cargada (específicamente electrones) originada en el pequeño volumen y que sale del volumen llevándose una energía cinética T , existe una partícula cargada análoga originada fuera del pequeño volumen que ingresa al mismo portando energía cinética T . Esta asunción fue implícitamente utilizada para identificar la dosis con Kerma de colisión K_{col} .

Las condiciones específicas para el equilibrio de partículas cargadas son:

1. Medio homogéneo (densidad másica ρ constante en el medio material).
2. Composición química homogénea del medio material.
3. Uniformidad del campo radiante indirectamente ionizante.
4. Ausencia de campos electromagnéticos no uniformes.

Debido a que estas condiciones difícilmente se cumplan en un sentido estricto en la mayoría de los casos prácticos, se introduce el concepto de equilibrio transitorio de partículas cargadas (*transitorium charged particle equilibrio - TCPE*).

La energía transferida (Kerma) por parte del haz incidente a las partículas cargadas del medio (electrones) no necesariamente es absorbida en modo completo por parte del medio material en el volumen donde se transfirió la energía, ya que el recorrido de las partículas cargadas que absorbieron la energía es finito y no nulo.

Se introduce entonces el concepto de que existe *TCPE* cuando se satisface:

$$D = \beta K_{col} \quad (156)$$

En ausencia de atenuación del haz primario, se verificaría $\beta = 1$ una vez que se alcanzó la zona de *build up*, donde $\beta < 1$. Teniendo en cuenta la atenuación del medio material, resulta que la Kerma es máxima en superficie y disminuye acorde con la atenuación del medio. La fluencia de partículas cargadas aumenta en profundidad hasta que se alcanza el equilibrio.

2.6.. Dosis en aire y dosis en medio material

El punto de partida para la dosimetría es el concepto de “dosis en un pequeño volumen rodeado por aire”, que puede denominarse también “dosis en espacio libre (*dose in free space*)”. Este concepto, originalmente introducido por Johns y Cunningham, fue utilizado para caracterizar la radiación producida por un dispositivo y proporcionar, al mismo tiempo, información para un valor de referencia para los cálculos dosimétricos que involucran razones Tejido-aire (TAR, Tissue-Air Ratio) y factores de dispersión en pico (*Peak Scatter Factor PSF*).

Se define D'_{med} a la dosis en un pequeño volumen rodeado aire se designa por medio de determinaciones de Kerma aire en aire $((K_{air})_{air})$. Esta definición original ha sido significativamente aprovechada para haces de energías de unas centenas de kilovoltios o incluso energía levemente por encima del megaelectronvolt, como el caso de las bombas de ^{60}Co , que emiten 2 líneas características de rayos γ de 1.33 y 1.17 MeV, lo cual genera un haz prácticamente monocromático de energía “efectiva” de 1.25 MeV. Sin embargo, el concepto de dosis en un pequeño volumen rodeado aire pierde significado para haces de terapia de los megavoltajes, como el caso de aceleradores lineales de uso médico para terapia convencional.

De acuerdo con la teoría de Jorgns-Cunningham, el procedimiento empírico para determinar la dosis en un pequeño volumen (de material) rodeado por aire D'_{med} en un dado punto P del haz de radiación, es a partir de una medición M_P de una señal medida en aire con una cámara de ionización en el punto P , como se muestra a continuación:

$$M_P \xrightarrow{(1)} X_P \xrightarrow{(2)} (K_{air})_{air} \xrightarrow{(3)} (K_{\Delta m})_{air} \xrightarrow{(4)} (K_{med})_{air} \xrightarrow{(5)} D'_{med} \quad (157)$$

donde M_P es la señal medida en aire con una cámara de ionización en el punto P , ya corregida por efectos de temperatura y presión y pérdidas por recombinación de iones²⁷.

Cada paso involucrado en el proceso se describe a continuación.

1. Paso I: Determinación de la exposición X_P , utilizando el factor de calibración de cámara N_X , como sigue:

$$X_P = M_P N_X \quad (158)$$

2. Paso II: Determinación de Kerma aire en aire $(K_{air})_{air}$:

$$(K_{air})_{air} = 0,876 \frac{\text{cGy}}{\text{R}} X_P \quad (159)$$

Alternativamente (si se cuenta con el coeficiente N_K) puede calcularse directamente:

$$(K_{air})_{air} = M_P N_K \quad (160)$$

3. Paso III: Determinación de Kerma de colisión para Δm en aire (Δm es la representación de una masa infinitesimal de material, por ejemplo agua):

$$(K_{\Delta m})_{air} = (K_{air})_{air} \left(\frac{\bar{\mu}_{ab}}{\rho} \right)_{air}^{\Delta m} \quad (161)$$

donde $(\bar{\mu}_{ab}/\rho)_{air}^{\Delta m}$ es la razón entre los coeficientes másicos de absorción, *pesados según el espectro del haz de fotones*, correspondientes al material de la masa infinitesimal Δm y el aire.

²⁷La cámara de ionización debe contar con el capuchón de protección adecuado (*buildup cap*) y debe contar con el correspondiente factor de calibración para exposición en aire N_X , o bien con el coeficiente de calibración de Kerma aire en aire N_K .

4. Paso IV: Determinación de Kerma por colisión para una masa esférica (radio r_{med} , tal que se garantiza equilibrio electrónico de partículas cargadas en el punto P) de material centrada en el punto P :

$$(K_{med})_{air} = (K_{\Delta m})_{air} k(r_{med}) \quad (162)$$

donde $k(r_{med})$ representa el factor de corrección para tener en cuenta la atenuación del haz de fotones dentro del medio material esférico, y puede aproximarse por:

$$k(r_{med}) = e^{\left[-\left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{med} \rho r_{med}\right]} \quad (163)$$

donde $\left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{med}$ es el coeficiente de absorción del medio y ρ su densidad. Para el caso del agua, que es el material típicamente seleccionado, $k(r_{med}) = 0,985$ para un haz de fotones de ^{60}Co y resulta muy aproximadamente 1 para haces de fotones con energías menores.

5. Paso V: Cálculo de la “dosis en un pequeño volumen de material rodeado por aire” D'_{med} como sigue:

$$D'_{med} = \beta (K_{med})_{air} = \beta 0,876 \frac{cGy}{R} \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{air}^{med} X_P k(r_{med}) \quad (164)$$

donde β es prácticamente constante (con valor 1.003, 1.001 y 1.000 para ^{60}Co , ^{137}Cs y rayos X por debajo de 350 keV)²⁸.

Además, el producto $0,876 \frac{cGy}{R} \left(\frac{\mu_{ab}}{\rho}\right)_{air}^{med}$ suele denominarse factor de conversión cGy-Roentgen designado f_{med} , por tanto, asumiendo $\beta \approx 1$, la “dosis en un pequeño volumen de material rodeado aire” resulta:

$$D'_{med} = f_{med} X_P k(r_{med}) \quad (165)$$

El haz de radiación puede clasificarse según la emisión del mismo, isotrópica o anisotrópica, y a la vez, monoenergético o policomponente.

Una fuente isotrópica produce la misma tasa de fluencia en todas direcciones, mientras la tasa de fluencia de una fuente anisotrópica depende de la dirección (respecto de la fuente) donde se realice la medición.

²⁸ A veces, se considera $\beta = 1$, incluso para haces de ^{60}Co .

2.6.1.. Propagación de fluencia: inverso de cuadrado

Para haces de uso típico en radioterapia se asume que las fuentes pueden aproximarse por fuentes puntuales, y que los haces producidos presentan la divergencia consecuente. Para una fuente S que forma un campo cuadrado de lado a a una distancia f_a de la fuente S , resulta que a una distancia f_b de la fuente S y proyecta una sección cuadrada de lado b , que se obtiene geométricamente.

La fuente S emite partículas con fluencias ϕ_A en f_a y ϕ_B en f_b . Por conservación del número total de partículas N_{tot} , se obtiene:

$$\frac{\phi_A}{\phi_B} = \frac{B}{A} = \frac{b^2}{a^2} = \frac{f_b^2}{f_a^2} \quad (166)$$

Debido a que, para un punto de interés P , la exposición X , la Kerma aire en aire $(K_{air})_{air}$ y la “dosis en un volumen pequeño de material rodeado aire” D'_{med} son directamente proporcionales a la fluencia de fotones j en el punto P , se concluye que todas estas cantidades cumplen con la ley del inverso del cuadrado²⁹.

²⁹Bajo las aproximaciones realizadas.

MÓDULO III

Dosímetros

3.. Módulo III: Dosímetros

El *Capítulo 3.* está dedicado a introducir los conceptos y propiedades generales de diferentes sistemas de detección de radiación con capacidad dosimétrica. Se mencionan las características básicas que debe cumplir un detector para ser considerado dosímetro. Existe una variada cantidad de sistemas dosimétricos, por lo que la exposición se realiza agrupando aquellos que comparten propiedades similares.

3.1.. Requerimientos y propiedades de dosímetros

En términos del conocimiento sobre física de radiaciones, específicamente procesos de interacción de radiación ionizante, que cubre en campo de la radiología, cabe indagar cómo se realizan determinaciones dosimétricas experimentales.

La dosimetría de radiaciones se ocupa de la determinación de dosis o tasa de dosis asociada a los procesos de interacción de la radiación con la materia. La determinación puede ser analítica por medio de métodos y teorías, y también experimental utilizando dispositivos y metodologías que permitan medir con precisión la dosis absorbida.

En términos estrictos, un sistema con capacidad de ser considerado dosímetro debe cumplir ciertos requerimientos, aunque desde un punto de vista básico es necesario que provea una lectura de medición L en condiciones de ser unívocamente asociada a la dosis absorbida (o tasa) correspondiente a la región donde se realiza la medición. Debido a la naturaleza finita (no diferencial) del volumen de medición, la lectura L resultará correlacionada con el valor medio $\langle D \rangle$ del observable en la región. Para satisfacer las condiciones requeridas por teoría de cavidad y principios de equilibrio electrónico, es necesario que $\langle D \rangle$ presente dependencia uniforme respecto del volumen de la región donde se realiza la medición.

Para ser útil, un dosímetro de radiaciones debe poseer algunas características deseables. El conocimiento de la dosis absorbida en agua, por ejemplo, resulta de total necesidad para radioterapia y otros procedimientos radiológicos. Así mismo se requiere la distribución espacial de la dosis absorbida, especialmente en algunas regiones específicas de mayor importancia para derivar la dosis en órganos de interés del paciente.

Por tanto, en este marco, las características y propiedades deseables para un dosímetro están asociadas a su precisión y confiabilidad en amplio rango de interés, específicamente mostrando independencia de tasa de dosis (en caso se quiera determinar dosis, y no tasa), linealidad, respuesta independiente de la energía, incidencia y capacidad de resolución espacial; entre otras.

De manera más general, un sistema dosimétrico está constituido por el material sensible (sensor o dosímetro mismo), métodos y dispositivos asociados para la determinación y cálculo de la respuesta del sensor a la dosis absorbida, obteniendo así la función de calibración que caracteriza el sistema dosimétrico. Consecuentemente, la función de calibración del sistema dosimétrico debe referirse estrictamente a la dosis absorbida en el material irradiado, o referencia a la dosis en agua, y no sólo limitada a la dosis en el material del dosímetro; únicamente de este modo tiene sentido la determinación del sistema dosimétrico.

La radiación ionizante interactúa con el medio material atravesado cediéndole energía y provocando una serie de efectos a través de los cuales es posible su medida, por ejemplo:

- Ionización de gases.
- Ionización de materiales líquidos, acuosos o sólidos.
- Excitación de luminiscencia de líquidos o sólidos.
- Alteraciones o efectos biológicos.

3.2.. Propiedades de dosímetros

No todos los sistemas dosimétricos satisfacen las propiedades necesarias para cada caso, o bien aquellas deseadas, por lo tanto resulta particularmente crítica la elección cuidadosa sobre qué tipo de dosímetro emplear según los requerimientos de cada caso.

Se dispone de sistemas dosimétricos capaces de proveer determinaciones absolutas de dosis, mientras que otros sistemas ofrecen la posibilidades de obtener mediciones relativas; eventualmente obteniendo distribuciones espaciales de dosis absorbida.

Precisión y exactitud

En el campo de dosimetría radiológica, precisión y exactitud en determinaciones dosimétricas se refiere a la estimación de las incertezas asociadas con la medición y/o cálculo.

La exactitud del método dosimétrico es la proximidad entre los valores de expectación obtenidos al estimar el “verdadero valor”. La precisión del método dosimétrico se asocia con la reproducibilidad de diferentes determinaciones en condiciones similares. Se denomina entonces que un sistema cuenta con alta precisión cuando existe desviación *standard* pequeña en la distribución de los resultados obtenidos de las mediciones.

La incerteza dosimétrica es un parámetro asociado a la dispersión de los valores de dosis medidos, que puede ser de tipo estadístico o no. Es bien conocido que para incertezas de origen estadístico, el valor del estimador de dosis $\bar{D}$, correspondiente al conjunto de N mediciones D_i se obtiene a partir de:

$$\bar{D} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D_i \quad (167)$$

Mientras que la incerteza se asocia con la desviación *standard* σ_D dada por:

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (D_i^2 - \bar{D}^2)} \quad (168)$$

Por otro lado, existen incertezas que no es posible determinarlas estadísticamente por medio de la repetición de sucesivas mediciones, sino que requieren de criterios y análisis subjetivos, que incluyen por ejemplo incertezas atribuibles al propio sistema y procesos de medición, introducción de factores de corrección o calibración, o bien datos físicos provenientes de literatura. En términos cuantitativos, se presume típicamente que incertezas de este tipo de orígenes presentan distribución normal o *Gaussiana*, o bien uniforme; según el caso.

Linealidad

Frecuentemente, la dosis integrada es determinada por sistemas también de respuesta integral en todos los procesos internos involucrados. Bajo estas condiciones, la respuesta debe ser independiente de la tasa de dosis. En la práctica, este requisito es difícilmente satisfecho en un sentido estricto, por lo que resulta necesario incluir consideraciones sobre el efecto de esta situación. La linealidad de la respuesta es la dependencia más conveniente en términos de una correlación unívoca entre el observable y la respuesta obtenida a partir de la lectura L .

Determinaciones experimentales de la respuesta del sistema para diferentes valores de dosis permite obtener tendencias de la dependencia, que luego implementando un modelo, por ejemplo lineal³⁰, puede determinarse empíricamente la relación unívoca entre la respuesta obtenida (lectura L) y la dosis.

Dependencia de las características del haz

La respuesta de los sistemas dosimétricos L resulta en general dependiente de las características del haz de radiación responsable de la dosis absorbida, en particular la energía del haz; y muchas otras características que en conjunto determinan lo que se denomina “calidad del haz de radiación”.

La respuesta del sistema dosimétrico debería ser, idealmente, independiente de la calidad del haz de radiación, al menos en un rango suficientemente amplio que cubra totalmente los intervalos en los que se mueven los parámetros radiológicos en los casos de interés, de modo que la correspondencia respuesta-calidad de radiación sea lo más plana posible.

Típicamente, en términos prácticos la dependencia de la calidad del haz se incluye en los factores de calibración.

Debido a que en la mayoría de los casos, el interés está puesto en determinar la dosis absorbida en agua (en tejido), y que la disponibilidad de sistemas dosimétricos de propiedades agua equivalentes en todos los rangos requeridos es más bien escasa, resulta indispensable determinar la dependencia de la respuesta del sistema dosimétrico respecto de la calidad del haz para la mayoría de los sistemas.

Dependencia de la dirección de incidencia

Existe variación de la respuesta del sistema dosimétrico según el ángulo de incidencia o la dirección del haz. Esto se conoce como dependencia angular del dosímetro o de la dirección de incidencia.

Conocer la dependencia direccional es particularmente crítico para ciertas aplicaciones como dosimetría *in vivo*, de hecho existen sistemas dosimétricos que presentan una fuerte dependencia direccional. Según el diseño específico de cada dispositivo, la dependencia direccional puede ser mayor o menormente crítica.

En búsqueda de minimizar el efecto de la dependencia direccional, es costumbre emplear los dispositivos dosimétricos manteniendo siempre la misma configuración de irradiación.

³⁰Válido, al menos a primer orden.

ción en cuanto al ángulo y dirección de incidencia.

Resolución espacial y dimensiones físicas

Es fundamental tener siempre presente que, de acuerdo las expresiones para definir la dosis, ésta resulta ser una cantidad asociada a un punto, en el sentido que se le atribuye a un punto (rodeado por la cavidad). El dosímetro debe ser capaz de determinar la dosis absorbida a partir de lecturas en un volumen suficientemente pequeño como para ser considerada una medición puntual.

Existen sistemas dosimétricos capaces de determinar dosis absorbida de modo puntual, 2D o incluso 3D. La resolución espacial está asociada con el volumen de integración del sistema dosimétrico y se requiere de correlacionar la localización de la región de medición con la posición espacial donde corresponde la medición efectuada.

Conveniencia del método de lectura

En general, conviene emplear sistemas dosimétricos de tipo activos, *i.e.* que permiten obtener la lectura L de manera directa durante el proceso de medición, respecto de sistemas pasivos que requieren de procedimientos ulteriores para obtener la lectura L que se corresponde con la respuesta del sistema dosimétrico. Un ejemplo del primer tipo es la cámara de ionización, que prové una lectura directa de corriente en el electrómetro durante la medición mientras que el film radiográfico es un ejemplo del segundo tipo, ya que requiere del proceso de revelado y lectura densitométrica para obtener la lectura L .

3.3.. Cámaras de Ionización: Farmer y plano-paralela

Los detectores basados en ionización están formados esencialmente por un recinto donde se encuentra un gas a presión controlada, allí se colocan dos electrodos separados una cierta distancia, a los que se aplica una tensión de polarización.

El gas dentro del recinto no es conductor eléctrico en condiciones normales, por lo tanto no circula corriente eléctrica entre los electrodos. Cuando una partícula del haz ionizante interactúa con el gas pueden generarse efectos de ionización produciendo pares ión-electrón. El campo eléctrico someterá a las cargas liberadas de modo que se muevan hacia el electrodo de signo contrario; los electrones hacia el ánodo y los iones hacia el cátodo.

La colección de estas cargas se logra utilizando un dispositivo eléctrico asociado al detector, sea midiendo la corriente media que se generada en el detector debido a la interacción de varias partículas (cámaras que operan en modo corriente) o bien formando un pulso con cada golpe de carga que recogen los electrodos (cámaras que operan en modo impulso).

La cámara de ionización es un dosímetro denominado *standard primario*, ya que además de ser el sistemas más difundido y utilizado universalmente con buena *performance*, sus propiedades permiten obtener mediciones confiables y estables en base a un sistema relativamente simple lo que, sumado a teorías sólidas respecto de sus principios de funcionamiento, representa una importante ventaja en términos de estabilidad y confiabilidad. En este sentido, visto que el funcionamiento del sistema dosimétrico está sustentado por

teoría de cavidad, como Bragg-Gray, resulta que una de las principales características es el volumen sensible requiere ser determinado de manera particularmente precisa.

En términos de su uso práctico, la cámara de ionización se utiliza colocándola expuesta al haz de radiación o bien introducida en un medio material, fantoma, para determinar exposición en aire o bien dosis absorbida en el medio material, típicamente agua o medios similares en cuanto a las propiedades de absorción/dispersión de radiación ionizante en los rangos de interés. Este tipo de medios materiales se denomina “tejido-equivalentes”. Por tanto, resulta importante también conocer las propiedades del medio material gaseoso en el que se producen los procesos que permiten determinar la dosis absorbida en la cavidad gaseosa.

Existen distintos tipos de cámaras de ionización. Las más utilizadas son la cámara tipo dedal, comúnmente denominada cámara de tipo *Farmer* y, aunque en menor medida, también la cámara de ionización de tipo plano-paralela.

De hecho, las cámaras de ionización pueden clasificarse, según su diseño, o más específicamente según la forma de los electrodos: existen configuraciones planas o cilíndricas, según la disposición de los electrodos, que pueden ser planos-paralelos (cámara plano-paralela usualmente denominada Markus), o bien cilíndricos, constituidos por un electrodo hueco de forma de cilíndrica y otro interior en forma de alambre o varilla en dispuesto coaxialmente (cámara de tipo dedal usualmente llamada Farmer).

El volumen sensible de las cámaras de ionización se rellenan típicamente con una variedad de gases que puede ser aire a presión atmosférica o bien gases nobles, especialmente argón.

El rendimiento de detección, definido como la fracción de radiación detectada respecto del total que atraviesa el volumen sensible del detector, es muy próxima al 100 % para la cámara de ionización para el caso de la detección de partículas α (núcleos de helio) y β (electrones y positrones), mientras que para fotones el rendimiento ronda solo el 1 %, debido a las propiedades intrínsecas de los mecanismos de interacción de cada tipo de radiación.

La cámara de ionización forma parte de una categoría de detectores denominados gaseosos normalmente llamados también “detectores de ionización”, debido a que este tipo de dispositivos responden a la radiación por medio de corrientes inducidas por ionización.

Además de la cámara de ionización, cabe destacar otros dos tipos de detectores gaseosos, histórica y aún frecuentemente utilizados.

Contador proporcional

En el caso de la cámara de ionización, el voltaje aplicado resulta ser aquel suficiente para coleccionar solo las cargas liberadas por acción directa de la radiación incidente. Sin embargo, si se aumenta aún más el voltaje aplicado, los iones atraídos ganan tanta energía que podrían generar ionizaciones adicionales durante el recorrido hacia los electrodos, y los electrones producidos por estas ionizaciones pueden, a su vez, generar otros, constituyendo un efecto en cascada, lo que se conoce como *efecto de amplificación de la carga por el gas*. El factor por el cual la ionización original es “multiplicada” se denomina *factor de amplificación del gas*. El valor de este factor aumenta rápidamente al aumentar el voltaje aplicado y puede llegar a valores cercanos a 10^6 . Los detectores que operan en este

regimen se conocen como contadores proporcionales, y la carga neta puede obtenerse de $Q = W * f$, donde f es el factor de amplificación del gas. Por lo tanto la carga total producida resulta proporcional a la energía depositada por la radiación ionizante incidente. En general, los contadores proporcionales utilizan gases que permiten la migración los iones producidos con muy alta eficiencia, como los gases nobles, entre lo cuales Ar y Xe son los mas comúnmente empleados.

Contador Geiger-Müller

Los detectores Geiger-Müller son detectores gaseosos diseñados para obtener la máxima amplificación posible.

El ánodo central es mantenido a muy alto potencial en relación al cilindro exterior (cátodo). Al producirse ionizaciones dentro de la cavidad de gas por interacción de la radiación incidente, los electrones son acelerados hacia el ánodo central y los iones positivos al cátodo exterior. En este proceso ocurre la amplificación del gas. Pero, debido a que el voltaje aplicado es tan alto, los electrones colectados pueden causar excitaciones de las moléculas del gas. Estas moléculas se desexcitan rápidamente ($\approx 10^{-9}$ s) emitiendo fotones visibles o UV. Si alguno de estos fotones UV interactúa con el gas o en el cátodo, puede ocurrir fotoabsorción, lo cual genera otro electrón para contribuir en el efecto cascada.

3.4.. Detectores de estado sólido

La principal característica de los detectores de estado sólido es el uso de materiales sólidos para el sensor, es decir material sensible. Desde un punto de vista general, la utilización de materiales sensibles de mayor densidad, provee *a priori* mayor eficiencia en la detección en cuanto mayor resulta la cantidad de eventos de interacción, relativamente al caso de materiales gaseosos. Sin embargo, debido a los requerimientos específicos para producir efectos secundarios mensurables capaces de ser directa y unívocamente correlacionados con la energía absorbida por el material, resulta que sólo algunos pocos materiales de estado sólido son útiles como material sensible.

3.4.1.. Detectores semiconductores, centelladores plásticos y termoluminiscentes

Detectores semiconductores

Los detectores semiconductores son, esencialmente, análogos a los detectores gaseosos. Sin embargo, los materiales sólidos de los semiconductores ofrecen importantes ventajas comparativas, ya que cuentan con densidad muy superior a la de los gases³¹. Por lo tanto, presenta valores mucho mas altos para el *stopping power*, resultando materiales mucho mas eficientes para la detección de radiación.

Los semiconductores son, en general, pobres conductores de corriente eléctrica, sin embargo cuando están ionizados por acción de la radiación incidente, por ejemplo, la carga eléctrica producida puede colectarse por medio de la aplicación de un voltaje externo. Los materiales más comunes para construir detectores semiconductores son silicio y germanio,

³¹Entre 2 y 5 mil veces mayor, aproximadamente. Por ejemplo: $\rho_{Si(Li)} = 2,33 \text{ gcm}^{-3}$, $\rho_{Ge(Li)} = 5,32 \text{ gcm}^{-3}$, $\rho_{Cd(Te)} = 6,06 \text{ gcm}^{-3}$ y $\rho_{Aire} = 0,001297 \text{ gcm}^{-3}$.

aunque más recientemente se está estableciendo también el telurio de cadmio. Para estos materiales, una ionización ocurre cada 3 a 5 eV de energía absorbida de la radiación incidente, aproximadamente, lo cual constituye otra importante ventaja comparativa respecto de los detectores gaseosos. Además, la amplitud de la señal eléctrica detectada está relacionada proporcionalmente con la energía absorbida, y por ello pueden ser utilizados para discriminar en energía.

Algunas desventajas o inconvenientes de estos dispositivos son: generan corrientes no despreciables a temperatura ambiente, lo cual genera un ruido tipo *background* en la señal medida, y por tanto deben ser operados a bajas temperaturas. Otro inconveniente es la presencia de impurezas en la matriz del material, lo cual arruina la configuración cristalina pura. Estas impurezas crean “trampas” electrónicas que pueden atrapar electrones generados en ionizaciones, evitando que sean colectados por los electrodos. Este efecto puede resultar en una apreciable disminución en la señal eléctrica medida y limita el espesor práctico del material sensible a tamaños no mayores a 1 cm, aproximadamente. Y, debido al bajo número atómico de Si y Ge, este hecho limita la posibilidad de emplearlos para detectar fotones, o incluso partículas cargadas, de alta energía.

Detectores centelladores

El paso de la radiación ionizante a través de los materiales genera ionizaciones y/o excitaciones. En el caso particular en que las especies producidas, o residuos, (ionizadas o excitadas) sufran procesos de recombinación, se obtiene como resultado la liberación de energía. En general, la mayor parte de esta energía es disipada en el medio como energía térmica, por medio de vibraciones moleculares, en el caso de gases y líquidos, o vibraciones de red en el caso de sólidos cristalinos. Sin embargo, existen materiales en los que parte de esta energía es transferida a emisión de luz visible. Estos materiales particulares se denominan centelladores y los detectores de radiación que los utilizan son llamados detectores centelladores.

Los materiales mas comúnmente utilizados para detectores de aplicación en medicina son de tipo orgánico (substancias orgánicas diluidas en solución líquida) o inorgánicos (substancias inorgánicas en forma de sólido cristalino). Si bien los mecanismos precisos de centelleo son diferentes para estos dos tipos de materiales, comparten características comunes. La cantidad de luz producida como consecuencia de la interacción con un único rayo incidente (RX, γ , β , etc.) resulta proporcional a la energía depositada por la partícula incidente en el material centellador. La cantidad de luz neta producida es pequeña, típicamente unos pocos cientos (a lo sumo miles) de fotones por cada interacción de partícula incidiendo con energía de entre 70 y 511 keV.

Originalmente, se utilizaban cuartos oscuros para observar la luz emitida por este tipo de materiales³² y contabilizar así la producción de ionizaciones. Esta metodología presenta insalvables limitaciones y fue posteriormente reemplazada por tecnologías de dispositivos electrónicos ultrasensibles a la luz, como los fotomultiplicadores.

Los detectores por centelleo, generalmente requieren de dispositivos extra para mejorar la eficiencia de lectura. Comúnmente se utilizan técnicas electrónicas basadas en arreglo de

³²Por entonces típicamente centelladores de sulfuro.

tubos fotomultiplicadores. Básicamente, un tubo fotomultiplicador es un dispositivo electrónico, en forma de tubo, que produce un pulso de corriente eléctrica al ser estimulado por señales muy débiles, como el centelleo producido por RX, γ o β , etc. en un detector centellador.

Se coloca una película de material fotoemisor en la ventana de vidrio de entrada, esta sustancia³³ eyecta electrones cuando son alcanzados por fotones visibles. La superficie de fotoemisión se denomina fotocátodo, y los electrones eyectados sono fotoelectrones.

La eficiencia de conversión de luz visible en electrones liberados se denomina eficiencia cuántica, y es típicamente de entre 1 a 3 fotoelectrones por cada 10 fotones visibles que interactúan con el fotocátodo. Claramente, la eficiencia cuántica dependende de la energía de la luz incidente.

Para este tipo de aplicaciones se utiliza frecuentemente dispositivos basados en dínodos, que consisten una sucesión de semidiscos colocados enfrentados unos a otros y puestos sucesivamente. Existe una diferencia de potencial producida por campo electromagnético entre estos dínodos generando que el paquete de electrones reciba energía dada por el campo al acoplarse con el par de dínodos ubicados arriba y debajo de la trayectoria. El diseño de la guía de onda está concebido para poner en fase el paquete a medida que avanza en la guía por medio de corriente alterna aplicada a cada par de dínodo. Luego, el paquete es re-enfocado en la trayectoria lineal por medio de un último proceso de aceleración lineal y lentes magnéticas. Los dínodos son mantenidos a diferentes valores de potencial (creciente) para atraer a los electrones producidos, y los secundarios que éstos generan, de modo de producir el efecto de multiplicación. Este proceso se repite usualmente unas 10 veces antes de que la corriente de electrones resultante sea colectada por el ánodo. Los factores de multiplicación que se obtienen son significativos por dínodo, resultando en un factor global típico de 10^7 , aproximadamente. Los tubos fotomultiplicadores se sellan herméticamente y se mantienen en vacío; y se construyen en diferentes formas y tamaño.

Existen también detectores de centelleo denominados “centelladores inorgánicos”, ya que consisten en sólidos cristalinos que centellean debido a características específicas de la estructura cristalina. Por ello, átomos o moléculas individuales de estas sustancias no centellean, se requiere el arreglo cristalino.

Algunos cristales inorgánicos, como el NaI a temperaturas de N líquido, son centelladores en su estado puro, aunque la mayoría son “activados con impurezas”, y por ello los átomos de impurezas³⁴ en la matriz cristalina, responsables del centelleo, se denominan “centros de activación”.

A diferencia del caso de materiales inorgánicos, los detectores basados en materiales centelladores orgánicos, producen el efecto de centelleo debido a propiedad inherente de la molécula de la sustancia. El centelleo es un mecanismo de excitación/desexcitación molecular al interactuar con la radiación. Este tipo de sustancias producen centelleo en estado gaseoso, líquido o sólido, aunque se utilizan normalmente líquidos³⁵. En los centelladores orgánicos líquidos se disuelve el material centellador en un solvente dentro de un contenedor típicamente de vidrio o plástico y se agrega también la sustancia radioactiva a esta mezcla. Se coloca el contenedor entre un par de tubos fotomultiplicadores y de este modo

³³Ejemplo típico es el CsSb antomonio de cesio o materiales alcalinos.

³⁴Indicado como el elemento entre paréntesis en la notación del compuesto.

³⁵Más recientemente han cobrado importancia los centelladores plásticos.

se detecta la luz emitida que guarda correlación con la energía impartida por el material radioactivo.

Las soluciones de centelladores orgánicos líquidos consisten de 4 componentes:

1. Solvente orgánico, que compone la mayor parte de la solución. Debe disolver el material centellador y también la muestra radioactiva.
2. Soluto primario, que absorbe energía del solvente y emite luz. Algunos materiales centelladores típicamente utilizados son difenil-oxazol y metilestireno-benceno.
3. A veces la emisión del soluto primario no es la más adecuada para ser detectada por los fototubos, y entonces se utiliza un soluto secundario, cuya función es absorber la emisión del soluto primario y re-emitir fotones, de mayor longitud de onda que los del soluto primario, beneficiando la detectabilidad de la luz por parte de los fototubos.
4. Frecuentemente se incorporan aditivos a la mezcla para mejorar ciertas propiedades como la eficiencia de transferencia de energía.

Eficiencia de detección y el caso del detector de NaI

El detector de NaI(Tl), frecuentemente diseñado en forma de campana está formado por el cristal de NaI(Tl) ahuecado en un extremo para la inserción de la muestra.

La transferencia de luz entre el cristal de NaI(Tl) y el fotomultiplicador resulta ser muy eficiente, aunque existen algunas pérdidas debido dispersión dentro del detector.

La eficiencia de detección D de un contador de NaI(Tl) en forma de campana para un amplio rango de energías, principalmente debido a que la disposición geométrica adoptada implica una eficiencia geométrica g muy buena. Entonces, la combinación con una alta eficiencia de detección y un bajo nivel de *background* en el conteo, generan un detector muy eficiente, que puede utilizarse para muestras conteniendo cantidades chicas (Bq-kBq)³⁶ de actividad de emisores γ . La eficiencia geométrica g para muestra de alrededor de 1 ml es del 93 %, aproximadamente.

La eficiencia intrínseca ε está dada por:

$$\varepsilon \equiv \frac{\# \text{ part. interact. 1 detec.}}{\# \text{ eventos que dan señal detect.}} \quad (169)$$

La eficiencia intrínseca puede utilizarse para calcular la tasa de conteo por unidad de actividad, siempre que todos los pulsos generados sean efectivamente contabilizados. Sin embargo, si sólo se contabilizan los pulsos provenientes del fotopico, debe considerarse la fracción de fotones f_p que efectivamente contribuye a la medida.

La fracción f_p disminuye al aumentar la energía de la emisión γ .

La eficiencia intrínseca en el fotopico ε_p está dada por:

$$\varepsilon_p = \varepsilon \cdot f_p \quad (170)$$

³⁶La unidad Becquerel es una unidad de actividad, es decir desintegraciones por segundo. Históricamente se utilizó la unidad Curie, que equivale a $3,7 \times 10^{10}$ Bq.

3.4.2.. Films dosimétricos

Los films dosimétricos, originalmente radiográficos de muy pobre capacidad dosimétrica, y actualmente de tipo radiocrómico son detectores básicamente del tipo químico. El diseño consiste en el depósito de una delgada capa de material sensible sobre una película inactiva típicamente plástica que proporciona sostén. El material sensible consiste en una dilución de sales, usualmente se emplea haluros de plata.

El principio de funcionamiento se basa en reacciones químicas catalizadas por la energía absorbida por el material. Los residuos de reacción, que son sustancias con propiedades químicas diferentes al material sensible en su estado no reactivo, poseen la particular característica de presentar afinidad química con otros compuestos con los que el material sensible no reactivo no tiene esa afinidad.

Se utiliza entonces procesos posteriores a la irradiación en los que se induce la reacción entre los residuos de formación a partir del material sensible -debido a la absorción de energía- y compuestos con afinidad que una vez unidos producen diferencias en absorción/transmisión de luz visible, es decir presentan diferente opacidad allí donde se produce la combinación entre los productos de reacción por absorción de radiación y los solutos con afinidad. Este proceso se denomina usualmente revelado radiográfico.

Una vez realizado el proceso de revelado es necesario implementar un método de lectura. Para este fin se aprovecha la manifestación evidente en la diferencia de propiedades de absorción/transmisión de luz visible y resulta posible cuantificar estas diferencias empleando técnicas de densitometría óptica.

La densidad óptica OD se determina a partir de las intensidades lumínicas incidente (I_0) y transmitida (I_t) de acuerdo con la siguiente definición:

$$OD \equiv \log_{10} \left(\frac{I_0}{I_t} \right) \quad (171)$$

La respuesta del sistema es, en definitiva, la lectura densitométrica. Y es ésta la que debe correlacionarse con la dosis absorbida, lo cual se realiza típicamente mediante métodos empíricos de calibración.

En el caso de los films radiográficos, la capacidad dosimétrica es muy pobre al punto que este tipo de detectores se emplean reservándolos casi exclusivamente para determinaciones espaciales de absorción de radiación; mientras que los films radiocrómicos, más modernos, permiten una cuantificación confiable en términos dosimétricos proveyendo también información espacial.

En la aproximación en que puede considerarse una distribución de tamaños de granos de haluro “aceptablemente” uniforme, se obtiene una relación muy útil para determinar la densidad óptica:

$$\left(\frac{I_0}{I_t} \right) \approx e^{Am} \Rightarrow OD \approx 0,4343 A m \quad (172)$$

donde A es el área (media) que reacciona o produce opacidad/señal por cada grano de haluro de plata ($AgBr$), y m es la cantidad de granos por unidad de área revelados, bajo la

condición $m \ll N$ donde N es densidad de granos de haluro de plata por unidad de área presente en el film sin reaccionar.

Cabe mencionar que la tejido-equivalencia de los films radiográficos es muy mala, mientras que esta propiedad mejora para el caso de los films radiocrómicos.

A partir de análisis cuantitativos y determinaciones empíricas, resulta que la dependencia típica de la lectura L de un film (densidad óptica) presenta una dependencia polinomial (usualmente aproximada por orden 3 respecto de la dosis absorbida. De manera que, en condiciones de requerir linealidad es necesario acotar el intervalo (rango de valores de dosis) y determinar un ajuste lineal para la zona de interés.

En cualquier caso, ambos tipos de films presentan dificultades en cuanto a la dependencia de la calidad del haz y de la dirección de incidencia, aunque debe destacarse que estos problemas son menores para el film radiocrómico.

3.4.3.. Dosímetros termoluminiscentes TLD

Los sistemas de termoluminiscencia pueden emplearse como dosímetros integradores denominados “dosímetros termoluminiscentes” (TLD), que están constituidos por pequeños dispositivos cristalinos del orden de 1mm^3 o menos, con propiedades dieléctricas. Estos materiales cristalinos son dopados con una cantidad menor de impurezas que actuarán como catalizadores o activadores de efectos luminiscentes, ya que su presencia implica la existencia de estados de ligadura electrónica tales que la energía de transición se corresponde con fotones en el rango visible o cercano, *i.e.* infrarrojo o ultravioleta.

La probabilidad de transición de partículas en las trampas metaestables depende de las condiciones del entorno, específicamente de la energía disponible. Por lo tanto, en ausencia de fuentes artificiales, la probabilidad de transición queda determinada por la energía térmica, en definitiva la temperatura del sistema.

Recurriendo a un modelo a primer orden, resulta que la probabilidad de transición P_t o bien la vida media del estado τ están dadas por:

$$\frac{1}{\tau} \equiv P_t = C e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad (173)$$

donde C es una constante de proporcionalidad denominada “factor de frecuencia”, E es la energía de ligadura (nivel) de la trampa y k_B es la constante de Boltzmann.

En base a la expresión 185, resulta que si se entrega energía térmica al sistema aumentando linealmente la temperatura, ocurrirá como consecuencia el aumento gradual en la probabilidad de emisión, o equivalente la disminución de la vida media, por lo que se observará la liberación de electrones en las trampas metaestables, parte de los cuales presentará luminiscencia. Este proceso, en función del aumento de la temperatura presenta un máximo de emisividad para cierto valor de temperatura T_{max} , a partir del cual inicia a disminuir la emisividad debido al agotamiento de las trampas aun ocupadas durante el proceso de vaciado.

Por motivos históricos, T_{max} se conoce como “*Glow peak*” y debido a que puede existir más de una única energía de ligadura para los estados metaestables generados por la presencia de impurezas, resulta que la distribución espectral de la emisividad puede presentar más de un pico, correspondiendo cada uno a un valor diferente de T_{max} , dando lugar a una estructura espectral conocida como “*Glow curve*”.

A primer orden, el *Glow peak* T_{max} puede obtenerse a partir del gradiente de temperatura $\nabla_t T$ de la rampa térmica en función del tiempo por medio de:

$$\frac{E}{k T_{max}^2} = \frac{C}{\nabla_t T} e^{-\frac{E}{k T_{max}}} \quad (174)$$

Debe tenerse en cuenta que la eficiencia de emisión disminuye al aumentar la temperatura debido al efecto de que la temperatura misma del sistema que perturba los niveles, lo que se denomina *thermal quenching*.

En caso en que el haz incidente sea completamente frenado, es decir toda su energía sea absorbida por el TLD, puede entonces determinarse la fluencia energética Ψ del haz, obteniéndose:

$$\Psi = \frac{k_{60Co} L M_{TLD}}{A_{TLD}} \quad (175)$$

donde Ψ se expresa en $\left[\frac{J}{m^2}\right]$, M_{TLD} y A_{TLD} son la masa y el área (efectivamente expuesta al haz) del TLD, k_{60Co} es el factor de calibración obtenido en condiciones de referencia, utilizando un haz de ^{60}Co ; y L es la lectura del sistema de TLD.

La dosis absorbida en el TLD puede obtenerse a partir de la expresión 164 (en la sección 2.6.):

$$\bar{D}_{TLD} = \left[\frac{W}{q_e}\right]_{air} g X \left[\frac{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{TLD}}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)_{air}}\right]_{^{60}Co} \quad (176)$$

donde g es un factor que puede obtenerse empíricamente, para cada calidad de radiación, por medio de calibración y conversión de unidades.

Uno de los materiales cristalinos típicamente utilizados para constituir los TLD es el fluoruro de litio (LiF), aunque se emplean también CaF_2 , $CaSO_4$ y Al_2O_3 .

3.4.4.. Dosímetros químicos

Un dosímetro químico consiste, básicamente de un dispositivo capaz de cuantificar la dosis absorbida debido a cambios químicos internos producidos en materiales específicos capaces de promover alguna reacción química correlacionada con la dosis (energía) absorbida. Típicamente esta clase de dosímetros es de tipo integrador, ya que permite recavar la dosis total (integrada) que fue absorbida por el sistema luego de haber realizado el proceso entero de irradiación.

Una de las clases mas importantes de dispositivos dosimétricos químicos es la que se refiere a los sistemas líquidos-acuosos. Entre éstos, cabe destacar a los sistemas dosimétricos de reacción por oxidación o por polimerización.

Este tipo de dosímetros consiste principalmente de un medio líquido donde se diluyen materiales reactivos, y se considera -lo que de hecho constituye una excelente aproximación- que las interacciones de la radiación se realizan en el agua donde se han diluido los materiales reactivos.

La descripción de los efectos de interacción entre la radiación ionizante y los medios acuosos se realiza utilizando la teoría de la radiólisis. Por efecto de la transferencia de

energía de la radiación al medio, se catalizan reacciones cuya producción de especies primarias se realiza en tiempos extremadamente cortos, aproximadamente 10^{-10} segundos. La distribución de productos de reacción generada guarda correlación con la zona donde se produjeron las interacciones, *i.e.* a lo largo del track de las partículas. Las primeras especies generadas son básicamente de dos tipos, por un lado radicales libres OH y H; y por otro productos moleculares, como H_2 y H_2O_2 . La heterogeneidad en la distribución de las especies formadas, originalmente en torno al *track*, inicia a desaparecer por efecto de equilibrio químico y difusión, de modo que a tiempos del orden de 10^{-6} segundos ya se logra homogeneidad en la distribución espacial de especies.

El rendimiento *yield* de la producción de especies es medido en unidades especiales, denominadas *G-values* que significa la cantidad de especies generadas por cada 100eV, independientemente que hayan sobrevivido o se hayan destruido según el tipo de reacción en consideración. Los *G-values* se expresan en $\frac{mol}{J}$. La velocidad o tasa de reacción del dosímetro determina la dependencia de la respuesta con la LET (*Linear Energy Transfer*).

En particular, los sistemas dosimétricos de tipo Fricke emplean como reacción química interna la oxidación de un compuesto, generando otro compuesto o bien, típicamente, cambiando el estado de oxidación. En el caso del dosímetro de Fricke la oxidación se produce de hierro en estado de oxidación II (Fe^{+2}), denominado óxido ferroso, a hierro en estado de oxidación III (Fe^{+3}) denominado óxido férrico. Este cambio debido a la oxidación puede determinarse experimentalmente utilizando diferentes técnicas.

Los dosímetros poliméricos están basados en reacciones internas diferentes. En este caso no se trata de oxidación sino de reacción polímero-copolímero, es decir dos compuestos (macromoléculas) que presentan una extrema afinidad química y una vez que reaccionan, se entrelazan y reordenan su estructura interna de manera muy apreciable. Los compuestos de polímero y co-polímero se encuentran disueltos de modo homogéneo en un medio *buffer* acuoso, de modo que no sean reactivos inicialmente. La energía transferida por parte del haz de radiación prové la posibilidad de catalizar las reacciones de entrelazamiento, denominadas *cross-linking*. Una vez que se produce la reacción, el medio cambia de densidad en las zonas donde ocurrieron las reacciones ya que el reordenamiento molecular, que cambió de estructura, concentró la masa aumentando la densidad. Este cambio puede evidenciarse experimentalmente por diferentes maneras.

MÓDULO IV

Generadores de radiación

4.. Módulo IV: Generadores de radiación

El Capítulo 4. es un breve repaso de las características básicas de los dispositivos destinados a generar radiación. Se presentan los principios de funcionamiento y las propiedades de la radiación producida por cada tipo de generador. La exposición se concentra en las fuentes de radiación de tipo ionizante y su utilización en el campo de aplicaciones médicas.

4.1.. Rayos X característicos

Los rayos X característicos (véase sección 1.7.) son el resultado de la interacción Coulombiana entre los electrones incidentes y los electrones orbitales del material (típicamente de alto número atómico Z) que constituye el blanco (ánodo). En términos de física atómica, este proceso se considera *pérdida por colisión* (“collision loss”).

Cuando ocurre un evento de interacción Coulombiano entre un electrón incidente y un electrón orbital del material del ánodo, la energía transferida al electrón orbital resulta suficiente para eyectarlo de la capa atómica (“shell”); constituyendo lo que se conoce en física atómica como *electrón Auger*, y consecuentemente un electrón de un nivel más energético “cae” y ocupa la vacancia creada. La diferencia de energía entre los estados (energías de ligadura) entre los estados final e inicial (diferencia de energía de los niveles involucrados) es emitida por el átomo en forma de fotón característico (rayo X característico) o bien por medio de transferencia de energía cinética al electrón orbital eyectado (electrón Auger).

La probabilidad de producción fluorescente (w) se define como la cantidad de fotones fluorescentes (característicos) emitidos por cada vacancia generada en una capa ($0 \leq w \leq 1$). El valor de w es muy próximo a 0 para elementos de bajo número atómico Z , alrededor de 0,5 para elementos intermedios (como cobre, $Z = 29$) y alcanza valores muy cercanos a 1 (0,96) para las capas K (K-shell) de los elementos pesados (alto número atómico). Por este motivo, entre otros, se emplean elementos pesados para construir los ánodos.

Los fotones emitidos por transiciones electrónicas entre diferentes niveles atómicos (capas) muestran una distribución discreta de energías en correspondencia con cada material del ánodo, donde ocurren las transiciones, y de aquí el concepto de “radiación característica”.

La energía de los fotones emitidos como rayos X característicos puede estimarse, según los niveles atómicos involucrados, a partir de la expresión:

$$E(n, l, j) = K hc \frac{M_Z}{M_Z + m_e} \left[\frac{(Z - \sigma_A)^2}{n^2} + \frac{\alpha^2 (Z - \sigma_B)^4}{n^4} \left(\frac{n}{j + \frac{1}{2}} - \frac{3}{4} \right) \right] \quad (177)$$

donde Z es el número atómico, M_Z y m_e son las masas del átomo y electrón, respectivamente. Los coeficientes σ_A y σ_B representan los efectos por apantallamiento, total e interno; respectivamente y $K = 109737,303 \text{ cm}^{-1}$ es la constante de Rydberg.

Asimismo, puede estimarse la intensidad de emisión de radiación característica $I_{r,s}$ en la transición del estado r al s de acuerdo con:

$$I_{r,s} = N_0 F_r F_s \omega_r P_{r,s} \quad (178)$$

donde N_0 es el flujo de radiación incidente, F_j representa la probabilidad de ionización para el nivel j del flujo incidente en el átomo Z irradiado, ω_j es la probabilidad de emisión de rayos X como consecuencia del proceso de ionización. Por último, $P_{j,k}$ es la probabilidad de transición del estado j al k .

4.2.. Rayos X de Bremsstrahlung (contínuos)

Los rayos X de Bremsstrahlung (véase sección 1.6.4.) son producidos por interacciones Coulombianas entre el electrón incidente y el campo nuclear del material que constituye el ánodo. El acoplamiento entre electrones incidentes y el campo electromagnético de la nube de electrones atómicos en los orbitales produce también mínimas desviaciones angulares que se corresponden también con emisiones de fotones Bremsstrahlung, pero en general este tipo de origen de Bremsstrahlung puede ser despreciado en la mayoría de las situaciones prácticas. Durante la interacción entre electrón incidente y el campo nuclear, se produce un acoplamiento electromagnético por el cual el electrón incidente es desacelerado y pierde parte de su energía (cinética); la cual es emitida como radiación en forma de fotones de rayos X de Bremsstrahlung. Este tipo de radiación se define en física atómica como *pérdida radiativa* (“radiative loss”).

Los fotones (rayos X) de Bremsstrahlung emitidos muestran energías distribuidas en un continuo desde 0 hasta la energía cinética de los electrones incidentes, lo que constituye el espectro continuo de Bremsstrahlung, y se encuentra que este espectro depende tanto de la energía cinética de los electrones incidentes como del material (número atómico Z) y espesor del ánodo.

La intensidad de la emisión de Bremsstrahlung I_B puede estimarse usando la expresión empírica:

$$I_B = C_0 [Z(v_{min} - v) + C_1 Z^4] \quad (179)$$

donde C_0 y C_1 se obtienen empíricamente, v y v_{min} son las frecuencias, asociadas a la energía de emisión, y la mínima posible de éstas; respectivamente.

En un haz de rayos X, la cantidad relativa de fotones característicos (líneas) respecto de fotones de Bremsstrahlung (fondo continuo) varía en función de la energía cinética de los electrones incidentes (E_K) y el número atómico (Z) del material de ánodo, ya que estos parámetros determinan la eficiencia de la producción de radiación. Por ejemplo, un haz de rayos X producido por electrones de 100 keV incidiendo sobre un ánodo de tungsteno W contiene, aproximadamente 20% de fotones característicos y 80% de fotones de Bremsstrahlung, mientras para haces de megavoltaje la proporción de fotones característicos es despreciable.

Además de la distribución energética, la radiación emitida presenta también una particular distribución angular, la cual puede ser particularmente compleja según la energía y ángulo de incidencia así como del material irradiado. En forma genérica, para el rango del radiodiagnóstico (10 a 150 keV) la mayor parte de los fotones generados son emitidos a cierto ángulo (no despreciable) respecto de la dirección de aceleración (incidencia), mientras que para el rango de megavoltaje, la gran mayoría de los fotones producidos son emitidos en la misma dirección de aceleración (hacia adelante, a 0 grados).

4.3.. Ánodos (*target*) para rayos X

Según el rango R , distancia media de penetración de electrones, de los electrones incidentes con energía cinética E_K en el material del ánodo, los blancos (*target*) se clasifican en: 1) blancos delgados y 2) blancos gruesos.

Un blanco delgado está constituido por un material de espesor tal que resulta significativamente menor a R , mientras un blanco grueso está formado por un material cuyo espesor es comparable o mayor al rango R .

En el caso de blancos delgados, la energía radiada resulta proporcional a ZE_K . El espectro generado (intensidad de fotones por intervalo de energía dE) es constante desde 0, recorriendo todos los valores de E hasta E_K .

Mientras, un blanco grueso puede ser aproximado por una sucesión de blancos delgados. La intensidad del espectro ($I(h\nu)$) en este caso es:

$$I(h\nu) = CZ(E_K - h\nu) \quad (180)$$

donde C es una constante de proporcionalidad y $h\nu$ es la energía cuantizada del fotón emitido.

Los rayos X son utilizados para diagnóstico y para tratamiento oncológico (radioterapia). Los rayos X producidos por electrones incidentes con energía entre 10 y 100 keV se denominan **rayos X superficiales**, para energías entre 100 y 500 keV se llaman **rayos X de ortovoltaje**, y para energías superiores a 1 MeV se los conoce como **rayos X de megavoltaje**.

Los rayos X superficiales y de ortovoltaje son producidos por medio de tubos convencionales de rayos X, mientras que los rayos X de megavoltaje son producidos típicamente por medio de aceleradores lineales, y raramente con ciclotrones.

4.4.. Unidades de ortovoltaje y rayos X: Diseño y funcionamiento

Desde los inicios de las prácticas de radioterapia, poco después del descubrimiento de los rayos X por Roentgen en 1895, la tecnología para la producción de rayos X se orientó primeramente al desarrollo de mecanismos para generar mayor energía e intensidad de haces de fotones y electrones. Más recientemente, los esfuerzos tecnológicos se concentraron en la automatización (computarización) y la modulación de la intensidad de los haces generados.

Durante los primeros 50 años de la radioterapia, el progreso tecnológico fué relativamente lento y basado, principalmente, en tubos convencionales de rayos X, ciclotrones y generadores de tipo van de Graaff. La invención, a mediados de la década de 1950 por parte de H. Johns, de las unidades de teleterapia de ^{60}Co constituyó un importante avance, ya que se consiguió acceder a energías superiores a 1MeV.

El posterior desarrollo de los aceleradores lineales de uso clínico (linac) eclipsó a las unidades de cobalto terapia, promoviendo el cambio hacia estos nuevos y sofisticados instrumentos, que actualmente constituyen las máquinas más comúnmente utilizadas para radioterapia externa. Contando con un diseño compacto y eficiente, los linacs ofrecen excelente versatilidad para radioterapia, debido a su montaje isocéntrico, y la posibilidad de acceder tanto a haces de fotones como electrones en un amplio rango de energías.

Además de los linacs, tratamientos de radioterapia con electrones y rayos X se realizan empleando otras fuentes de radiación, como ciclotrones. Incluso, otro tipo de aceleradores especiales permiten producir partículas más *exóticas* como protones, iones pesados, neutrones y mesones π , que pueden utilizarse en radioterapia.

La energía de los haces de rayos X de uso clínico típicos varía entre 10 keV y 50 MeV, y son producidos cuando electrones de energía (cinética) entre 10 keV y 50 MeV son desacelerados al impactar contra un blanco metálico (típicamente de alto número atómico Z). Como se describió en secciones previas, en este proceso gran parte de la energía cinética de los electrones incidentes es transferida al material del blanco como energía térmica, mientras una fracción pequeña de la energía cinética de los electrones incidentes es emitida en forma de radiación (fotones, rayos X) que pueden dividirse en 2 grupos: 1) rayos X característicos y 2) fotones de Bremsstrahlung.

4.4.1.. Haces de rayos X de uso clínico

Un espectro típico de un haz de rayos X de uso clínico consiste de líneas características (picos) del material del ánodo, las cuales están montadas sobre un fondo continuo (Bremsstrahlung). La componente de Bremsstrahlung del espectro se origina en el ánodo, mientras las líneas características provienen tanto de éste como de los diferentes materiales (atenuadores) utilizados en el filtrado del haz.

4.4.2.. Parámetros de calidad de haces de rayos X

Diferentes parámetros y cantidades resultan de importancia para especificar la calidad de haces de rayos X, como el espectro, la capa hemi-reductora (“HVL, half value layer”), potencial acelerador nominal (*Nominal Accelerating Potential NAP*), la capacidad de penetración del haz en medios tejido-equivalentes, y cocientes de cantidades dosimétricas como el TPR_{10}^{20} .

- La obtención de una descripción completa del espectro es típicamente difícil de realizar debido a complicaciones experimentales e instrumentales para la medición directa. Sin embargo, el conocimiento preciso del espectro es, rigurosamente, la mejor descripción posible del haz de rayos X.
- El HVL es un índice práctico para haces de rayos X. En el rango de rayos X superficiales se emplea el Aluminio (Al) como material de referencia, para rayos X de ortovoltaje se emplea Cobre (Cu); mientras que este parámetro no es útil para haces de rayos X de megavoltaje.
- La *energía efectiva* de un haz polienergético se define como la energía de un haz de rayos X monocromático para el cual corresponde el mismo HVL que para el caso del haz policomponente.
- El NAP se utiliza a veces para describir la calidad de haces de megavoltaje. El NAP es la tensión aplicada a los electrodos donde se aceleran los electrones que producen Bremsstrahlung.

- Recientemente, algunos Protocolos dosimétricos recomiendan utilizar la relación tejido-fantoma (tissue-phantom) o curvas de dosis en profundidad (PDD, Percentage Depth Dose) a una profundidad de 10 cm en un fantoma de agua, *i.e.* el TPR_{10}^{20} (Tissue Phantom Ratio) como indicador de la calidad de haces de rayos X de megavoltaje. Se determina midiendo la razón de ionización en agua a 10 cm y 20 cm de profundidad para un campo de $10 \times 10 \text{ cm}^2$ con SAD (Source Axis Distance) de 100 cm.

4.5.. Máquinas de rayos X superficiales y de ortovoltaje

Rayos X superficiales y de ortovoltaje utilizados para radioterapia son producidos por máquinas de rayos X. Los componentes principales de una máquina de rayos X de fines radioterapéuticos son: tubo de rayos X, contendor sellado para el tubo, sistema de refrigeración del ánodo (blanco), consola de control y un generador de potencia de rayos X.

Los electrones que producen los rayos X dentro del tubo de rayos X (Coolidge tube) se originan en un filamento incandescente (cátodo) por efecto termoiónico, y son acelerados (al vacío) hacia el blanco (ánodo) por medio de una diferencia de potencial electrostática esencialmente constante proporcionada por el generador. La eficiencia de producción de rayos X superficiales y de ortovoltaje resulta del orden del 1 % o menor aún. La mayor parte de la energía cinética de los electrones incidentes (alrededor del 99 %) es transformada en calor y transferida al material del blanco, el cual es disipado por el sistema de refrigeración. Para maximizar la producción de rayos X superficiales y de ortovoltaje el material del blanco (ánodo) debe ser de alto número atómico Z y alto punto de fusión.

Utilizando tubos de rayos X la dosis es impartida al paciente empleando un contador temporal (*timer*) y el tiempo de tratamiento debe tener en cuenta los tiempos propios del disparador (*shutter*) incorporando correcciones oportunas para tener en cuenta los tiempos necesarios para que el generador alcance un estado estacionario. La corriente en el tubo de rayos X es controlada por medio de la emisión (termoiónica) del filamento incandescente, la cual es a su vez, debido a las propiedades de la emisión termoiónica, controlada regulando la temperatura del mismo. Fijada la temperatura del filamento incandescente, la corriente de rayos X aumenta según el voltaje aplicado al ánodo. Esta dependencia es inicialmente *quasi* lineal y luego, para voltajes mayores cuando todos los electrones generados en el cátodo sean efectivamente acelerados y recogidos por el ánodo, ocurre un efecto de saturación.

Aún actualmente se realizan investigaciones para innovar en la tecnología de producción de rayos X, particularmente focalizados en cátodos de emisión por campo frío (cold field emission cathode) basados en nanotubos de carbono. La tecnología de producción de rayos X por medio de cátodos de emisión por campo frío posibilitaría lograr métodos más perdurables y máquinas miniaturizadas y portátiles, tanto para uso industrial como médico. Además, existen también investigaciones orientadas a un enfoque radicalmente diferente en la producción del haz de fotones por impacto de electrones, que posibilitaría la generación de un haz de fotones convergente ³⁷.

³⁷R. Figuero & M. Valente. *Physical characterization of single convergent beam device for teletherapy: theoretical and Monte Carlo approach*. Physics in Medicine and biology, 2015

4.6.. Máquinas de rayos X de megavoltaje: Aceleradores de partículas

Se han construido numerosos tipos de aceleradores de partículas para investigación básica en física nuclear y de partículas y muchos de éstos han sido modificados para ser utilizados, al menos limitadamente, en radioterapia. Independientemente del tipo de acelerador, estas máquinas deben satisfacer condiciones generales:

- La partícula a ser acelerada debe tener carga.
- Debe emplearse un campo electromagnético para la aceleración de las partículas.

Los diferentes tipos de aceleradores de partículas difieren, esencialmente, en el modo en el cual producen el campo electromagnético para la aceleración de las partículas y en la manera en que este campo actúa sobre las partículas que deben ser aceleradas. Existen, de modo genérico, dos clases de aceleradores: electrostáticos y cíclicos.

Los aceleradores electrostáticos aceleran partículas aplicando un campo eléctrico electrostático por medio de una diferencia de potencial fija, constante en el tiempo, cuyo valor establece la energía cinética final de las partículas aceleradas. Debido a que los campos electrostáticos son conservativos (derivan de potencial Vector), la energía cinética que pueden adquirir las partículas aceleradas depende sólo de los puntos inicial y final de aceleración, y por tanto no puede superar el máximo correspondiente a la tensión (voltaje) aplicado. Además, la energía máxima que puede lograrse con aceleradores electrostáticos está limitada por las descargas (pérdidas) que ocurren entre los polos terminales de alto voltaje y las paredes del acelerador. Este efecto inicia a cobrar preponderancia para voltajes de alrededor de 1MV.

Los campos eléctricos empleados en los aceleradores cíclicos son de carácter variable y no-conservativo, ya que están asociados a campos magnéticos variables en el tiempo, lo cual resulta en trayectorias cerradas de las partículas aceleradas. A lo largo de cada ciclo cumplido, la partícula acelerada adquiere una cantidad fija de energía cinética. Por tanto, realizando una cantidad adecuada de ciclos, las partículas aceleradas consiguen adquirir los valores de energía cinética requeridos, como resultado de la suma de pequeñas contribuciones de cada ciclo.

Ejemplos típicos de aceleradores electrostáticos de uso en radioterapia son tubos de rayos X convencionales para generar rayos X superficiales y de ortovoltaje y generadores de neutrones. Mientras, el más notable ejemplo de acelerador cíclico es el acelerador lineal (linac), aunque existen otras máquinas aceleradoras cíclicas usadas en radioterapia como ciclotrones.

4.7.. Acelerador lineal (linac) de uso clínico

Los linacs médicos son aceleradores cíclicos que aceleran electrones hasta energías cinéticas entre 4 y 25 MeV, utilizando campos no-conservativos de radiofrecuencias (RF) de microondas (rango de frecuencias de 10^6 MHz).

En un linac los electrones son acelerados siguiendo trayectorias lineales (rectas) dentro de una estructura especial al vacío denominada guía de ondas. Los electrones recorren, una y otra vez (hacia adelante y hacia atrás) una trayectoria recta sometidos a una diferencia de potencial (relativamente baja).

Los campos de alta potencia de RF utilizados para la aceleración de los electrones en la guía de ondas son producidos por medio del proceso de desaceleración de los electrones en potenciales retardados dentro de dispositivos especiales conocidos como magnetrón y klystron.

Existen diferentes tipos de linacs para uso clínico. Algunos proveen rayos X sólo de baja energía (de 4 a 6 MeV), mientras otros ofrecen tanto rayos X como electrones con varias energías en el rango de megavoltaje. Un equipamiento moderno típico de linac de alta energía provee 2 energías de fotones (denominadas según la tensión de aceleración de los electrones, en particular 6 y 18 MV) y varias energías de electrones, por ejemplo 6, 9, 12, 16 y 22 MeV. Los linacs, tal como indica la figura 26, son construídos generalmente en montaje isocéntrico y el sistema de operación se distribuye en diferentes componentes:

- Gantry (brazo rotante)
- Pié de gantry o soporte
- Gabinete modulador
- Camilla para tratamiento de paciente
- Consola de control

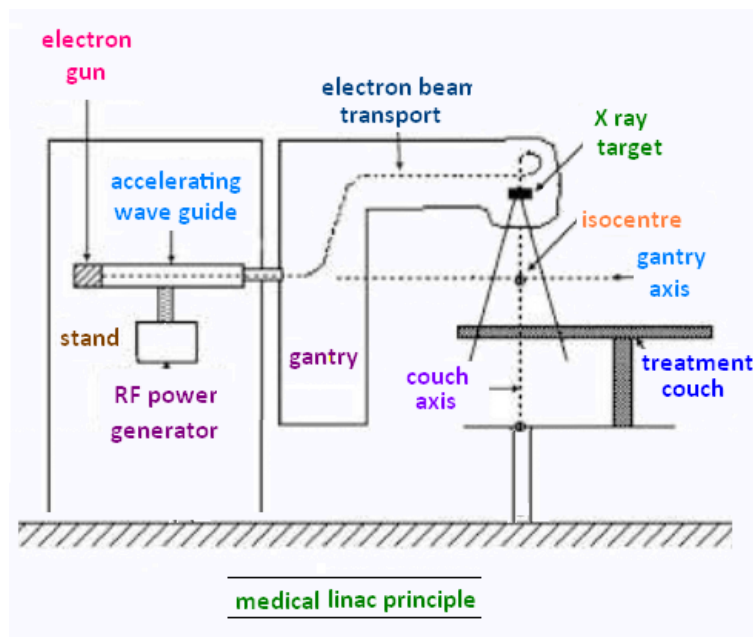


Figura 26. Esquema de un linac típico de uso clínico.

4.7.1.. Componentes principales de un acelerador lineal clínico

Si bien el montaje básico se mantiene entre los diferentes constructores de linacs, los diseños pueden variar según el fabricante.

En particular, la longitud de la guía de onda depende de la energía cinética final de los electrones acelerados, y varía de unos 30 cm para 4 MeV a casi 150 cm para haces de 25 MeV. Los principales componentes que determinan el haz generado en un linac moderno se agrupan en 6 clases:

- Sistema de inyección.
- Sistema de generación de potencia para RF.
- Guía de onda para aceleración.
- Sistema auxiliar.
- Sistema de transporte del haz de electrones.
- Sistema de colimación y monitoreo del haz de fotones emergentes producido.

La guía de ondas para acelerar los electrones y el sistema de colimación del linac son, seguramente, dos de las principales componentes que afectan y determinan las características físicas del haz producido, por ello merecen un tratamiento particular, más profundo.

4.7.2.. Guía de ondas

Las guías de onda son estructuras metálicas en forma de cavidad, en las que se practica vacío o se rellenan con gas. La cavidad puede ser de sección transversal circular o rectangular, según el fabricante. La principal función de la guía de ondas es la transmisión de las microondas. Se utilizan generalmente, dos tipos diferentes de guías de ondas en los linacs de uso clínico: guía de ondas para la transmisión de potencia de RF y guía de ondas de aceleración. Las primeras se emplean para transmitir la potencia de RF desde la fuente de potencia a la guía de ondas de aceleración, donde los electrones son acelerados.

La aceleración de los electrones en la guía de ondas de aceleración se realiza por medio de transferencia de energía desde el campo de potencia de RF (producidos en el generador de RF e introducido en la guía de aceleración).

La versión más simple de una guía de ondas de aceleración se obtiene de una guía de onda cilíndrica uniforme incluyendo discos con ahujeros circulares en el centro y posicionados equidistantemente a lo largo del tubo cilíndrico. La función de los discos es dividir la guía de ondas (tubo) en una serie de cavidades cilíndricas que constituyen la estructura principal (en términos de electromagnetismo clásico, cavidad resonante o cavidad de guía, según corresponda) para la guía de ondas de aceleración. La guía de ondas de aceleración se mantiene al vacío para facilitar la propagación de electrones en su interior. Las cavidades de la guía de ondas de aceleración sirven para acoplar y distribuir la potencia de microondas hacia las estructuras adyacentes; y para proveer un patrón oportuno de campo eléctrico para los electrones que son acelerados.

Normalmente, se utilizan dos tipos de guías de ondas de aceleración para acelerar electrones:

1. Estructura de onda viajera: Las microondas ingresan en la guía de ondas de aceleración desde la región del inyector (*gun*) y se propagan hacia el extremo de la guía de mayor energía, donde son absorbidas sin reflexión alguna o escapan de la guía para impactar y ser absorbidos en la coraza protectora, o bien pueden regresar (rebotar) hacia el extremo inicial de la guía para continuar con la propagación. En esta configuración, sólo una de las cuatro cavidades está activa para la aceleración de los electrones, proporcionando un campo eléctrico en la dirección de propagación.
2. Estructura de onda estacionaria: En esta configuración, cada extremo de la guía de aceleración incluye una terminación conductora en forma de disco para reflejar la potencia de RF, lo cual funciona como una cobertura para las ondas estacionarias dentro de la cavidad. En cada instante, la segunda cavidad no cuenta con ningún campo eléctrico provocando ninguna ganancia en la energía de los electrones acelerados. Estas cavidades, por tanto, actúan como conectores y pueden ubicarse al costado de la estructura, acortando de este modo la longitud tal de la guía en un 50 %.

4.7.3.. Sistema de colimación

En un linac de uso clínico típico, el sistema de colimación del haz de fotones está constituido por dos o tres diferentes dispositivos:

- Colimador primario: determina el máximo tamaño de campo (circular) posible mediante una colimación cónica ubicada dentro de un bloque blindado con tungsteno, con los lados de la apertura cónica alineada con el filtro aplanador, de un lado, y con el blanco, por el otro. El espesor del blindaje de tungsteno se determina de modo que se consiga atenuar la intensidad del haz primario (canal de energía efectiva) al 0.1 %³⁸.
- Colimadores secundarios móviles (mordazas) que determinan el tamaño del campo de radiación emergente: este sistema consiste de cuatro bloques, dos formando la colimación superior, y dos formando la colimación inferior, de tipo “mordazas”. El sistema de colimación secundario proporciona tamaños de campo rectangulares en el isocentro del linac con dimensiones que van desde algunos milímetros hasta unos 40 cm de lado.
- Un colimador de múltiples láminas (MLC multileaf collimator), que es opcional. Algunos linacs modernos incorporan colimadores asimétricos (típicamente de un medio o tres cuartos de espesor para producir campos asimétricos). Más recientemente, se han incorporado los MLC. En principio, el concepto básico detrás es el mismo de los colimadores asimétricos, pero permiten un control computarizado que facilita la implementación y consigue producir haces bien modulados. La cantidad de hojuelas (leaf) en un MLC continúa creciendo en los últimos desarrollos, alcanzados los 60 pares (hacia 2005) cubriendo tamaños de campo de hasta $40 \times 40 \text{ cm}^2$, que incorporan 120 controladores mecánicos independientes. Esta tecnología está siendo

³⁸Según las recomendaciones de IEC la transmisión máxima no debería exceder el 0.2 % del valor a “campo abierto”.

aprovechada para la implementación de técnicas de radioterapia por intensidad modulada, tanto en modalidad *step & shoot* como técnica dinámica continua. Existen también versiones en miniatura de MLC que proyectan de 1.5 a 6 mm por ancho de hojuela y hasta un tamaño de $10 \times 10 \text{ cm}^2$. Este dispositivo es utilizado principalmente para radiocirugía.

Además de los colimadores primarios y secundarios, para el caso de haces de electrones se utilizan dispositivos denominados aplicadores o conos para dar colimación definitiva del haz.

4.8.. Aceleradores de partículas cargadas masivas: iones pesados y terapia con protones

Se considera “iones pesados” a iones de carga eléctrica mayor a $2q_e$. Desde un punto de vista general, los aceleradores de partículas pesadas utilizan campos electromagnéticos para acelerar las partículas cargadas hasta alcanzar valores de velocidad o energía muy altos, de hecho próximos a la velocidad de luz en el vacío c .

Existen diferentes mecanismos para acelerar iones pesados para uso médico, aunque el principal método es la combinación de un ciclotrón (o sincrotrón) según el diseño y un acelerador lineal de alta energía que utiliza un conjunto en serie de placas situadas en línea a las que se aplica un campo eléctrico alterno. Cuando las partículas se aproximan a una placa se aceleran hacia ella al aplicar una polaridad opuesta a la suya, pero cuando la traspasan por la guía en la placa, la polaridad se invierte, de modo que en ese momento la placa repele la partícula, acelerándola por tanto hacia la siguiente placa. El procedimiento no se realiza para una única partícula, sino para una corriente continua. Por lo tanto, se aplica a cada placa un potencial alterno que debe ser determinado en correspondencia con la repetitividad de proceso.

La terapia con protones o protonterapia está basada en el uso de haces de ^1H para irradiar zonas afectadas; mientras que la hadronterapia, desde un punto de vista más general, hace referencia al uso de hadrones (cargados), o más específicamente iones pesados; principalmente ^2He o ^{14}C .

Los haces de iones pesados son generados primero por ionización de átomos neutros, luego pasan por un proceso preliminar de aceleración, y por último se inyectan en el sistema de aceleración final de alta energía que los direcciona a la sala de tratamiento.

En el caso de aceleradores de protones, el proceso inicia con átomos de hidrógeno previamente ionizados que introducidos en un acelerador lineal de primera etapa para ser acelerados por acción del campo eléctrico. Los protones se mantienen en etapa de aceleración hasta los valores de energía necesarios para ser inyectados en la etapa de aceleración circular, en la que se aumentará gradualmente la energía hasta los valores requeridos para su uso médico (típicamente unos cientos de MeV por nucleón).

Para el caso particular de protonterapia, una de las configuraciones típicas consiste en un ciclotrón a energía fija y sistema de selección de energía: El ciclotrón usado para acelerar protones y la energía específica que se requiere para distintos tipos de tratamientos se logra utilizando sistemas de degradación y selección de energía.

4.9.. Columnas térmicas y epitérmicas en reactores nucleares

Un reactor nuclear opera aprovechando las propiedades del proceso de fisión nuclear que libera energía térmica y por tanto puede ser utilizado para transformar agua en vapor que mueva turbinas. De este modo se generan fuerzas electromotrices y corrientes que pueden ser almacenadas o inmediatamente utilizadas para el suministro.

Típicamente, los reactores utilizan como combustible nuclear uranio enriquecido en la forma de cilindros de 3 cm de alto y 2 cm de diámetro, aproximadamente, que son cargados en varillas largas de algunos metros para introducirse en el núcleo del reactor (*core*).

El funcionamiento de un reactor depende de que el *core* alcance el estado supercrítico, en el cual el uranio debe estar suficientemente enriquecido para permitir producir una tasa de emisión de neutrones capaz de inducir controladamente una reacción en cadena autosustentable. Para regular el control del proceso, se introducen varillas de control en la cámara del reactor con la finalidad de absorber neutrones aprovechando las propiedades de algunos materiales, como cadmio, para capturarlos. De este modo, se controla la cadena de reacciones regulando los procesos de fisión. La potencia de un reactor varía en el rango de kW a MW.

Además del combustible, existen otros componentes básicos importantes en la estructura de un reactor nuclear:

- **Reflector:** Debido a que existen neutrones que no interactúan con núcleos dentro del *core*, éstos tienden a escapar, por lo que se coloca un sistema de reflexión para evitar esta fuga. Se utiliza típicamente grafito, ya que presenta sección eficaz alta para la interacción con neutrones. De este modo se logra un uso eficiente del flujo de neutrones que son redireccionados al *core* por medio del reflector.
- **Sistema de refrigeración:** se utiliza para eliminar el calor generado en el *core* de modo que pueda controlarse la temperatura del mismo. Típicamente se utiliza un gas, como el dióxido de carbono, metal líquido, como sodio, bien lo más común es usar por agua.
- **Sistema de radioprotección y consola de control:** La consola de mando debe estar en condiciones de controlar todas las maniobras requeridas para la operabilidad y seguridad del reactor. Existen diferentes métodos de resolver la problemática de la protección radiológica. En virtud de las propiedades del campo de radiación generado en el *core*, que es de características de campo mixto, en el que se encuentran diferentes calidades de radiación, resulta necesario establecer metodologías capaces de controlar la absorción/transmisión de un variado tipo de partículas con un variado estado de fase cada uno. En este sentido, se emplean materiales moderadores, encargados de absorber el campo o columna a medida que se aleja del *core*. Considerando los requisitos para el frenado de neutrones y fotones, principalmente; aunque también otros tipos de partículas como protones, iones pesados y partículas subnucleares (mesones o piones, por ejemplo); resulta que el sistema de moderación debe contar con componentes dedicados a absorber cada tipo de radiación del campo. Se utilizan materiales pesados de alto número atómico para la absorción de fotones; mientras que se utilizan materiales livianos, hidrogenados o carbonados para la absorción eficiente de neutrones. De este modo puede lograrse un campo a la salida de una columna

con características y propiedades físicas que pueden aprovecharse para aplicaciones industriales o médicas.

El proceso por el cual la columna de neutrones pierde energía durante las interacciones con los moderadores se denomina termalización o *slowing down*. Este proceso permite bajar la energía de neutrones rápidos (energía de algunos keV) o ultrarápidos (energía de algunos MeV) a valores cercanos al equilibrio termodinámico, obteniendo así lo que se denomina columna térmica o epitérmica.

4.9.1.. Fuentes de neutrones

La fuente de neutrones más simple es una combinación de sustancias radioactivas y algún elemento liviano, como berilio o boro. Los neutrones son generados por procesos de tipo (α, n) o (γ, n) . Este tipo de fuentes es de muy baja eficiencia de producción, comparada con otras, pero ofrecen la ventaja de ser de dimensiones pequeñas y de producción constante. A título de ejemplo, la reacción $Ra - \alpha - Be$ genera $1,4 \cdot 10^7$ neutrones por segundo por gramo de Ra, por cada 10^6 partículas α .

Por otro lado, las reacciones producidas en potentes aceleradores de partículas, también generan neutrones, de mucha mayor intensidad. Además, utilizando blancos delgados y seleccionando una dirección específica de neutrones emitidos, puede obtenerse un haz aproximadamente monocromático. Por ejemplo, la reacción ${}^7\text{Li} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^7\text{Be} + n - 1,647\text{MeV}$ (endotérmica) puede producir neutrones con energías de unos pocos keV.

Sin embargo, los reactores nucleares generan la producción de neutrones de mayor eficiencia (10^{14} neutrones por cm^2 por segundo). Los neutrones producidos en el núcleo del reactor pueden ser extraídos por columnas, a través de las cuales se los termalizan por medio de procesos de moderación. Neutrones extremadamente energéticos (ultraveloces con energías de hasta 50MeV), en principio, pueden ser generados por colisiones de protones incidentes con blancos de núcleos livianos.

4.9.2.. Termalización de neutrones

Típicamente los neutrones generados en el núcleo de reactores, o por otros mecanismos de producción, son de energías del orden de algunos MeV. Sin embargo, a medida que los neutrones penetran el medio circundante pierden energía debido a las interacciones que sufren, este proceso se conoce como moderación. A diferencia del caso de partículas cargadas, para las cuales aplican los efectos electromagnéticos de ionización, los neutrones pierden energía principalmente por colisiones nucleares. Estas colisiones eventualmente son inelásticas dejando al núcleo en estado excitado o bien elásticas que originan núcleo en movimiento con energía cinética dada por la energía del neutrón incidente.

Para excitar núcleos del medio circundante, el neutrón incidente requiere energías del orden o mayores a 1MeV , aproximadamente. Por debajo de este límite, las interacciones que frenan los neutrones son casi exclusivamente colisiones elásticas, que se suceden una tras otra hasta que el neutrón llega a valores de energía cinética en equilibrio térmico con el entorno, $\approx 1/40\text{eV}$. A este punto, las colisiones elásticas ya no tienen ningún efecto en la energía del neutrón y se alcanza el equilibrio térmico.

4.9.3.. Fisión y fusión nuclear: conceptos básicos

Entre los diferentes procesos nucleares, la fisión es uno de los mas importantes. Núcleos pesados, como el uranio, sometidos a bombardeo, pueden dividirse en fragmentos pedazos.³⁹ Este fenómeno se conoce como fisión nuclear, y dado que es acompañado por la emisión⁴⁰ de neutrones que pueden catalizar subsiguientes reacciones, se genera la posibilidad de reacciones en cadena. Ocasionalmente, los núcleos pesados presentan fisión espontánea, sin estímulo externo. De hecho, este tipo de decaimiento resulta de probabilidad despreciable frente al decaimiento alfa, emisión de un núcleo de helio.

Considerando un núcleo de número másico A , número atómico Z y masa $M(A, Z)$. El núcleo original resultaría ser estable frente a la fragmentación en 2 fragmentos iguales de masa $M(A/2, Z/2)$, según la siguiente relación⁴¹:

$$M(A, Z) - 2M(A/2, Z/2) = 17,2A^{2/3} \left(1 - 2^{1/3}\right) + 0,70 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \left(1 - 2^{-2/3}\right) [MeV] \quad (181)$$

4.9.4.. Reacciones nucleares inducidas por neutrones

Las reacciones inducidas por neutrones tienen una característica fundamental, que es una sección eficaz total σ_t , dada por la suma de la sección eficaz elástica y las contribuciones de las diferentes reacciones nucleares.

La sección eficaz total puede determinarse experimentalmente, midiendo la atenuación de un haz de neutrones⁴² incidiendo sobre un blanco grueso de espesor conocido, mientras que medir las otras contribuciones a la sección eficaz resulta mucho mas difícil y requiere la determinación de los productos de reacción, así como la intensidad del haz incidente.

Los procesos de reacción nuclear inducidos por neutrones se clasifican según la energía de la columna en: energías bajas e intermedias interactuando con núcleos livianos o intermedios, situación en la que se producen sólo pocas reacciones; energías bajas en núcleos pesados, en este caso predomina la interacción elástica y captura radiativa y en algún caso particular fisión inducida; para energías intermedias interactuando con núcleos pesados lo que se observa una estructura de resonancias y una disminución significativa de la sección eficaz por captura neutrónica; para el caso de energías altas y núcleos intermedios aumenta la probabilidad de ocurrencia de algunos tipos de eventos como dispersión inelástica, y emisión de partículas cargadas; y por último para energías muy altas y núcleos pesados se tiene una dependencia muy suave de la sección eficaz total en función del número atómico, másico, básicamente no depende de éstos en el límite de altas energías.

³⁹En el caso del uranio, éste puede dividirse en ¹³⁹Ba y ⁹⁷Kr despedidos con energía alrededor de 170MeV, por ejemplo.

⁴⁰denominada *evaporación*

⁴¹Esta relación se deriva de la posibilidad de deformar al núcleo esférico en elipsoide, para diferentes modelos nucleares, como “modelo a gota” o “modelo compuesto”

⁴²bien colimado.

MÓDULO V

Práctico de Laboratorio I

5.. Práctico de Laboratorio I: Flujo, espectro y fluencia de radiación ionizante

El capítulo 5. está dedicado al trabajo práctico de laboratorio I que tiene por objetivo realizar una introducción a las técnicas de laboratorio y descripción de instrumentación en el ámbito de radiación ionizante. Se proponen experimentos específicos orientados a caracterizar las principales propiedades de haces de rayos X.

5.1.. Mediciones de caracterización de haz de rayos X

Objetivos:

1. Metodología de laboratorio y experimentación.
2. Descripción técnica y de funcionamiento de un haz típico de rayos X.
3. Estudio y manejo de sistemas de detección y caracterización de rayos X.
4. Medición experimental de flujo y fluencia de un haz de rayos X.
5. Comparación cualitativa con resultados de simulación Monte Carlo.

5.2.. Dependencia de la tensión y corriente en el tubo de rayos X

Objetivos:

1. Medición del efecto de la tensión en el flujo y fluencia de un haz de rayos X.
2. Medición del efecto de la corriente en el flujo y fluencia de un haz de rayos X.
3. Comparación cualitativa con resultados de simulación Monte Carlo.

5.3.. Mediciones del efecto de accesorios: filtros, colimadores

Objetivos:

1. Medición del efecto de filtros en el flujo y fluencia de un haz de rayos X.
2. Medición del efecto de atenuadores en el flujo y fluencia de un haz de rayos X.
3. Medición del efecto de colimadores en el flujo y fluencia de un haz de rayos X.
4. Comparación cualitativa con resultados de simulación Monte Carlo.

5.4.. Complementación con simulaciones Monte Carlo

Objetivos:

1. Comparación cualitativa con resultados de simulación Monte Carlo.
2. Análisis crítico de comparaciones cualitativas y cuantitativas.

MÓDULO VI

Dosimetría convencional y técnicas de irradiación

6.. Módulo VI: Dosimetría convencional y técnicas de irradiación

El *Capítulo 6.* desarrolla los conceptos fundamentales sobre las técnicas de dosimetría de radiaciones, para técnicas convencionales de radioterapia, orientadas a la determinación de la dosis absorbida como resultado de la radiación incidente. La dosis absorbida puede determinarse por mecanismos directos experimentales o bien técnicas de cálculo analítico o numérico. En un sentido más amplio, la dosimetría involucra también las metodologías para determinar cantidades radiológicas como exposición, Kerma, fluencia, etc.

6.1.. Determinaciones dosimétricas en fantoma

Las determinaciones dosimétricas se realizan típicamente en agua, o medios agua equivalente, que significa que el medio material donde se realiza la determinación de dosis posee propiedades de absorción y dispersión de la radiación en consideración tales que resultan análogas o similares a las del agua. Desde el punto de vista de los efectos biológicos, se utiliza el concepto de “tejido-equivalencia”, que se refiere a las propiedades de los tejidos biológicos para absorber y dispersar radiación. En esta aproximación, a fines de la física, se emplea el agua como medio de referencia, ya que la mayoría de los tejidos están constituidos básicamente agua. En este sentido, se emplea el concepto de “agua-equivalencia”.

La dosimetría de radiaciones se realiza, tanto experimental como analíticamente, utilizando objetos que serán irradiados y contienen el material donde se determina la dosis absorbida. Los objetos irradiados típicamente son construidos con características específicas para simular las propiedades de los tejidos o bien volúmenes antropomórficos para lograr un mayor grado de realismo. Estos objetos se denominan maniqués o más comúnmente “fantomas” en términos del equivalente inglés *phantom*.

6.1.1.. Capacidad de penetración de los haces de fotones en fantoma

Un haz de radiación viajando por vacío o, en primera aproximación en aire, queda determinado por la fluencia energética y el ángulo sólido que subtiende a la fuente (asumida puntual), mientras que un haz propagándose en un medio material como un fantoma, contrariamente, es afectado no sólo por la distancia a la fuente (inverso de cuadrado) sino también por la atenuación y dispersión del haz por parte del medio irradiado. Estos efectos provocan que el depósito de dosis en el material irradiado resulte un proceso complicado, cuya determinación representa un desafío importante para la dosimetría.

La medición directa de la distribución de dosis en el paciente es generalmente impracticable⁴³, sin embargo es absolutamente necesario conocer con gran precisión la distribución de dosis en el volumen irradiado para practicar tratamientos efectivos y confiables. Este objetivo se consigue por medio de determinaciones indirectas que relacionan, por medio de funciones específicas, la dosis absorbida en cualquier posición dentro de un volumen irradiado del paciente con valores de dosis conocidos determinados en fantomas por medio de calibraciones de referencia.

⁴³incluso imposible en la gran mayoría de los casos

Las funciones de relación se miden usualmente con detectores de radiación en fantasmas tejido-equivalentes, y el punto de referencia para la dosis o tasa de dosis se determina según estos fantasmas. Además, debe definirse un conjunto de condiciones de referencia, como profundidad, tamaño de campo, distancia fuente superficie.

La figura 27 muestra el comportamiento típico de penetración de haces de radioterapia convencional.

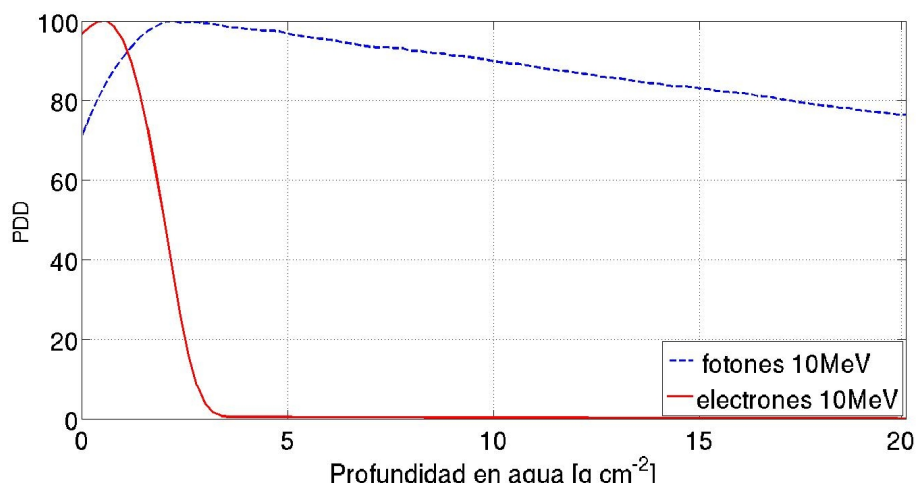


Figura 27. Porcentaje de dosis en profundidad para un haz de 10MeV de fotones (azul) y de electrones (rojo) en agua obtenido con FLUKA bajo licencia de código de usuario FUID-2038 de FLUKA Collaboration CERN.

Pueden identificarse diferentes puntos y regiones de interés. El haz ingresa al paciente a través de la superficie de incidencia (ingreso), donde deposita una dosis denominada D_S . Más allá de la superficie de ingreso, la dosis crece rápidamente alcanzando un valor máximo a la profundidad z_{max} y luego disminuye rápidamente hasta alcanzar el valor denominado D_{ex} en la superficie de salida.

A continuación, se exponen conceptos en términos de haces de fotones de megavoltaje, ya que son éstos los que se utilizan típicamente para radioterapia convencional. Sin embargo, la presentación se extiende de manera análoga, con algunas pocas consideraciones específicas, para haces de electrones que son también empleados comúnmente para radioterapia convencional.

6.1.2.. Dosis en superficie

Para haces de fotones de megavoltaje la dosis en superficie es generalmente mucho menor a la máxima dosis absorbida, lo cual ocurre a la profundidad z_{max} más allá de la superficie del paciente. Para el caso de fotones de megavoltaje D_S depende, principalmente, de la energía del haz y del tamaño de campo. Mientras mayor energía tenga el haz de fotones, menor será la dosis en superficie, por ejemplo para un haz de ^{60}Co de dimensiones 10×10

cm^2 es del 30 %, mientras que para un haz de 6MV ($10 \times 10 \text{ cm}^2$) D_s es de 15 % y para un haz de 18MV ($10 \times 10 \text{ cm}^2$) alcanza sólo el 10 %. Para un haz de energía fija, la dosis en superficie aumenta con el tamaño de campo. El efecto de la menor dosis en superficie en relación al máximo se conoce como protección piel (*skin sparing*) y constituye una de las mayores ventajas comparativas de los haces de megavoltaje sobre haces de terapia superficial o de ortovoltaje, los cuales no exhiben esta propiedad, ya que el máximo de dosis ocurre precisamente en superficie, debido a la limitada capacidad de penetración en tejido de los fotones de esas energías, *i.e.* para terapia superficial y de ortovoltaje la dosis en superficie es el máximo de dosis. La dosis en superficie puede medirse empleando cámaras de ionización plano-paralelas de ventana delgada, utilizando ambas polaridades de la cámara y utilizando la medición media entre polaridad positiva y negativa. La dosis en superficie D_s proviene de contribuciones de:

- Fotones dispersados por el sistema de colimación, filtro aplanador y aire.
- Fotones retrodispersados (de *backscattering*) del paciente.
- Electrones de alta energía producidos por interacciones de los fotones primarios en aire y cualquier estructura adyacente en la cercanía del paciente.

6.1.3.. Región de *Buildup*

La zona en la curva de dosis en profundidad, para haces de fotones de megavoltaje, comprendida entre la superficie ($z = 0$) y la profundidad de máximo de dosis z_{max} se denomina región de *buildup* y es consecuencia de los relativamente largos rangos de las partículas secundarias (cargadas) con alta energía, principalmente electrones y positrones, ya que la contribución de protones y otro tipo de partículas cargadas es, en primera instancia, despreciable para haces de radioterapia convencional. Estas partículas secundarias, originadas dentro del material irradiado por interacciones de los fotones primarios, viajan una cierta distancia (típicamente equivalente al rango) y a lo largo de esta trayectoria depositan su energía en el material. En la región inmediata a la superficie de ingreso dentro del material irradiado, no se satisfacen las condiciones de equilibrio electrónico⁴⁴, y consecuentemente la dosis absorbida es mucho menor al Kerma de colisión. Sin embargo, a medida que la profundidad z aumenta, las condiciones de equilibrio electrónico son alcanzadas para un cierto valor de profundidad, $z = z_{max}$, ya que la distancia z_{max} corresponde, básicamente, al rango medio de las partículas secundarias creadas y por tanto la dosis se vuelve comparable al Kerma de colisión.

Más allá de z_{max} , tanto la dosis como el Kerma de colisión disminuyen debido al efecto de atenuación de los fotones incidentes por parte del material irradiado, resultando en una especie de pseudo equilibrio electrónico.

6.1.4.. Profundidad de máximo de dosis

La profundidad de máximo de dosis z_{max} depende, principalmente, de la energía del haz de fotones incidente y del tamaño de campo. La dependencia en la energía es dominante,

⁴⁴El "Equilibrio electrónico" suele denominarse también "Equilibrio de partículas cargadas"

mientras que el efecto de tamaño de campo es ignorado a veces. Los valores nominales de z_{max} varían entre 0, *i.e.* en superficie para haces de rayos X superficiales y de ortovoltaje, pasando por 0.5 cm para ^{60}Co y llegando hasta 5 cm para rayos X de megavoltaje de 25MV.

Una vez fijada la energía del haz, el máximo valor para z_{max} se corresponde a un tamaño de campo de alrededor de $5 \times 5 \text{ cm}^2$. Para campos mayores, z_{max} decrece debido al factor de dispersión en colimadores (para haces de ^{60}Co) y también por efectos de dispersión en el filtro aplanador (para haces de rayos X de linacs). Para tamaños de campo menores a $5 \times 5 \text{ cm}^2$ disminuye debido al efecto de dispersión del fantoma.

6.1.5.. Dosis de salida (*exit dose*)

La dosis entregada al paciente en el punto de salida del haz se denomina “dosis de salida” (*exit dose*). La curva de dosis en profundidad muestra una dependencia tal que en la región cercana al punto de salida disminuye bruscamente (respecto de la extrapolación del comportamiento precedente). Este efecto se debe a la menor contribución por retrodispersión, ya que no se dispone de material más allá del punto de salida. De manera análoga a la dosis en superficie, la dosis de salida debe ser medida con cámara de ionización plano-paralela; en este caso ubicando el cuerpo de la cámara hacia la fuente de radiación.

6.2.. Calidad de radiación y distribución de dosis

Las radiaciones ionizantes utilizadas para diagnóstico o terapia se clasifican según propiedades físicas inherentes y las características de los procesos y efectos de la interacción de la radiación con la materia. El conjunto de parámetros físicos y los efectos asociados en la interacción con el medio material determinan la “calidad de radiación”. El tipo de partícula (fotones, electrones, neutrones, iones, etc) que constituyen el haz de radiación, la distribución espectral de la tasa de fluencia, etc; son algunos de los parámetros físicos que determinan la calidad de radiación. Por otro lado, las propiedades que determinan la calidad de radiación en términos del efecto al interactuar con el material irradiado son: la tasa de transferencia de energía al medio denominada *Linear Energy Transfer* (LET), espesor de atenuación al 50 % (capa hemirreductora), razón de dosis absorbida a diferentes profundidades, entre otras.

6.2.1.. Parámetros para tratamientos con radiación

La radioterapia externa en técnicas convencionales se realiza, básicamente, con tres tipos de máquinas de tratamiento: unidades de rayos X, teleterapia con isótopos (preponderantemente ^{60}Co) y linacs. Los parámetros principales en terapia con haces de fotones externos son:

- Profundidad de tratamiento.
- Tamaño de campo.
- Montaje de distancia fuente a superficie fija (*Source-Surface Distance SSD*) o montaje de distancia fuente a eje (*Source-Axis Distance SAD*).

- Tasa de fluencia del haz.

Tamaño de campo

Los haces utilizados para radioterapia pueden variar significativamente en tamaño y forma, de modo que usualmente representan un compromiso entre la forma del blanco que debe tratarse y los requerimientos de simplicidad y eficiencia en la conformación del haz. Se emplean, generalmente, cuatro tipos de formas de campo: cuadrada, rectangular, circular e irregular. Los campos cuadrados y rectangulares se producen usualmente por medio de los colimadores instalados en la máquina de tratamiento, mientras que campos circulares pueden generarse con colimadores especiales que se adjuntan a la máquina de tratamiento. Los campos irregulares se logran por medio de dispositivos especialmente diseñados como filtros conformadores, filtros moduladores o colimadores de múltiples hojuelas (*MultilLeaf Collimator MLC*), que se insertan a la máquina de tratamiento, y en la actualidad ya forman parte de ésta desde fábrica.

Para un dado campo de radiación, resulta conveniente establecer el “campo cuadrado equivalente” o el “campo circular equivalente”, que servirá para caracterizar el haz manteniendo los parámetros relevantes para la dosimetría. Es de gran utilidad establecer unos pocos parámetros que caractericen al haz, al menos de forma “efectiva” ya que de modo contrario serían necesarias incontable cantidad de mediciones para caracterizar cada situación en particular, volviéndose impracticable. Un campo irregular arbitrario de lados a y b será, aproximadamente, equivalente a un campo cuadrado de lado a_{eq} cuando ambos campos tengan el mismo cociente área/perímetro, *i.e.*⁴⁵:

$$\int_A dA / \oint_C dS = a_{eq} \frac{ab}{2(a+b)} = \frac{a_{eq}^2}{4a_{eq}} \quad (182)$$

donde A indica el área, C la curva cerrada de perímetro y a_{eq} el lado de un “cuadrado equivalente”. Es decir, para el ejemplo de un campo de lados a y b , se obtiene, simplemente:

$$a_{eq} = \frac{2ab}{a+b} \quad (183)$$

De manera análoga, para un campo cuadrado arbitrario puede calcularse el radio del campo circular equivalente r_{eq} dado por $\frac{a_{eq}}{\sqrt{\pi}}$.

Factor de colimador

La Exposición en aire, el Kerma aire en aire y la dosis en un pequeño volumen de material rodeado por aire en un punto dado P en aire contienen contribuciones de dos tipos: partículas primarias y dispersión. La componente primaria, que son las partículas incidentes provenientes directamente de la fuente, es dominante y resulta ser independiente del tamaño del campo. La dispersión representa una contribución menor y consiste de partículas dispersadas, principalmente en el colimador pero también posiblemente en el aire y

⁴⁵Ley conocida como regla de Day. La equivalencia proviene de proponer, para el caso de lados a y b :

$$\frac{ab}{2(a+b)} = \frac{a_{eq}^2}{4a_{eq}}.$$

filtro aplanador del linac, que llegan al punto P . La componente de dispersión depende del tamaño de campo, y crece al aumentar el área de éste⁴⁶. La Exposición en aire X , el Kerma aire en aire $(K_{air})_{air}$ y la dosis en un pequeño volumen de material rodeado por aire D'_{med} , dependen del tamaño de campo por medio de un parámetro denominado “Factor de Colimador (CF)” o “Factor de Exposición relativa (REF)”. El CF se define por medio de:

$$CF(F.S., E) \equiv \frac{X(F.S., E)}{X(F.S._{Ref}, E)} = \frac{(K_{air}(F.S., E))_{air}}{(K_{air}(F.S._{Ref}, E))_{air}} = \frac{D'(F.S., E)_{med}}{D'(F.S._{Ref}, E)_{med}} \quad (184)$$

donde $F.S.$ es el tamaño de campo (*Field Size*), cuyo valor de referencia, $F.S._{Ref}$ es $10 \times 10 \text{ cm}^2$. Usualmente, se emplea una cámara de ionización con correspondiente capuchón de *buildup*, para proveer protección suficiente para garantizar máximo de *buildup* para la energía del haz de interés en condiciones de realizar la medida de CF . Para campos pequeños, la medición debe realizarse a distancias suficientemente grandes (lejos de la fuente) de modo que se garantice que la región capuchón de *buildup* de la cámara quede completamente cubierta por el haz incidente. A pesar de esto, usualmente se realizan correcciones según la SSD de la máquina y la distancia de medición en términos del ángulo sólido correspondiente. El CF se normaliza a la unidad para el tamaño de campo nominal de $10 \times 10 \text{ cm}^2$ a la SSD nominal de 100 cm. CF resulta mayor a 1 para tamaños de campo mayores a $10 \times 10 \text{ cm}^2$ y es menor a 1 para campos menores a $10 \times 10 \text{ cm}^2$. Las determinaciones experimentales se realizan típicamente en un punto P en aire utilizando cámara de ionización cilíndrica equipada con un capuchón apropiado de *buildup* colocando el centro de la cámara en la posición $SSD + z_{max}$ respecto de la fuente.

Factor de dispersión en pico (*Peak scatter factor*)

La dosis en un pequeño volumen de material rodeado por aire D'_p se mide con material alrededor del punto P apenas suficiente (como cámara de ionización con capuchón) para garantizar equilibrio electrónico. D'_p se relaciona con la dosis D_p en el máximo, cuando se fija $P = z_{max}$ mediante el factor de dispersión en pico (PSF):

$$PSF(F.S., E) \equiv \frac{D_p(z_{max}, f, E)}{D'_p(z_{max}, E)} \quad (185)$$

donde se utilizan geometrías específicas para las determinaciones de D_p y D'_p . Para medir D'_p , la cámara se coloca a la distancia $f + z_{max}$ donde el tramo z_{max} se realiza en medio material, aunque también puede medirse D_p si la cámara se coloca a una distancia $f + z_{max}$ toda de aire entre la fuente y la cámara.

Para el caso de haces (típicamente de fotones) de baja energía $z_{max} = 0$, el punto P está en la superficie de ingreso del haz y el PSF se reduce al factor de Backscattering. El PSF depende del tamaño de campo ($F.S.$), como también de la energía del haz de fotones ($h\nu$), y representa el factor por el cual la dosis en el punto P en aire aumenta debido a la contribución de dispersión proveniente del fantoma. Valores típicos de PSF varían desde alrededor de 1 para campos pequeños de megavoltaje, pasando por 1.054 para un campo

⁴⁶ Al aumentar el tamaño de campo, se aumenta consecuentemente el área del sistema de colimación expuesta al haz.

$10 \times 10 \text{ cm}^2$ de cobalto y valores de 1.10 para un campo de $50 \times 100 \text{ cm}^2$ de un haz de ^{60}Co de una irradiación de cuerpo entero (*Total Body Irradiation*) hasta llegar a 1.50 para un campo $20 \times 20 \text{ cm}^2$ de ortovoltaje (rayos X con $\text{HVL} = 1 \text{ mm de Cu}$).

Si bien la retrodispersión (*backscattering*) es grande para energías bajas de fotones, la capacidad de penetración de fotones de baja energía es muy limitada y éstos son absorbidos por el medio material. Para energías intermedias y altas, a pesar de que la dispersión retro y lateral decrecen con la energía, la energía de éstos es suficiente para no ser absolutamente atenuados por el medio material y lograr alcanzar el punto de interés P . La relación entre la cantidad de retrodispersión producida y la capacidad de penetración de ésta, determina el comportamiento del PSF , que inicialmente (a energías bajas) crece hasta alcanzar un máximo para energías próximas a la correspondiente a HVL de 1 mm de Cu, y luego decrece al aumentar la energía del haz de fotones. La calidad de haz para la cual ocurre el máximo de retrodispersión depende del tamaño de campo y muestra una tendencia hacia el comportamiento de valores mayores de energía al aumentar el tamaño del campo. Así mismo, para una dada energía de haz $h\nu$, el PSF aumenta con el tamaño del campo.

El factor de dispersión SF para un dado tamaño de campo $F.S.$ se define como sigue:

$$SF(F.S., E) \equiv \frac{PSF(F.S., E)}{PSF(10 \times 10 \text{ cm}^2, E)} \quad (186)$$

Factor de dosis relativa

Dada la energía del haz y una vez fijada la SSD, la dosis en el punto P (considerando $P = z_{\max}$) depende del tamaño de campo $F.S.$, y mientras mayor el $F.S.$ mayor la dosis en P . El factor de dosis relativa RDF , también denominado “Factor de Output de la máquina” se define como la razón entre $D_P(z_{\max}, F.S., f, E)$ que es la dosis en el punto P por un campo de tamaño $F.S.$ y $D_P(z_{\max}, 10 \times 10 \text{ cm}^2, f, E)$ que es la dosis en P por un haz de $10 \times 10 \text{ cm}^2$:

$$RDF(F.S., E) \equiv \frac{D_P(z_{\max}, F.S., f, E)}{D_P(z_{\max}, 10 \times 10 \text{ cm}^2, f, E)} \quad (187)$$

La determinación de RDF requiere de una geometría específica que requiere medir $D_P(z_{\max}, F.S., f, h\nu)$ y $D_P(z_{\max}, 10 \times 10 \text{ cm}^2, f, h\nu)$.

A partir de las definiciones del factor de Colimador CF y del Factor de Scattering SF , puede verse que el RDF es el producto de éstos, *i.e.*:

$$RDF(F.S., E) = \frac{D'_P(z_{\max}, F.S., f, E) PSF(F.S., E)}{D'_P(z_{\max}, 10 \times 10, f, E) PSF(10 \times 10, E)} = CF \cdot SF \quad (188)$$

donde CF y SF son $CF(F.S., h\nu)$ y $SF(F.S., h\nu)$, respectivamente.

Cuando se introducen dispositivos extras como MLC conformando un campo irregular $F.S._{Ir}$ se tiene:

$$RDF(F.S._{Ir}) = CF(F.S._0, E) \cdot SF(F.S._{Ir}, E) \quad (189)$$

donde $F.S._0$ indica el tamaño de campo definido por los colimadores para el montaje del dispositivo. El comportamiento del MLC y el efecto sobre el RDF dependerá del diseño específico de cada fabricante. Por ello, la expresión anterior, que prové solo una aproximación, debe ser verificada antes de ser utilizada.

6.3.. Cálculo dosimétrico elemental: método *standard* en terapia externa tradicional

Las técnicas típicas para dosimetría en radioterapia convencional, utilizan modelos derivados de aproximaciones lineales de las ecuaciones de transporte conjuntamente con mediciones experimentales en condiciones específicas que especifican las propiedades y características del equipamiento y configuraciones de interés.

6.3.1.. Distribución de dosis en agua sobre el eje central

La distribución de dosis en profundidad sobre el eje central del campo es una de las principales cantidades utilizadas en radioterapia externa y se emplea para caracterizar las propiedades del depósito de dosis del haz.

La distribución de dosis en profundidad en paciente o fantoma es usualmente normalizada a $D_{max} = 100\%$ en la profundidad de máximo de dosis z_{max} , y luego de esta normalización se define como distribución de porcentajes de dosis en profundidad (*Percentage Depth Dose PDD*), la cual se define formalmente como sigue:

$$PDD(z, F.S., f, h\nu) \equiv \frac{100 D_Q}{D_P} = \frac{100 \dot{D}_Q}{\dot{D}_P} \quad (190)$$

donde D_Q , D_P , $\dot{D}_Q$ y $\dot{D}_P$ son los valores de dosis y tasa de dosis en los puntos Q , que representa una profundidad arbitraria z y P , que representa la profundidad de referencia (z_{max}); sobre el eje del campo.

La PDD depende de cuatro parámetros:

1. Profundidad en fantoma z .
2. Tamaño de campo $F.S.$.
3. SSD (a menudo denominada f).
4. Energía del haz de fotones.

La dosis en el punto Q contiene básicamente, dos contribuciones: primaria y de dispersión (o de *scattering*).

La componente primaria puede escribirse como sigue:

$$PDD^{Prim} = 100 \frac{D_Q^{Prim}}{D_P^{Prim}} = 100 \left(\frac{f + z_{max}}{f + z} \right)^2 e^{-\mu_{ef}(z - z_{max})} \quad (191)$$

donde μ_{ef} es el coeficiente de atenuación lineal efectivo para el haz primario en el material del fantoma.⁴⁷

La componente de dispersión representa la contribución debida a la radiación dispersada que contribuye a la dosis en el punto Q . Para valores fijos de $F.S.$, f y $h\nu$, la PDD inicialmente aumenta con la profundidad desde la superficie hasta $z = z_{max}$. La profundidad

⁴⁷ A modo de ejemplo, para el caso de un haz de ^{60}Co incidiendo en agua, μ_{ef} vale 0.0657 cm^{-1} .

de máximo de dosis z_{max} y el valor de dosis en superficie dependen, principalmente, de la energía del haz de fotones y ambos crecen para energías mayores. Para valores fijos de z , f y $h\nu$, la PDD crece al aumentar el tamaño de campo $F.S.$ debido al aumento en la contribución por *scattering* a puntos sobre el eje central del campo. Un ejemplo, para el caso de un haz de ^{60}Co se muestra en la tabla 2.

$F.S./PDD$	0×0	5×5	10×10	20×20	25×25	50×50
PDD(5,F.S.,100,^{60}Co)	68.2	76.7	80.4	83.0	83.4	85.2
PDD(10,F.S.,100,^{60}Co)	44.7	53.3	58.7	63.3	64.4	67.3
PDD(15,F.S.,100,^{60}Co)	29.5	36.5	41.6	47.1	48.6	49.7

Cuadro 2. Tabla de PDD en agua para ^{60}Co para diferentes tamaños de campo.

El valor de extrapolación 0×0 se obtiene de la ecuación anterior usando $\mu_{ef} = 0,0657\text{cm}^{-1}$. Para valores fijos de z , $F.S.$ y $h\nu$, la PDD aumenta al aumentar f debido al efecto de disminución en z por el factor del inverso del cuadrado en la expresión para la contribución primaria. Numéricamente, un ejemplo típico para el caso del haz de ^{60}Co se muestra en la tabla 3 a continuación.

Para valores fijos de z , $F.S.$ y f , la PDD más allá de z_{max} aumenta para energías mayores (debido a la menor atenuación relativa por parte del fantoma). El ejemplo típico es el caso de un haz de $10 \times 10\text{ cm}^2$ de un haz de fotones. La región del *buildup* crece con la energía del haz de fotones incidente mientras que la dosis en superficie disminuye.

$f = SSD [\text{cm}]$	60	80	100	120	140
PDD(5,10$\times$10 cm^2,^{60}Co)	76.2	78.8	80.0	81.3	82.3

Cuadro 3. Tabla de PDD en agua para ^{60}Co para diferentes distancias a la fuente.

Los PDD para uso en radioterapia, usualmente son tabulados para campos cuadrados, a pesar de que la mayoría de los campos utilizados son rectangulares o irregulares. El concepto de cuadrado equivalente se utiliza para aprovechar los PDD de campos cuadrados para configuraciones no cuadradas.

6.3.2.. Función de dispersión (*Scatter Function*)

Para cálculos dosimétricos, usualmente conviene separar la componente de dispersión $S(z, F.S., f, h\nu)$ (*scatter component*) de la dosis total en el punto arbitrario Q . Es decir: componente de dispersión en $Q = \text{Dosis Total en } Q - \text{Dosis primaria en } Q$.

Por tanto:

$$S(z, F.S., f, E) \equiv PSF(F.S., E) PDD(z, F.S., f, E) - PSF(0 \times 0, E) PDD(z, 0 \times 0, f, E) \quad (192)$$

Esta expresión prevé la componente de scattering por cada Gray de dosis primaria en el punto Q , $PSF(0, h\nu) = 1$ y $PDD(z, 0, f, h\nu)$ representan la PDD primaria calculada mediante la expresión anterior 192. Del mismo modo que la PDD , la función de dispersión S depende de cuatro parámetros: z , $F.S.$, f y $h\nu$.

Para valores fijos de $F.S.$, f y E , la función de dispersión S primero aumenta con z , alcanza un máximo y luego inicia a disminuir lentamente; mientras que al fijar los valores de z , f y E , la función de dispersión S aumenta monótonamente con el tamaño de campo $F.S.$. Para $z = z_{max}$ la función de dispersión S está dada por:

$$S(z_{max}, F.S., f, E) = 100 [PSF(F.S., E) - 1] \quad (193)$$

6.4.. Protocolos dosimétricos

El formalismo para el cálculo dosimétrico para radioterapia convencional está determinado por Protocolos internacionales que facilitan el correcto seguimiento de los pasos que se recomiendan para el cálculo de dosis absorbida una vez que se dispone de las mediciones experimentales para caracterizar el equipamiento, las cuales requieren ser adquiridas en las condiciones establecidas en los Protocolos.

A nivel mundial, existen principalmente dos modelos, uno estadounidense y canadiense, y uno europeo. Las disposiciones legales y regulaciones en la República Argentina implementan el Protocolo europeo desarrollado por la *International Atomic Energy Agency IAEA* con sede en Viena. Este Protocolo, en su versión actualizada, se denomina TRS 398; mientras que el Protocolo norteamericano es el Protocolo *Task Group TG* de *American Association of Physics in Medicine AAPM*.

Las diferencias entre los formalismos de cada Protocolo radica, básicamente en aspecto subjetivos de implementación; por lo que cuantitativamente provén prácticamente los mismos resultados. La configuración geométrica que debe seguirse para determinar cantidades que caractericen el haz de radiación, queda completa y unívocamente establecida de acuerdo con las recomendaciones del Protocolo.

En particular, y a diferencia de las cantidades definidas anteriormente asociadas a la PDD, la configuración SAD resulta de gran importancia debido a la necesidad de definir cantidades asociadas como TAR, TPR, TMR y SAR; entre otras.

Disposición Distancia Fuente-Eje (SAD)

Cuando se realizan tratamientos por medio de múltiples campos para irradiar un tumor dentro del paciente, se emplean usualmente técnicas de montaje isocéntrico, debido a que éstas resultan más prácticas comparadas con las técnicas SSD constante. La mayoría de las unidades de tratamientos de megavoltaje se fabrican con montaje SAD de 80 cm, o más comúnmente de 100 cm.

En contraste con la técnica SSD constante (que se emplean para determinaciones de PDD) los montajes (*set up*) SAD se basan en otras funciones, como TAR (*Tissue-Air Ratio*) y TPR (*Tissue-Phantom Ratio*), para determinaciones dosimétricas.

Razón Tejido-Aire (*Tissue-Air Ratio* TAR)

El $TAR(z, F.S._Q, h\nu)$ fué originalmente propuesto por Johns para simplificar los cálculos dosimétricos en terapia rotante, y su utilización se expandió rápidamente para técnicas de irradiación isocéntricas con múltiples campos estáticos. El $TAR(z, F.S._Q, h\nu)$ se define como el cociente entre la dosis D_Q en el punto Q sobre el eje central (o la tasa de dosis $\dot{D}_Q$ en

el punto Q sobre el eje central) en paciente o fantoma y la dosis D'_Q en el punto Q sobre el eje central (o la tasa de dosis $\dot{D}'_Q$ en el punto Q sobre el eje central) correspondiente a un pequeño volumen de material rodeado por aire, colocado en el mismo punto Q , *i.e.*:

$$TAR(z, F.S._Q, h\nu) \equiv \frac{D_Q}{D'_Q} = \frac{\dot{D}_Q}{\dot{D}'_Q} \quad (194)$$

En la configuración recomendada por Protocolo para realizar mediciones de TAR , el tamaño de campo $F.S._Q$ corresponde al tamaño del campo de radiación a la profundidad correspondiente al punto de medición Q (sobre el eje central).

A diferencia del $PDD(z, F.S., f, E)$, que depende de cuatro parámetros, el TAR depende sólo de tres parámetros, ya que la distancia $SSD(f)$ carece de sentido. Fijando $F.S._Q$ y E , el TAR disminuye al aumentar la profundidad z . Para valores fijos de z y $F.S._Q$, el TAR aumenta con la energía del haz. Para $z = z_{max}$ el TAR coincide con el PSF , *i.e.*:

$$TAR(z = z_{max}, A_Q = A_P, E) = PSF(A_P, E) \quad (195)$$

El TAR para área 0 ($TAR(z, 0 \times 0, E)$) puede calcularse de:

$$TAR(z, 0 \times 0, E) \equiv e^{-\mu_{ef}(z - z_{max})} \quad (196)$$

donde el coeficiente de atenuación efectivo μ_{ef} se evalúa para la energía del haz de fotones E . La Tabla 4 muestra algunos valores de TAR para un haz de ^{60}Co a profundidades de 5, 10 y 20 cm en agua.

TAR	0×0	5×5	10×10	15×15	20×20	25×25
$TAR(5, A_Q, ^{60}\text{Co})$	0.744	0.864	0.921	0.953	0.974	0.986
$TAR(10, A_Q, ^{60}\text{Co})$	0.536	0.654	0.731	0.779	0.809	0.831
$TAR(20, A_Q, ^{60}\text{Co})$	0.278	0.354	0.418	0.470	0.509	0.536

Cuadro 4. Valores de TAR en agua para ^{60}Co a diferentes profundidades y tamaño de campo.

El valor 0×0 en la Tabla se calcula con la expresión 196. El caso del campo hipotético 0×0 correspondería a la situación en que la dosis en profundidad es sólo debida a la componente de haz primario, ya que la contribución de scattering es nula por no existir material que disperse.

El TAR puede ser medido con cámara de ionización, aunque el procedimiento es más engorroso que el correspondiente para la PDD . Para el caso del TAR , la profundidad en agua z debe ser medida de modo que la distancia entre la cámara de ionización y la fuente de radiación se mantenga constante, lo cual es difícil de lograr con sistemas de medición automáticos. Además, la medida de la dosis en un pequeño volumen de material rodeado de aire debe ser realizada con extrema precaución, de modo de garantizar *buildup* completo y lecturas sin influencia de radiación dispersa⁴⁸.

Dado que el concepto de dosis en un pequeño volumen de material rodeado de aire no es recomendable para haces de megavoltaje con energías mayores a ^{60}Co o 4MV, el concepto

⁴⁸Proveniente del suelo y de las paredes de la sala de tratamiento

de TAR no se utiliza para dosimetría de megavoltaje de alta energía. Para este tipo de haces (típicamente fotones) se utilizan funciones alternativas, similares al TAR pero sin sufrir las limitaciones de éste, para los cálculos dosimétricos.

Es posible establecer una relación entre el TAR y las PDD , donde $TAR = TAR(z, F.S._Q, E)$ y $PDD = PDD(z, F.S., f, E)$. Las definiciones básicas, para cada uno son:

$$TAR(z, F.S._Q, E) \equiv \frac{D_Q}{D'_Q} \quad (197)$$

y

$$PDD(z, F.S., f, E) \equiv 100 \frac{D_Q}{D_P} \quad (198)$$

De donde, resolviendo para D_Q se obtiene:

$$D_Q = D_P \frac{PDD(z, F.S., f, E)}{100} = D'_Q TAR(z, F.S._Q, E) \quad (199)$$

Además, la dosis en el punto de máximo en profundidad D_P ($P = z_{max}$) puede escribirse como:

$$D_P = D'_P PSF(F.S., E) = D'_Q \left(\frac{f+z}{f+z_{max}} \right)^2 PSF(F.S., E) \quad (200)$$

Entonces, resulta:

$$TAR(z, F.S._Q, E) = \frac{PSF(F.S., E)}{100} PDD(z, F.S., f, E) \left(\frac{f+z}{f+z_{max}} \right)^2 \quad (201)$$

Para el caso particular en que se mida en el punto de máxima dosis ($Q = P$, $z = z_{max}$), para el cual $PDD(z_{max}, F.S., f, E) = 100$ por definición, la expresión 201 indica que el factor de dispersión en pico $PSF(F.S., E)$ es un caso especial de $TAR(z_{max}, F.S., E)$. El rango para el TAR es entonces, desde 0 para $z \rightarrow \infty$ hasta $PSF(F.S., E)$ para $z = z_{max}$. Dado que el TAR no depende del SSD (f), las PDD para cualquier combinación de z , $F.S.$ y $f = SSD$ pueden derivarse de una única tabla de TAR .

En base a la ecuación 201 puede derivarse la siguiente expresión:

$$\frac{PDD(z, F.S., f_1, E)}{PDD(z, F.S., f_2, E)} = \left(\frac{TAR(z, F.S._Q, E)}{TAR(z, F.S._Q, E)} \right) \left(\frac{\frac{f_1+z_{max}}{f_1+z}}{\frac{f_2+z_{max}}{f_2+z}} \right)^2 \quad (202)$$

Y, asumiendo que se tiene, aproximadamente, el mismo tamaño de campo $F.S._Q$ (a profundidad z) para dos SSD diferentes, se obtiene:

$$\frac{PDD(z, F.S._1, f_1, E)}{PDD(z, F.S._2, f_2, E)} = \left(\frac{PSF(F.S._2, E)}{PSF(F.S._1, E)} \right) \left(\frac{\frac{f_1+z_{max}}{f_1+z}}{\frac{f_2+z_{max}}{f_2+z}} \right)^2 \quad (203)$$

Razones dispersión-Aire (SAR), Tejido-Fantoma (TPR) y Tejido-Máximo (TMR)

Así como, para el caso de la PDD, resultó conveniente separar contribuciones para distinguir componente primaria de dispersión, es a veces útil separar la componente primaria al *TAR* del *TAR* total, para obtener la contribución de dispersión; que en este caso se denomina “Razón de Dispersión Aire *SAR* (*Scatter-Air Ratio*)”, definido como sigue:

$$SAR(z, F.S._Q, E) \equiv TAR(z, F.S._Q, E) - TAR(z, 0 \times 0, E) \quad (204)$$

donde 0×0 indica las condiciones hipotéticas correspondientes al tamaño de campo nulo. Evidentemente, el *SAR* depende de los mismos parámetros que el *TAR* y representa la contribución por dispersión a la dosis en el punto de medida arbitrario Q dentro de un fantoma, por cada Gray de dosis primaria que se deposita en Q .

De manera similar a la relación derivada entre *PDD* y *TAR*, pueden relacionarse *SAR*($z, F.S._Q, E$) y *S*($z, F.S., f, E$) obteniéndose:

$$SAR(z, F.S._Q, E) = \frac{S(z, F.S., f, E)}{100} \left(\frac{f + z}{f + z_{max}} \right)^2 \quad (205)$$

Es decir,

$$S(z, F.S., f, E) = 100 SAR(z, F.S._Q, E) \quad (206)$$

para cualquier valor de z si se verifica que $f \rightarrow \infty$, o bien para cualquier valor de f si se verifica $z \rightarrow z_{max}$.

El concepto de *TAR* funciona bien siempre que se lo aplique a técnicas isocéntricas para fotones de energías no altas (^{60}Co , o a lo sumo 4MV). Para haces de megavoltaje de alta energía de los linacs, el concepto de *TAR* pierde validez ya que resulta impracticable la medición de la dosis en un pequeño volumen de material (por ejemplo, típicamente, agua) rodeado de aire⁴⁹. Por ello, para evitar este problema se utiliza el concepto de “Razón tejido-Fantoma” *TPR* (*Tissue-Phantom Ratio*), que fue introducido especialmente para haces de fotones de megavoltaje de alta energía ($h\nu \geq 4\text{MV}$). El *TPR* se define por medio de:

$$TPR(z, F.S._Q, h\nu) = \frac{D_Q}{D_{Q_{Ref}}} = \frac{\dot{D}_Q}{\dot{D}_{Q_{Ref}}} \quad (207)$$

donde $D_{Q_{Ref}}$ y $\dot{D}_{Q_{Ref}}$ representan la dosis, y tasa de dosis, respectivamente en fantoma en un punto del fantoma considerado como referencia, ubicado a la profundidad $z = z_{Ref}$, típicamente 5 cm o 10 cm sobre el eje central del campo.

Cuando la profundidad de referencia z_{Ref} equivale a la profundidad de máximo ($z_{Ref} = z_{max}$) se define un *TPR* “especial” que se denomina “Razón Máxima en Tejido” *TMR* (*Tissue Maximum Ratio*), que se define como sigue:

$$TMR(z, F.S._Q, E) = \frac{D_Q}{D_{Q_{max}}} = \frac{\dot{D}_Q}{\dot{D}_{Q_{max}}} \quad (208)$$

⁴⁹Las dimensiones del capuchón de *buildup* necesarias para altas energías sería exageradamente grande.

donde $D_{Q_{max}}$ y $\dot{D}_{Q_{max}}$ representan la dosis, y tasa de dosis, respectivamente en el punto $Q = z_{max}$. La geometría para medir el TMR es la misma utilizada para medir el TPR , excepto que z_{Ref} debe ser z_{max} . El TAR , el TPR y el TMR dependen de tres parámetros: z , $F.S.Q$ y E ⁵⁰. La relación entre el $TMR(z, F.S.Q, E)$ y las $PDD(z, F.S., f, E)$ resulta sencilla y puede derivarse directamente de las respectivas definiciones:

$$TMR(z, F.S.Q, E) \equiv \frac{D_Q}{D_{Q_{max}}} \quad (209)$$

$$PDD(z, F.S., f, E) \equiv 100 \frac{D_Q}{D_P} \quad (210)$$

De donde, resolviendo para D_Q , se obtiene:

$$D_Q = D_P \frac{PDD(z, F.S., f, E)}{100} = D_{Q_{max}} TMR(z, F.S.Q, E) \quad (211)$$

Y, utilizando las siguientes expresiones para D_P y $D_{Q_{max}}$:

$$D_P = D'_P \left(\frac{f+z}{f+z_{max}} \right)^2 PSF(F.S., E) \quad (212)$$

$$D_{Q_{max}} = D'_Q PSF(F.S., E) \quad (213)$$

Se obtiene, finalmente:

$$TMR(z, F.S.Q, E) = \frac{PDD(z, F.S., f, E)}{100} \frac{PSF(F.S., E)}{PSF(F.S.Q, E)} \left(\frac{f+z}{f+z_{max}} \right)^2 \quad (214)$$

Pero, en primera aproximación⁵¹, puede considerarse la manera simplificada:

$$TMR(z, F.S.Q, E) \approx \frac{PDD(z, F.S., f, E)}{100} \left(\frac{f+z}{f+z_{max}} \right)^2 \quad (215)$$

De manera análoga al procedimiento para separar el $TAR(z, F.S.Q, E)$ en contribuciones primaria ($TAR(z, 0 \times 0, E)$) y de dispersión ($SAR(z, F.S.Q, E)$), también conviene dividir al TMR en contribuciones primaria y de dispersión, por medio del concepto de “Razón Máxima de Dispersión” (*Scatter Maximum Ratio SMR*), como sigue:

$$SMR(z, F.S.Q, E) \equiv TMR(z, F.S.Q, E) \frac{SF(F.S.Q, E)}{SF(0 \times 0, E)} - TMR(z, 0 \times 0, E) \quad (216)$$

Para el caso de haz de ^{60}Co , el SMR resulta prácticamente idéntico al SAR , sin embargo para haces de fotones de energías mayores el SMR debe ser calculado a partir del TMR utilizando la ecuación anterior 216 y la siguiente expresión:

$$TMR(z, 0 \times 0, E) \equiv e^{-\mu_{ef}(z-z_{max})} \quad (217)$$

donde μ_{ef} indica el coeficiente de atenuación efectivo (lineal) evaluado a la energía del haz de fotones incidente E .

⁵⁰Nótese que no dependen de la SSD (f).

⁵¹El error introducido al ignorar el cociente $\frac{PSF(F.S., E)}{PSF(F.S.Q, E)}$ es despreciable ya que para casos extremos llega a 0.995, i.e. sólo un 5 % de diferencia.

6.5.. Técnicas de irradiación en terapia convencional

Las técnicas básicas de irradiación, para el caso típico de haces de fotones de linac, involucran haces rectangulares de lado equivalente a_{eq} impactando sobre la superficie de incidencia en un ángulo fijo. Por medio de rotaciones del cabezal del equipo alrededor del centro de giro (isocentro), es posible modificar el ángulo de incidencia del haz externo. Para caracterizar la *performance* de las técnicas de irradiación, es necesario conocer además del rendimiento en profundidad del haz, *PDD*.

Las distribuciones de dosis en profundidad a lo largo del eje central del campo no son información suficiente para describir completamente el depósito de dosis en el material, fantoma o paciente irradiado. Se requieren distribuciones de dosis 2D y 3D para determinar completamente el depósito de dosis. Para ello, se realizan mediciones de dosis fuera del eje central del campo, las cuales se denominan *off-axis*. En el modo más simple, los datos *off-axis* se consiguen por medio de perfiles (transversales) de campo que se miden en ejes perpendiculares al eje central del campo a una dada profundidad en fantoma, típicamente z_{max} o 10 cm, aunque se requieren mediciones de perfiles laterales de campo para profundidades específicas como dato necesario para algunos sistemas de planificación (TPS).

Combinando datos de perfiles de dosis en profundidad con datos *off-axis*, como perfiles laterales de campo, se reconstruye una distribución matricial 2D o tensorial (volumétrica) 3D del depósito de dosis. La Razón fuera del eje *OAR* (*Off-Axis Ratio*) se define como el cociente entre la dosis en un dado punto fuera del eje (*off-axis*) respecto de un punto a la misma profundidad sobre el eje central del campo. Los perfiles laterales de campo para haces de megavoltaje constan, básicamente, de tres regiones: zona central, penumbra y umbra. La zona central representa la parte central del campo, hasta unos 10 a 15 mm del borde geométrico del campo⁵². En la zona central, el perfil lateral del campo, para el caso de haces de ^{60}Co , es afectado por la ley del inverso del cuadrado y por el espesor de fantoma atravesado, mientras que para el caso de linacs, los efectos provienen de los electrones incidiendo en el blanco grueso, necesarios para producir rayos X de Bremsstrahlung, el número atómico Z del blanco, el filtro aplanador y la disposición geométrica del cabezal.

La región de penumbra del perfil lateral de campo se caracteriza por una rápida variación de dosis denominada “zona de alto gradiente de dosis”, la cual depende fuertemente del sistema de colimación, el tamaño focal de la fuente de radiación y las propiedades de dispersión lateral de partículas cargadas. La caída del valor de dosis en esta región es de forma sigmoide y se extiende desde los bordes de colimadores hasta la cola del perfil, donde existe una pequeña componente de dosis debido a la transmisión a través de los colimadores, denominada “penumbra por transmisión”, y una componente debida al tamaño de la fuente, denominada “penumbra geométrica” y finalmente, una contribución significativa proveniente de dispersión en material irradiado, designada “penumbra por dispersión”. La “penumbra total” se define como la penumbra física y es la suma de las tres contribuciones: penumbra por transmisión, penumbra geométrica y penumbra por dispersión. La penumbra física depende de la energía del haz de fotones, dimensiones de la fuente de radiación, SSD, distancia fuente-colimadores y profundidad en fantoma.

La umbra es la región fuera del campo de radiación, lejos de los bordes de campo. La

⁵²Indicado por el campo luminoso (óptico), definido entre el eje central del campo y el punto correspondiente al 50 % del valor sobre el eje.

dosis en esta región es, generalmente muy baja, y es debida a radiación que se transmite del cabezal de la máquina de tratamiento. La uniformidad de los perfiles laterales de campo es usualmente medida por medio de un scan a lo largo de los dos ejes⁵³ perpendiculares al eje central del campo a varias profundidades en fantoma. Hay dos parámetros que cuantifican la uniformidad del campo: La planicidad y la simetría del campo o haz.

6.5.1.. Planicidad y simetría del haz de fotones

La planicidad del haz F se determina encontrando el punto de máximo D_{max} y el punto de mínimo D_{min} de dosis dentro de la región central⁵⁴ del perfil lateral de campo, y utilizando la siguiente definición:

$$F \equiv \frac{D_{max} - D_{min}}{D_{max} + D_{min}} \quad (218)$$

Los requerimientos estándares para los linacs son, generalmente, de valores de planicidad menores al 3 %, para mediciones en fantoma de agua a profundidad de 10 cm con SSD de 100 cm, y utilizando el mayor tamaño de campo posible ($40 \times 40 \text{ cm}^2$).

El cumplimiento de los requerimientos de planicidad a profundidad de 10 cm en agua, no evita sin embargo el efecto de “sobre planicidad (*over flattening*)”⁵⁵ a la profundidad de máximo de dosis z_{max} , lo cual se evidencia por medio de los “cuernitos” en el perfil lateral de campo. Los límites de tolerancia para los “cuernitos” en z_{max} es de 5 % para un campo de $40 \times 40 \text{ cm}^2$ a SSD de 100 cm.

La simetría del haz, S , usualmente se determina en z_{max} , que representa la profundidad más sensible para medir este parámetro de uniformidad. Especificaciones típicas de simetría imponen que dos puntos cualesquiera (equidistantes del centro del haz, *i.e.* eje central del haz) en el perfil lateral de campo concuerden dentro del 2 %. Alternativamente, las áreas, a cada lado⁵⁶, debajo del perfil lateral de campo correspondiente a z_{max} pueden utilizarse para definir como sigue:

$$S \equiv 100 \left| \frac{Area_{izq} - Area_{der}}{Area_{izq} + Area_{der}} \right| \quad (219)$$

6.6.. Técnicas de braqui y teleterapia

Desde un punto de vista genérico, existen fundamentalmente dos modalidades de tratamiento radioterapéutico que se clasifican según la distancia en que esté la fuente de irradiación al área a tratar.

Braquiterapia

⁵³Ortonormales entre ellos.

⁵⁴Alrededor del 80 % del ancho del haz.

⁵⁵Los efectos de *over-* y *under-flattening* se deben a diferencias en los espectros efectivos en los correspondientes puntos, a igual profundidad pero diferente distancia *off-axis*.

⁵⁶Extendiéndose hasta puntos de 50 % de dosis sobre eje central.

En la técnica de braquiterapia la fuente de irradiación está cerca o en el área a tratar. El proceso de irradiación se realiza colocando pequeñas fuentes de material radiactivo en forma de alambre, tubos o semillas dentro o cerca del volumen que debe ser tratado. Se utilizan diferentes tipos de radioisótopos, como ^{192}Ir , ^{125}I , ^{103}Pa , ^{137}Cs , entre otros. Se emplean diferentes modalidades para colocar los dispositivos, intersticial que consiste en introducir agujas directamente en los tejidos a tratar o bien intracavitaria, que es el caso de tubos ginecológicos intravaginales e intrauterinos.

Existen cuatro metodologías principales para aplicaciones clínicas de braquiterapia:

- Fuentes no selladas.
- Braquiterapia de baja tasa.
- Braquiterapia de alta tasa.
- Implantes permanentes.

Técnicas de teleterapia: múltiples campos, técnicas de arco y modulación de intensidad

La radioterapia conformacional de múltiples campos, que en su versión más moderna es denominada *tridimensional Conformal RadioTherapy 3D-CRT*, aprovecha una combinación de imágenes paciente específico con sistemas informáticos para lograr la adaptación del haz a la forma del volumen que debe ser irradiado, por medio del uso de múltiples campos irregulares.

La radioterapia por intensidad modulada (IMRT) es una técnica moderna de radioterapia externa que emplea haces de fotones de megavoltaje generados en linacs cuya distribución de fluencia es modulada dentro del campo incidente. La técnica es de gran precisión y se implementa, básicamente, por medio de dos diferentes modalidades:

- Filtros moduladores: Se incorporan filtros especiales colocados en el cabezal del linac para modular la fluencia emergente de los colimadores secundarios, de modo que el haz incidente sobre la superficie a tratar consista de una distribución no uniforme de fluencia a lo largo del tamaño de campo. Los materiales empleados son aleaciones de alto número atómico específico. El diseño y construcción de cada filtro debe hacerse para cada campo y para cada paciente, y requiere del uso de sistemas de maquinado de alta precisión.
- Sistemas de colimación de múltiples hojuelas (MLC): Consiste de un sistema extra para la colimación del haz emergente del sistema de colimación secundario a la salida del cabezal del linac. El sistema MLC está compuesto por una serie de hojuelas metálicas colocadas juntas de modo paralelo permitiendo el movimiento hacia adelante y atrás de cada hojuela por separado para así abrir y cerrar esa porción del campo para el haz emergente del sistema secundario de colimación. El sistema completo es controlado de manera automática por medio de computadora. El tiempo de apertura

y la coordinación del conjunto de hojuelas que se combinan para estar abiertas o cerradas determinan la fluencia total que llega al volumen irradiado, integrado para el proceso entero de irradiación.

Las técnicas de IMRT han demostrado gran capacidad, dentro de las técnicas convencionales, para administrar dosis con alta precisión a tumor o volúmenes arbitrarios que requieran ser irradiados, consiguiendo que la distribución de dosis se conforme con mayor precisión y de carácter 3D. Esta técnica permite enfocar cantidades de dosis más altas en las regiones que deben ser tratadas por lo que se minimiza el dosaje de las estructuras sanas circundantes. Los tratamientos son planificados de modo paciente-específico utilizando imágenes 3D para la información anatómica. Típicamente se implementa una serie o combinaciones de múltiples campos de intensidad modulada provenientes de distintas direcciones de haz produciendo distribuciones de dosis específicas para el volumen a irradiar.

Las técnicas de irradiación por arco consisten, básicamente, en modalidades implementadas para irradiar de forma continua el volumen a tratar durante el movimiento de reposicionamiento en la rotación del *gantry*. Esta metodología consigue una significativa disminución de la dosis entregada a los tejidos sanos que se encuentran entre la superficie de incidencia y el volumen a tratar ubicado a cierta profundidad. La distribución de dosis resultante es de una forma específica similar a una “medialuna”. Una de las maneras más comunes de implementar esta técnica es para haces de electrones, logrando una distribución de dosis que puede aprovecharse para tratamiento a nivel quasi superficial de volúmenes de cierta extensión por debajo de la superficie.

6.7.. Planificación de tratamientos y sistemas de planificación de uso clínico (TPS)

La planificación de tratamientos requiere estudiar las características de las curvas de isodosis en agua para campo único. Por ello, se introducen los métodos para la corrección por contornos irregulares e incidencia oblicua, como así también la compensación por tejido faltante y correcciones por presencia de inhomogeneidades.

A continuación se repasan los rasgos sobresalientes sobre el desarrollo de modelos para algoritmos de cálculo dosimétrico, definiendo los conceptos de dosis relativa, medición con cámara de ionización y técnicas para cálculo dosimétrico, principalmente con haces de fotones, y cálculo de Unidades Monitor (UM), especificando el método para cálculo dosimétrico en setup SSD y setup SAD. Correcciones por inhomogeneidades para haces de fotones y corrección por contornos irregulares para haces de fotones.

Las características físicas de haces de radiación se miden usualmente de acuerdo con condiciones estándares como se indica a continuación:

- Medio homogéneo de densidad unidad.
- Fantoma con superficie plana.
- Incidencia perpendicular⁵⁷ del haz en fantoma

⁵⁷El eje central del campo es ortogonal a la superficie de incidencia del fantoma.

Los datos de dosis en profundidad conjuntamente con los perfiles laterales de campo contienen información para establecer distribuciones 2D y 3D del depósito de dosis. Sin embargo, esta información es difícil de visualizar, incluso para el caso de campo único (*single beam*).

Variaciones planares y volumétricas en profundidad se presentan por medio de curvas de isodosis o superficies de isodosis, que conectan puntos de igual valor de dosis dentro de un volumen e interés. Las curvas y superficies de isodosis se presentan, usualmente, para intervalos regulares de valores de dosis absorbida, y se expresan en porcentajes de dosis respecto de algún punto de referencia.

Una carta o mapa de isodosis para un campo de radiación consiste de una familia de curvas de isodosis, presentadas a incrementos regulares de PDD. Se utilizan dos tipos de convenciones para la normalización:

- Montajes SSD: Todos los valores de isodosis son normalizados a 100 respecto del punto P ($P = z_{max}$) sobre el eje central del haz.
- Montajes SAD: Todos los valores de isodosis son normalizados a 100 respecto del isocentro.

Por lo tanto, los mapas de isodosis para *set up* de SSD indican las PDD, mientras para el caso de *set up* de SAD indican valores de TAR o TMR.

Para el caso de un haz de ^{60}Co , la dosis para cualquier profundidad es mayor sobre el eje central respecto de puntos *off-axis*. Para haces de fotones de megavoltaje, la dosis en puntos *off-axis* para profundidades bajas es, generalmente, mayor a la dosis en el eje central, debido básicamente, a la consecuencia del diseño del filtro aplanador, ya éste es fabricado para generar haces planos a 10 cm de profundidad en agua, por lo tanto sobrecompensa para profundidades bajas. El espectro (o energía efectiva) es más blando para puntos extremos *off-axis* que en el eje central, a profundidad equivalente.

En cercanías de los bordes del haz, en la región de penumbra, la dosis disminuye rápidamente con la distancia lateral (*off-axis*). Esta disminución se debe a la penumbra geométrica y a la reducción de *scattering* lateral. En zonas fuera de los límites geométricos del haz y de la penumbra, la variación de la dosis se debe a tres efectos⁵⁸:

- Dispersión del campo de radiación.
- Pérdidas por transmisión a través de colimadores y mordazas.
- Dispersión en el sistema de colimación

Los parámetros que afectan la distribución de isodosis para un único campo son: calidad del haz, dimensiones de la fuente, colimación del haz, tamaño de campo, SSD y distancia fuente-colimadores.

Los mapas de isodosis pueden medirse con cámara de ionización, detectores de estado sólido, films radiográficos estándares y films radiocrómicos; entre otros. Además de mediciones directas, los mapas de isodosis pueden calcularse por medio de algoritmos para

⁵⁸Otros efectos de menor importancia también ocurren, como contaminación neutrónica y radiación externa, posiblemente dispersada o creada en materiales circundantes.

sistemas de planificación, por ejemplo los provistos con los *Treatment Planning System TPS* comerciales.

Tratamientos utilizando un único campo son raros, sólo se usan para tumores superficiales, mientras que lesiones y tumores profundos son usualmente tratados por más de un campo, utilizando una combinación de éstos. Como regla general, la dosis en tumor es mayor que en los tejidos circundantes y la distribución de dosis dentro del tumor debería ser lo más homogéneo posible dentro de $+7\%$ y -5% del valor prescripto. En situaciones clínicas el haz puede incidir de manera oblicua sobre la superficie de incidencia del paciente, o bien la superficie de incidencia sobre el paciente es un contorno curvado o de características irregulares. Esto implica que se requerirán correcciones debido a irregularidades en los contornos. Además, algunos tejidos irradiados, como pulmón o hueso, presentan densidades significativamente diferentes a la del agua, lo cual requiere de correcciones por heterogeneidades.

Las distribuciones de isodosis en paciente se determinan por medio de uno de los dos siguientes métodos⁵⁹:

- Algoritmos basados en correcciones.
- Algoritmos basados en modelos.

Los algoritmos basados en correcciones utilizan datos de dosis en profundidad (en fantoma de agua de superficie de incidencia plana e incidencia normal) conjuntamente con métodos para corregir irregularidades en los contornos y efectos por incidencia oblicua. También puede corregirse por inhomogeneidades de órganos para tener en cuenta diferencias en densidades electrónicas de cada órgano.

Los algoritmos basados en modelos obvian el proceso de corrección por medio de un modelado de la distribución de dosis del haz, utilizando principios básicos y considerando los efectos geométricos y físicos involucrados, que son también características propias de cada paciente. Antes del uso clínico de ambos métodos de corrección, los algoritmos deben ser verificados y confrontados con datos experimentales, lo cual suele constituir una empresa complicada. La importancia relativa del método de corrección depende de la geometría particular de cada tratamiento. En general, puede decirse que para tratamientos convencionales los métodos de corrección usuales funcionan bastante bien y producen distribuciones de dosis razonables. Sin embargo, para las nuevas técnicas de tratamiento, como radioterapia conformal 3D e IMRT (*Intensity Modulated Radiation Therapy*), los resultados de aplicar los métodos tradicionales de corrección pueden generar problemas⁶⁰. Los métodos de algoritmos basados en modelos aparentan ser más prometedores, pero están aún en etapa de desarrollo.

6.8.. Corrección por contornos irregulares e incidencia oblicua

Un campo de radiación que incide sobre una superficie irregular o curvada de un paciente, produce distribuciones de isodosis diferentes a las estándares tabuladas en condiciones de referencia. Para resolver este problema puede utilizarse alguna de estas dos técnicas:

⁵⁹ Ambos cuentan con correspondientes aproximaciones.

⁶⁰ Debido principalmente a la radical importancia que tienen los procedimientos de corrección, impone una enorme dependencia de éstos.

- El efecto puede ser corregido trámite métodos de cálculo.
- El efecto puede ser compensado por medio del uso de cuñas, bolus y compensadores.

Diversos métodos han sido propuestos para corregir distribuciones de dosis en condiciones estándares para aplicarlas a situaciones con geometría irregular o incidencia oblicua. Existen tres métodos principales para implementar estas correcciones. La validez de estos métodos de corrección está limitada a incidencia de hasta 45 grados para haces de megavoltaje de energías entre ^{60}Co y 5MV, y sólo de hasta 30 grados para energías mayores:

- Método de la SSD efectiva.
- Método TAR-TMR.
- Método del corrimiento de isodosis.

Corrección por medio del método de la SSD efectiva

$$PDD_{corr} \equiv PDD^{st}(z, F.S., f, E) \left(\frac{f + z_{max}}{f + z_{max} + \mathbf{h}} \right)^2 \quad (220)$$

donde $PDD^{st}(z, F.S., f, E)$ indica la PDD en condiciones estándar, correspondiente a incidencia normal sobre la superficie plana (hipotética) $C'C'$, y el segundo factor indica la variación por la ley de inverso de cuadrado para el parámetro $\mathbf{h}$ que representa el espesor del tejido faltante (un valor negativo de $\mathbf{h}$ indica espesor de tejido sobrante). Este método incorpora la asunción/aproximación de que PDD no depende de la SSD para variaciones de SSD desde su valor nominal a ese valor mas $\mathbf{h}$. Esta aproximación resulta razonable siempre que $\mathbf{h} \ll f$. La PDD resultante (PDD_{corr}) está normalizada a 100 al punto $P = z_{max}$ sobre el eje central del campo.

Corrección por medio del método TAR-TMR

$$PDD_{corr} \equiv PDD^{st}(z + \mathbf{h}, F.S., f, E) \left(\frac{T(z, F.S.Q, h\nu)}{T(z + \mathbf{h}, F.S.Q, h\nu)} \right) \quad (221)$$

donde: PDD^{st} representa la PDD a la profundidad $z + \mathbf{h}$ en las condiciones de referencia asumiendo incidencia normal sobre la superficie (hipotética) plana $C''C''$, $F.S.Q$ es el tamaño de campo en el punto de medida S y T indica sea el TAR sea el TMR, según corresponda, en la aproximación de que el TAR o TMR no depende de la SSD para variaciones entre la SSD nominal y ese valor mas $\mathbf{h}$.

Corrección por medio del método del corrimiento de isodosis

Este método propone correr el valor de dosis en el punto S verticalmente una cantidad kh , donde h es el espesor de tejido faltante. En caso de tejido sobrante, $h < 0$ y k es un factor (< 1) que depende de la energía del haz (supuesto, en el caso típico, de fotones) se obtiene $k = 0,7$ para energías entre ^{60}Co y 5MV, $k = 0,6$ para energías entre 5 y 15MV y $k = 0,5$ para energías entre 15 y 30MV.

Para casos de tejido faltante $h > 0$ y por tanto las curvas de isodosis se corren “alejándose de la fuente”, mientras para tejido sobrante $h < 0$ y las curvas se corren “hacia la fuente de radiación”.

6.9.. Introducción a algoritmos de *convolution kernel*

Desde un punto de vista genérico, matemáticamente los métodos de *kernel convolution* se basan en el Teorema de Mercer para funciones definidas positivas y de representación simétrica. La técnica de *kernel convolution* permite obtener representaciones lineales de funciones no lineales, de modo que los algoritmos asociados resulten sensiblemente de mayor simpleza. Como resultado del modelo, se obtiene que resulta suficiente utilizar productos escalares para resolver convoluciones, de modo que cualquier algoritmo puede representarse como un operador lineal en un espacio de Hilbert⁶¹.

En el caso específico del uso de convoluciones en radioterapia, medicina nuclear, *medical imaging*, etc. el propósito es realizar una convolución entre la energía liberada por la fluencia de la radiación en cada voxel del volumen de interés y un *kernel* asociado al operador de dispersión⁶², como se desprende de la expresión 137. El núcleo de deposición de energía (*kernel*) da cuenta de la respuesta del medio, generalmente agua, al haz de radiación incidente. El *kernel* describe la deposición de energía por partículas secundarias, principalmente electrones y positrones en los casos típicos de interés, desde el lugar de la interacción primaria del haz mono energético, independientemente de la localización espacial del sitio de la interacción primaria, en la suposición que el medio es agua.

Para determinar la dosis absorbida en un punto arbitrario P , que será un voxel en representación discreta, es necesario contabilizar todas las contribuciones individuales de todas las partículas que han interactuado en todos los puntos (o voxels) del volumen del medio absorbente en consideración. Por tanto, la dosis absorbida en el punto P situado en la posición $\vec{r}$, o bien el voxel (i, j, k) se obtiene a partir de la integral de convolución:

$$D(i, j, k) \approx D(\vec{r}) = \int_E \iiint_{\mathbf{R}^3} \mathbf{T}_E(\vec{r}') \mathbf{K}(\vec{r} - \vec{r}', E) d\vec{r}' dE \quad (222)$$

donde el operador $\mathbf{T}_E$ es la TERMA⁶³ correspondiente a la energía E . Se utiliza TERMA ya que ésta incluye la energía cedida tanto a primarios dispersados como a partículas secundarias. Si únicamente se considera la energía cedida a partículas cargadas secundarias,

⁶¹Consúltase bibliografía especializada por mayor información. Estos detalles están fuera del interés y objetivos.

⁶²Véase el capítulo 1..

⁶³TERMA se define como *Total Energy Released in MAtter*, unívocamente determinado por la fluencia energética.

la TERMA coincide con la KERMA. Mientras que $\mathbf{K}$ representa el *kernel* de convolución, usualmente denominado *dose point dose kernel* para la energía E que toma en cuenta el modo en que se produce la distribución de dosis correspondiente a un haz incidente de características básicas, interactuando en el volumen infinitesimal centrado en $\vec{r}$. Tal como requieren las condiciones de convolución, es necesario que *kernel* sea espacialmente invariante, lo cual se cumple siempre en casos de medios homogéneos.

En términos genéricos de aplicaciones, se implementa comúnmente el algoritmo *Pencil Beam PBA* que considera la sustitución de un *kernel* puntual por un *kernel* asociado a una deposición de dosis correspondiente a un haz incidente interactuando a una dada profundidad dentro del medio irradiado a lo largo de una recta. Esta aproximación se denomina *pencil beam kernel PBK*. El efecto concreto de esta simplificación es realizar una preconvolución a lo largo del eje en profundidad, lo cual impacta en significativo ahorro de procesos de cómputo, y por tanto de tiempo de cálculo. A partir de este algoritmo es posible también obtener aproximaciones planares y volumétricas de la distribución de dosis, ya que puede extenderse a convoluciones en 2 y 3 dimensiones.

Otra técnica que puede aprovechar el proceso de implementación de *kernel convolution* es el uso de *dose point kernels DPK* en el campo de terapia con medicina nuclear. En este caso, se utiliza fuente puntual en un medio homogéneo y se determina la dosis absorbida en capas (*shells*) concéntricas, cuyo espesor se define a partir del rango de las partículas primarias⁶⁴. Para cada radiofármaco y para cada medio material de interés, debe obtenerse un DPK, para luego por medio del proceso de convolución obtener la distribución de dosis acorde a la distribución espacial de la actividad metabólica en correspondencia con la información recavada para la distribución espacial de actividad, utilizando técnicas funcionales como SPECT (*Single Photon Emission Computed Tomography*) o PET (*Positron Emission Tomography*).

Para el caso de haces polienergéticos, la TERMA total en el voxel (i, j, k) se obtiene a partir de:

$$\mathbf{T}(i, j, k) = \sum_E \mathbf{T}_E(i, j, k) \quad (223)$$

En particular, para el caso de un haz de fotones de fluencia $j(\vec{r}, E)$ se obtiene:

$$|\mathbf{T}_i(\vec{r}, E)| = j(\vec{r}, E) \left(\frac{\mu(E)}{\rho} \right) E \quad (224)$$

⁶⁴Metodología desarrollada en tesis doctoral de Dr. Pedro Pérez, LIIFAMIR^x, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.

MÓDULO VII

Dosimetría avanzada

7.. Módulo VII: Dosimetría avanzada

El *Capítulo 7.* presenta una introducción a conceptos generales sobre la problemática que presentan los campos mixtos en las técnicas dosimétricas. Se exponen algunas metodologías no convencionales así como las características generales de las principales técnicas dosimétricas capaces de abordar este tipo de desafíos. Tratándose de un área en continuo desarrollo actualmente, los principios de algunas metodologías podrían estar ligeramente modificados visto que se persigue un mejoramiento en la implementación de los mismos.

7.1.. Campos mixtos

Las técnicas de dosimetría convencional o *standard* resultan generalmente insuficientes o incluso incorrectas para su aplicación en situaciones complejas. Sin embargo, debe quedar claro que esto no representa limitación alguna a las técnicas convencionales, ya que éstas son desarrolladas justamente con el propósito de aplicarse a situaciones convencionales, es decir haces y métodos de irradiación típica y cotidianamente empleados en el ámbito clínico de radioterapia convencional por medio de aceleradores lineales para la generación y uso de haces de electrones y fotones de megavoltaje. La larga trayectoria de este tipo de terapias brinda la posibilidad de conocer con precisión las características propias de cada situación. Pero, por otro lado, existen situaciones específicas en las que los métodos de dosimetría convencional no pueden ser aplicados de manera directa debido a la complejidad de casos en los que, por ejemplo, existe una variedad de calidades de radiación involucradas o bien los efectos radiobiológicos de las componentes resultan significativamente diferentes. Existen también situaciones en las que por la configuración misma de la irradiación, o bien la necesidad de caracterizar alguna propiedad específica del campo, se requiere de implementar métodos de mayor complejidad que no son *standard* y representan técnicas modernas o no convencionales de dosimetría de radiaciones. Estos métodos son típicamente orientados a resolver algunas situaciones específicas, y por tanto pueden carecer de generalidad o amplitud en su utilización.

Por tanto, las técnicas de terapia con radiaciones emplean diferentes metodologías para su implementación. En particular, la calidad del campo utilizado varía según el tipo de técnica utilizada. A diferencia de los métodos tradicionales de radioterapia convencional, la mayoría de los métodos modernos, muchos de los cuales se encuentran en desarrollo, emplea campos constituidos por diferentes tipos de radiaciones, denominados en modo genérico “haces mixtos”, o preferentemente “campos mixtos”. El motivo reside en las características inherentes a las metodologías utilizadas para generar los campos para terapia no convencional.

Existe una amplia y variada lista de técnicas de radioterapia no convencional que se encuentran actualmente en continuo desarrollo. Sin embargo, todas éstas comparten características comunes, desde el punto de vista que una de las componentes del campo mixto representa la “componente terapéutica”. Mientras que el resto de las componentes, generadas de manera simultánea a la componente terapéutica debido al modo en que se produce la radiación, son típicamente aportes indeseables cuyo efecto dosimétrico resulta incluso contraproducente a fines de la terapia.

Por otro lado, cada calidad de radiación corresponde a un efecto biológico diferente, el cual puede cuantificarse por medio del “efecto biológico relativo” *Relative Biological Effectiveness RBE*. De aquí la importancia de descomponer y cuantificar por separado cada una de las contribuciones del campo mixto. La *RBE* se define como la eficacia relativa al haz de ^{60}Co , utilizado como calidad de radiación de referencia. Es decir, representa la razón entre los efectos biológicos relativos al campo de referencia, para cada tejido u órgano y para cada calidad de radiación en consideración.

Algunos de los casos más sobresalientes de haces mixtos son los campos de iones pesados, que por su diseño de producción, el haz generador no es “perfectamente puro”, es decir existen algunos tipos de radiación diferentes, como fotones, neutrones u otro tipo de iones dentro del campo. Los haces de fotones de rayos X de alta energía, por encima de los 10MV de energía nominal, producen cantidades no despreciables de neutrones por colisiones de fotones de alta energía con los materiales pesados del cabezal y sistemas de colimación. Materiales de alto número atómico poseen valores apreciables de sección eficaz para efecto fotonuclear con los rayos X de mayor energía dentro del espectro de Bremsstrahlung. El efecto fotonuclear se debe a la interacción entre un fotón de alta energía que produce la desintegración del núcleo y la consecuente emisión de un neutrón, cuya energía de emisión de hasta 30 MeV. Claramente, este efecto es de muy baja probabilidad en tejidos, debido al bajo número atómico de sus constituyentes. El listado de materiales para los cuales es apreciable el efecto fotonuclear es:

- Materiales constituyentes de protecciones y sistemas de colimación: Al, Si, Ti, V, Cr, Fe, Co, Ni, Cu, Zn, Zr, Mo, Sn, Ta, W, Pb.
- Materiales potencialmente presentes en sistemas biológicos: C, N, O, Na, S, P, Cl, Ca.

Los modelos empleados para determinar experimentalmente la sección eficaz del efecto fotonuclear no son sencillos ya que debe considerarse la convolución intrínseca con la producción de Bremsstrahlung.

La sección eficaz para efecto fotonuclear σ_{pn} se obtiene a partir de:

$$I(E_0) = N_R \int_{E_{min}}^{E_0} \sigma_{ph}(E_\gamma) k(E_0, E_\gamma) \frac{dE_\gamma}{E_\gamma} \quad (225)$$

donde I es la intensidad detectada, $k(E_0, E_\gamma)$ es la intensidad total correspondiente a la producción de Bremsstrahlung, E_0 es la energía cinética, en referencial de laboratorio, de los electrones acelerados en el linac para la producción de Bremsstrahlung, E_γ representa la energía de los fotones en el referencial de laboratorio y N_R es un coeficiente de proporcionalidad.

De acuerdo con las expresiones de la sección 3.4., la emisión de Bremsstrahlung por parte de electrones acelerados en el linac es de carácter continuo por lo se imposibilita practicar mediciones directas la sección eficaz de reacción fotonuclear, pudiendo determinarse sólo la intensidad de producción (*reaction yield*) $I(E)$ dada por la expresión 225. La figura 28 muestra un ejemplo de la sección eficaz de reacción fotonuclear para un elemento de número atómico intermedio, que resulta representativo de la mayoría de los casos de

materiales no orgánicos, obtenida a partir del modelo de resonancia dipolar gigante *Giant Dipole Resonance GDR* en la aproximación de Born.

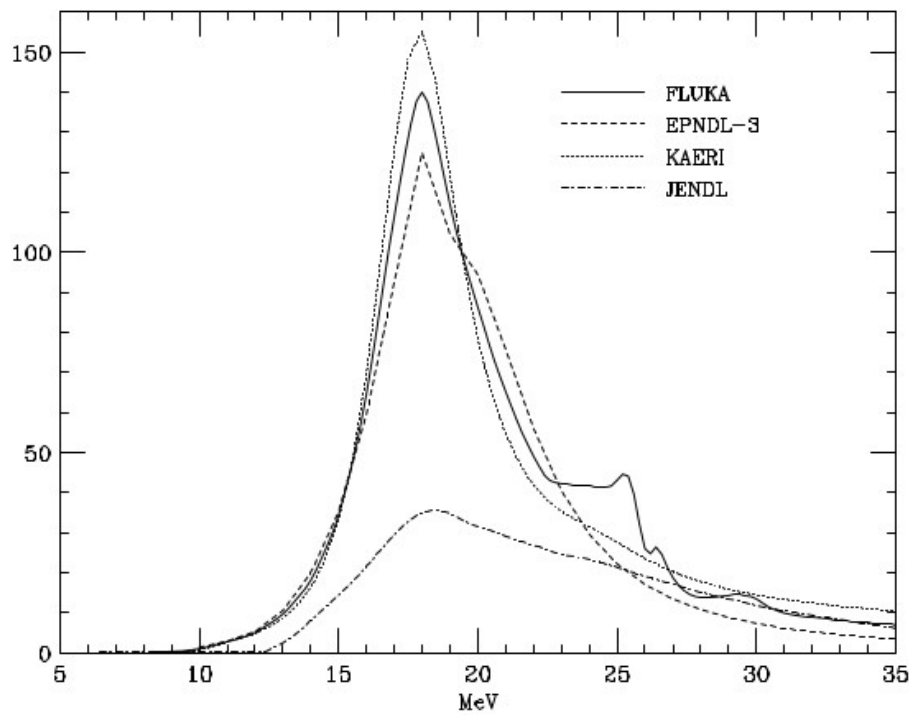


Figura 28. Sección eficaz total de reacción fotonuclear para ^{58}Ni (obtenida de FLUKA bajo licencia oficial de código de usuario UI-2038 de *FLUKA Collaboration CERN*).

Sin embargo, el caso paradigmático de campos mixtos es la técnica de captura neutrónica, tanto sea en boro *Boron Neutron Capture Therapy BNCT* como en Gadolinio (*Gd Neutron Capture Therapy GdNCT*); siendo esta última, comparativamente, mucho menos extendida.

7.1.1.. Descomposición dosimétrica y caracterización

La BNCT es una técnica de tratamiento alternativo, actualmente aún en desarrollo y mejoramiento. Clínicamente representa una opción a terapias convencionales con radiofármacos, irradiación convencional o bien intervención directa por cirugía. Esta técnica ofrece una opción particularmente aceptable para tratamiento de tumores que presentan radioreistencia o bien responden negativamente a los métodos tradicionales.

Desde un punto de vista general y reductivo, la técnica para terapia BNCT consiste en el suministro de radiofármacos marcados con el isótopo ^{10}B que por afinidad fisiológica presentará una acumulación selectiva en las células cancerígenas. Una vez suministrado el radiofármacos, la región del cuerpo a tratar es expuesta a un campo o columna de neutrones

provocando las reacciones nucleares nuclear correspondientes. En particular, la componente térmica (neutrones con distribuciones de energía cinética comparable con el equilibrio termodinámico con el ambiente, es decir $\frac{3}{2}k_B T$, que equivale a $\frac{1}{40}$ eV aproximadamente; así como la componente epitérmica, que corresponde a distribuciones Maxwellianas de energía cinética levemente superiores al caso térmico, de hasta 1 eV aproximadamente, producen reacciones de captura neutrónica en ^{10}B , debido al alto valor de sección eficaz para este isótopo en este rango de energías. Como consecuencia de las reacciones nucleares de captura neutrónica se produce el isótopo inestable, es decir de muy corta vida media, ^{11}B , el cual decae inmediatamente en fragmentos dados por una partícula α y un núcleo residual de ^7Li , con un excedente energético de unos 2 MeV, debido a la naturaleza exotérmica de la reacción. La energía excedente es liberada por medio de la emisión radiativa de un fotón γ cuya energía cinética se corresponde con el equilibrio de reacción y con distribución angular isotrópica ya que se trata de un decaimiento. La energía cinética de los fragmentos nucleares emitidos, que son en definitiva iones pesados, corresponden a rangos de alrededor de 10 μm en materiales agua-equivalentes, por lo tanto, básicamente entregan toda su energía en un volumen de ese radio, que coincide prácticamente con las dimensiones celulares. Esta característica permite realizar una liberación de energía localizada, y dado que la distribución de ^{10}B es selectiva en células tumorales, resulta que esta técnica permite entregar la dosis prácticamente de modo selectivo y localizado a nivel celular.

Por tanto, para la implementación de la técnica de BNCT es deseable una columna neutrónica con alto flujo térmico y epitérmico y con bajo flujo de neutrones de altas energías, denominados “neutrones rápidos o veloces” para energías de hasta algunas decenas de keV y ultrarápidos o relativistas para rangos mayores, y una mínima componente de fotones γ . Históricamente, se utilizan reactores nucleares como fuentes de radiación para BNCT, que requiere de sistemas de blindaje complejos para que el flujo incidente atraviese materiales que permitan termalizar y controlar la columna de neutrones. Además, se está avanzando con desarrollos como fuentes de Cs o ^{241}Am . También se encuentra en estudio métodos de generación de neutrones por medio del impacto de iones, específicamente protones en blancos de Be, o incluso pequeños aceleradores lineales.

La distribución espectral de neutrones que minimiza los daños en tejidos sanos, a una profundidad típica, se corresponde con un flujo incidente con energías entre 0.5 eV y 20 keV. En términos de los distintos aportes, o componentes, que dan lugar a la dosis total absorbida por parte de la columna integral, puede distinguirse las siguientes contribuciones:

- Captura térmica en ^{10}B : Esta componente constituye, de hecho, la base del tratamiento. La dosis absorbida debido a esta contribución D_{capB} o bien denominada componente terapéutica D_{terap} es proporcional al flujo térmico de la columna así como a la concentración de ^{10}B en el tejido. La probabilidad relativa de ocurrencia de este tipo de interacción es muy alta debido a la sección eficaz de captura de neutrones térmicos por parte del ^{10}B , como muestra la figura 29, y es de hecho la interacción más probable y dominante en la terapia de BNCT. En particular, la interacción queda unívocamente determinada por la reacción correspondiente:

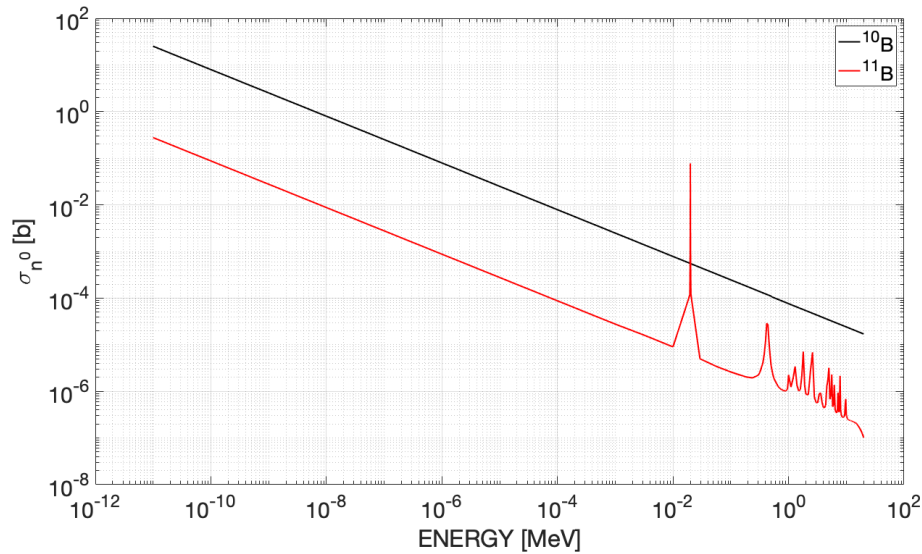
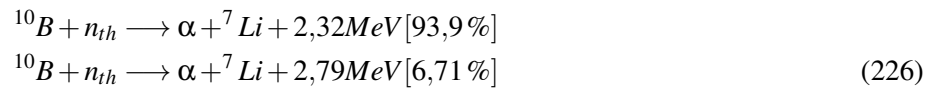


Figura 29. Sección eficaz de para neutrones en ${}^{10}\text{B}$ (rojo) y ${}^{11}\text{B}$ (negro) [IAEA database].

- Neutrones rápidos: Como consecuencia de los mecanismos para moderar neutrones de alta energía producidos en reactores, se utilizan técnicas basadas en “retroceso de protones”, es decir colisiones entre los neutrones producidos y materiales hidrogenados a lo largo de la columna de moderación. Debido a que la masa del protón es básicamente la misma a la del neutrón, resulta que la transferencia de energía es eficiente. De este modo, se logra disminuir significativa y eficientemente el flujo de neutrones rápidos, y consecuentemente la componente a la dosis debida a céstos D_{nrap} . Sin embargo, el proceso de termalización de neutrones rápidos nunca es 100% eficiente, y por tanto se presenta una contribución a la dosis total del campo mixto debida a esta componente que es absorbida en los tejidos irradiados.
- Fotones: La contribución de radiación γ proveniente del núcleo o *core* en el campo mixto es reducida, exponencialmente, según el espesor de material atravesado durante el recorrido en la columna de moderación. Sin embargo, se produce también contribuciones por radiación γ debido a las reacciones mismas de fragmentación y efectos secundarios durante la termalización. Esto da lugar a la componente D_γ de la dosis total absorbida.
- Captura de neutrones térmica por parte de elementos diferentes al ${}^{10}\text{B}$: La probabilidad de ocurrencia de reacciones nucleares con neutrones aumenta para valores bajos

de energía, tal como presenta la figura 29. Por tanto, existe probabilidad no despreciable de que ocurran reacciones de captura neutrónica por parte de otros núcleos además del ^{10}B , lo cual conlleva el aporte de la componente $D_{capextra}$ a la dosis total absorbida.

- **Partículas cargadas:** Si bien esta componente resulta poco apreciable respecto del total, al punto que generalmente no se toma en consideración, debe tenerse conocimiento de su existencia. Algunos iones, principalmente protones producidos por interacciones de neutrones en materiales del sistema de moderación pueden eventualmente escapar y formar parte del campo mixto a la salida de la columna. También puede encontrarse electrones en el campo mixto, que pueden haber sido generados por colisiones en el sistema de moderación. La componente a la dosis total debido a partículas cargadas $D_{p.car}$.

Por tanto, las técnicas de dosimetría en BNCT deben ser capaces de dar cuenta, caracterizar y cuantificar las diferentes componentes del campo mixto permitiendo discriminar la componente terapéutica del resto. Este objetivo se consigue utilizando “fantomas” de características similares al tejido, de modo que pueda caracterizarse el campo mixto que constituirá el haz clínico, para luego calibrar los sistemas de planificación.

7.2.. Discriminación dosimétrica y cuantificación de componente terapéutica

Las técnicas dedicadas a cuantificar la componente terapéutica del campo mixto, deben estar en condiciones de determinar las contribuciones D_γ , $D_{n.rap}$, además de la dosis total D_T . Según la finalidad, la consideración sobre “neutrones rápidos” varía en cuanto al límite inferior del rango de energía. Para el caso de dosimetría de materiales inertes es 1 MeV y para dosimetría biológica es 10 keV.

La tasa de fluencia neutrónica típica de un reactor nuclear se muestra en la figura 30 donde se aprecian claramente las tres regiones denominadas por diferentes efectos, distribución de Maxwell para bajas energías, producción por fisión para altas energías y procesos intermedios de moderación que provocan la termalización de la columna.

7.2.1.. Método Mainz: dosimetría con TLD y máscaras de cadmio

Originalmente, los métodos empleados para procedimientos corrientes de dosimetría de neutrones rápidos fueron desarrollados por la *AB Atomenergi* de Suecia.

En resumen, se trataba de contar las trazas en una emulsión nuclear por medio de un microscopio y de una pantalla de proyección. Para las dosis neutrónicas elevadas, se utiliza un dosímetro de activación de láminas, que se compone de una lámina de fósforo revestida de cadmio, de otra de oro revestida de cadmio y de otra del mismo metal sin revestimiento. Esta técnica aquí denominada “método Mainz” fue desarrollada por el grupo de física médica de la Universidad de Mainz, Alemania. El método utiliza una combinación de procesos de activación neutrónica en cadmio y oro con dosimetría TLD. De este modo, es posible determinar las componentes del flujo neutrónico en diferentes posiciones del campo.

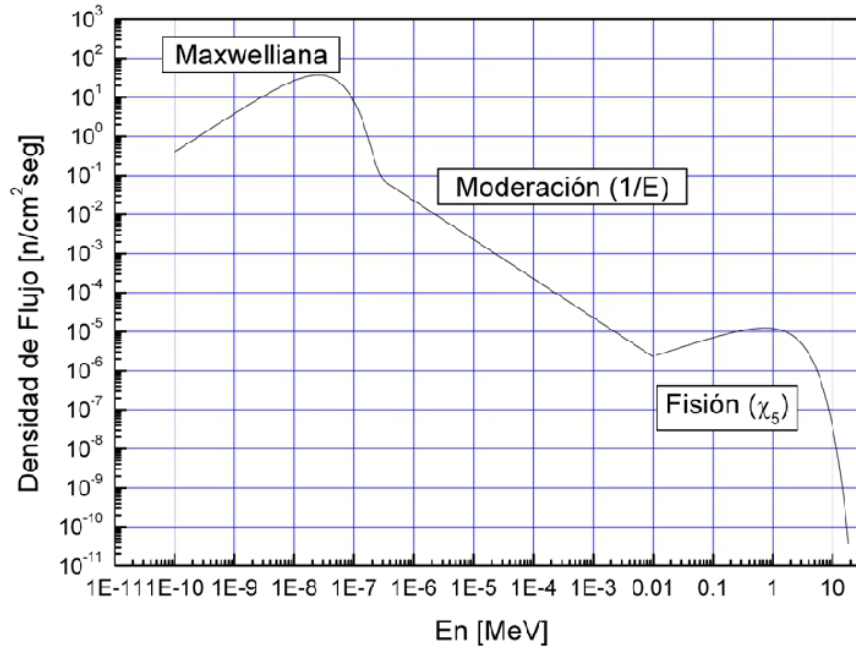


Figura 30. Distribución típica de neutrones producidos en reactor.

Los TLD utilizados requieren contar con diferentes composiciones isotópicas para favorecer la discriminación de las contribuciones de neutrones rápidos respecto de los térmicos y epitérmicos. Por ello, se emplean TLD de tipo Li-600 y Li-700, los cuales son fabricados con LiF, pero con diferentes concentraciones isotópicas relativas de ^6Li y ^7Li . El propósito de esto es cuantificar interacciones en materiales con diferentes secciones eficaces efectivas, que además difieren significativamente o no según el rango de energía considerado. Utilizando detectores de activación apropiados es posible medir, *a priori*, en todos los rangos de energías, sin recurrir a elementos activos. Los detectores de activación, diseñados típicamente de dimensiones pequeñas generan perturbaciones menores, es decir aceptables aunque podrían ser no despreciables según el caso. Además, el método de activación permite una buena caracterización de las incertezas involucradas, ya que existe amplio conocimiento de los procesos de interacción y principios de funcionamiento, así como la respuesta neta del sistema de detección.

La tasa de activación (o de reacción) R al irradiar un material por medio de una columna térmica-epitérmica es proporcional a la tasa de flujo neutrónico $\dot{j}_{th}$ y está dada por:

$$R = \dot{j}_{th} N_T \sigma_{th} \quad (227)$$

donde N_T es el número de átomos (núcleos) de la muestra efectivamente irradiados y reaccionando; mientras que σ_{th} es la sección eficaz microscópica de activación térmica-epitérmica. Considerando la cadena de procesos de radioactividad inducidos por la tasa de reacción R , se obtiene la dependencia o evolución temporal del detector por activación A :

$$A(\Delta t, \tau) = \dot{j}_{th} G_{th} N_T (1 - e^{-\lambda \Delta t}) e^{-\lambda \tau} \sigma_{th} \quad (228)$$

donde λ es la constante de decaimiento, Δt es el tiempo total transcurrido durante la irradiación, G_{th} es el cociente entre los flujos incidente $j_{th}(0)$ y en la posición de medición j_{th} , i.e. $G_{th} \equiv \frac{j_{th}}{j_{th}(0)}$ y τ .

La cantidad de átomos involucrados efectivamente en la reacción N_T puede estimarse por medio de:

$$N_T = \frac{maN_{Av}}{A} \quad (229)$$

donde m es la masa de la muestra, a es la abundancia relativa del isótopo en consideración, y A es el número másico.

Debido a que para el Cd, o bien Au, la sección eficaz de absorción neutrónica a energías térmicas es significativamente mayor que para el rango epitérmico, al punto de considerar esta probabilidad despreciable respecto de la otra, resulta que:

$$A_{th} \approx A_0 - A_{Cd/Au} \quad (230)$$

donde A_0 es la actividad inicial de la muestra antes de ser activada por irradiación y $A_{Cd/Au}$ es la actividad por activación de la hojuela cubierta por cadmio u oro.

El flujo térmico determinado por detectores cubiertos de Cd se obtiene en forma completa por medio de la siguiente expresión:

$$j_{th} = \frac{2A}{\sqrt{\pi}amG_{th}\sigma_0} \frac{e^{-\lambda\tau}}{1 - e^{-\lambda\Delta t}} \sqrt{\frac{T_n}{T_0}} (A_0(\tau) - A_{Cd}(\tau)) \quad (231)$$

7.2.2.. Método Milano: dosimetría con diferente composición isotópica del gel de Fricke

Esta técnica, desarrollada por el grupo de física médica de la Uniuersidad de Milano, Italia; bajo la dirección de Prof. Gambarini, es una de las pocas estrategias eficientes en condiciones de determinar dosimétricamente las componentes de la dosis total en medios agua-equivalentes en condiciones de no alterar el campo de radiación. El método posee la capacidad de cuantificar la componente terapéutica de un campo mixto de BNCT empleando dosímetros de carácter acuoso que imitan casi perfectamente las propiedades de los tejidos biológicos.

Resumidamente, la técnica consiste en un dosímetro agua-equivalente cuya versatilidad permite utilizarlo como un conjunto de dosímetros diferentes, aprovechando diferentes composiciones isotópicas que se predeterminan durante su elaboración. Se trata de una técnica en continuo desarrollo y no está disponible para usuarios. Se utilizan dosímetros de Fricke gel o bien de polymer gel, que constiten de una substancia activa para el material sensible, solución de Fricke en el primer caso o dilución de polímero-copolímero, que es fijado a una matriz acuosa de carácter hidrogel para proverer sustento, correlación y conservación de información espacial.

A continuación se presentan las características principales de la dosimetría Fricke gel; mientras que se pospone la discusión profunda sobre la técnica de polymer gel, ya que conceptualmente es similar, pero presenta dificultades vinculadas a los procesos internos desde el punto de vista químico que requieren exposiciones de conceptos más allá del interés de este trabajo.

7.3.. Base para la Dosimetría Fricke Gel

La base dosimétrica de la técnica de Fricke gel es la sustancia activa denominada solución Fricke, que consiste de una solución con pH levemente menos a 7, lo que le da un carácter ácido. La solución es oxigenada, acuosa y contiene diluida una pequeña cantidad de iones de hierro en estado de oxidación de valencia 2, es decir óxido ferroso (^{2+}Fe). La irradiación de esta sustancia permite absorber energía suficiente para producir reacciones químicas internas.

Específicamente, se favorece el cambio en el estado de oxidación del hierro en la solución que cambia a 3, es decir convirtiéndose en óxido férrico (^{3+}Fe). En definitiva, cuando la solución es irradiada, se catalizan reacciones químicas que dan lugar a descomposiciones del agua contenida en el medio acuoso dando lugar a la creación de átomos de hidrógeno H y reacción con oxígeno O para producir radicales de hidroperóxido.

El proceso inicial que da lugar a las reacciones posteriores del compuesto activo es la radiólisis, o bien la interacción a nivel químico de la radiación ionizante con medios acuosos.

Un ejemplo de este tipo de reacciones es cuando dos átomos de hidrogeno reaccionan compartiendo cada uno su electrón disponible para formar la molécula H_2 . Por otro lado, en caso de presentar *spins* no apareados, el compuesto resulta ser un radical libre que es particularmente reactivo al punto que es reapareado casi instantáneamente por interacciones con otros radicales libres disponibles en el entorno, para dar lugar al equilibrio químico del sistema.

A continuación se presentan algunas de las principales reacciones de radiólisis. Varias reacciones posteriormente llevar a la conversión de iones ferrosos a iones férricos:



donde el símbolo $\bullet$ indica que se trata de un radical libre reactivo.

El producto de reacción ^{3+}Fe presenta concentraciones que dependen de la energía total absorbida por la solución. Por tanto, el cambio en la concentración relativa de óxido férrico $\Delta[C_{3+Fe}]$, antes y después de irradiar el material sensible está correlacionado con la dosis total absorbida por el material D_T , por medio de la expresión 234.

$$\Delta[C_{3+Fe}] = \frac{D_T G(^{3+}Fe)}{N_{Av} \kappa} \quad (234)$$

donde $G(^{3+}Fe)$ es el rendimiento químico (*chemical yield*), C_{3+Fe} se expresa en iones producidos por cada 100 eV, N_{Av} es el número de Avogadro y κ es la constante de conversión de unidades energéticas en Joule y eV.

El rendimiento químico $G(^{3+}Fe)$ para iones ferrosos en la solución de Fricke puede calcularse a partir de modelos de conservación de energía química o bien determinarse empíricamente. El valor correspondiente es: $G(^{3+}Fe) = 15,6 \text{ } ^{3+}Fe/100eV$. Por tanto, a partir de la expresión 234 podría obtenerse la dosis absoluta por medio del sistema dosimétrico basado en la solución de Fricke.

7.3.1.. Elementos básicos de la técnica dosimétrica FriXy

El análisis de los cambios netos por reacción química interna de oxidación, es decir el cambio en la distribución espacial de la concentración relativa de iones férricos $C_{3+Fe}(\vec{r})$ puede obtenerse utilizando diferentes métodos experimentales.

La técnica de relajatividad por medio de resonancia magnética nuclear (MNR) fue la primera propuesta, ya que tratándose de un sistema férrico es esperable una respuesta apreciable en cuanto al paramagnetismo, capaz de discriminar el comportamiento de iones férricos de ferrosos por su diferencia en paramagnetismo según la valencias, así como por la ligadura al entorno químico. Por tanto, un mapa de distribución de relajatividad representa un mapa de distribución de densidad de protones de iones de un tipo u otro, permitiendo así determinar la distribución de dosis por medio de métodos analíticos que establecen la correlación entre el observable y la dosis obtenida indirectamente.

Sin embargo, el método de análisis por MNR presenta la dificultad asociada con la necesidad de contar con un equipo de resonancia magnética, el cual puede ser de difícil acceso, alto costo o bien no estar disponible en el lugar donde se requiere llevar a cabo la medición. Por ello, existe otra metodología que resuelve las complicaciones y limitaciones operativas de la técnica de análisis por MNR. El método propuesto consiste en modificar la composición del material sensible para obtener propiedades ópticas específicas que permitan evidenciar los cambios químicos por las reacciones internas. Para ello se modifica la elaboración de la solución de Fricke para incluir un marcador óptico, en particular xilenol orange que permite, por afinidad química con iones férricos, poner de manifiesto la distribución espacial de iones férricos aprovechando que la ligadura formada provoca una mayor concentración del marcador, cambiando por tanto las propiedades de absorción y dispersión de luz visible en las zonas donde se encuentran los iones férricos producidos por las reacciones de radiólisis y oxidación. En este sentido, determinaciones de variación de absorción o transmisión neta de luz visible permiten la cuantificación de la distribución espacial de $C_{3+Fe}(\vec{r})$, proveyendo así de un método alternativo simplificado; en cuanto a la operatividad, acceso, costo y portabilidad; para determinar la distribución de dosis absorbida en un medio de detección tejido-equivalente.

El observable determinado por este método es la diferencia de densidad óptica (ΔOD), en el pixel ($\vec{r}$), que resulta ser proporcional a la dosis absorbida y se calcula como sigue:

$$\Delta OD(\vec{r}) = \log_{10} \left[\frac{GL_{NI}(\vec{r})}{GL_I(\vec{r})} \right] \quad (235)$$

donde $GL_{NI}(\vec{r})$ y $GL_I(\vec{r})$ indican los niveles de gris para la posición $\vec{r}$ -que en definitiva será el voxel (m, n, l) - en el caso no irradiado e irradiado, respectivamente.

La implementación de la técnica requiere de una disposición experimental precisa que permita cumplir con los requerimientos de la solución a la ecuación de transporte de Boltzmann en condiciones de haz paralelo homogéneo uniforme, contribuciones despreciables de dispersión, uniformidad en el *path* de atenuación y monocromaticidad. Por esta razón, se emplean diseños de dosímetros en forma de estratos o *layers* que garanticen la uniformidad en la distribución espacial de la concentración inicial $C_{3+Fe}(\vec{r})$ y la conservación del *path* a lo largo del volumen de detección.

Entonces, la dosis total D_T se calcula con un procedimiento de calibración, obteniéndose:

$$D(\vec{r}) = C_k \log_{10} \left[\frac{GL_{NI}(\vec{r}) \Delta t_{NI}}{GL_I(\vec{r}) \Delta t_I} \right] \quad (236)$$

El coeficiente de calibración C_k debe obtenerse en cada caso según la sensibilidad del detector a cada tipo de radiación incidente (k), es decir para cada componente dosimétrica involucrada y Δt_i es el tiempo de adquisición de la lectura correspondiente al caso i . Si se realizan lecturas con la misma ventana temporal, las expresiones 235 y 237 permiten obtener la dosis absorbida por medio de:

$$D(m, n) = C_k \int_k \Delta OD(m, n, k) dk \equiv C_k \Delta OD(m, n) \quad (237)$$

7.4.. Descomposición de campo mixto por técnica dosimétrica FriXy

El método dosimétrico, en términos de situaciones experimentales, se implementa por medio del procedimiento desarrollado a continuación. El punto de partida es la hipótesis de que la componente dosimétrica debida a neutrones térmicos y epitérmicos, que se denominará aquí $D_{nth\&epith}$ puede estimarse por medio de una combinación de mediciones experimentales, cada una de las cuales se corresponde con situaciones específicamente diseñadas para poner de manifiesto una u otra propiedad relevante del campo mixto.

En particular, el método permite operar por medio de algoritmos sobre las matrices correspondientes a mediciones de distribuciones de dosis debido a cada una de las componentes del campo mixto. En este marco, la componente debida a neutrones térmicos y epitérmicos $D_{nth\&epith}$ puede obtenerse; una vez realizados todos los procedimientos requeridos por la técnica FriXy como calibraciones, preirradiaciones, correcciones, etc; por medio de la sustracción de la componente gamma D_γ al dosímetro borado, y contabilizando la sensibilidad, que aquí se denominará S_{FriXy, n^0} , correspondiente para la calidad de radiación involucrada, en este caso neutrones de baja energías.

Por lo tanto, se obtiene:

$$\begin{aligned} D_{nth\&epith}(\vec{r}) &= S_{FriXy, n^0} \cdot [D_{dosim. 10B}(\vec{r}) - D_{dosim. stan.}(\vec{r})] \\ \Rightarrow D_{nth\&epith}(m, n) &= S_{FriXy, n^0} \cdot [D_{dosim. 10B}(m, n) - D_{dosim. stan.}(m, n)] \end{aligned} \quad (238)$$

En la práctica la operación se realiza pixel-a-pixel, para cada par (m, n) . La cantidad $D_{dosim. 10B}(m, n)$ representa la distribución de dosis correspondiente a la elaboración del material sensible del sistema dosimétrico con una cantidad de boro modificada, de hecho significativa mayor ya que es alterada según los requerimientos de cada caso, de modo que la presencia del isótopo ^{10}B de boro, produzca una capacidad efectiva de captura neutrónica en el material sensible, para el caso de las componentes térmicas y epitérmicas, de acuerdo con las propiedades de las secciones eficaces isotópicas. Por otro lado, la cantidad $D_{dosim. stan.}(m, n)$ se refiere a la matriz de distribución de dosis obtenida por mediciones utilizando dosímetros de Fricke gel en condiciones *standard*, es decir sin la incorporación de compuestos extra.

Para cualquier sistema dosimétrico, el factor de sensibilidad del material sensible para una dada y específica calidad de radiación, depende tanto de las propiedades del material como de las características de la calidad de radiación en consideración. La determinación estricta de la correlación entre el depósito de energía y la respuesta del sistema implica una convolución de efectos que resulta complejo de cuantificar separadamente. Por ello, en general, se utilizan modelos de expansión en serie y se aproxima por medio del término de orden 1, para disponer de un método relativamente sencillo. De este modo, la “función de sensibilidad” se reduce al “factor de sensibilidad”, y éste puede estimarse por medio de diferentes mecanismos, como mediciones experimentales cruzadas con otros métodos, simulaciones Monte Carlo o incluso métodos de química analítica. La técnica FriXy utiliza valores obtenidos por simulación Monte Carlo, en las que se consideran absolutamente todos los parámetros de relevancia, iniciando por el diseño completo del *core* del reactor y de la columna de moderación -como muestra la figura 31-, pasando por la salida del haz, el fantoma empleado y principalmente las composiciones química e isotópica exactas del material sensible.

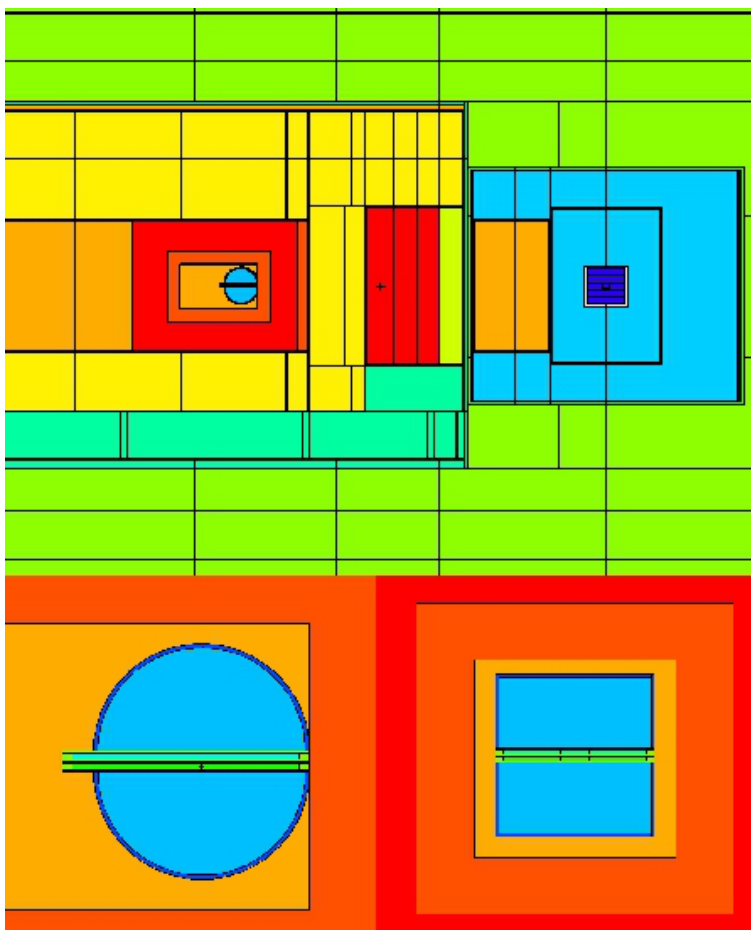


Figura 31. Esquema del reactor, *core* y columna con disposición de fantasmas y dosímetros.

Una de las propiedades más importantes para determinar la dosis, además del cálculo o medición de la energía, es obviamente la determinación de la masa, lo cual se obtiene a partir de la densidad del material sensible. Determinaciones precisas, sistemáticas y sucesivas durante el desarrollo de la técnica FriXy permiten conocer de modo suficientemente preciso la densidad para los materiales típicamente involucrados para la implementación. La tabla 5 reporta los valores medios para la densidad ρ de diferentes materiales de interés.

Material	Composición	ρ [gcm^{-3}]
Polietileno	C H ₂	0.92
Poliestireno	C ₈ H ₈	1.04
Matriz fantoma <i>standard</i>	H ₂ O + 4 % de C ₁₂ H ₁₈ O ₉	1.08
Matriz fantoma borado	H ₂ O + 4 % C ₁₂ H ₁₈ O ₉ + 13ppm ¹⁰ B	1.08
Fricke gel <i>standard</i>	Reservada	1.013
Fricke gel borado ⁶⁵ (36ppm ¹⁰ B)	Reservada	1.013

Cuadro 5. Densidad de materiales de interés para dosimetría de campo mixto en BNCT.

Los factores de sensibilidad se determinan utilizando técnicas de cálculo o medición o simulación numérica que permitan recavar información de índole relativa. Es decir, para cada material sensible, se calcula la sensibilidad relativa a una calidad de radiación empleada como referencia. Si bien se trata de un método no convencional, por recomendaciones de protocolos internacionales para dosimetría convencional -y, por supuesto, por motivos físicos involucrados- se utiliza el haz de ⁶⁰Co como calidad de referencia. Por tanto, en lugar de determinarse $S_{FriXy,i}$, se calcula $\frac{S_{FriXy,i}}{S_{FriXy,^{60}Co}}$ para cada calidad de radiación i .

El método FriXy para la descomposición dosimétrica del campo mixto requiere la caracterización de la respuesta de cada tipo de material sensible a la dosis suministrada. Es decir, deben determinarse los factores de calibración introducidos en la expresión 237 dados, típicamente, por:

$$C_i^{-1} = \langle C_i^{-1} \rangle \pm \sigma_{C_i^{-1}} \quad (239)$$

donde el índice i indica el material sensible de tipo i y el valor medio $\langle C_i^{-1} \rangle$ e incerteza $\sigma_{C_i^{-1}}$ en la determinación del coeficiente de sensibilidad se obtienen, experimentalmente por propagación de errores del procedimiento, en cálculos numéricos por dispersiones estadísticas, y en cálculos analíticos por las aproximaciones e incertezas en los parámetros introducidos. El método FriXy implementa un procedimiento de mediciones experimentales, a partir de las cuales puede realizarse calibración cruzada, o bien recurrir a la dosimetría de Fricke absoluta, de modo que puedan obtenerse las respuestas del dosímetro para valores de dosis conocidos. De este modo, y respetandola condición de trabajar dentro del rango de validez de linealidad del detector, tal como se expone en la sección 2., los coeficientes de calibración se obtienen de regresiones lineales a partir de mediciones experimentales.

La técnica FriXy permite también caracterizar otras componentes del campo mixto. Por ejemplificar, la componente de neutrones rápidos, que no representa un aporte en términos terapéuticos sino lo contrario, puede estimarse utilizando variaciones de la composición isotópica del material sensible. En este caso, se varía la composición isotópica del agua empleada para la elaboración del material sensible. Utilizando agua pesada D_2O , que consiste en una composición con mayor concentración de relativa de 2H (o deuterio simbolizado por D) en la formación de las moléculas de agua. Es decir, se modifica la composición natural del agua H_2O , donde la distribución de los isótopos 1H , 2H y 3H se corresponden con la abundancia natural, para generar agua cuya concentración relativa de 2H se vea significativamente aumentada respecto del caso natural. Debido a las importantes diferencias entre secciones eficaces que presentan los isótopos 1H , 2H y 3H para neutrones rápidos, como muestra la figura 32, pueden establecerse correlaciones entre la dosis neta en cada material sensible según la composición isotópica del agua utilizada. De este modo, siguiendo un procedimiento análogo al ya expuesto para caracterizar cada una de las componentes del campo mixto.

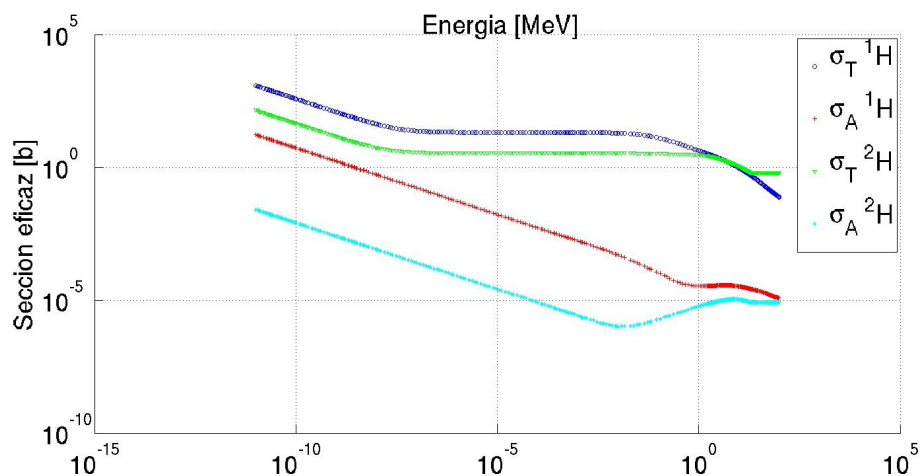


Figura 32. Sección eficaz total (σ_T) y de absorción (σ_A) para los isótopos 1H y 2H .

7.5.. Elementos de radiobiología y cálculo de dosis equivalente para campo mixto

Los efectos biológicos de la radiación no dependen sólo de cantidades físicas como la dosis y tipo de radiación, sino también de las características propias de las células irradiadas, ya sea que forman un órgano o tejidos. Mientras la determinación de la energía entregada por la radiación incidente es un problema relativamente simple en física, la valoración de los efectos biológicos es seguramente una situación mucho más compleja. Se han propuesto diferentes modelos a tal fin, siendo la “Efectividad Biológica Relativa” (*Relative Biological Effectiveness*, RBE) el modelo más establecido [*National Committee on Radiation Protection*]. Se propone, la evaluación conveniente de la composición entre cantidades físicas y

RBE:

$$1Rem \equiv 1Rep \times 1RBE \quad (240)$$

En el sistema internacional de unidades $1Rem \equiv 93 \frac{erg}{g}$ y el parámetro RBE puede tomarse de datos experimentales y/o modelos biológicos y Rem representa el efecto biológico denominado “*Roentgen equivalent man*”.

El parámetro de equivalencia depende de la calidad de radiación, y del tipo de tejido. Aunque, valores aproximados se muestran en la tabla 6.

Tipo de radiación	RBE
Neutrones	de 5 a 20 [†]
⁴ He	20
Iones pesados	> 20
Electrones	1
Fotones gamma y rayos X	1

Cuadro 6. Valores típicos de factores relativos de peso *Relative Biological Effectiveness RBE* en referencia al ⁶⁰Co. [[†]Depende fuertemente de la energía].

MÓDULO VIII

Práctico de Laboratorio II

8.. Módulo VIII: Práctico de Laboratorio II: Distribución de dosis para campo conformado

El capítulo 8. está dedicado al trabajo práctico de laboratorio II cuyo objetivo se focaliza en las técnicas de dosimetría no convencional. En particular se aborda el manejo de dosimetría en medio agua-equivalente usando Fricke gel para mediciones de distribución de dosis de carácter bidimensional.

8.1.. Elaboración de dosímetro a gel de Fricke

Objetivos:

1. Elementos básicos de química y descripción de elementos para el proceso de elaboración del dosímetro.
2. Manejo de equipos y elementos de laboratorio para elaboración y almacenamiento de dosímetros.

8.2.. Análisis óptico del detector

Objetivos:

1. Repaso de conceptos básicos de óptica clásica.
2. Descripción del funcionamiento y manejo del sistema de análisis óptico por transmisión y espectrofotométrico.

8.3.. Determinación de distribuciones de dosis en campo conformado

Objetivos:

1. Diseño del *set up* experimental para fantoma/s e inserción de dosímetros.
2. Caracterización dosimétrica de la configuración de irradiación.
3. Diseño e implementación de un método de colimación para conformar el campo y modular la intensidad del mismo.
4. Montaje experimental y realización de mediciones de dosimetría Fricke gel con análisis óptico.
5. Análisis óptico 2D y caracterización espectrofotométrica del material sensible del dosímetro.

8.4.. Complementación con simulaciones Monte Carlo

Objetivos:

1. Implementar el método Monte Carlo para complementar las tareas experimentales.

MÓDULO IX

Nociones básicas en medicina nuclear y dosimetría interna

9.. Módulo IX: Nociones básicas en medicina nuclear y dosimetría interna

El *Capítulo 9.* presenta una descripción simplificada sobre los conceptos básicos en el campo de la dosimetría interna y medicina nuclear en general.

Se introduce resumidamente definiciones sobre biología celular, en aspectos de cierta relevancia a fines radiobiológicos. Se incluye también la exposición de modelos y contenidos desarrollados en Protocolos Internacionales de dosimetría interna.

9.1.. Radionucleidos: producción y caracterización

Originalmente los primeros usos de radiofármacos para aplicaciones clínicas en medicina nuclear utilizaron sales radioactivas, como yoduro (con carga de ^{131}I) y fosfatos (con carga ^{32}P). Estas sales se encuentran en estado natural y la carga depende de la abundancia relativa.

La radiofarmacia es la rama dedicada al desarrollo, producción y comercialización de los radiofármacos, que son los compuestos que contienen isótopos radiactivos para emplearse en radiodiagnóstico, seguimiento y/o terapia de patologías.

9.1.1.. Actividad y dosis equivalente

Dado que la cantidad de átomos de una sustancia que decae es un número discreto, los modelos continuos desarrollados en las secciones anteriores resultan ser una buena aproximación, particularmente válida en el límite de un gran número de átomos, pero debe tenerse en cuenta que se trata de un problema de carácter *discreto*.

Considerando una sustancia de vida media extremadamente larga que emite $\langle n \rangle$ partículas por segundo: la probabilidad de emitir n partículas en un dado intervalo de 1 segundo ($P(n)$) está dada por la fórmula de Poisson⁶⁶:

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \quad (241)$$

La condición de normalización puede calcularse de la ecuación 241 como sigue:

$$\sum_0^{\infty} P(n) = e^{-\langle n \rangle} \sum_0^{\infty} \frac{\langle n \rangle^n}{n!} = 1 \quad (242)$$

ya que resulta inmediato identificar el término de la sumatoria en ecuación 242 como el desarrollo en serie de $e^{\langle n \rangle}$.

⁶⁶Resultado que puede obtenerse dividiendo al intervalo de tiempo de 1 segundo en K subintervalos y tomando el límite $K \rightarrow \infty$.

En la aproximación continua la distribución de probabilidad $P(n)$ resulta normal (Gausiana), dada por:

$$P(n) = \frac{e^{-(n-\langle n \rangle)^2/2\langle n \rangle}}{\sqrt{(2\pi\langle n \rangle)}} \quad (243)$$

Y, considerando:

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (244)$$

Se obtiene la normalización:

$$\int_0^\infty P(n) dn = 1 \quad (245)$$

De manera análoga se calcula la desviación standard:

$$\sigma = \sqrt{\langle n \rangle} \quad (246)$$

La cantidad de átomos que se desintegran por segundo en una dada substancia radioactiva se conoce como “*actividad*” de la muestra. Generalmente, la actividad se mide en “Curie” (Ci) que equivale a $3,7 \times 10^{10}$ desintegraciones por segundo.

Otra manera de definir la unidad de radioactividad es a través de los efectos de la radiación. En este sentido, se introduce el concepto de “*equivalente a 1 gramo de radio*” entendido como que, bajo ciertas condiciones de filtrado de rayos gamma (5mm de Pb), la ionización producida por la muestra en el instrumento de medición sea la misma correspondiente a 1g de radio.

Sin embargo, los efectos biológicos de la radiación no dependen sólo de cantidades físicas como la dosis y tipo de radiación, sino también de las características propias de las células irradiadas, ya sea que forman un órgano o tejidos.

Mientras la determinación de la energía entregada por la radiación incidente es un problema relativamente simple en física, la valoración de los efectos biológicos es seguramente una situación mucho más compleja. Se han propuesto diferentes modelos a tal fin, siendo la “Efectividad Biológica Relativa” (*Relative Biological Effectiveness*, RBE) el modelo más difundido [*National Committee on Radiation Protection*].

Se propone, tal como se indicó en la expresión 240, la evaluación conveniente de la composición entre cantidades físicas y RBE: $1Rem \equiv 1Rep \times 1RBE$, con $1Rep \equiv 93 \frac{erg}{g}$ y el parámetro RBE puede tomarse de datos experimentales y/o modelos biológicos, como indica la tabla 6.

9.1.2.. Máquinas para producción de radiofármacos

Actualmente, los radionucleidos utilizados para medicina nuclear no existen en la naturaleza, por tanto son obtenidos mediante reacciones nucleares o bien desintegración radiactiva de los isótopos antecesores en el *branch* (rama) correspondientes. En este sentido, las tecnologías empleadas son:

- **Aceleradores:** Se utilizan aceleradores lineales o cíclicos. Las reacciones son producidas por colisiones de núcleos de ^1H , ^2H y ^4He acelerados a altas energías. La gran mayoría de los aceleradores comerciales utilizan haces de ^1H y se clasifican según la energía a la cual son capaces de acelerar los protones: *Aceleradores baby*: energía ≈ 10 -13 MeV, *acelerador medium*: ≈ 16 -22 MeV y *acelerador big*: $\gtrsim 30$ MeV. Para la producción de radioisótopos en aceleradores comerciales puede estimarse la actividad A del radioisótopo producido por impacto en el blanco, por medio de la expresión 247:

$$A(t) = \sigma \phi N (1 - e^{-\lambda t}) \quad (247)$$

donde σ es la sección eficaz, en unidades de barns, N es la cantidad de átomos en el blanco irradiado, ϕ es la tasa de flujo de partículas, en $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, t es el tiempo de irradiación y λ es la constante de desintegración ($\lambda \equiv \frac{\ln(2)}{\tau}$).

De este modo, la actividad A que expresada en Becquerel (Bq) que equivale a una desintegración por segundo.

- **Generadores:** Los generadores de radioisótopos se utilizan para generar un cierto radioisótopo a partir de su precesor, como consecuencia del establecimiento del equilibrio radiactivo. Algunos ejemplos son: $^{99}\text{Mo} \rightarrow ^{99}\text{Tc}$, [*branch* β^- , $\tau = 66\text{h}$]. $^{90}\text{Sr} \rightarrow ^{90}\text{Y}$, [*branch* β^- , $\tau = 90\text{y}$].
- **Reactores:** La reacción de fisión producida en el *core* genera el flujo de neutrones primario que es utilizado posteriormente para producir reacciones secundarias (de tipo (n^0, γ) , (n^0, p^+) , $(2n^0, \gamma)$, entre otras) que dan lugar a la generación de diferentes tipos de radioisótopos. Por ejemplo: $^{130}\text{Tc} (n^0, \gamma) ^{131}\text{Tc} \rightarrow ^{131}\text{I}$, [*branch* β^- , $\tau = 1500\text{s}$]. Dentro de reactores nucleares, mediante fisión del ^{235}U pueden obtenerse, aproximadamente, 350 radionucleidos diferentes, correspondientes a más de la mitad de los elementos de la tabla periódica.

Actualmente, algunos de los isótopos que se utilizan para preparación de diferentes radioisótopos para diagnóstico y/o terapia, son:

Radioisótopo	τ	Emisión
^{67}Ga	3.26 d	93.3 keV (CE 37.9 %) 184.5 keV (CI 20.9 %) 300.2 keV (γ 16.8 %)
^{123}I	13.2 h	93.3 keV 158.9 keV (γ)
^{131}I	8.02 d	364.5 keV (γ 81.2 %)
^{111}In	2.81 d	171.3 keV (CE 90.9 %) 245.4 keV (γ 94.0 %)
^{99}Tc	6.0 h	140.5 keV (TI 90.9 %)
^{18}F	110 min	511 keV (CE γ)

Cuadro 7. Radioisótopos típicamente utilizados para diagnóstico en medicina nuclear.

Luego, a partir de la década de 1980, aproximadamente, se consiguió controlar de modo eficiente la producción de ^{99}Tc por medio de ciclotrones.

Radioisótopo	τ	Emisión
^{32}P	14.3 d	695 keV (β^-)
^{89}Sr	50.5 d	583 keV (β^-)
^{90}Y	2.7 d	935 keV (β^-)
^{153}Sm	1.9 d	225 keV (β^-) ($E_\gamma = 103$ keV, 28 %)
^{212}Bi	7.2 h	5.87 MeV (α) ($E_\gamma = 79$ keV, 21.3 %)

Cuadro 8. Radioisótopos potencialmente útiles para terapia en medicina nuclear.

Este avance permitió desarrollar técnicas para la captación de radiofármacos en los órganos *target* y *source* utilizando sistemas coloidales (sistemas químicos compuestos por dos fases: la primera un fluido y la segunda dispersa en forma de partículas de tamaño medio, mesoscópico) o mecanismos basados en los ácido dietilentriaminopentacético (DTPA), como ^{99}Tc -DTPA o ácido dimercaptosuccínico (DMSA) como ^{99}Tc - DMSA. Para la década de 1990, aproximadamente, se dispuso de marcos conceptuales para sentar las bases de radiobiología y radiofarmacología.

Se inició el desarrollo de *radiotracers* orientados a “marcar” y caracterizar grupos específicos de células. De este modo fueron desarrolladas las técnicas AcMo y de péptidos (sistemas orgánicos de características de gen formados por moléculas cuyas estructuras asemejan a las proteínas, pero de cadenas más cortas y, por tanto, más livianas).

9.2.. Dosis efectiva, transferencia lineal de energía (LET)

La conversión en dosis efectiva D_{ef} , a partir de la fluencia puede calcularse a partir de la dosis absorbida por unidad de fluencia en cada órgano o tejido (D_T), utilizando los correspondientes factores de conversión y los valores de los parámetros w_T y w_R según definiciones del ICRP:

$$D_{ef} = \sum_T w_T H_T = w_R \sum_T w_T D_T \quad (248)$$

donde H_T es la dosis equivalente en el órgano o tejido T , por unidad de fluencia.

Los valores numéricos para w_R para haces de iones es alrededor de 20. Puede también introducirse una distinción según los factores de calidad ($Q(L)$ y $Q(y)$) del haz de iones, de acuerdo con el LET de (*Linear Energy Transfer*) la radiación, que es un estimador de la cantidad de energía “efectivamente depositada” por la radiación en el medio material asumido continuo, por unidad de camino de penetración (la LET depende de la calidad de la radiación y de las propiedades del medio material irradiado). De acuerdo con las definiciones del ICRP, resulta:

$$H_{T,j} = D_T \int_L Q(L) d_T DL \quad j = T, y \quad (249)$$

y las densidades de probabilidad para la dosis absorbida en un órgano o tejido $d_T(L)$ y $d_T(y)$ satisfacen:

$$\int_0^\infty d_T(j) dj = 1 \quad j = L, y \quad (250)$$

Así los factores de conversión, basados en los parámetros de calidad del haz de iones, resultan:

$$H_{T,j} = \sum_T w_T H_{T,j} \quad j = L, y \quad (251)$$

Finalmente, los factores medios de calidad promediados para el cuerpo humano (*human-body-averaged nmean quality factors*) $q_{D_{ef},j}$, se obtienen de:

$$q_{D_{ef},j} = \frac{H_{D_{ef},j}}{\sum_T D_T} \quad j = L, y \quad (252)$$

9.3.. Elementos de biología celular y daño biológico

A continuación se presentan algunos elementos y conceptos básicos sobre fisiología celular y radiobiología.

9.3.1.. La escala del tiempo de los efectos en radiobiología

La irradiación de cualquier sistema biológico genera una sucesión de procesos que difieren entre sí enormemente en la escala del tiempo. Puede observarse en la Figura 33, un esquema de los procesos involucrados, divididos en tres fases:

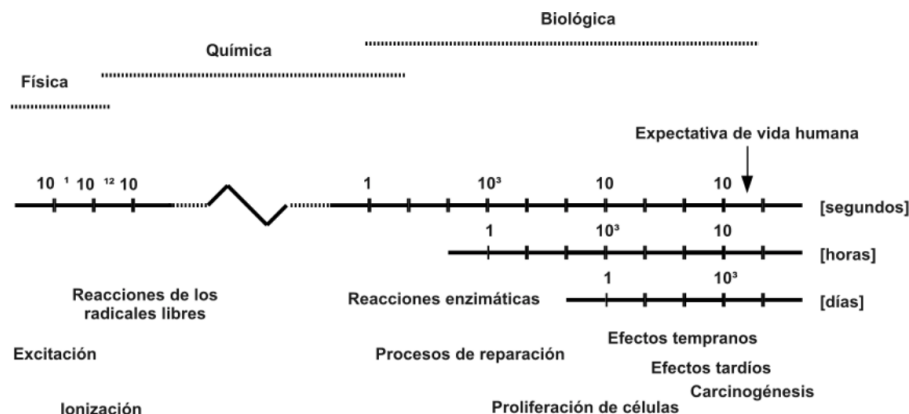


Figura 33. Esquema de combinación de procesos involucrados en irradiación de sistemas biológicos

Fase física

Cronológicamente, la primera etapa es la fase física la cual consiste de las interacciones entre las partículas cargadas y los átomos que constituyen el tejido.

Una vez producida la ionización se generan 2 productos, un ión pesado que es el átomo original ionizado y el electrón que es eyectado y lleva consigo energía cinética. Este tipo de electrones se denominan “electrones rápidos” y tardan aproximadamente $10^{-18}s$ en atravesar una molécula de ADN y alrededor de $10^{-14}s$ en atravesar una célula mamaria, por ejemplo.

Los electrones rápidos producto de ionizaciones provienen principalmente de electrones orbitales originalmente en los átomos del tejido que fueron eyectados en procesos de ionización (directa por parte de la radiación electromagnética incidente) en los cuales, además, pueden producirse transiciones a otros a niveles superiores de energía dentro del átomo o molécula. Sin embargo, existen también electrones denominados “secundarios” que son generados en la cascada electrónica por colisiones de los electrones producidos en ionizaciones directas. Estos electrones secundarios aportan también al proceso de interacción por el cual se provoca daño celular. Si estos electrones secundarios son suficientemente energéticos, el proceso de ionización/excitación puede repetirse sobre otros átomos o moléculas.

Fase química

Esta fase describe el período en el cual los átomos y moléculas dañados reaccionan con otros componentes celulares en una reacción química “rápida”.

La ionización y la excitación conducen a la ruptura de las ligaduras químicas y a la formación de “radicales libres”. Éstos son fuertemente reactivos y producen una sucesión de reacciones que llevan eventualmente al restablecimiento del equilibrio de las cargas electrónicas. Las reacciones de los radicales libres se completan en aproximadamente *1ms* de exposición de la radiación.

Fase biológica

Esta fase incluye todos los procesos posteriores. Empieza con las reacciones enzimáticas que actúan sobre el daño químico residual. La mayoría de las lesiones, como las del ADN, son reparadas exitosamente, pero algunas pocas fallan en repararse y son justamente éstas las que conducen a la muerte de la célula.

Las células toman tiempo en morir, y en realidad, después de pequeñas dosis de radiación pueden producir divisiones mitóticas⁶⁷ antes de la muerte celular definitiva.

9.4.. Respuesta de tejido normal y el tejido tumoral ante la exposición de la radiación

Uno de los principales objetivos de la radiobiología consiste en estudiar y caracterizar el efecto de la radiación en los pacientes a lo largo del tratamiento, e incluso posterior a éste, durante semanas, meses y años. Los efectos de la radiación ionizante se manifiestan tanto en los tejidos tumorales como en los tejidos sanos que fueron expuestos a la radiación durante el tratamiento. La respuesta a la radiación ionizante por parte del tejido tumoral se analiza en términos de *regresión*, frecuentemente seguido por *regeneración* (o recurrencia), pero puede ocurrir también -y es esta situación justamente la que resulta útil para la terapia- que fallen los mecanismos de regeneración de las células que conforman el tejido tumoral y lograr así lo que podría considerarse cura, o expresado correctamente, control local de la enfermedad.

Por su parte, los tejidos sanos, también denominados normales, presentan efectos a la radiación ionizante. Estos efecto-respuestas varían desde leves molestias hasta complicaciones que pueden colocar en serio peligro al paciente. Sin embargo, debe destacarse que

⁶⁷Las divisiones mitóticas se refieren al proceso de **mitosis** que ocurre en el núcleo de las células y consistente en repartir el material hereditario (ADN) antes de la muerte celular. La mitosis es el proceso que antecede inmediatamente a la división celular.

uno de los fundamentos básicos de la terapia de radiaciones es que la velocidad de respuesta asociada a capacidad de reparación de daño y regeneración por parte de tejidos sanos es significativamente mayor a la velocidad de respuesta de tejido tumoral.

Por ello, la inmensa mayoría de los tratamientos radioterapéuticos se practican en varias sesiones fraccionando así la dosis en total en pequeñas dosis diarias, lo cual favorece la terapia gracias a las diferentes velocidades de respuesta entre tejidos sanos y tumorales. Por lo tanto, resulta de vital importancia disponer de mecanismos para determinar cuantitativamente la respuesta de los diferentes tejidos al exponerlos a radiación ionizante. De manera genérica, para este fin existen tres tipos de ensayos generales para medir la respuesta:

- *Conteo de los efectos gruesos en el tejido:* es posible graduar la gravedad del daño a un tejido usando una escala arbitraria. En tejidos superficiales, este enfoque ha sido de gran utilidad al permitir determinar las relaciones de isoefectos.
- *Pruebas en la función tejido:* para algunos tejidos, las pruebas funcionales permiten documentar los efectos de la radiación.
- *Pruebas clonogénicas:* en algunos tumores y tejidos normales, ha sido posible desarrollar métodos por medio de los cuales se derivan los cambios en la colonia de células después de la irradiación de una sola de ellas. Esto es particularmente importante en tumores porque la regeneración de un tumor después de un tratamiento sub-curativo es causada por la proliferación de un pequeño número de células tumorales que retienen la capacidad de formar una colonia.

9.5.. Daño en el ADN por radiaciones ionizantes (y otras fuentes)

La radiación ionizante (a veces denominada *IR* por las siglas en inglés) consiste de radiaciones capaces de ionizar la materia irradiada, tal como se describió anteriormente. En la práctica radioterapéutica, el tipo de radiación más utilizado es radiación electromagnética, o fotones, para impartir tratamiento a los pacientes. La energía típica de los fotones producidos por los aceleradores lineales de 4 – 25MV que se pueden encontrar en los departamentos dedicados a la radioterapia, va desde menos de 100 keV hasta algunos MeV (cuyo máximo lo determina la máquina usada).

De su propio nombre puede deducirse que el principal efecto de daño de este tipo de radiación es su capacidad para ionizar o eyectar electrones de las moléculas contenidas en las células. La mayoría de los fotones producidos por los aceleradores lineales tienen la energía suficiente como para causar estas ionizaciones. Debido a que los fotones son indirectamente ionizantes, resulta que el mayor daño biológico, sin embargo, es causado por los electrones eyectados, que provocan otras ionizaciones en las moléculas con las que colisionan. Al final del recorrido de estos electrones, las interacciones con otras moléculas se vuelven más frecuentes, dando lugar a *clusters* (cúmulos o aglomeraciones) de ionización. La forma y densidad de las ionizaciones y su relación con el tamaño de la doble hélice de la cadena de ADN puede caracterizarse con precisión. Los *clusters* son los sitios o regiones donde ocurren varias ionizaciones dentro de algunos pares de ADN. Estos *clusters* son la característica principal de la radiación ionizante, en contraste con otras formas de radiación como la UV o como las drogas que dañan el ADN como los inhibidores de la topoisomerasa.

9.6.. Dosimetría interna con el método MIRD y cálculo de factores S

El procedimiento básico para la dosimetría interna siguiendo los Protocolos MIRD (*Medical Internal radiation Dose*) consiste en determinar la dosis que absorbe un cierto órgano denominado *target* cuando uno o más de los órganos, denominados *source*, emiten radiación.

Por supuesto, el *target* puede coincidir con el *source*, lo que constituye autoirradiación. A continuación se describen, conceptualmente, los principales pasos requeridos para los casos más sencillos de dosimetría interna:

1. Determinación de la cantidad total de actividad y el tiempo de evolución radioactiva en el/los órgano/s *source*.
2. Se calcula la cantidad total de energía emitida por radioactividad del/ de los órgano/s *source*.
3. Se determina la fracción de energía, emitida por *source*, que será efectivamente absorbida en el/los órgano/s *target*.

Cada uno de estos pasos involucra modelos, diferentes teorías, e incluso aproximaciones (inevitables) tanto físicas como radiobiológicas.

Los modelos canónicos o convencionales, como los desarrollados para los Protocolos Internacionales utilizan aproximaciones basadas en condiciones *standard* que resultan prácticas pero que, en líneas generales, se alejan de la situación específica de cada paciente en particular.

Por ello, actualmente existen diferentes líneas de investigación orientadas al desarrollo de marco teórico y plataformas para resolver de manera optimizada las dificultades derivadas de necesidades paciente-específico en dosimetría interna. La actividad acumulada $\tilde{A}$ se obtiene a partir de la actividad A y del tiempo transcurrido $\tilde{A} = \int A(t) dt$. En unidades SI $[\tilde{A}] = \text{Bq s}$, aunque la unidad tradicional es $\mu\text{Ci h}$. Por tanto, la actividad acumulada es la medida de la cantidad total de desintegraciones ocurridas durante el intervalo de tiempo en consideración.

Cada *radiotracer* tiene sus características propias, y cada paciente a su vez también, para la distribución temporal de actividad, debido al modo de suministro, la captación *uptake*, eliminación *clearance* y excreción *excretion*. En un sentido estricto, la actividad acumulada debe ser calculada según:

$$\tilde{A} = \int_{\mathbb{R}^+} A(t) dt \quad (253)$$

Para estimar la dosis entregada por un cierto *radiotracer*, en un cierto órgano *target* es necesario determinar (estimar) curvas de evolución temporal de la actividad. Este tipo de información puede obtenerse, por ejemplo, por medio de datos experimentales en modelos animales. Una vez conocida $\tilde{A}$, debe calcularse la energía emitida por esta actividad. La energía emitida por unidad de actividad acumulada se denomina *equilibrium absorbed dose constant* Δ , el cual debe calcularse para cada tipo de calidad de *radiotracer* a partir de:

$$\Delta_k = 1,6 \times 10^{-13} N_k E_k [\text{Gy kg Bq}^{-1} \text{s}^{-1}] \quad (254)$$

donde el índice k designa el k -ésimo canal de emisión, N_k y E_k son la probabilidad (frecuencia) relativa y energía del canal correspondiente; respectivamente.

Transformando a unidades tradicionales, se tiene: $\Delta_k = 2,136 N_k E_k [\text{rad g } \mu\text{Ci}^{-1} \text{ h}^{-1}]$. Conocida la actividad total acumulada $\tilde{A}$ y el *equilibrium absorbed dose constant* Δ se requiere calcular la fracción de absorción (ϕ_{abs}) que representa la fracción de la emergía total emitida por *source* que es efectivamente absorbida en *target*. El modelo MIRD introduce la notación $\phi_{abs}^i(r_k \leftarrow r_h)$ para indicar la fracción de energía emitida por el órgano (o región) *source*, r_h , que es absorbida por el órgano (o región) *target*, r_k ; correspondiente a la i -ésima componente de emisión.

Por tanto, la enegía total absorbida por un cierto órgano se obtiene a partir de:

$$E_T[\text{Gykg}] = \tilde{A} \sum_i \phi_{abs}^i(r_k \leftarrow r_h) \Delta_i \quad (255)$$

Entonces, finalmente, la dosis absorbida en cada *target*, debido a la presencia de cada *source*, en unidades SI está dada por:

$$\bar{D}(r_k \leftarrow r_h) = \frac{\tilde{A}}{m_{target}} \sum_i \phi_{abs}^i(r_k \leftarrow r_h) \Delta_i \quad (256)$$

Los valores de ϕ_{abs} y m_{target} pueden obtenerse a partir de modelos humanoides antropomórficos, que incorporan “estructuras orgánicas promedio”. Además, están en desarrollo método *ad hoc* para introducir “correcciones” a m_{target} para situaciones paciente-específico. Para simplificar los cálculos se introducen los *S-factors* ($S(r_k \leftarrow r_h)$) definidos del siguiente modo:

$$S(r_k \leftarrow r_h) \equiv \frac{1}{m_{target}} \sum_i \phi_{abs}^i(r_k \leftarrow r_h) \Delta_i \quad (257)$$

Los *S-factors* determinan la dosis media por unidad de actividad acumulada. Y se dispone de datos tabulados para $S(r_k \leftarrow r_h)$, basados siempre en modelos humanoides y simplificaciones en el transporte de radiación.

Sin embargo, el formalismo disponible en este campo es aún significativamente plausible de mejorías substanciales que deriven de teorías y modelos más elaborados y sofisticados para aumentar el grado de realismo y alcanzar una capacidad de cálculo de alta precisión y paciente-específico.

MÓDULO X

Práctico de Laboratorio III

10.. Práctico de Laboratorio III: Distribución 3D de dosis en medicina nuclear

El trabajo práctico del laboratorio III está orientado a aplicaciones de cálculo dosimétrico en el campo de medicina nuclear. En este tipo de prácticas se realizan para procedimientos tanto de diagnóstico como terapia, de práctica. Las técnicas dosimétricas por medio de cálculo numérico son una de las herramientas fundamentales para dosimetría en este campo.

10.1.. Adaptación y aplicación de rutinas Monte Carlo

Realizar una revisión general sobre los métodos y rutinas que se utilizará para la experiencia. Describir los componentes necesarios para la ejecución del cálculo numérico, estableciendo el vínculo con los parámetros físicos en cada situación de interés.

10.2.. Cálculo dosimétrico: Determinación de distribuciones de dosis a partir de *kernels*

- Calcular *kernels* de dosis asociados a fuentes puntuales de emisión. Estudiar el concepto de *Dose Point Kernel DPK* de acuerdo con la bibliografía *Dosimetry for Beta-Emitter Radionuclides by Means of Monte Carlo Simulations* para el caso de una fuente de decaimiento β^- de 1MeV y una fuente de decaimiento γ de 1MeV. Analizar y discutir los resultados.
- Determinar las componentes debido al flujo primario y al *scattering* para los casos del ítem anterior utilizando la base teórica de la bibliografía *Primary and scattering contributions to beta scaled dose point kernels by means of Monte Carlo simulations*. Analizar y discutir los resultados.
- Utilizar la información obtenida en los ítems precedentes para determinar la dosis absorbida (relativa) en un pequeño volumen centrado en el punto (0, 0, 1cm) dentro de un fantoma agua-equivalente esférico de radio 2cm centrado en el origen que contiene 3 fuentes puntuales ubicadas en las posiciones (0, 0, 0), (0, 0, 0.5cm) y (0, 0, -0.5cm) con emisión γ de 1MeV. Repetir para el caso de emisión β^- .
- Descripción de un sistema de cálculo de tipo *full stochastic*, determinístico e híbrido para dosimetría a nivel voxel.
- Descripción del procedimiento de dosimetría planar y estudio de evolución fisiometabólica.

10.3.. Dosimetría a nivel órgano utilizando fantoma antropomórfico

Revisión del concepto y diseño de fantasmas antropomórficos para simulación Monte Carlo.

1. Calcular la dosis absorbida en cualquier órgano seleccionado como *target* activando de modo uniforme cualquier órgano *source* con una fuente de emisión γ monocromática de 1MeV. Analizar y discutir los resultados.
2. Aplicar un kernel de emisor β^- a una geometría de fantoma antropomórfico de cabeza "sobre-simplificado" (cilindro, por ejemplo) modelando una distribución altamente localizada (alta captación). Analizar y discutir los resultados.

MÓDULO XI

***Imaging* médico: nociones básicas**

11.. Módulo XI: *Imaging* médico: nociones básicas

El capítulo 11. está dedicado a introducir algunos de los elementos fundamentales sobre las técnicas de diagnóstico por imágenes en medicina. Se exponen brevemente conceptos generales relativos a procesos físicos involucrados en la formación de imágenes radiológicas y las modalidades asociadas para la obtención y posterior procesamiento de imágenes médicas. Se incluyen criterios y parámetros *standard* y subjetivos orientados a la determinación de la calidad de imagen. Se desarrollan temáticas focalizadas en *imaging* morfológico y funcional abarcando así aplicaciones en radiodiagnóstico anatómico y técnicas metabólicas en medicina nuclear. Se describen las características principales de algunos métodos y algoritmos para la reconstrucción tomográfica en radiología.

11.1.. Introducción

El procesamiento de imágenes puede interpretarse como una modalidad de procesamiento digital en dos dimensiones orientada a revelar información sobre las imágenes en consideración obtenidas por medio de *hardware*, *software* y soportes asociados.

Una imagen puede ser definida como una función bidimensional $I(x,y)$ para las coordenadas espaciales x e y , *i.e.* $I(x,y)$ es la amplitud o intensidad de la señal en las coordenadas (x,y) . La asociación se realiza vinculando la intensidad con el nivel de gris en la imagen.

Una imagen *digital* se refiere al caso en que I , x e y sean cantidades finitas y discretas. En este sentido, las imágenes digitales están compuestas por un número finito de elementos, que se corresponde cada uno de los cuales a un cierto valor de intensidad y una posición (coordenadas) particular que se denominan *pixels*.

Existen clasificaciones para los diferentes tipos de procesamientos que pueden realizarse a imágenes digitales. Básicamente, se agrupan del siguiente modo:

- Procesos de nivel alto: Destinados a localización e interpretación del conjunto de objetos encontrados, análisis de la imagen y realización de procesos y funciones cognitivas asociadas al sentido de la visión.
- Procesos de nivel medio: Principalmente orientados a segmentación (regiones, objetos), descripción de objetos, clasificación para determinar los atributos de los objetos, como bordes, contornos, identidades de objetos individuales.
- Procesos de bajo nivel: Dirigidos a operaciones sencillas como reducción de ruido, realce de contraste y determinación de algunas características de la imagen.

Formalmente, una imagen digital monocromática puede definirse considerando la matriz asociada a $I(x,y)$ cuyos índices de filas y columnas quedan determinados por los valores máximos y mínimos de x e y , *i.e.* $x \in [x_{min}, x_{max}]$ e $y \in [y_{min}, y_{max}]$; así como el ancho de pixel, $\Delta x \times \Delta y$.

Por motivos operativos, para aprovechar el uso de PC para el cálculo del procesamiento de imágenes, el valor de intensidad (o nivel de brillo) de cada pixel está cuantizado en

códigos binarios⁶⁸. Por tanto, el número de niveles de cuantización se determina según:

$$I(x,y) \in [0, (2^N - 1)] \quad (258)$$

N es la cantidad de bits que son requeridos para la muestra de interés, por ejemplo: 8bits equivale a un rango dinámico de $[0, 255]$.

11.2.. Contraste, ruido, resolución y calidad de imágenes digitales

La resolución espacial se refiere al grado con que se describen los detalles en la imagen, puede ser borroso o detallista. También se utiliza el concepto aplicado a la capacidad del instrumento de *imaging* para proveer esa calidad en los detalles. En el caso particular de las técnicas de imaging de medicina nuclear, la resolución espacial resulta ser menor a la correspondiente a las técnicas anatómicas como fotografías o imágenes por radiografías. Varios factores influyen para el deterioro de la resolución espacial:

Resolución de colimación. Es, tal vez, el principal factor limitante para la calidad en resolución espacial de las imágenes en medicina nuclear. Debido a que el diámetro de los huecos de los colimadores, debe ser relativamente grande para obtener eficiencia de colimación aceptable, se produce un efecto de *blurring* (difusión o borrosidad) en la imagen⁶⁹. La resolución de colimación también depende de la distancia fuente-detector. Resolución intrínseca. Depende de las características específicas del sistema de detección. En el caso particular de las cámaras de Anger⁷⁰ la limitación principal se debe a la detección de los fotones visibles en los tubos fotomultiplicadores. La resolución intrínseca es una función de la energía del rayo γ , generalmente siendo más pobre para energías bajas.

Calidad de imagen. Se refiere a la verosimilitud con que una imagen representa al objeto que se le practicó la imagen. En el ámbito médico, la calidad de las imágenes de las técnicas de diagnóstico se ve limitada por una serie de factores, alguno de los cuales pueden ser medidos y/o caracterizados. En principio, existen 2 diferentes métodos para caracterizar o evaluar la calidad de una imagen. El primero se basa en las características físicas que pueden ser medidas cuantitativamente o calculadas para la imagen o conjunto de imágenes, de interés. Algunas de estas características⁷¹ son:

- Resolución espacial (detallada o borrosa).
- Contraste (diferencia en intensidades entre regiones dentro de la imagen).
- Ruido (ruido estadístico debido a fluctuaciones aleatorias o artefactos creados por el sistema de *imaging*).

Si bien cada uno de estos factores describen aspectos diferentes sobre la calidad de la imagen, de hecho no pueden ser tratados como parámetros absolutamente independien-

⁶⁸Binarios enteros y positivos ya que el brillo no puede ser negativo.

⁶⁹Este efecto de *blurring* es, al menos, de las dimensiones del hueco de colimación.

⁷⁰cámara Gamma.

⁷¹típicamente utilizadas en técnicas de *imaging* en medicina nuclear.

tes uno de otro⁷². El segundo método para caracterizar y evaluar la calidad de una imagen se basa en estudios de performance por parte de observadores (*observer performance study*), utilizando imágenes obtenidas por medio de diferentes sistemas de imaging o bajo diferentes condiciones. Si bien este método puede ser objetivo, las relaciones entre los factores que afectan la imagen no resultan estar bien establecidas, debido a la complejidad del sistema humano de visión, pensamiento y experiencia.

Efecto de pixelamiento. La mayoría de las técnicas actuales de *imaging* médico incorporan computadores para facilitar la gestión y procesamiento de datos, incluyendo varios métodos de corrección de imágenes. Los datos son adquiridos en una matriz discreta de localizaciones, o pixels, lo cual genera el *efecto de pixelamiento* en la imagen. Las dimensiones de los pixels discretos imponen un límite para la resolución espacial de la imagen. En general, es aconsejable contar con al menos 2 pixels por FWHM (*Full Width at Half Maximum*) para evitar o minimizar la creación del efecto de pixelamiento⁷³.

Influencia del sistema de visualización o registro. La resolución espacial puede afectar-se también por la manera en que se visualiza o registra la imagen por medio del sistema disponible. Por ejemplo, la imagen visualizada podría verse borronada debido al uso de un spot muy intenso. En general, films de un único tipo emulsión producen imágenes mas puntiagudas que las obtenidas por medio films duales.

11.3.. Estructuras anatómicas por tomografía computada por rayos X

Una tomografía, esencialmente es la reconstrucción de la imagen de una sección transversal de un objeto a partir de sus proyecciones. Por tanto, una tomografía puede ser considerada como un conjunto de proyecciones sobre las rectas que forman el plano de la placa tomográfica.

Los formalismos matemáticos para reconstruir una imagen tridimensional a partir de múltiples imágenes axiales planas fueron desarrolladas por el matemático Johann Radon.

La transformada de Radon bidimensional, es una transformación integral que consiste en la integral de una función sobre un conjunto de rectas. En 1917 el matemático austriaco Johann Radon probó que es posible reconstruir un objeto bidimensional o tridimensional a partir de un conjunto de infinitas proyecciones, dicha reconstrucción se realiza, precisamente, mediante la transformada de Radon.

Las tomografías son comúnmente utilizadas en aplicaciones médicas que requieren una visualización óptima de un órgano en particular. Si en un algoritmo se incorporan los datos obtenidos en una tomografía con los modelos de restauración de imágenes, se obtiene una aproximación casi exacta de la morfología ídel órgano estudiado, motivo por el cual diversos modelos de reconstrucción de imágenes se han propuesto en los últimos años. Entre ellos, se destaca el método de retroproyección filtrada, el cual se planteó inicialmente como un algoritmo de inversión de la transformada de Radon que utiliza herramientas matemáticas propias del análisis de Fourier como el teorema de proyecciones y el producto convolución además de una elaborada construcción geométrica que permitirá reconstruir la

⁷²Mejorías en uno de estos factores, generalmente afecta a los demás, generando un deterioro. Por ejemplo, el aumento en la resolución que se logra incorporando colimadores genera una disminución en la eficiencia de colimación, afectando la tasa de conteo y, por lo tanto, aumentando el ruido estadístico.

⁷³y posible pérdida de detalle en la imagen.

imagen a partir de un conjunto de rectas.

Un método sencillo de explicar el principio planteado por Radon, y posteriormente mejorado por Cormack, consiste en: considerando que se tiene un cuerpo convexo el cual tiene una masa de densidad variable dada por una función f .

Si el cuerpo es atravesado por una radiación cualquiera, cuya trayectoria sea una recta y de la cual se puede medir su intensidad de entrada y de salida. Entonces, la diferencia entre estas intensidades es la absorción del rayo por la materia en el interior de K y depende de la recta S , por donde el rayo transita, es posible medir experimentalmente esta función del rayo, denotada por $F(S)$ y a partir de ésta reconstruir $f(x,y,z)$.

En términos prácticos, el procedimiento (aproximación discreta) consiste en dividir el objeto en secciones planas y resolver el problema sección por sección para después integrar a todo el cuerpo. Al dividir el objeto en secciones planas se logra que la función f dependiente inicialmente del vector posición (x,y,z) se reduce temporalmente sólo a (x,y) .

Luego, “se sobrepone” una cuadrícula imaginaria a cada sección planar quedando así hipotéticamente dividido en celdas, a cada celda le corresponde una masa de densidad promedio las cuales constituirán las incógnitas del problema.

Por tanto, las proyecciones se convierten en sumas de términos sobre las diferentes direcciones en la cuadrícula. Entonces, cada término en la sumatoria que corresponde a una proyección es el producto de un factor de peso por la densidad del pixel (desconocida).

Los correspondientes valores de peso para cada pixel son conocidos y están determinados por la geometría del caso:

- Tamaño de campo del haz de irradiación
- Ángulo de irradiación
- Tamaño de la cuadrícula

A partir de las proyecciones es posible establecer un conjunto de ecuaciones simultáneas cuya solución proveerá la reconstrucción tomográfica.

11.4.. Aplicaciones en radiodiagnóstico anatómico y metabólico

La reconstrucción multiplanar en tomografía axial computada se realiza por medio del análisis de los cortes transversales generados por los estudios de tomografía en ocasiones es insuficiente para lograr la obtención de un correcto y eficiente diagnóstico o documentar algunos casos clínicos. Debido principalmente a que no permite la visualización de todos los detalles anatómicos al obtenerse una única vista de la región a analizar.

Para satisfacer esta limitante, en la actualidad, algunos visores de imágenes médicas, a partir de estudios de CT crean imágenes bidimensionales no-axiales, utilizando algoritmos matemáticos muy veloces. Este proceso es conocido como Reconstrucción o Reformateo Multiplanar.

Inicialmente se obtienen las imágenes de los cortes transversales y luego, apilando visualmente los cortes, se pueden reconstruir imágenes en plano, sagital o coronal, bien en dirección perpendicular u oblicua, con respecto al eje del paciente. Esta técnica es particularmente útil para evaluar las estructuras óseas, ya que algunas fracturas y alineación de las articulaciones pueden no ser evidentes en cortes axiales.

La reconstrucción multiplanar permite adicionalmente seleccionar una posición anatómica en un plano y ver su correspondencia en los demás planos, dando una excelente percepción tridimensional de la estructura analizada. Cuando las dimensiones de los voxels (grosor del corte y la resolución en el plano) son iguales, el volumen de datos se denomina isotrópico; en otro caso anisotrópico.

Las reconstrucciones deben ser calculadas a partir de voxels isotrópicos ya que si se calculan a partir de voxels anisotrópicos, la imagen final presentará una forma en diente de sierra, lo que puede dificultar en gran medida la exclusión de una fractura ósea.

Por otro lado, existe la reconstrucción por proyecciones, la cual extrae algún simple parámetro y produce una reconstrucción bidimensional, resaltando la estructura deseada, utilizando como base dicho parámetro. La proyección de intensidades permite obtener la visualización de la información más importante de varios cortes al mismo tiempo. Es una forma de proyectar los datos tridimensionales a una imagen bidimensional que simula una imagen 3D.

Respecto de técnicas metabólicas, las prácticas de tipo SPECT y PET son las más difundidas que utilizan métodos de reconstrucción tomográfica. Las imágenes PET (similarmente SPECT) se generan mediante un algoritmo de reconstrucción, a partir de un conjunto de proyecciones adquiridas del objeto o paciente bajo examen. El procedimiento clásico de reconstrucción de imagen es la retroproyección filtrada (FBP). Este método es rápido y sencillo, pero no utiliza información estadística. Es un buen método para aplicaciones en las que el número de cuentas es alto (como tomografía de rayos X o CT), pero es peor cuando hay un bajo número de cuentas, como en imágenes de medicina nuclear.

Los métodos iterativos de reconstrucción de imagen se han propuesto como alternativas a FBP. Estas técnicas tienen un costo computacional más alto que FBP pero producen imágenes de mejor contraste y relación señal-ruido. Los métodos iterativos eliminan los artefactos de líneas presentes en las imágenes FBP, reduciendo los falsos positivos y los falsos negativos cuando las lesiones están en la proximidad de órganos calientes.

En las últimas dos décadas se han desarrollado varios algoritmos que se pueden considerar como métodos para aproximar la transformada de Radon inversa. Puede implementarse para la reconstrucción en varias modalidades tomográficas, incluyendo técnicas metabólicas como SPECT y PET. Es importante mencionar aquí también que, debido a muchas razones (implementación computacional, aproximaciones numéricas, etc.), estos métodos no son todos equivalentes en su aplicación a un tipo de técnica u otra.

11.5.. Técnicas de *imaging* funcional: fisiología metabólica

Actualmente, la combinación de técnicas físicas sofisticadas y métodos de procesamiento digital de los datos obtenidos por las máquinas que adquieren las imágenes médicas es un campo que permite extraer una información que se sitúa más allá de la simple observación de las imágenes en las placas radiográficas o en los monitores diagnósticos. Las técnicas actuales permiten, por medio de métodos digitales, proveer información precisa de la anatomía del área estudiada y obtener, a la vez, información funcional.

Para estudiar la funcionalidad subyacente se han utilizado técnicas como la tomografía por emisión de positrones (PET) o la tomografía por emisión simple de fotones (SPECT). La figure 34 muestra la configuración básica de *imaging* en medicina nuclear.

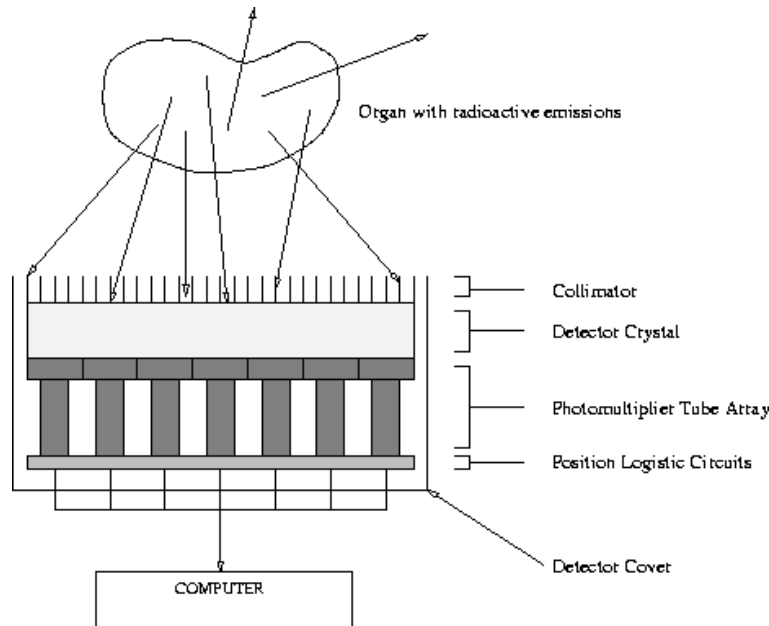


Figura 34. Configuración para estudios en medicina nuclear utilizando cámara gamma.

Tal como muestra la figura 34, el dispositivo típico y más común para la detección de radiación en aplicaciones de medicina nuclear es la cámara gamma. El principio básico de funcionamiento de la cámara gamma como equipamiento de imágenes de medicina nuclear es aprovechar la incorporación al paciente de moléculas que contienen algún átomo radioactivo y que, dependiendo del metabolismo será su distribución en el tiempo.

Puede ser usada para tratamiento, como en el caso del ^{131}I , que en dosis adecuadas se deposita en la tiroides y conformando un tejido de similar comportamiento (cáncer de tiroides) destruyendo sus células o puede usarse también para diagnóstico.

11.6.. Aplicaciones en cámara Gamma

En términos técnicos, la cámara gamma consiste en un colimador, o blindaje calibrado, para que la radiación del radioisótopo a evaluar sólo pueda alcanzar el detector si ha realizado una trayectoria perpendicular al mismo; un detector de radiación por centelleo, que es un cristal en el que al incidir radiación emite luz, luego ésta es captada por un arreglo de fotomultiplicadores (sistemas electrónicos que transforman la luz en una corriente eléctrica); después del arreglo de fotomultiplicadores, un sistema electrónico realiza la detección contando y catalogando estos eventos para armar un mapa de distribución plano de la radiación frente al detector.

La intensidad de la radiación detectada depende tanto de la distribución como de la atenuación que sobre la radiación realiza la parte del cuerpo del paciente que se interpone entre el punto donde se produjo un determinado evento y el detector.

Actualmente, estos sistemas además de permitir la adquisición de imágenes planas, pueden rotar alrededor del paciente obteniendo varias imágenes planares con las que, computadora por medio de un algoritmo matemático, genera cortes transversales, mejorando la relación señal a ruido, recuperando información perdida por atenuación y en general optimizando el diagnóstico.

Cada imagen de cámara gamma, así como una radiografía, brinda información bidimensional, pero pueden combinarse muchas imágenes tomadas desde distintas posiciones alrededor del paciente para obtener una imagen tridimensional, dando lugar a, por ejemplo, la técnica de *Single Photon Emission Computed Tomography* -*SPECT*. Esta imagen tridimensional puede después manipularse de manera digital para obtener secciones dimensionales del cuerpo en cualquier orientación requerida.

La figura 35 muestra la relación de co-registración entre imágenes morfológicas y fisiológicas.

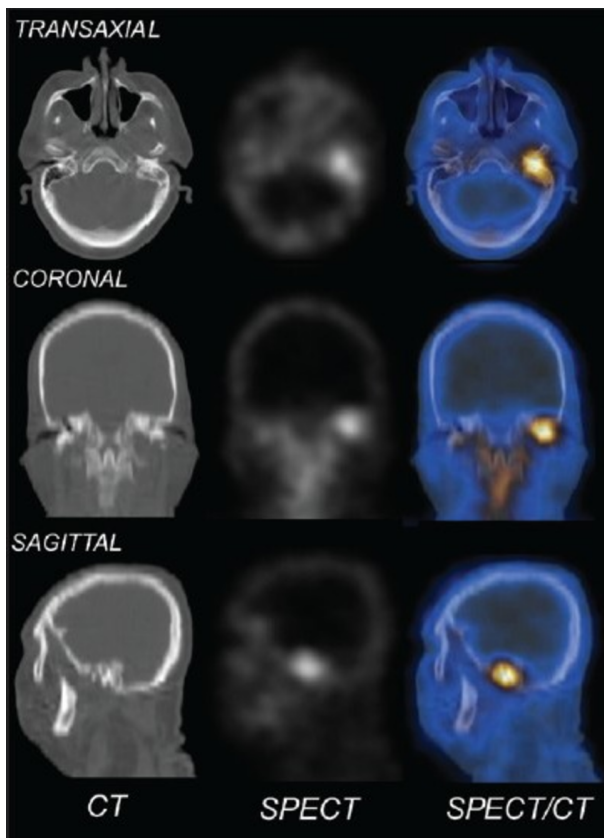


Figura 35. Corregración para fusiones entre imágenes de anatomía y metabolismo.

11.7.. Nociones sobre requerimientos de *matching* y fusión de imágenes anatómicas y metabólicas

La fusión de técnicas metabólicas (tipo SPECT o PET) debiera lograr resultados similares en sistemas híbridos (o dual) o separados, ya que comparten principios y algoritmos, y puede optimizarse con marcadores externos (ME) o internos (MI) al paciente.

Las ventajas y desventajas respectivas son discutidas en la literatura, principalmente atribuidas al alto costo y escasa disponibilidad de los híbridos y al consumo de tiempo en los separados.

Sin embargo, consistentemente benefician a pacientes oncológicos, quienes en distintas etapas de su enfermedad requieren evaluación diagnóstica no invasiva que podría modificar la terapia. La alineación o registro de imágenes es el proceso de determinar punto por punto la correspondencia entre dos o más imágenes de una misma escena, tomadas generalmente en tiempos diferentes, desde distintas orientaciones y/o captadas por diversos tipos de equipos o sistemas. Esta es una operación realmente necesaria en muchas tareas de procesamiento y análisis de imágenes, haciendo lo posible para comparar la información de referencia, midiendo pixel por pixel las diferencias que fueron causadas por cambios en la escena.

Es de especial importancia el registro de imágenes médicas, donde la información específica de cada tipo de imagen (modalidad) se combina y fusiona en una sola aumentando así, la capacidad, por parte del clínico, de mejorar su diagnóstico. Por ejemplo, un buen registro y/o fusión de una imagen de CT con una imagen de PET o SPECT se traduce en un aporte de información adicional de una modalidad respecto a la otra, en este caso, a la información de tipo funcional que proporciona la imagen SPECT, se le añade la información anatómica detallada disponible en la imagen obtenida por CT. En el registro de imagen, la precisión de los resultados es cuantificada por una de la medida de similitud determinada.

MÓDULO XII

Práctico de Laboratorio IV

12.. Práctico de Laboratorio IV: Imágenes radiológicas

El capítulo 12. está dedicado a la realización del trabajo práctico de laboratorio IV orientado al desarrollar experiencias en el campo del *imaging* médico. Se programa manipular técnicas e instrumentación específica y se estudiar métodos operativos y de procesamiento para generar imágenes radiológicas.

12.1.. Instrumentación y adquisición

Objetivos:

1. Descripción del instrumental: generación y características del haz de radiación, sistemas de detección, *set up* experimental, accesorios y control de la instrumentación.
2. Estudio y elaboración de los objetos fantoma que se utilizarán para la experiencia.
3. Preparación de accesorios necesarios para la experiencia.
4. Diseño y montaje del *set up* experimental.
5. Adquisición y almacenamiento de señales de *imaging* .

12.2.. Realización de imágenes radiográficas por contraste de absorción

Objetivos:

1. Montar el *set up* adecuado para obtener imágenes radiográficas de muestras que presenten diferencias significativas de contraste de absorción.
2. Montar el *set up* adecuado para obtener imágenes radiográficas de una muestra que contenga diferentes espesores para poner en evidencia el efecto debido al *path* de atenuación.

12.3.. Estudio de la *performance* del sistema de *imaging*

Objetivos:

1. Montar el *set up* adecuado para determinar propiedades de resolución espacial del sistema experimental.
2. Montar el *set up* adecuado para obtener *Point Spread Function* - *PSF* y/o *Line Spread Function* - *LSF* correspondientes a muestras de dos medios materiales diferentes considerando diferentes *septa* de colimación.

12.4.. Accesorios para calidad de imagen y determinación de *kernels*Objetivos:

1. Estudiar el efecto de introducir sistemas de multicolimación por medio de grillas.
2. Obtener un *kernel* puntual para un dado material en función del espesor del material.

12.5.. Procesamiento de imágenes radiológicasObjetivos:

1. Elaborar métodos para procesar las imágenes obtenidas y cuantificar las diferentes cantidades estudiadas durante la experiencia.
2. Analizar y discutir los resultados.

MÓDULO XIII

Simulaciones Monte Carlo

13.. Módulo XIII: Simulaciones Monte Carlo

El capítulo 13. es una breve introducción a los conceptos de técnicas numéricas de simulación Monte Carlo para su utilización en problemas de aplicación en física, y en particular en transporte de radiación. La exposición es de carácter escueta y está basada en bibliografía especializada, donde pueden estudiarse los temas desarrollados en este módulo.

13.1.. Introducción a procesos estocásticos

En los procesos estocásticos se representan todos y cada uno de los pasos necesarios para la realización de un cierto evento así como también las maneras en que cada uno de los pasos puede ser realizado en términos de las respectivas probabilidades. Por tanto, cualquier proceso en el que se vean involucradas probabilidades de ocurrencia resulta ser un proceso estocástico.

Al describir variables de carácter aleatorio, vinculadas a fenómenos de tipo probabilísticos como lo es el transporte de radiación, es asumido, como premisa implícita por defecto, el hecho de que las características aleatorias permanecen constantes durante el intervalo de tiempo de interés, aunque desde una perspectiva genérica podría no satisfacerse esta asunción. En efecto, al incorporar la dependencia (o evolución) de variables consideradas determinísticas, éstas describirán un proceso evolutivo de tipo analítico, mientras que para el caso de variables aleatorias mostrarán una evolución condicionada por el vínculo al fenómeno probabilístico asociado.

Entonces, toda función definida a partir de variables aleatorias, como por ejemplo funciones de distribución o funciones de densidad, presentarán dependencia temporal determinada por su carácter aleatorio, dando lugar a la naturaleza estocástica del fenómeno físico involucrado. Una definición más formal de un proceso estocástico es la siguiente:

El proceso estocástico consiste en el conjunto (o familia) de variables aleatorias $\{X_t, t \in [t_{ini}, t_{fin}]\}$ que se ordenan de acuerdo con el índice t , por lo general identificando al tiempo.

En consecuencia, se tiene que para cada valor de t (instante) existe la variable aleatoria representada por X_t , de modo que el proceso estocástico puede interpretarse como una sucesión de variables aleatorias, las que pueden variar (evolucionar) en sus características. Los *estados de variables aleatorias* son los posibles valores que éstas pueden asumir. Por lo tanto, existe un *espacio de estados* asociados a las variables aleatorias.

En particular, la variable temporal t puede ser de tipo discreto o bien de tipo continuo. La modificación de la variable t , por ejemplo, daría lugar a cambios de estado que ocurren en el instante t . Por tanto, de acuerdo con el conjunto de índices⁷⁴ $t \in T = [t_{ini}, t_{fin}]$, la variable aleatoria X_t puede clasificarse según los siguientes criterios para procesos estocásticos:

- Si el conjunto T es continuo (por ejemplo $\mathbb{R}^+$), resulta que X_t describe un proceso estocástico de parámetro continuo.
- Si el conjunto T es discreto, X_t describe un proceso estocástico de parámetro discreto.
- Si para cada valor (instante) t la variable aleatoria X_t es de tipo continuo, resulta que proceso estocástico es de estado continuo.

⁷⁴Estrictamente, subíndices.

- Si para cada valor (instante) t la variable aleatoria X_t es de tipo discreto, resulta que proceso estocástico es de estado discreto.

Una *cadena* es un proceso estocástico para el cual el tiempo evoluciona de manera discreta y la variable aleatoria sólo puede tomar valores discretos en el espacio de estados correspondiente. Un *proceso de saltos puros* es un proceso estocástico para el cual los cambios de estados suceden de forma aislada y aleatoria pero la variable aleatoria sólo asume valores discretos en el espacio de estados correspondiente.

Diversamente, un *proceso continuo* se refiere al caso en que los cambios de estado se producen para cualquier valor de t (instante) y hacia cualquier estado dentro de un espacio continuo de estados correspondiente.

13.1.1.. Procesos de estado discreto y cadenas de Markov

En el caso de procesos estocásticos con espacio de estados discreto, una secuencia de variables que indique el valor del proceso en instantes sucesivos⁷⁵ puede representarse del siguiente modo:

$$\{X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_n = x_n\} \quad (259)$$

donde cada variable X_j $j \in [1, n]$ presenta una distribución de probabilidades tal que, en general, es diferente de las otras variables aunque podría haber características comunes. Uno de los principales objetivos del estudio del caso discreto es el cálculo de probabilidades de ocupación de cada estado a partir de las probabilidades de cambio de estado.

Si para el valor t_{j1} (instante) el sistema está en el estado x_{j1} , la probabilidad de que al instante siguiente t_j se encuentre en el estado x_j se obtiene a partir de la probabilidad de transición o cambio de estado de x_{j1} a x_j (o probabilidad condicionada) denotada por $P(X_j = x_j / X_{j-1} = x_{j-1}) = P_{j,j-1}$, donde $P_{j,j-1}$ es el valor que asume la probabilidad para el caso específico en consideración. Cada variable X_j $j \in [1, n]$ presenta una distribución de probabilidades tal que, en general, es diferente de las otras variables aunque podría haber características comunes. Uno de los principales objetivos del estudio del caso discreto es el cálculo de probabilidades de ocupación de cada estado a partir de las probabilidades de cambio de estado.

Si para el valor t_{j-1} (instante) el sistema está en el estado x_{j-1} , la de que al instante siguiente t_j se encuentre en el estado x_j se obtiene a partir de la probabilidad de transición o cambio de estado de x_{j-1} a x_j (o probabilidad condicionada) denotada por $P(X_j = x_j / X_{j-1} = x_{j-1})$ y definida según:

$$P(X_j = x_j / X_{j-1} = x_{j-1}) \quad (260)$$

En este caso, se tiene:

$$P(X_j = x_j / X_{ini} = x_{ini}, \dots, X_{j-1} = x_{j-1}) \quad (261)$$

⁷⁵Se asume que la variable t refiere al tiempo.

Por tanto, la probabilidad $P(X_j = x_j / X_{ini} = x_{ini}, \dots, X_{j-1} = x_{j-1})$ depende de toda la “historia pasada del proceso”, mientras que la probabilidad de transición depende únicamente del estado actual que ocupe el proceso.

Propiedad de Markov:

Se dice que un proceso cumple la propiedad de Markov cuando toda la historia pasada del proceso se puede resumir en la posición actual que ocupa el proceso para poder calcular la probabilidad de cambiar a otro estado. Es decir, se cumple:

$$P(X_j = x_j / X_{ini} = x_{ini}, \dots, X_{j-1} = x_{j-1}) = P(X_j = x_j / X_{j-1} = x_{j-1}) \quad (262)$$

Además, una propiedad importante que puede tener una cadena es que los valores $p_{mn}(j)$ no dependan del valor de j .

Entonces, se tiene que las probabilidades de cambiar de estado son las mismas en cualquier instante. Por lo tanto, esta propiedad indica que las probabilidades de transición son estacionarias.

13.1.2.. Procesos de saltos puros

En este caso, el proceso sigue siendo discreto en estados pero la gran diferencia es que los cambios de estado ocurren en cualquier instante en el tiempo (tiempo continuo).

Un proceso estocástico en tiempo continuo $\{N(t) | t \geq 0\}$ se denomina *proceso de conteo* si representa el número de veces que ocurre un suceso hasta el instante de tiempo t . En particular, se tiene $N(t) \in \mathbf{N}$ y $N(t^*) \leq N(t) \forall t^* < t$. Un proceso de conteo es un *proceso de Poisson homogéneo* de tasa λ si satisface:

1. $N(0) = 0$
2. $N(t_k) - N(t_{k-1})$ es una variable aleatoria independientes (proceso de incrementos independientes) $\forall k$.
3. $N(t + t^*) - N(t^*)$, que denota la cantidad de eventos que ocurren entre el instante t^* y t , sigue una distribución de Poisson de parámetro λt .

13.1.3.. Procesos de estados continuos y series temporales

Un concepto importante en procesos estocásticos es la *realización*, o bien una realización de una experiencia aleatoria, que es el resultado de una repetición de esa experiencia.

Por tanto, en la experiencia aleatoria de “lanzar una vez un dado” una realización posible sería obtener el número 2, en el único lanzamiento hecho. En ese caso, la realización se reduce a un único número $\{X\}$. Si se repite la experiencia, podrían obtenerse otras realizaciones (cualquiera de los números 1, 3, 4, 5 y 6).

En una experiencia M -dimensional, una realización es el resultado obtenido de los M parámetros, denotado por

Una *serie temporal* es una realización parcial de un proceso estocástico de parámetro tiempo discreto. De aquí que la teoría de los procesos estocásticos es de aplicación a las series temporales. Sin embargo, existe una fuerte restricción que radica en el hecho de que en

muchas series temporales, ellas son la única realización observable del proceso estocástico asociado.

13.2.. Procesos estocásticos estacionarios

En primera aproximación, se considerarán estacionarios a los procesos estocásticos que tengan un comportamiento constante a lo largo del tiempo.

Un *proceso estocástico estacionario en sentido estricto* requiere que al realizar un mismo desplazamiento en el tiempo de todas las variables de cualquier distribución conjunta finita se obtenga que esta distribución no varía. Es decir:

(263)

En cambio, un *proceso estocástico estacionario en sentido débil* requiere que se mantengan constantes todas sus características a lo largo del tiempo. Es decir, que $\forall t$:

1. $\langle X_t \rangle = \langle X \rangle \quad \forall t$ donde $\langle X \rangle$ denota el valor medio o de expectación.
2. $\sigma_{X_t} = \sigma_X \quad \forall t$ donde σ_X denota la varianza.
3. $Cov(t, t+j) = Cov(t^*, t^*+j) = C_j \quad \forall j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ donde Cov denota la covarianza y C es una constante.

13.3.. Características y medidas de procesos estocásticos

Para un espacio de estados M -dimensional, pueden calcularse cantidades y medidas estadísticamente representativas para los estados descritos por las variables M -dimensionales. En particular, se definen -entre tantos- medidas como tensores de valor medio y de covarianzas, que permiten obtener características representativas de los procesos estocástico.

13.4.. Técnicas de simulación Monte Carlo

Existe una amplia variedad de problemas asociados al modelado del transporte de radiación, y que de hecho se presentan en la práctica en muy diversos ámbitos, que carecen de solución dentro del campo analítico, limitando el uso de “matemática pura” (métodos analíticos directos) para la resolución de los mismos.

Un ejemplo típico es la resolución de algunas ecuaciones íntegro-diferenciales. En particular, existen varios teoremas que demuestran la gran limitación de los métodos analíticos para la resolución directa de la ecuación de transporte de Boltzmann, representada por la expresión de Boltzmann para el transporte de radiación (véase Capítulo 2.).

De hecho, se conoce como resultado de teoremas que sólo puede resolverse la ecuación de transporte de Boltzmann para una cantidad muy acotada de situaciones, involucrando condiciones iniciales y de contorno que resultan muy poco realistas en casos de aplicación concreto de problemas físicos.

Por tanto, se propone un método alternativo para encontrar soluciones a la ecuación de transporte de Boltzmann, para lo cual se considerará la re-escritura del problema en modo

particular (formulación íntegro-diferencial) para posteriormente aplicar un procedimiento que consiste, básicamente, en el cálculo del valor de una integral definida. De manera tal, que una vez replanteado (re-ordenado) el problema éste se reducirá a la resolución de una ecuación que contiene integrales definidas, y por tanto podría salvarse la imposibilidad o inconveniencia de la aplicación de los métodos tradicionales (analíticos) para la solución de diferentes tipos de problemas, en los cuales se ven limitados debido, fundamentalmente, a:

- Desconocimiento de una función primitiva de aquella que se desea integrar.
- Si bien se conoce una función primitiva, resulta excesivamente compleja o extensa su aplicación.

La evaluación de estimadores, como por ejemplo para integrales definidas, por medio el método de Monte Carlo se realiza aplicando el siguiente teorema:

Teorema: Sean $x_1, x_2, \dots, x_N$ N variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas, con función de densidad $f(x)$. Si g_i son funciones de x_i , entonces:

$$G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_i(x_i) \quad (264)$$

es una variable aleatoria que verifica, el valor medio cumple con:

$$\langle G \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \langle g_i(x_i) \rangle \quad (265)$$

y la varianza resulta:

$$\sigma^2[G] = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sigma^2[g_i(x_i)] \quad (266)$$

En particular, cuando todas las $g(x_i)$ son idénticas, e iguales a $g(x)$, se tiene que:

$$\langle G \rangle = \langle g(x) \rangle \quad (267)$$

y también:

$$\sigma^2[G] = \frac{1}{N} \sigma^2[g(x)] \quad (268)$$

Por lo tanto, en virtud de la definición de valor medio (o esperanza matemática) de $g(x)$, puede escribirse en la forma:

$$\langle G \rangle = \left\langle \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N g_i(x_i) \right\rangle \approx \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) g(x) dx = \langle g(x) \rangle \quad (269)$$

Este resultado justifica la siguiente forma de estimar una integral definida: Muestrear una serie de números aleatorios x_i con función de densidad $f(x)$ y evaluar $g(x)$ para cada x . La media de los valores obtenidos para $g(x)$ es una estimación de la integral. De acuerdo con el teorema de límite central la varianza de esta estimación decrece con el número de términos para $\sigma^2[G]$:

$$\sigma = \frac{\sigma[g]}{\sqrt{N}} \quad (270)$$

Conviene tener presente la desigualdad de Tchebycheff, de modo que se tiene:

$$P \left[|G - \langle G \rangle| \geq \sqrt{\frac{\sigma^2[g]}{N c}} \right] \leq c \quad (271)$$

De modo que se cuenta con argumento para tener una cota para la probabilidad de obtener un error mayor que el propuesto en la estimación del valor de la integral, pudiéndose siempre disminuir este error sin más que aumentar el valor de N .

13.5.. Eficiencia del método Monte Carlo

Se define la *eficiencia del método Monte Carlo* (ϵ) como:

$$\epsilon \equiv \sigma^2 T^{-1} \quad (272)$$

donde T es el tiempo de cálculo.

Como el valor de T está fuertemente relacionado con el número de puntos usados en la computación, se suele dar también esta otra definición para la eficiencia:

$$\epsilon \equiv N^{-1} \sigma^2 \quad (273)$$

Y, a partir de ésta, la eficiencia relativa (ϵ_{rel}):

$$\epsilon_{rel} \equiv \frac{\epsilon[N]}{\epsilon[N']} = \frac{N'}{N} \frac{\sigma^2}{(\sigma')^2} \quad (274)$$

Si $\epsilon_{rel} < 1$, entonces el método que corresponde a $N', (\sigma')^2$ es “mejor” que el método con N, σ^2 .

Si el número de puntos utilizados es el mismo, la eficiencia relativa queda reducida al cociente de las varianzas.

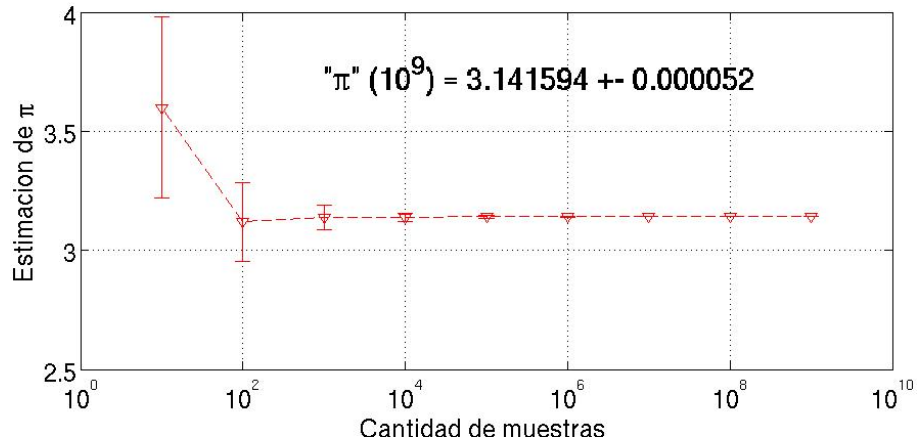


Figura 36. Cálculo de π : Estimador estadístico determinado con simulación Monte Carlo.

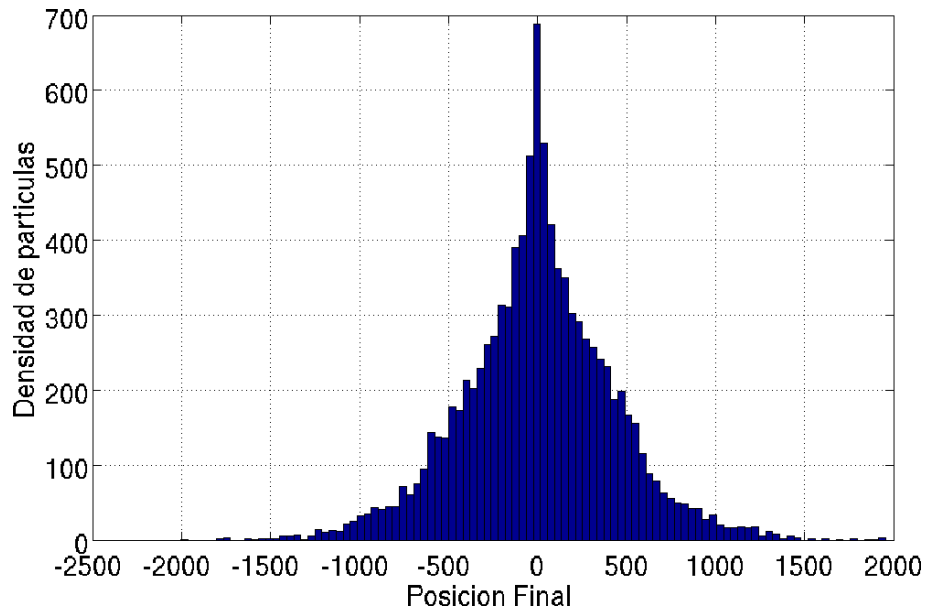


Figura 37. *Random walk*: Distancia de vuelo de partículas de emisión por simulación de la distancia recorrida por partículas emitidas en origen de modo isotrópico en un medio homogéneo.

13.5.1.. Ejemplos de aplicación

Se propone una serie de ejercicios de aplicación para introducir los conceptos iniciales, y elementos básicos de programación y simulaciones.

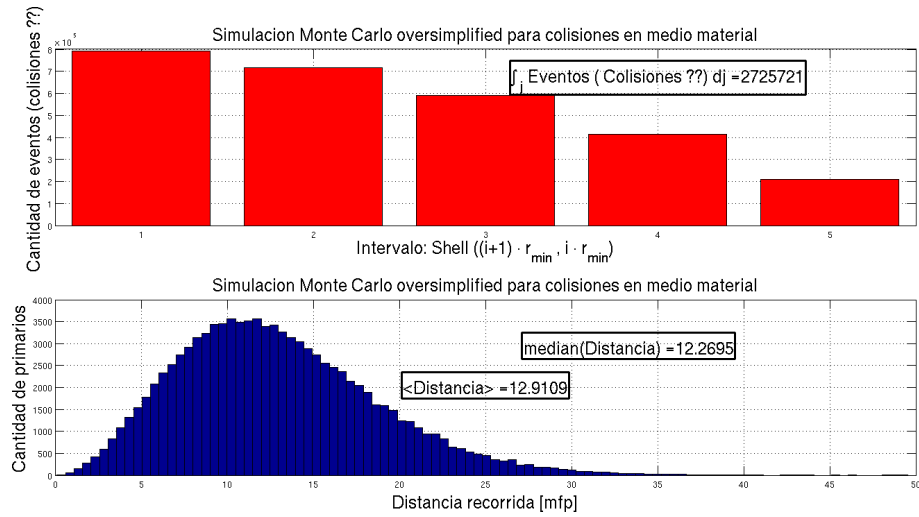


Figura 38. *Random walk*: Alcance de partículas de emisión por simulación en *shells* por partículas emitidas en origen de modo isotrópico en un medio homogéneo.

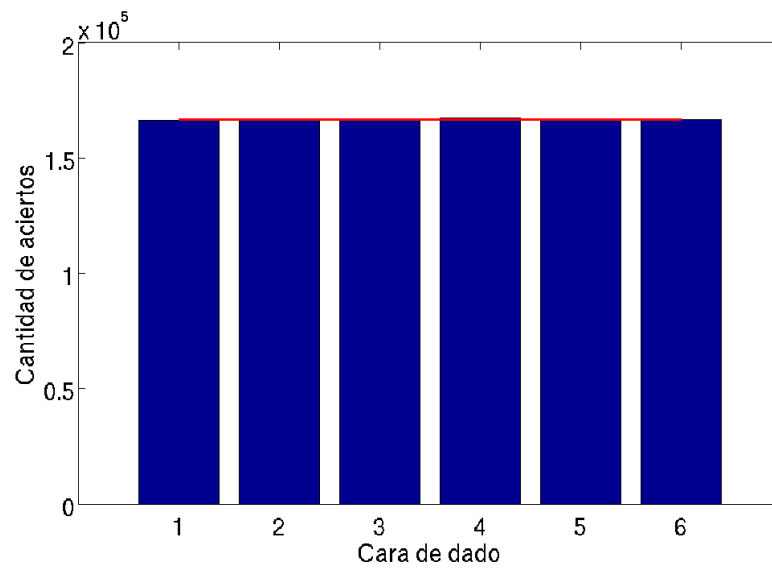


Figura 39. Simulación de lanzamiento de un dado.

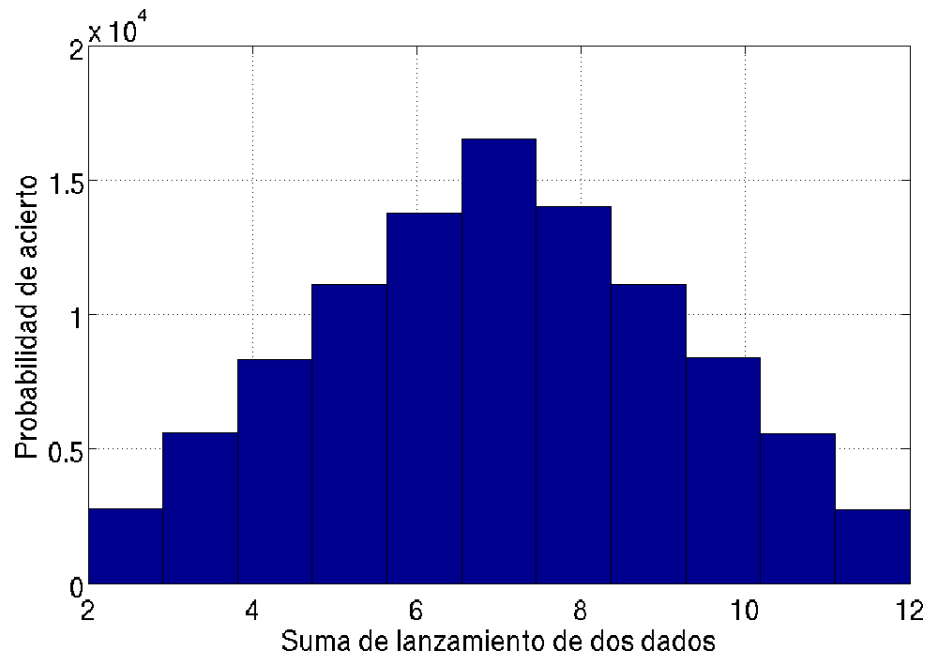


Figura 40. Simulación de lanzamiento de dos dados.

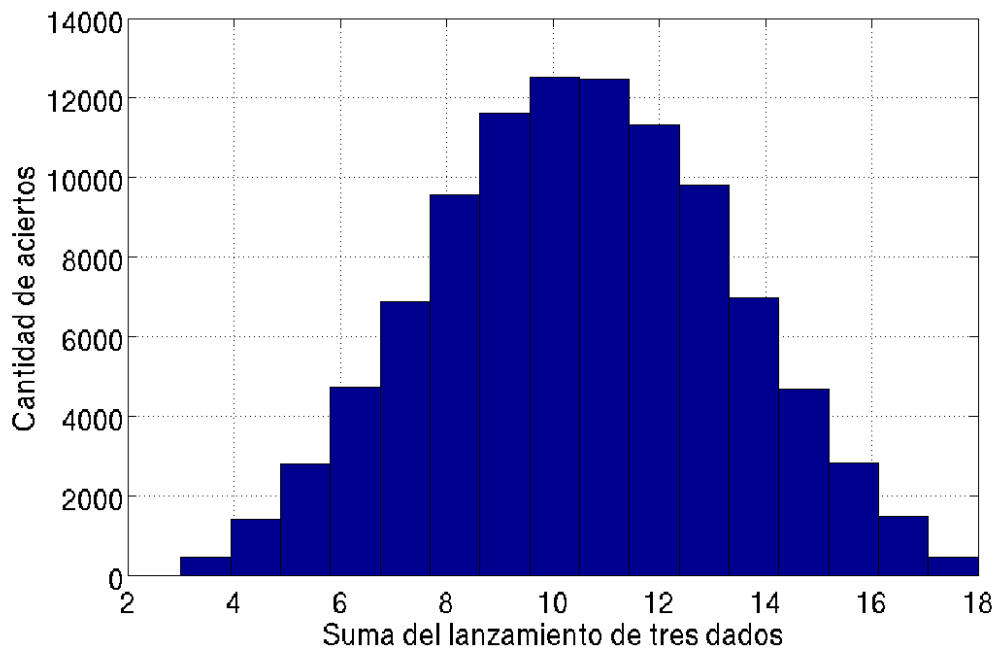


Figura 41. Simulación de lanzamiento de tres dados.

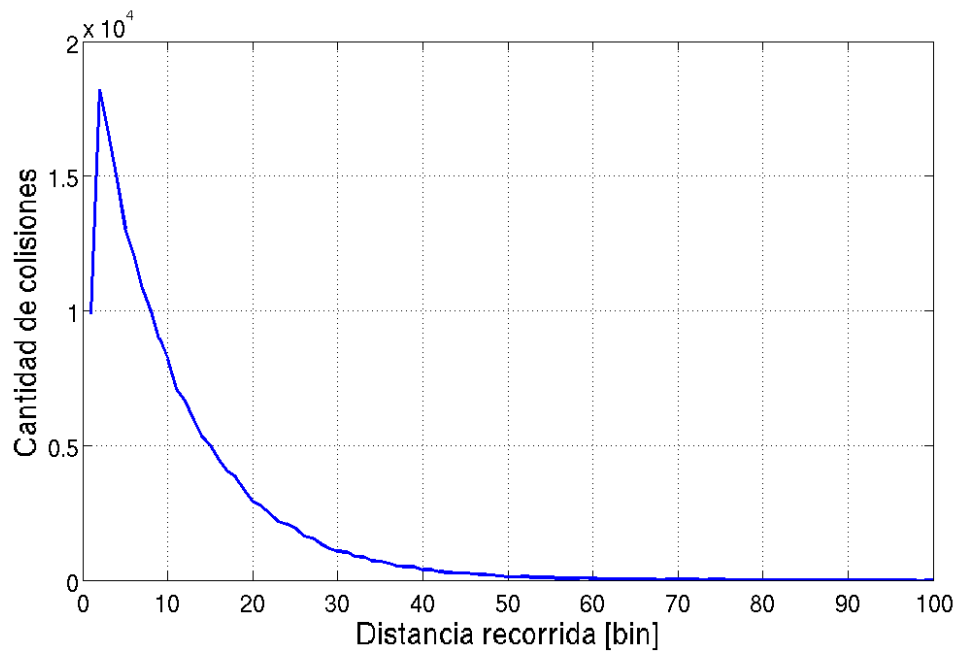


Figura 42. Simulación de colisiones en distancia recorrida por neutrones: $E = E_0$, $\rho = \rho_0$, $\vec{r} = (0,0,0)$.

13.5.2.. Ejemplo: Cálculo-estimación del número π por medio de técnicas Monte Carlo

Uno de los métodos más antiguos utilizados para estimar el valor de π es el método de Buffon, que emplea una serie de líneas paralelas y una vara, cuya longitud guarda correlación con la separación entre líneas, para ser arrojada y determinar el ángulo que forma éstas con las líneas, así como la línea que atraviesa.

El método propuesto a continuación, representa una analogía al método de Buffon. Se considera un círculo de radio unidad centrado en el origen. El área del círculo en el primer cuadrante será $\pi/4$. Un modo de resolver este problema usando el método Monte Carlo con técnica éxito-fracaso, también denominado método de rechazo, es el siguiente:

1. Generar un par de números aleatorios ζ_1 y ζ_2 uniformemente distribuidos en $[0,1]$.
2. Determinar un punto en el primer cuadrante, de coordenadas (x,y) a partir de ζ_1 y ζ_2 .
3. Determinar la distancia D del punto (x,y) al origen, $D = \sqrt{x^2 + y^2}$.

4. Examinar si la distancia D es mayor o menor al radio R ($R = 1$).
5. Considerar con “éxito” los procesos que den lugar a puntos en el plano dentro de círculo y como “fracaso” los que estén fuera.
6. Calcular las proporciones de éxito y de fracaso.

Se deja a los alumnos realizar una propuesta para un código, de propósitos ilustrativos, para resolver el presente ejemplo.

13.6.. Códigos FLUKA y PENELOPE

Toda la información y los detalles sobre los códigos de simulación PENELOPE y FLUKA están disponibles en la bibliografía, los respectivos manuales, [11] y [22].

Ejemplos sencillos de transporte de radiación resueltos con los códigos FLUKA y PENELOPE se muestran en las figuras 43 a 49.

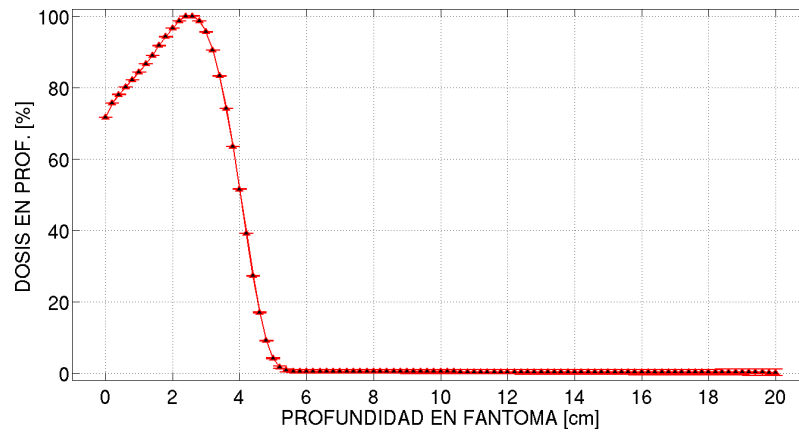


Figura 43. Porcentaje de dosis en Profundidad en fantoma cúbico (20 cm de lado) de agua irradiado con haz de electrones de 10 MeV obtenido con FLUKA.

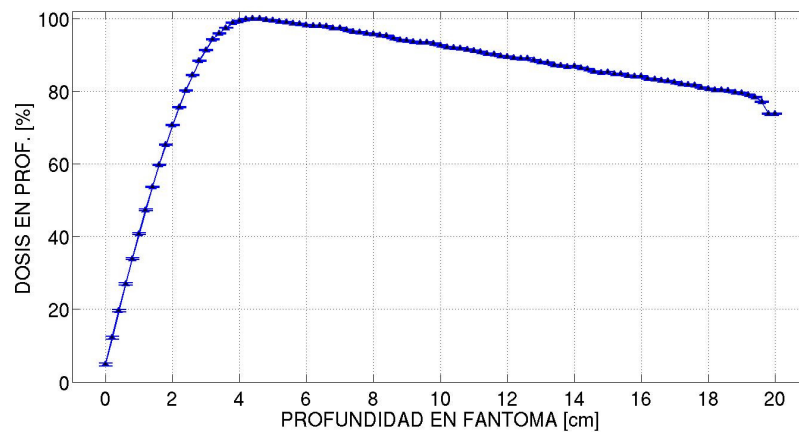


Figura 44. Porcentaje de dosis en Profundidad en fantoma cúbico (20 cm de lado) de agua irradiado con haz de fotones de 10 MeV obtenido con FLUKA.

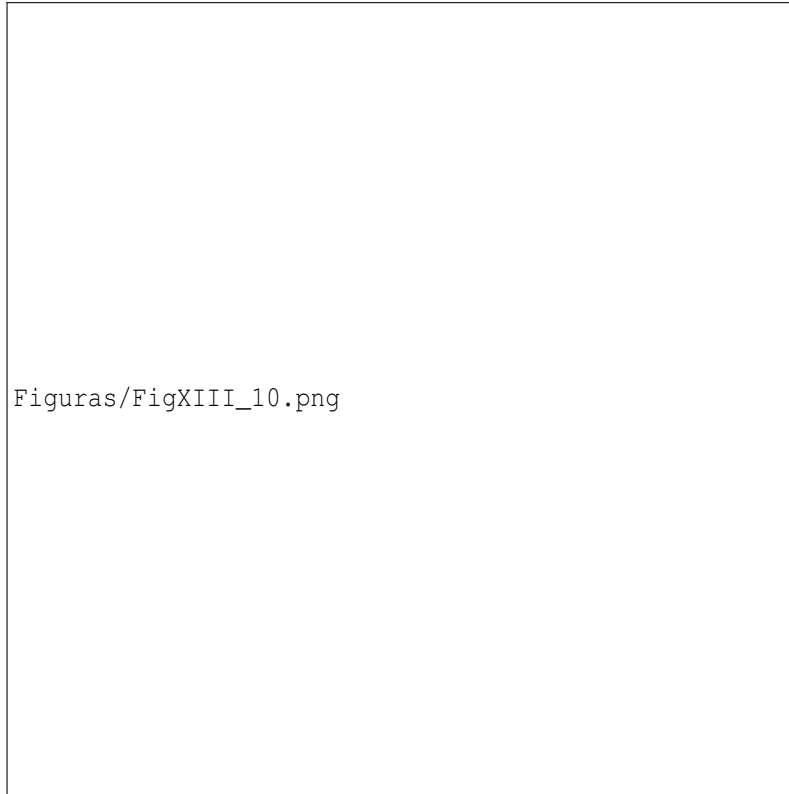


Figura 45. Porcentaje de dosis en Profundidad en fantoma cúbico (20 cm de lado) de agua irradiado con haz de protones de 100 MeV obtenido con FLUKA.

Figuras/FigXIII_11.png

Figura 46. Porcentaje de dosis en Profundidad en fantoma cúbico (20 cm de lado) de agua irradiado en una columna de neutrones de 0.1 eV obtenido con FLUKA.

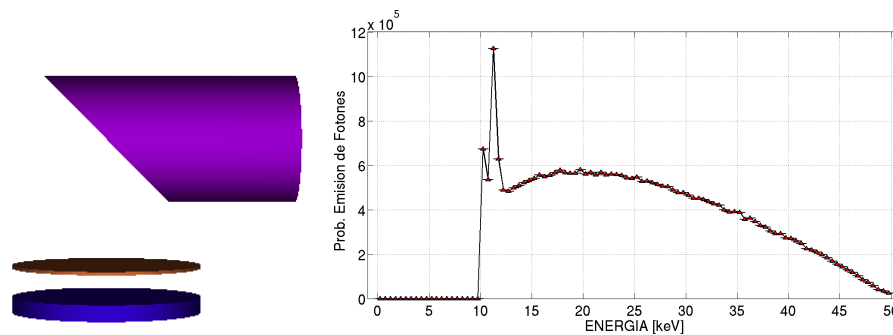


Figura 47. Espectro de emisión de tubo de rayos X de ánodo de W irradiado con electrones de 50 keV (filtro de Al) obtenido con PENELOPE.

Referencias

- [1] I. Bankman. *Handbook of medical image processing and analysis*. ElSevier Academic Press, California, 2009.
- [2] Seibert A. Leidholt E. Boone J. Bushberg, J. *The essential physics of medical imaging*. Lippincot Williams and Wilkins, 2001.

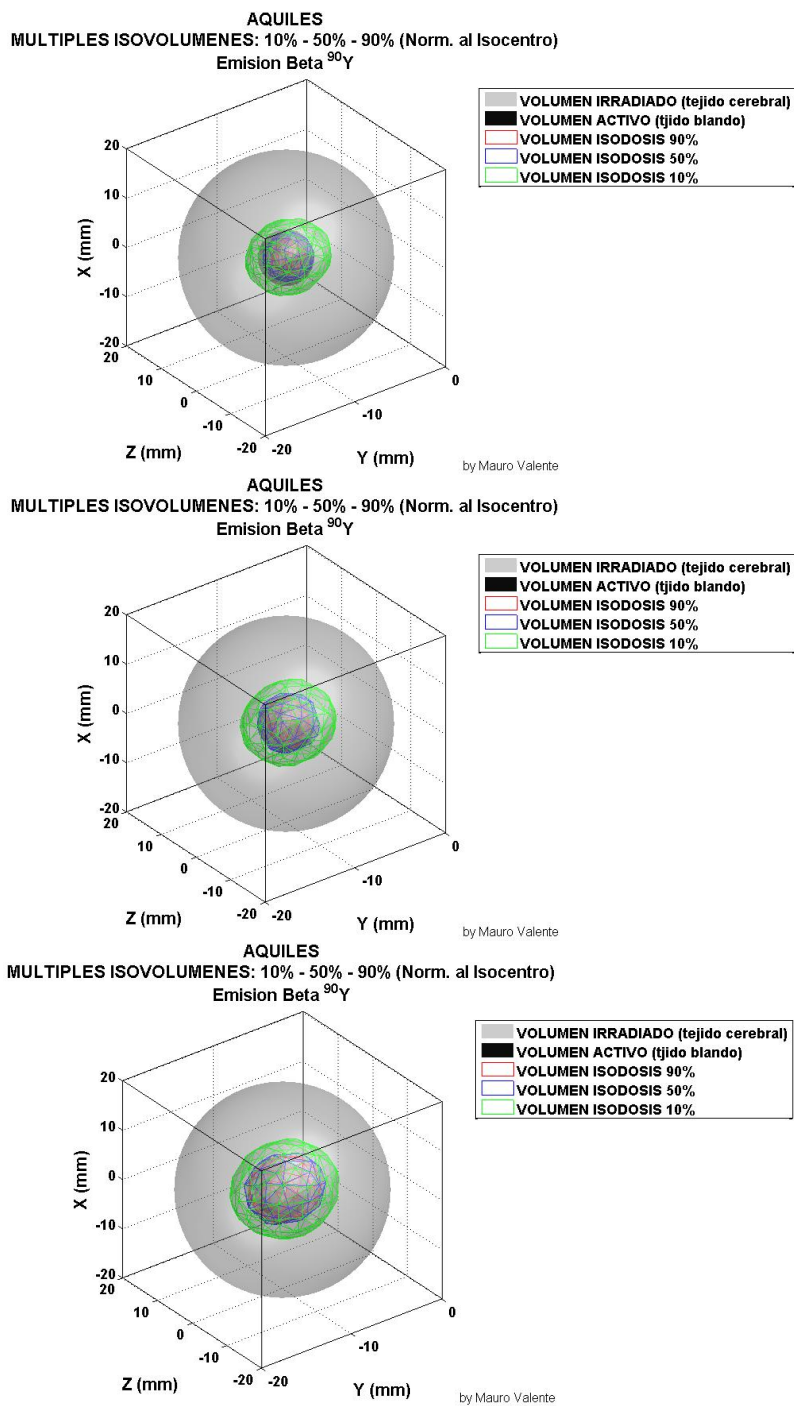


Figura 48. Kernels de dosis para microesferas de ^{90}Y en tejido blanco con diferente binding (0, 0.5 y 1) obtenido con PENELOPE.

[3] T. Buzug. *Computed Tomography*. Springer-Verlag, 2008.

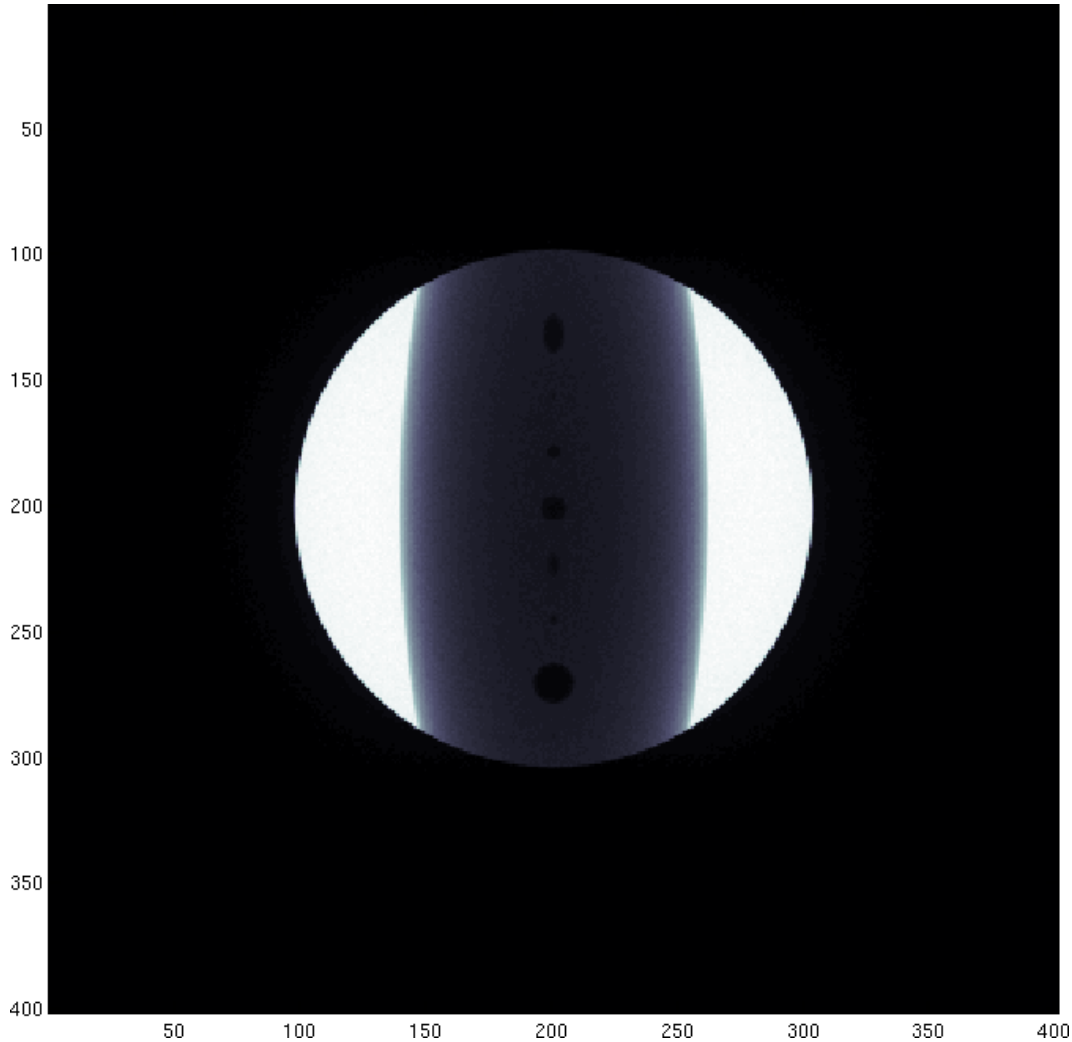


Figura 49. Imagen mamográfica por contraste de absorción de rayos X en fantoma con microcalcificaciones obtenida con PENELOPE.

- [4] P. Suetens. *Fundamentals of Medical Imaging*. Cambridge University Press, second edition, 2009.
- [5] P. Duvauchelle, N. Freud, V. Kaftandjian, and D. Babot. A computer code to simulate x-ray imaging techniques. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B*, (170):245–258, 2000.
- [6] S. España, J. L. Herraiz, E. Vicente, J. J. Vaquero, M. Desco, and J. M. Udias. Penelope, a monte carlo pet simulation tool based on penelope: features and validation. *Phys. Med. Biol.*, (54):1723–1742, 2009.
- [7] R. Figueroa and M. Valente. hysical characterization of single convergent beam device for teletherapy: Theoretical andMonte Carlo approach. *Physics in Medicine and*

- Biology* 60:7191–7206, 2015.
- [8] G. Tirao, C. Quintana, and M. Valente. Mammography image quality optimisation: a monte carlo study. *Int. J. Low Radiation*, 7(4):276–297, 2010.
- [9] C. Epstein. *Introduction to the mathematics of medical imaging*. Siam, Philadelphia, 2003.
- [10] G. Saha. *Physics and radiobiology of nuclear medicine*. Springer-Verlag, 2006.
- [11] J.M. Fernández-Varea, J. empau and F. Salvat, S.; Fernández-Varea. *PENELOPE-2008: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*. Nuclear Energy Agency, Barcelona, Spain, 2009.
- [12] F.H. Attix. *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry*. Wiley-VCH, 1987.
- [13] S Dupree and S. Fraley. *A Monte Carlo premier*. Kluver-Plenum, New York., 2002.
- [14] P. Bevington and D. Keith Robinson. *Data reduction and error analysis*. McGraw Hill, 2003.
- [15] H. Tijms. *Understanding Probability: Chance Rules in Everyday Life*. Cambridge University Press, 2004.
- [16] M. Ljungberg, S. Strand, and M. King, editors. *Monte Carlo calculations in nuclear medicine: Applications in diagnostic imaging*. Institute of Physics Publishing, 1998.
- [17] J. Ducote and S. Molloi. Scatter correction in digital mammography based on image deconvolution. *Physics in Medicine and Biology*, Vol. 55(No. 5):1295–1309, March 2010.
- [18] C. Arvanitis and R. Speller. Quantitative contrast-enhanced mammography for contrast medium kinetics studies. *Physics in Medicine and Biology*, Vol. 54(No. 5):6041–6064, September 2009.
- [19] A. Kak and M. Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. IEEE Press, New York, 2001.
- [20] S. Bushong. *Computed Tomography*. Mcgraw-Hill, 2000.
- [21] M. Stabin. *Fundamentals of nuclear medicine dosimetry*. Springer Science+Business Media, Spring Street, New York, NY 10013, USA, 2008.
- [22] A. Ferrari et al. *Fluka: a multi-particle transport code* v. 2011.1.2 ORGANISATION EUROPÉENNE POUR LA RECHERCHE NUCLÉAIRE CERN, 2012.