

Facultad de Matemática, Astronomía  
y Física (FaMAF)  
Universidad Nacional de Córdoba  
(U.N.C.)



**Curso de Física Nuclear**  
**Año Académico 2008**

Prof. Mauro Valente, PhD.  
CONICET & FaMAF, Argentina.

## 0.1. Programa del curso

Curso: **FISICA NUCLEAR CON APLICACIONES**

### **Programa de contenidos para el Año Académico 2008**

#### ■ **Primera Parte: Fundamentos Teóricos**

1. Propiedades generales del núcleo atómico.
2. Fuerzas nucleares.
3. Estados cuánticos y energía de ligadura.
4. Problema de dos cuerpos a baja energía: Scattering  $n^0 - p^+$ .
5. Problema de dos cuerpos a alta energía.
6. Reacciones nucleares.
7. Decaimiento nuclear espontáneo.
8. Radiactividad natural.
9. Decaimiento nuclear alfa.
10. Decaimiento nuclear beta.
11. Decaimiento nuclear gamma.
12. Estructura “shell” del núcleo.
13. Fisión y fusión nuclear.
14. Aceleradores de partículas y detectores de radiación.
15. Activación neutrónica.

#### ■ **Segunda Parte: Prácticos y Aplicaciones**

1. Datación arqueológica por medio del carbono-14.
2. Hadroterapia.
3. Cálculo de blindajes, seguridad radiológica y radioprotección.
4. Detectores de radiación estudiados por simulación Monte Carlo.

5. Elementos de dosimetría en haces mixtos aplicada a columnas neutrónicas térmicas y epitérmicas para BNCT (Boron Neutron Capture Therapy).
6. Producción y uso de radionucleidos en radiofármacos.
7. Medicina nuclear: Cámara gamma, producción de imágenes funcionales, reconstrucción tomográfica, SPECT (Single Photon Emission Tomography), PET (Positron Emission Tomography) y elementos básicos de procesamiento de imágenes digitalizadas.

**NOTA:** En el marco del Grupo de Espectroscopía Atómica y Nuclear (GEAN) de la FaMAF, se propone el curso de *Física Nuclear con Aplicaciones* como materia Especialidad III correspondiente a la formación de estudiantes de grado en las áreas de investigación del grupo, especialmente en temáticas de física médica.

#### Bibliografía:

- C. M. Smith. **A textbook of nuclear physics**. Oxford College of Technology. Editorial Pergamon Press, Oxford, New York, Paris, First edition 1966.
- R. Lapp and H. Andrews. **Nuclear radiation physics**. Editorial Prentice–Hall Inc., USA. Second Edition 1964.
- J. Blatt and V. Weisskopf. **Theoretical Nuclear Physics**. Editorial John Willey & Sons, New York. Seventh Edition 1963.
- Alfredo Ferrari, Paola R. Sala, Alberto Fassó, Johannes Ranft. **Fluka: a multi–particle transport code** (Program version 2005). Editorial ORGANISATION EUROPEENNE POUR LA RECHERCHE NUCLAIRE – CERN EUROPEAN ORGANIZATION FOR NUCLEAR RESEARCH, France–Italia 2005.
- S. Cherry, J. Sorrenson and M. Phelps. **Physics in nuclear medicine**. Editorial Saunders, Philadelphia Third Edition 2003.
- F. Salvat, J. Fernández–Varea and J. Sempau. **PENELOPE, an algorithm and computing code for Monte Carlo simulation of electron–photon showers**. Editorial NEA, France 2003.



# Índice general

0.1. Programa del curso . . . . .	2
<b>1. Propiedades generales del núcleo atómico</b>	<b>9</b>
1.1. Evolución del modelo nuclear . . . . .	9
1.2. Desarrollo histórico de la física nuclear . . . . .	11
1.2.1. Separación electromagnética de iones . . . . .	11
1.2.2. Abundancia natural de isótopos . . . . .	12
1.2.3. Separación de isótopos . . . . .	12
1.2.4. Estabilidad nuclear . . . . .	13
1.3. Características de las fuerzas nucleares . . . . .	15
1.4. Compendio de propiedades nucleares . . . . .	16
<b>2. Estados cuánticos y energía de ligadura</b>	<b>19</b>
2.1. Masa y energía de ligadura nuclear . . . . .	19
2.2. Barrera de potencial nuclear . . . . .	21
2.3. Modelo nuclear de Von Weizsäcker . . . . .	22
2.4. Spin y momentos nucleares . . . . .	24
<b>3. Problema de dos cuerpos a baja energía para nucleones</b>	<b>27</b>
3.1. Deuterón en potencial central . . . . .	28
3.2. Scattering $n^0 - p^+$ . . . . .	30
3.3. Scattering $p^+ - p^+$ . . . . .	32
3.4. Apéndice: Revisión de potenciales cuánticos . . . . .	35
<b>4. Problema de dos cuerpos a alta energía</b>	<b>39</b>
4.1. Scattering $n^0 - p^+$ entre 10 y 30 MeV . . . . .	40
4.2. Scattering $n^0 - p^+$ energías $> 30$ MeV . . . . .	42
4.3. Scattering $p^+ - p^+$ para altas energías . . . . .	44
4.4. Modelo de Yukawa de intercambio de piones . . . . .	46

<b>5. Reacciones nucleares</b>	<b>49</b>
5.1. Introducción y generalidades de reacciones nucleares . . . . .	50
5.1.1. Canales nucleares de reacción . . . . .	53
5.1.2. Relaciones energéticas . . . . .	54
5.2. Sección eficaz para neutrones . . . . .	54
5.3. El modelo de núcleo compuesto . . . . .	56
5.3.1. Núcleo compuesto y experimentos . . . . .	58
5.3.2. Teoría de dispersión de Breit-Wigner . . . . .	59
5.4. Estados nucleares de excitación . . . . .	60
5.5. Reacciones Foto-nucleares . . . . .	63
5.6. Reacciones nucleares con iones pesados . . . . .	65
<b>6. Radioactividad natural y decaimiento nuclear</b>	<b>69</b>
6.1. Teoría continua: una sustancia . . . . .	69
6.2. Teoría continua y <i>Branching</i> . . . . .	70
6.3. Unidades de Radioactividad y aspectos dosimétricos . . . . .	73
6.4. Teoría general de Radioactividad . . . . .	75
<b>7. Decaimiento nuclear alfa</b>	<b>77</b>
7.1. Introducción . . . . .	77
7.2. Estructura del espectro de emisión alfa . . . . .	81
7.3. Ligadura virtual . . . . .	83
<b>8. Decaimiento nuclear beta</b>	<b>89</b>
8.1. Introducción . . . . .	89
8.2. Medición de energías de rayos $\beta$ . . . . .	92
8.3. Teoría de la emisión $\beta$ . . . . .	93
8.3.1. Teoría de Fermi de la Emisión $\beta$ . . . . .	94
8.4. Decaimiento muónico . . . . .	97
8.5. Evidencia sobre Neutrino-Antineutrino . . . . .	98
8.6. Conservación de la paridad en emisión $\beta$ . . . . .	100
<b>9. Decaimiento nuclear gamma</b>	<b>103</b>
9.1. Introducción . . . . .	103
9.2. Tratamiento cuántico de Transiciones . . . . .	106
9.3. Regla de Oro de Fermi . . . . .	107
9.4. Decaimiento desde un nivel discreto a al continuo . . . . .	108
9.5. Desarrollo multipolar y probabilidad de emisión/absorción . .	110

<b>10. Activación neutrónica</b>	<b>113</b>
10.1. Introducción . . . . .	113
10.2. Energías bajas e intermedias en núcleos intermedios . . . . .	116
10.3. Energías bajas en núcleos pesados . . . . .	119
10.4. Energías intermedias en núcleos pesados . . . . .	121
10.5. Energías altas en núcleos intermedios y pesados . . . . .	123
10.6. Energías muy altas en núcleos intermedios y pesados . . . . .	124
10.7. Aplicaciones prácticas de la captura neutrónica . . . . .	125
10.7.1. Producción de radionucleidos en reactores . . . . .	125
10.7.2. Radionucleidos de interés biológica y médico producidos por activación neutrónica . . . . .	126
<b>11. Hadroterapia</b>	<b>129</b>
<b>12. Datación arqueológica por medio del carbono-14</b>	<b>131</b>
<b>13. Medicina nuclear</b>	<b>133</b>
<b>14. Detectores de radiación por simulación Monte Carlo</b>	<b>135</b>
<b>15. Dosimetría en haces mixtos: BNCT</b>	<b>137</b>

# Nuclear Science

**Expansion of the Universe**

The Big Bang theory states that the universe began as a small, dense point of energy, space, and matter. When the expansion of the universe began, it cooled and expanded, creating the conditions for the formation of the first atoms. The expansion of the universe is ongoing, and the distance between galaxies is increasing.

Time	Temperature	Expansion Rate	Distance
10 <sup>-36</sup> s	10 <sup>32</sup> K	10 <sup>29</sup> m/s	10 <sup>-26</sup> m
10 <sup>-32</sup> s	10 <sup>28</sup> K	10 <sup>25</sup> m/s	10 <sup>-22</sup> m
10 <sup>-28</sup> s	10 <sup>24</sup> K	10 <sup>21</sup> m/s	10 <sup>-18</sup> m
10 <sup>-24</sup> s	10 <sup>20</sup> K	10 <sup>17</sup> m/s	10 <sup>-14</sup> m
10 <sup>-20</sup> s	10 <sup>16</sup> K	10 <sup>13</sup> m/s	10 <sup>-10</sup> m
10 <sup>-16</sup> s	10 <sup>12</sup> K	10 <sup>9</sup> m/s	10 <sup>-6</sup> m
10 <sup>-12</sup> s	10 <sup>8</sup> K	10 <sup>5</sup> m/s	10 <sup>-2</sup> m
10 <sup>-8</sup> s	10 <sup>4</sup> K	10 <sup>1</sup> m/s	10 <sup>2</sup> m
10 <sup>-4</sup> s	10 <sup>0</sup> K	10 <sup>-3</sup> m/s	10 <sup>6</sup> m
10 <sup>0</sup> s	10 <sup>-4</sup> K	10 <sup>-7</sup> m/s	10 <sup>10</sup> m
10 <sup>4</sup> s	10 <sup>-8</sup> K	10 <sup>-11</sup> m/s	10 <sup>14</sup> m
10 <sup>8</sup> s	10 <sup>-12</sup> K	10 <sup>-15</sup> m/s	10 <sup>18</sup> m
10 <sup>12</sup> s	10 <sup>-16</sup> K	10 <sup>-19</sup> m/s	10 <sup>22</sup> m
10 <sup>16</sup> s	10 <sup>-20</sup> K	10 <sup>-23</sup> m/s	10 <sup>26</sup> m
10 <sup>20</sup> s	10 <sup>-24</sup> K	10 <sup>-27</sup> m/s	10 <sup>30</sup> m

**Phases of Nuclear Matter**

Nuclear matter is a state of matter that exists at extremely high densities and temperatures. It is a phase of matter that is distinct from the solid, liquid, and gas phases of ordinary matter. Nuclear matter is a state of matter that is characterized by a high density of nucleons and a high temperature. It is a phase of matter that is characterized by a high density of nucleons and a high temperature.

**Unstable Nuclei**

Unstable nuclei are nuclei that are not stable and will eventually decay into a stable nucleus. The decay of an unstable nucleus is a process that is governed by the laws of quantum mechanics. The decay of an unstable nucleus is a process that is governed by the laws of quantum mechanics.

**Radioactivity**

Radioactivity is the process by which an unstable nucleus emits particles or energy. There are three main types of radioactivity: alpha decay, beta decay, and gamma decay. Alpha decay involves the emission of an alpha particle (two protons and two neutrons). Beta decay involves the emission of a beta particle (an electron or a positron). Gamma decay involves the emission of a gamma ray (a high-energy photon).

**The Nucleus**

The nucleus is the central part of an atom, composed of protons and neutrons. It is held together by the strong nuclear force. The nucleus is a central part of an atom, composed of protons and neutrons. It is held together by the strong nuclear force.

**Nuclear Energy**

Nuclear energy is the energy released from a nuclear reaction. It is a form of energy that is produced by the fission or fusion of atomic nuclei. Nuclear energy is a form of energy that is produced by the fission or fusion of atomic nuclei.

**Chart of the Nuclides**

The chart of the nuclides is a plot of the number of protons (Z) versus the number of neutrons (N) for all known nuclides. It shows the stability of different nuclides and the paths of radioactive decay. The chart of the nuclides is a plot of the number of protons (Z) versus the number of neutrons (N) for all known nuclides.

**Applications**

Nuclear science has many applications, including nuclear power, nuclear medicine, and nuclear weapons. Nuclear power is used to generate electricity. Nuclear medicine is used to diagnose and treat diseases. Nuclear weapons are used for military purposes.

<http://pdg.lbl.gov/cpep.html>

© Copyright 1999 International Physics Education Project (IPEP) 90-01-08-1209 Berkeley CA 94720-8188. Support from U.S. Department of Energy, Office of Nuclear Energy, Contract Number DE-AC02-90OR21400. Nuclear Science Division, Lawrence Berkeley National Laboratory, University of California, Berkeley, CA 94720-8188. IPEP, Berkeley, CA, U.S.A. National Science Foundation

## Parte I: Fundamentos Teóricos



# Capítulo 1

## Propiedades generales del núcleo atómico

El capítulo I presenta una distendida y oportuna introducción al ámbito de la física nuclear. Los principales conceptos y algunas propiedades nucleares se exponen en el marco natural de su desarrollo histórico, acompañando, de este modo, la evolución del pensamiento, concepciones e hipótesis de la comunidad científica respecto de la configuración atómica y nuclear. En este sentido, se resalta la importancia histórica de ciertos acontecimientos e ideas revolucionarias que aportaron a la mejor comprensión y desarrollo de la física nuclear moderna.

### 1.1. Evolución del modelo nuclear

La física nuclear se inicia con el descubrimiento del núcleo atómico por parte de Rutherford en 1911, cuando se enunciaron algunas propiedades básicas:

- El radio del núcleo es muy pequeño comparado con el radio del átomo, de hecho se mostró que, en buena aproximación, el núcleo puede ser considerado un carga puntual de dimensiones  $\leq 10^{-13}m$ .
- El núcleo atómico se encuentra cargado, cuyo valor de carga ( $Q$ ) es un múltiplo entero de la carga del electrón ( $e$ ), *i.e.*:  $Q = Ze, Z \in N$ .
- El núcleo atómico es extremadamente masivo comparado en electrones, a tal punto que prácticamente toda la masa del átomo se concentra en el núcleo.

- Debido a la neutralidad del átomo, resultó oportuno asumir que la carga nuclear equilibra exactamente la carga de los electrones que lo rodean. Por lo tanto, la carga del núcleo queda determinada por la cantidad de electrones en el átomo, siendo ésta la única propiedad del núcleo de relevancia para la física atómica y consecuentemente para la física de la materia.

La próxima propiedad de importancia del núcleo es su masa, estudiada por Thompson, quien concluyó que la masa nuclear no está determinada por su carga, de hecho demostró la existencia de núcleos de idéntica carga pero diferentes masa (*isótopos*). Los estudios de Thompson permitieron establecer que la masa de cada isótopo es aproximadamente un múltiplo entero de la masa del protón. El entero mas próximo que satisface esta relación se lo conoce como número másico  $A$ .

La primera, y mas sencilla, suposición consistió en hipotizar que el núcleo atómico estaría constituido por protones, lo cual resulta sin embargo, claramente contradictorio con la evidencia experimental de que prácticamente para todos los núcleo se había observado la relación  $A \geq 2Z$ , por lo tanto cobró sustento la idea de que debía existir otro tipo de partículas dentro del núcleo, además de los protones.

Posteriormente, una segunda hipótesis se impuso sobre la precedente, en este caso basada en el postulado de que el núcleo estaría formado por protones y electrones. Esta teoría resistió por muchos años hasta que Chadwick descubrió el neutrón en 1932, y consecuentemente Heisenberg propuso el modelo de núcleo compuesto por protones y neutrones, dando lugar al origen de lo que hoy se conoce como física nuclear moderna.

La cantidad de neutrones en un núcleo ( $N$ ) está determinada por:  $N = A - Z$ , mientras la masa del neutrón es muy prxima a la del protón. En este sentido, tanto protones como neutrones son denominados "*nucleones*".

Además, núcleos con el mismo número másico  $A$ , pero con diferente número atómico  $Z$  se denominan *isóbaros*; mientras que núcleos con el mismo número de neutrones ( $N = A - Z$ ), pero diferente  $Z$ , se denominan *isótonos*. Una característica importante de los isótopos es que presentan similares propiedades químicas, y por lo tanto, resulta difícil síntezarlos.

Ya que los neutrones son partículas neutras, se concluyó que las fuerzas internas que mantienen unidos los núcleos no son de naturaleza electromagnética, por lo tanto las "*fuerzas nucleares*" que mantienen unido al núcleo, a diferencia de aquellas de carácter atómico, no son atribuibles a la física clásica, según postulara Wigner hacia 1933. Además, Wigner agregó el hecho que el rango de las fuerzas nucleares debería ser de muy corto alcance y de intensidad extremadamente mayor a las interacciones electrostáticas.

Heisenberg mostró contemporáneamente que las fuerzas nucleares deberían presentar una saturación, relacionado al hecho de que un nucleón no interactúa preponderantemente de igual modo con todos los restantes.

## 1.2. Evidencia experimental y teorías relevantes en el desarrollo histórico de la física nuclear

### 1.2.1. Separación electromagnética de iones

El punto de partida han sido los métodos desarrollados para medir cargas eléctricas específicas ( $q/m$ ) negativas formulados básicamente en términos de la interacción de partículas cargadas con campos magnéticos:

$$Bqv = \frac{mv^2}{R} \quad (1.1)$$

donde  $m$  es la masa y  $q$  la carga de la partícula que gira a velocidad  $v$  describiendo una circunferencia de radio  $R$  al ser sometida a la acción del campo magnético externo de intensidad  $B$ .

De este modo, fué posible determinar la carga específica del electrón ( $e/m_e$ ) dando un valor de  $1,7810^8 c/g$ . Cabe destacar que la *Ec. 1.1* es puramente clásica, siendo la expresión relativista (obtenida al expresar el *momentum* en términos relativistas)

$$B = \pm \frac{\sqrt{E_k^2 + 2mc^2 E_k}}{qcR} \quad (1.2)$$

donde  $E_k$  es la energía cinética.

Los métodos utilizados originariamente para calcular el valor de cargas específicas negativas fueron posteriormente extendidos para adaptarlos a la determinación de cargas positivas. Mientras la producción de cargas positivas pudo realizarse aprovechando los métodos de ionización de átomos por medio de bombardeo electrónico, sometimiento a altas temperaturas o descargas eléctricas, entre otros. Los iones positivos generados podían entonces ser acelerados por medio de potenciales negativos y pasar a través de analizadores eléctricos o magnéticos, utilizados para distinguir y focalizar los iones de igual carga específica. Debido al hecho que el valor de carga es un múltiplo entero de la carga del electrón, resulta que la separación de iones positivos depende esencialmente del valor de la masa, lo cual constituye la base de la gran precisión de estos métodos (espectrómetros y espectrógrafos de masa) para calcular la masa de iones positivos.

El método de focalización electromagnética permite distinguir elementos de igual  $q/m$ , dando lugar al fenómeno de “*dobeletes*” que consiste en la detección en puntos focales muy próximos, cuya distancia de separación puede emplearse para

determinar de manera muy precisa las masas relativas. El grado de precisión permite incluso la medición de masas relativas entre átomos neutros e iones positivos formados por remoción de electrones. Las determinaciones de la masa obtenidas por medio de espectroscopía de masa se expresan en términos relativos a las masas de los átomos neutros, mientras que la masa del núcleo se obtiene por medio de la sustracción de la masa correspondiente a los electrones.

### 1.2.2. Abundancia natural de isótopos

Los análisis con espectroscopía de masa permiten establecer la cantidad de átomos de una dada masa.

De este modo es posible establecer la *abundancia porcentual* de isótopos para cada elemento en estado natural, además puede calcularse la *abundancia relativa* definida como la cantidad relativa de cada constituyente respecto del isótopo más abundante.

Los estudios de espectros de masa muestran comportamientos muy diferentes patrones de abundancia entre los distintos elementos naturales. Para elementos como el estaño, se observan 10 isótopos, mientras el oro presenta una única línea espectral, siendo una característica general que elementos de número atómico impar presentar una o dos líneas, mientras para valores pares raramente se encuentran sólo una o dos líneas.

La evidencia experimental por espectroscopía de masa muestra que, con algunas raras excepciones, la composición isotópica de un dado elemento resulta independiente del lugar donde fué tomada la muestra que se analiza, incluso hierro de meteoritos han mostrado la misma composición isotópica que muestras de hierro terrestres. Si bien no se comprende exactamente la abundancia isotópica, pueden enunciarse ciertas premisas empíricas:

1. Nucleidos de número atómico par y cantidad par de neutrones son los más abundantes en la naturaleza. La configuración “par-par” de nucleidos constituye la mayoría de los elementos de la corteza terrestre.
2. Configuraciones “par-impar” o “impar-par” se presentan en abundancia moderada en la naturaleza.
3. La configuración “impar-impar” es extremadamente rara en la naturaleza, conociéndose sólo 5 casos:  ${}^1_1\text{H}^2$ ,  ${}^3_3\text{Li}^6$ ,  ${}^5_5\text{B}^{10}$ ,  ${}^7_7\text{N}^{14}$  y  ${}^{23}_{23}\text{V}^{50}$ .

### 1.2.3. Separación de isótopos

La posibilidad de separar un elemento en sus diferentes componentes isotópicas conlleva gran interés y se trata generalmente de un proceso muy complicado. En

principio, cualquier propiedad dependiente de la masa atómica puede ser utilizada para aplicar mecanismos de separación, sin embargo sólo unos pocos dan resultados satisfactorios.

Técnicas por espectrometría de masa resultan ser el mejor método para la separación completa, sin embargo la cantidad de producto resulta muy baja (poca eficiencia).

Técnicas de difusión gaseosa son también empleados a fin de la separación de isótopos aprovechando la ley de Graham, que establece que la tasa de difusión es función del peso molecular:

$$n \propto \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (1.3)$$

donde  $n$  es la cantidad de moléculas que difunden y  $M$  es la masa molecular del gas.

Por lo tanto, el grado de separación es muy bajo para gases de alto peso molecular.

Además, otros métodos como difusión térmica, vaporización, electrólisis y reacciones químicas pueden ser utilizados para la separación de isótopos.

#### 1.2.4. Estabilidad nuclear

Escencialmente, un núcleo es considerado *estable* si no se transforma por sí mismo, y sin energía externa, cambiando su configuración nuclear. Sin embargo, existen diferentes categorías de estabilidad.

Los núcleos livianos son estables respecto de emisión de partículas alfa, pero generalmente no lo son respecto de emisión beta.

Desde el punto de vista experimental, la estabilidad resulta dependiente de la sensibilidad instrumental para detectar de la técnica de medición, y por lo tanto perfeccionamiento de los métodos experimentales pueden ofrecer la posibilidad de distinguir isótopos que se piensan estables pero son en realidad radioactivos.

La figura 1.1 muestra los nucleidos estables en un diagrama neutrón-protón. La línea sólida se conoce como línea de estabilidad. Para valores grandes de  $Z$ , aumenta también el cociente  $N/Z$  para los nucleidos estables. La curva de estabilidad experimental puede aproximarse por la expresión empírica:

$$Z(A) = \frac{A}{2 + 0,0146A^{\frac{2}{3}}} \quad (1.4)$$

Considerando que las técnicas de espectrografía de masa emplearon originalmente al oxígeno como referencia, en términos de la escala física de pesos atómicos, el isótopo mas abundante es del oxígeno se utiliza como valor standard (16.000000).

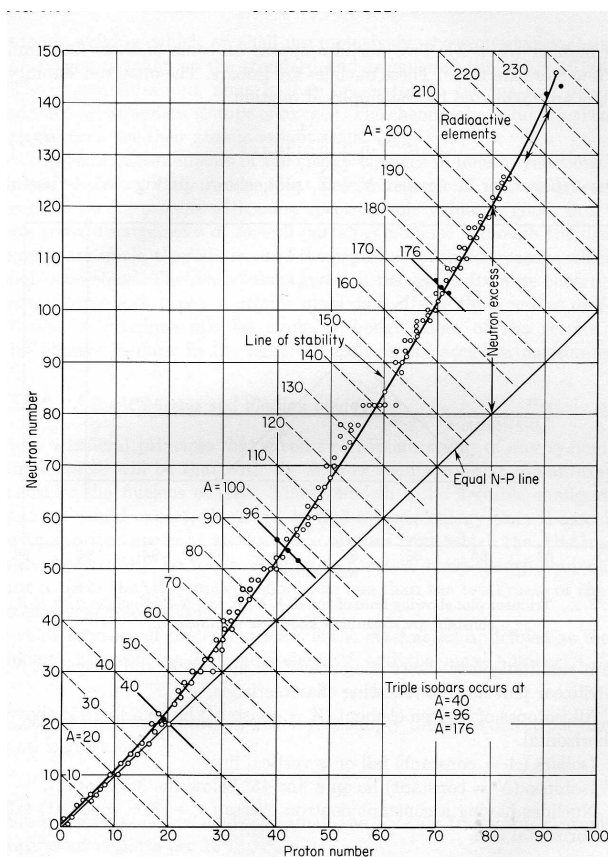


Figura 1.1: Gráfico neutrón-protón de nucleidos estables.

La *unidad de masa atómica* ( $u$ ) se define como  $1/16$  de la masa un átomo del isótopo más estable del oxígeno. Sin embargo, contrariamente, la nomenclatura histórica de la escala química emplea el carbono-12 como patrón de referencia.

Posteriormente, mediciones precisas de intercambios energéticos durante reacciones nucleares, permitieron establecer de manera completamente independiente, las masas atómicas. Se encontró, en líneas generales, un muy buen acuerdo con las mediciones espectroscópicas.

### 1.3. Características de las fuerzas nucleares

Las primeras hipótesis sobre la naturaleza atractiva de las fuerzas nucleares se remontan hacia 1935, cuando Yukawa propuso su modelo nuclear. Además, las “conjeturas” de Heisenberg respecto de la naturaleza de las fuerzas nucleares.

Gran parte del desarrollo en el campo de las fuerzas nucleares se deben a fenómenos observacionales y empíricos. Existen algunos argumentos relevantes para considerar a las fuerzas nucleares fuera de la típica clasificación de fuerzas que obedecen leyes de inverso del cuadrado. A continuación se resumen algunas de las más importantes características distintivas de las fuerzas nucleares:

- A pesar que la evidencia indica que las fuerzas nucleares deben ser predominantemente atractivas, debe existir una componente repulsiva efectiva con rango extremadamente corto. De otro modo, los nucleones colapsarían.
- Las fuerzas nucleares individuales son extremadamente mayores a las correspondientes interacciones coulombianas. De otro modo, el núcleo se desintegraría por acción de repulsión electrostática.
- Las fuerzas nucleares no dependen fuertemente del tipo de nucleón, *i.e.* existe muy poca diferencia entre la interacción p-n, p-p o n-n. (sugiriendo un origen “no eléctrico”).
- Las fuerzas nucleares tienen un rango de alcance muy corto (decaendo extremadamente más rápido que el inverso del cuadrado).
- A distancias del orden de 0.4f ( $1f = 10^{-15}$ ) las fuerzas nucleares son predominantes formando una “coraza”.
- Como consecuencia del corto alcance, las fuerzas nucleares actúan efectivamente sobre nucleones adyacentes.
- Las fuerzas nucleares presentan “saturación”, grupos de 4 nucleones conforman estructuras estables. (la no existencia de estructuras con 5 nucleones, como  ${}^5_2\text{He}$  sostiene esta afirmación).
- Los nucleones tienden a formar *shells* cerradas con fuertes interacciones entre las *shells*.
- A pesar que la formación de 4 nucleones aparente saturar, existe “tendencia” hacia la formación de pares de nucleones.

La interacción entre nucleones resulta particularmente complicada, en el sentido de que depende no sólo de la separación entre nucleones, sino también de las

direcciones relativas de los spins y momentos angulares. Para distancias del orden de  $4f$ , las fuerzas nucleares y las coulombianas se equilibran, mientras a distancias próximas a  $25f$ , las fuerzas nucleares resultan  $10^{-6}$  respecto del valor de las fuerzas electrostáticas, mientras la componente repulsiva a corta distancia evita el colapso.

Los grandes principios de las interacciones nucleares se denominan “*simetría de carga*” e “*independencia de carga*”.

El principio de simetría de carga establece que la interacción nuclear entre pares de nucleones (fuerzas  $n-n$ ,  $p-p$ ) son esencialmente iguales, excepto correcciones menores debido a interacciones coulombianas; mientras el segundo principio va más allá y establece que la fuerza  $p-n$  también es esencialmente igual a las anteriores. Se ha supuesto implícitamente, que la validez de las afirmaciones anteriores implica la igualdad de condiciones (separación, dirección de spin, etc.).

El modelo de Yukawa para la interacción nuclear establece un intercambio continuo de mesones entre los nucleones constituyentes, de este modo al intercambiar mesones cargados, el efecto neto entre neutrón-protón sería un intercambio de identidades, confirmando el principio de simetría. Posteriormente, hacia 1947 Powell, Occhialini y Lattes confirman el descubrimiento de los mesones  $\pi$  “*piones*” ( $m_\pi \approx 300m_e$ ) en la radiación cósmica, que representarían la famosa partícula de Yukawa para el intercambio.

## 1.4. Compendio de propiedades nucleares

En vista del desarrollo histórico y evidencias experimentales resumiendo precedentemente, pueden mencionarse ciertas características concluyentes:

- Todos los núcleos son de carga positiva, y la magnitud de la carga eléctrica es un múltiplo entero  $Z$  de la carga del protón o núcleo de hidrógeno ( $e$ ). En átomos neutros,  $Z$  coincide con el número de electrones en los orbitales. Además,  $Z$  se conoce como número atómico.
- Más del 99.9 por ciento de la masa del átomo se concentra en el pequeño volumen del núcleo.
- Los núcleos son de forma esférica o muy próximamente esféricos, presentándose, sin embargo, muy raras excepciones.

El radio nuclear ( $r$ ) puede ser calculado en manera aproximada por medio de la expresión empírica:

$$r = r_0 A^{\frac{1}{3}} \tag{1.5}$$



donde  $A$  es el número atómico y  $r_0$  es una constante cuyo valor aproximado es  $2.10^{-15}m$ .

En este sentido, resulta inmediato pensar en una densidad nuclear ( $\rho$ ) universal, muy aproximadamente constante, dada por:

$$\rho = \frac{A}{\frac{4}{3}\pi r^3} \approx 10^{14} g/cm^3 \quad (1.6)$$

Sin embargo, debido a la altísima densidad de nucleones por unidad de volumen ( $10^{38} nucleones/cm^3$ ), no resulta simple establecer una relación empírica entre las dimensiones nucleares y la masa nuclear.

El núcleo atómico es una unidad formada por partículas constitutivas fuertemente ligadas, cuyo régimen de potencial se encuentra varios órdenes por encima de las energías cinéticas.

Antes del descubrimiento del neutrón, se hipotizaba núcleos constituidos por protones y electrones, asunción bastante razonable en términos de algunas evidencias experimentales de la época. Sin embargo, a la luz de la física cuántica, tal hipótesis resulta claramente inconsistente, ya que núcleos con cantidad par de nucleones responden a las leyes de la mecánica estadística de Bos-Einstein. Examinando los patrones de intensidad del espectro de rotación de moléculas de  $(N^{14})_2$  resulta de manera indiscutible que el valor de spin nuclear de  $N^{14}$  es de una unidad (en términos de  $\hbar$ ). Análisis análogos muestran que núcleos con cantidad par de nucleones presentan valores de spin enteros, mientras para cantidades impar de nucleones se verifican valores de spin semi-enteros. En el ejemplo considerado ( $N^{14}$ ) la cantidad de nucleones, bajo las hipótesis del modelo protón-electrón, sería 21 (impar), lo cual implicaría un valor semi-entero de spin, en contradicción con la evidencia experimental. Una segunda y sencilla refutación proviene del principio de incertidumbre de Heisenberg. Asumiendo un electrón confinado a una esfera de diámetro  $\approx 10^{-12}cm$ , la incerteza del momentum resultaría:

$$\Delta p \Delta x \approx \hbar \approx 10^{-27} ergs \quad (1.7)$$

Valor que permitiría calcular la energía relativista del electrón confinado:

$$\Delta E = c \Delta p = \frac{c \hbar}{\Delta x} \approx 20 MeV \quad (1.8)$$

Pero resulta por demás inverosímil que la energía potencial electrón-protón dentro del núcleo alcance estos valores. Sin embargo, por el otro lado, la relativamente grande masa del neutrón y protón, respecto del electrón, no produce semejantes valores de energía cinética.

Además, la evidencia de momentos magnéticos dipolares de los núcleos sería difícilmente explicable en términos de núcleos constituidos por electrones.

La existencia de núcleos estables que requieren enormes cantidades de energía para desintegrarse resulta consecuencia directa de la extremadamente intensas fuerzas nucleares, cuya determinación cuantitativa, sin embargo, resulta particularmente complicada. Teorías de interacción nucleón-nucleón están aún siendo desarrolladas y presentan altísimas complejidades y tediosos formalismos, donde el problema de muchos cuerpos y las energías intrevinientes juegan papeles preponderantes.

# Capítulo 2

## Estados cuánticos y energía de ligadura

El capítulo II introduce los conceptos de estado cuántico y energía de ligadura que se encuentran íntimamente relacionados con las fuerzas y potenciales nucleares y resultan de particular importancia para la comprensión de las configuraciones nucleares y sus estados energéticos.

### 2.1. Masa y energía de ligadura nuclear

El núcleo atómico es un sistema formado por  $A$  elementos constituyentes (nucleones) mantenidos juntos formando una unidad por medio de fuerzas nucleares atractivas. Existen razones suficientes para asumir que la mecánica de estos sistemas puede ser tratada, con buena aproximación, en términos no-relativistas.

El núcleo, como cualquier sistema cuántico ligado, puede encontrarse en toda una serie de diferentes estados cuánticos, siendo el estado de mínima energía aquel considerado “*fundamental*”. En situaciones normales, el núcleo se encuentra en su estado fundamental, mientras que al pasar a alguno de los estados “*excitados*”, de mayor energía, regresará a su estado fundamental por medio de procesos de desexcitación, generalmente a través de emisión de cuantos.

La masa nuclear ( $M_{nuc}$ ) puede calcularse por medio de<sup>1</sup>:

$$M_{nuc} = ZM_p + (A - Z)M_n - \Delta \quad (2.1)$$

---

<sup>1</sup>La energía de ligadura de los electrones en el átomo resulta absolutamente despreciable respecto de las energías de ligadura nucleares, y por ello serán omitidas a continuación.

20 FÍSICA NUCLEAR CAPÍTULO 2. Estados cuánticos y energía de ligadura

donde  $M_p$  y  $M_n$  son las masas del protón y neutrón, respectivamente, y  $\Delta$  se define como “defecto de masa” dado por la diferencia entre el peso nuclear y la suma de los pesos de los nucleones constituyentes.

En este sentido, el peso atómico ( $M_{at}$ ) puede calcularse a través de:

$$M_{at} = ZM_H + (A - Z) M_n - \Delta \quad (2.2)$$

donde  $M_H$  es la masa del átomo de hidrógeno ( $M_H = M_p + m_e$ ).

El defecto de masa  $\Delta$  puede ser explicado en términos de la equivalencia masa-energía. Sea  $U$  la energía total del núcleo, entonces vale:

$$U = c^2 M_{nuc} \quad (2.3)$$

La diferencia energética entre la suma de las energías en reposo de los constituyentes y la energía total del núcleo puede interpretarse como el trabajo necesario para desintegrar al núcleo en sus constituyentes, por lo tanto esta cantidad representaría la energía de ligadura total del núcleo ( $B$ ), dada por<sup>2</sup>:

$$B = ZM_p c^2 + (A - Z) M_n c^2 - U = c^2 \Delta \quad (2.4)$$

y queda determinada por medio de mediciones de  $\Delta$ .

La “fracción de ligadura” ( $f$ ) se define como la proporción de energía de ligadura por nucleón. *i.e.*:

$$f \equiv \frac{B}{A} \quad (2.5)$$

La figura 2.1 muestra el comportamiento de  $f$  en función de la cantidad de nucleones  $A$ .

Asimismo, se introduce el concepto de “energía de separación” ( $S_a(X)$ ) definido como la energía necesaria para remover al infinito la partícula  $a$  del núcleo  $X$  en su estado fundamental, dejando al residuo  $Y$  ( $Y + a = X$ ) también en estado fundamental. Los valores de  $S$  resultan muy similares a  $f$  ( $\approx 8MeV$ ), dado que la energía necesaria para remover un nucleón es muy parecida a la energía media de ligadura por nucleón, sin embargo significativas desviaciones han sido encontradas, por ejemplo para el caso del silicio. La energía de separación para neutrones ( $S_n$ ) se calcula por medio de:

$$S_n = B(Z, N) - B(Z, N - 1) \quad (2.6)$$

y esta expresión puede ser reescrita en términos de  $f$ :

---

<sup>2</sup> $U$  y  $B$  se refieren al estado fundamental del núcleo

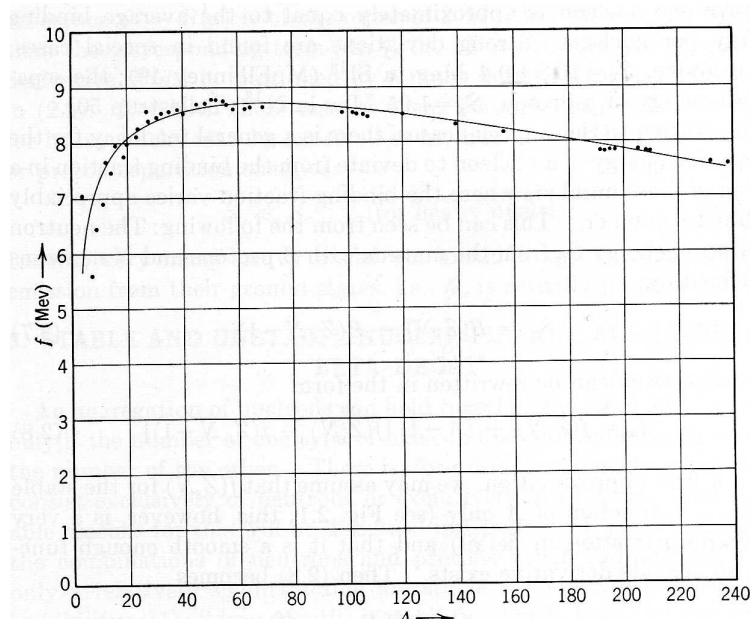


Figura 2.1: Fracción de energía de ligadura para núcleos estables en función de  $A$ .

$$S_n = f(Z, N) + (A - 1) [f(Z, N) - f(Z, N - 1)] \quad (2.7)$$

Asumiendo, en primera aproximación, que para núcleos estables  $f(Z, N)$  es función sólo de  $A$ , se obtiene:

$$S_n(A) \approx f + (A - 1) \frac{df}{dA} \quad (2.8)$$

mostrando que la energía de separación es aproximadamente igual a la fracción de energía de ligadura.

## 2.2. Barrera de potencial nuclear

Partículas cargadas, como protones, moviéndose en proximidades del núcleo experimentan efectos retardadores debido a la interacción coulombiana, por lo tanto a medida que la partícula se acerca al núcleo pierde energía aumentando su potencial. El campo retardador representa, pues, una barrera que debe ser traspasada. Según la mecánica clásica, si la partícula debe llegar al núcleo, el potencial resulta como se muestra la figura 2.2.

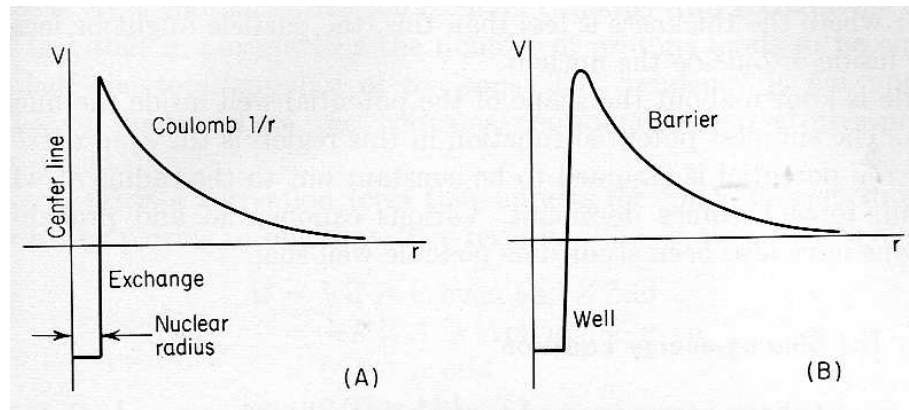


Figura 2.2: Potencial nuclear ideal (A) y mas probable (B).

Si la partícula incidente tiene energía suficiente para atravesar la barrera de potencial, alcanzará la zona de influencia de las fuerzas nucleares atractivas y será sometida por el potencial del núcleo. La distancia para la cual la fuerza nuclear equilibra la repulsión electrostática puede definirse muy aproximadamente igual al radio nuclear.

De manera cuantitativa, en muy buena aproximación, la altura máxima de la barrera de potencial ( $V_{max}$ ) puede ser calculada en términos del radio nuclear:

$$V_{max} \approx \frac{Zze^2}{\epsilon r_0 A^{\frac{1}{3}}} \quad (2.9)$$

donde  $ze$  es la carga de la partícula que se aproxima al núcleo de carga  $Ze$  y  $\epsilon$  es la constante dieléctrica.

### 2.3. Modelo nuclear de Von Weizsäcker

Este modelo desarrollado en 1935 permite calcular de manera semi-empírica la masa atómica de un nucleido a partir de “*términos correctivos*” a la energía de ligadura. Este método fué posteriormente modificado, incorporando nuevas concepciones cuánticas. Sin embargo, su versión original, puede describirse como sigue:

La masa de un átomo ( ${}_Z M^A$ ) queda determinada principalmente por la Ec. 2.2. El hecho de que  $B/A$  sea casi constante implica que el principal término correctivo a la Ec. 2.2 sea la “energía de ligadura de volúmen”, dado por:

$$M_1 = -a_1 A \quad (2.10)$$

que correspondería a un término de masa negativa. Este término, sin embargo, sobreestima la energía de ligadura en la superficie del núcleo, ya que los nucleones no se encuentran tan firmemente ligados como aquellos dentro de la superficie nuclear. Entonces, la reducción de la ligadura de nucleones en la superficie puede expresarse como:

$$M_2 = a_2 A^{\frac{2}{3}} \quad (2.11)$$

El siguiente término correctivo es debido a la ligadura negativa asociada a la repulsión coulombiana mutua entre los  $Z$  protones, asumiendo distribución uniforme de protones dentro del núcleo, resulta:

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{r} \quad (2.12)$$

Mientras que para núcleos livianos, debería considerarse la naturaleza discreta de la distribución de protones en el núcleo y reemplazar  $Z$  por  $Z - 1$  en la última expresión.

El efecto del campo coulombiano se determina por medio de:

$$M_3 = a_3 \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} \quad (2.13)$$

La desviación de la condición  $Z = N$  produce un efecto de reducción de la energía de ligadura, lo cual sugiere la incorporación de un término dependiente de  $(N - Z)$  o  $(A/2 - Z)$ , lo cual fué originalmente argumentado en función de “*efectos de simetría*”, estableciendo un término correctivo:

$$M_4 = a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} \quad (2.14)$$

Finalmente, la tendencia a la configuración par-par sugirió la inclusión del término:

$$M_5 = a_5 A^{-\frac{3}{4}} (\text{impar} - \text{impar}) M_5 = 0 (\text{impar} - \text{par}) M_5 = -a_5 A^{-\frac{3}{4}} (\text{par} - \text{par}) \quad (2.15)$$

Resumiendo los “términos correctivos” incluidos, resulta:

$${}_Z M^A = Z M_H + (A - Z) M_n - a_1 A + a_2 A^{\frac{2}{3}} + a_3 Z^2 A^{-\frac{1}{3}} + a_4 \frac{(A/2 - Z)^2}{A} + M_5 \quad (2.16)$$

Los valores empíricos (en unidades de  $10^{-3}uma$ ) propuestos para los coeficientes son:  $a_1 = 16,92$ ,  $a_2 = 19,1$ ,  $a_3 = 0,763$ ,  $a_4 = 101,8$  y  $a_5 = 36,5$ .

En esta hipótesis, dado el número de nucleones  $A$ , el isóbaro más estable corresponde al mínimo de la expresión anterior, *i.e.*:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial Z}\right)_A = 0 \Rightarrow Z = \frac{M_n - M_H + a_4}{2a_3A^{-\frac{1}{3}} + 2a_4A^{-1}} \quad (2.17)$$

A pesar de la naturaleza empírica y *ad hoc* del modelo de Von Weizsäcker resulta sorprendentemente existoso en un limitado rango de valores de  $A$ .

## 2.4. Spin y momentos nucleares

La existencia de un momento angular intrínseco (spin) nuclear fué sugerida por Pauli hacia 1924. Inmediatamente se asociaron los momentos dipolares nucleares, fenómenos claramente explicables en términos de la mecánica clásica, ya que núcleos de dimensiones finitas y cargados que pueden ser modelizados por una esfera de carga rotante, la cual genera un campo magnético.

Evidencias experimentales como las líneas espectrales ópticas y la estructura superfina, el corrimiento isotópico y acoplamiento entre momento magnético del núcleo y el momento magnético del electrón de valencia correspondiente a la línea espectral, sostienen la importancia de estos efectos.

El momento angular intrínseco nuclear puede expresarse como un vector  $\vec{I}$ , que resulta de la contribución del spin y de los momentos angulares orbitales individuales de los nucleones constituyentes. El vector  $\vec{I}$  tiene magnitud  $\sqrt{I(I+1)}$ , siendo la máxima componente observable igual a  $I$  (en unidades de  $\hbar$ ).

El momento dipolar magnético nuclear ( $\vec{\mu}$ ) es paralelo al vector de spin y está dado por:

$$\vec{\mu} = g_n \mu_n \vec{I} \quad (2.18)$$

donde  $g_n$  es el factor nuclear  $g$  (razón giromagnética) y  $\mu_n$  es el magnetón nuclear dado por:  $\mu_n = \frac{e\hbar}{2M_p c}$ .

La máxima componente observable de  $\mu_n$  se denota  $\mu$  y se conoce como “momento magnético del núcleo”, definido por:

$$\mu = g_n \mu_n I \quad (2.19)$$

De este modo puede considerarse la interacción entre el momento magnético del núcleo con los electrones de los orbitales. Sea  $\vec{H}_J$  el campo magnético producido por los electrones en el núcleo y sea  $\vec{J}$  el vector suma entre los momentos angulares de los electrones ( $\vec{L}$ ) y los spins electrónicos ( $\vec{S}$ ).



Ya que el núcleo resulta despreciablemente susceptible a las rápidas variaciones del campo magnético electrónico, resulta razonable realizar una estima de la energía potencial de interacción (entre  $\vec{\mu}$  y  $\vec{H}_J$ ) basada en el promedio temporal de los campos, entonces se tiene:

$$V = -\vec{\mu} \cdot \vec{H}_J = -\left(\frac{\mu H_J}{IJ}\right) \vec{I} \cdot \vec{J} \quad (2.20)$$

El momentum angular total atómico ( $\vec{L}_{at}$ ) está dado por:

$$\vec{L}_{at} = \vec{I} + \vec{J} \quad (2.21)$$

Entonces, la energía potencial de interacción resulta:

$$V = -\left(\frac{\mu H_J}{IJ}\right) \frac{1}{2} f(L) \quad (2.22)$$

donde  $f(L) = L(L+1), \dots etc.$

Resulta pues, que cada nivel de energía atómico, de momentum angular  $\vec{J}$  se separa en una serie de sub-estados cada uno correspondiente a un valor diferente de  $\vec{L}$ , con un gap energético ( $\Delta$ ) entre sub-estados consecutivos dado por:

$$\Delta = \left(\frac{\mu H_J}{2IJ}\right) \{[L(L+1) - I(I+1) - J(J+1)] - [(L-1)L - (I-1)I - (J-1)J]\} \quad (2.23)$$

$$i.e.: \Delta = L \left(\frac{\mu H_J}{IJ}\right)$$

Entonces, la separación magnética hiperfina de los estados energéticos atómicos produce  $2I+1$  o  $2J+1$  sub-estados.

Por otro lado, la distribución de carga eléctrica dentro del volumen nuclear genera también momentos eléctricos. El momento dipolar eléctrico ( $\vec{D}_{el}$ ) puede calcularse por medio de:

$$D_{el} = \int \vec{r} q(\vec{r}) d^3 r \quad (2.24)$$

y en términos de la función de onda, resulta:

$$D_{el}^z = e \sum_{i=1}^Z \int z_i |\Psi(r_1, \dots, r_A)|^2 d^3 r \quad (2.25)$$

La integral se extiende sobre todas las coordenadas y la sumatoria se realiza sobre las primeras  $Z$  partículas (protones). Analizando la paridad de funciones de onda y la composición del integrando, resulta que, por simetría, el momento dipolar

eléctrico es nulo, en completo acuerdo con el teorema de la mecánica cuántica, según el cual estados estacionarios tienen momento dipolar eléctrico nulo.

Entonces, el primer momento eléctrico importante resulta ser el momento cuadrupolar eléctrico ( $Q$ ), que puede calcularse considerando al núcleo sometido a la acción del campo eléctrico  $\vec{E}$  y asumiendo simetría cilíndrica respecto del eje  $z$ .

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0 \quad (2.26)$$

Calculando el potencial ( $\varphi(x, y, z)$ ), se tiene:  $\varphi(x, y, z) \propto -\frac{1}{4}(3z^2 - r^2)$ .

La energía potencial electrostática ( $W$ ) resulta, pues:

$$W = -\frac{1}{4} \left( \frac{\partial E_z}{\partial z} \right)_0 e \int (3z^2 - r^2) |\Psi(\vec{r})|^2 d^3r \quad (2.27)$$

El término integral en la expresión anterior representa el momento cuadrupolar eléctrico del núcleo, que puede obtenerse del desarrollo multipolar ( $Q_{l,m}$ ):

$$Q_{l,m} \equiv \sum_{i=1}^Z e \int r_i^l Y_{l,m}(\theta, \phi) |\Psi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A)|^2 d^3r \quad (2.28)$$

Para distribuciones de carga nuclear con simetría esférica, se tiene:  $\langle x \rangle = \langle y \rangle = \langle z \rangle = \frac{1}{3}r^2$ , lo cual implica la anulación del momento cuadrupolar eléctrico. En términos de mecánica cuántica puede probarse que el momento cuadrupolar eléctrico nuclear también se anula para núcleos de spin  $=\frac{1}{2}$ , por lo tanto núcleos que espectroscópicamente presenten momento cuadrupolar eléctrico, deben cumplir con la condición de que el valor de spin sea mayor o igual a 1.

Sin embargo, no resulta simple determinar los momentos cuadrupolares eléctricos con gran precisión. La mayoría de los métodos empleados a tal fin se basan en medidas de la estructura atómica hiperfina producida por la interacción entre el momento cuadrupolar eléctrico y el gradiente del campo eléctrico (Ec. 2.27).

# Capítulo 3

## Problema de dos cuerpos a baja energía para nucleones

El capítulo III trata sobre la dinámica de sistemas de 2 cuerpos, que resultará instructiva en la comprensión de fenómenos de interacción entre 2 nucleones. El problema de dos cuerpos queda exactamente determinado analíticamente y por ello resulta oportuno aplicarlo a la interacción entre pares de nucleones, esperando utilizar la información que pueda recavarse para el estudio de las propiedades del núcleo entero. Sin embargo, la no-aditividad de las fuerzas nucleares, limita en alguna medida la interpretación de las propiedades nucleares a partir de la interacción entre 2 nucleones. Durante este capítulo se estudian sistemas con energías relativamente bajas en escala nuclear (inferiores a 10MeV).

En primer lugar, dado que se trabaja en la aproximación de baja energía en comparación con la energía en reposo de un nucleón, se tiene que como primer consecuencia la posibilidad de despreciar los efectos relativistas.

Considerando que las fuerzas nucleares no derivan aún de alguna teoría fundamental, la descripción en términos de la teoría de 2 cuerpos requerirá de algunas modificaciones al modelo standard, que se harán en base heurística y empírica.

Muchos de los modelos de 2 cuerpos para la física nuclear asumen que las fuerzas nucleares son de carácter conservativo y obedecen a un potencial ( $W(r)$ ). De este modo, se asume que las interacciones nucleares son independientes de las velocidades relativas de los nucleones.

### 3.1. Deuterón en potencial central

La discusión del sistema neutrón-protón ( $n^0 - p^+$ ) sometido a fuerzas centrales resulta particularmente oportuna para aclarar y fijar ideas en función del desarrollo siguiente respecto de los procesos de interacción  $n^0 - p^+$ .

El deuterón es un sistema formado por 2 partículas ( $n^0$  y  $p^+$ ) de masas casi iguales ( $m_{np} = M$ ), que se mantiene unido por acción de fuerzas atractivas de corto alcance. La presente discusión asume que estas fuerzas atractivas actúan a lo largo de la línea que une las partículas, *i.e.* tratando las fuerzas nucleares como fuerzas centrales, lo cual en términos exigentes, es incorrecto, ya que la interacción de acoplamiento spin-órbita es contraria al modelo de fuerzas centrales.

En la aproximación de fuerzas centrales, éstas pueden derivarse del potencial central  $V(r)$ . Dado que se trata de fuerzas atractivas,  $V(r)$  debe ser negativo y disminuir al decrecer  $r$ . La evidencia del corto alcance implica que  $V(r)$  es apreciablemente diferente de 0 en una región limitada por un cierto rango  $b$ , como muestra la figura 3.1.

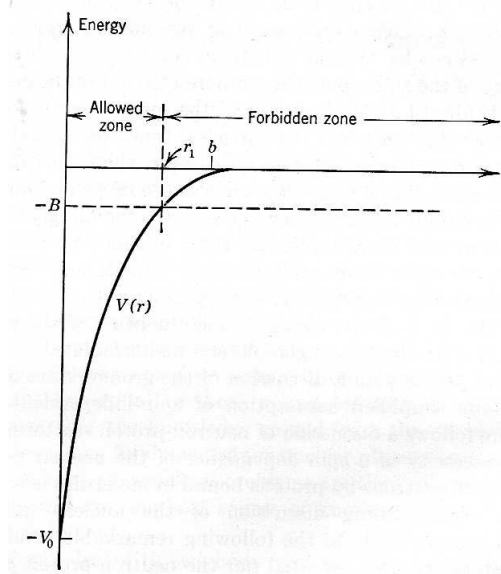


Figura 3.1: Potencial  $V(r)$  correspondiente a fuerzas nucleares atractivas. La zona permitida ( $E - V(r) > 0$ ) es denominada “*allowed zone*”, mientras la prohibida ( $E - V(r) < 0$ ) es denominada “*forbidden zone*”.

Experimentalmente se ha mostrado que el rango  $b$  es del orden de  $2 \cdot 10^{-15}m$ . La función de onda ( $\Psi$ ) para este sistema está dada por:

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2\mu}\right)\nabla^2\Psi(\vec{r}) + V(r)\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}) \quad (3.1)$$

donde  $\mu$  es la masa reducida del sistema ( $\mu = \frac{M_n M_p}{M_n + M_p} \approx \frac{M}{2}$ ),  $E$  es la energía del movimiento relativo y  $\vec{r}$  es el vector distancia entre las dos partículas.

Las mediciones experimentales para la energía de ligadura del estado fundamental del deuterón dan:  $2,226 \pm 0,003 MeV$ .

Puede esperarse que el estado fundamental presente simetría esférica, i.e.  $\Psi_0(\vec{r}) = \Psi_0(r)$ , entonces, por conveniencia, se reescribe:  $\Psi_0(r) = \frac{u(r)}{r}$ , de este modo  $u^2(r)dr$  representa la probabilidad de encontrar las dos partículas a una distancia entre ellas con valor entre  $r$  y  $r + dr$ . Reemplazando  $u(r)$  en la ecuación de Schrödinger, resulta:

$$-\left(\frac{\hbar^2}{M}\right)\left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}\right) + V(r)u(r) = Eu(r) \quad (3.2)$$

concondiciones de contorno dadas por:

$$u(r) = 0 \quad r = 0 ; \quad r \rightarrow \infty \quad (3.3)$$

La Ec. 3.2 puede ser re-escrita en manera conveniente, en la forma:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \kappa^2(r)u(r) = 0 \quad (3.4)$$

donde se ha introducido el “*número de onda local*”  $\kappa$  definido por:

$$\kappa \equiv \pm \sqrt{\frac{M(E - V(r))}{\hbar^2}} \quad (3.5)$$

Existe una distancia ( $r_1, r_1 \approx b$ ) para la cual el potencial  $V(r)$  coincide con la energía total  $E$ . Resulta pues, que  $\kappa$  asume valores reales en la región  $r < r_1$  y valores imaginarios para  $r > r_1$ , lo cual en términos de mecánica clásica, implica que la primera región es la “*zona permitida*”, mientras la segunda representa la “*zona prohibida*”.

Analizando la función  $u(r)$  de la Ec. 3.2, se tiene que:  $u(r)$  se comporta como  $\sin(Kr)$  en la zona  $r < r_1$ , bajo la acción de la fuerza nuclear, mientras  $V(r)$  se hace cada vez mas despreciable en la zona  $r > r_1$  y el comportamiento de  $u(r)$  se aproxima al de un decaimiento exponencial ( $\approx \exp\left(\frac{-\sqrt{2\mu E_0} r}{\hbar}\right)$ ).

### 3.2. Scattering $n^0 - p^+$

El proceso de scattering de neutrones por parte de protones depende fuertemente de la energía del neutrón incidente. Para rangos energéticos por debajo de 10MeV, la longitud de onda de de Broglie (calculada en el sistema centro de masa) resulta significativamente mayor en comparación con el rango de la fuerza nuclear, por consiguiente neutrones con momentum angular orbital mayores a 0 no logran acercarse lo suficiente al protón para sufrir un scattering.

El scattering se presenta sólo para el caso de neutrones con  $l = 0$ , fenómeno conocido también como “*S wave scattering*”, y resulta ser isotrópico, bajo la aproximación de protón tratado como partícula libre. Esta última condición resulta satisfecha, si por ejemplo, la energía del neutrón es mucho mayor comparada a la energía de ligadura química que mantiene unido al protón a la estructura material que lo contiene, o bien para energías del neutrón mucho mayores a 1eV. En este sentido, la presente exposición asume energías en el rango  $1eV < E < 1MeV$ , dejando de lado el tratamiento de neutrones térmicos y epitérmicos, que resultan de gran relevancia en aplicaciones terapéuticas, y que se estudiarán mas adelante.

Además, la interacción  $n^0 - p^+$  será tratada asumiéndola puramente elástica, lo cual excluye situaciones de intercambio como captura neutrónica, sin embargo este último fenómeno presenta sección eficaz despreciable frente a los procesos elásticos.

El análisis del proceso de scattering elástico será expuesto en términos de la aproximación de fuerzas centrales. El autoestado  $|\Psi\rangle$  con valor de energía  $E$  debe describir el haz de partículas incidentes mas la componente de partículas que sufrieron scattering.

El comportamiento de la función de onda para distancias suficientemente alejadas del centro del sistema resulta:

$$|\Psi(\vec{r})\rangle \approx \exp(ikz) + f(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r} \quad r \rightarrow \infty \quad (3.6)$$

donde el primer término corresponde al haz incidente (en dirección  $z$ ) y el segundo a la componente de scattering, cuya amplitud en la dirección  $\theta$ , respecto de la dirección de incidencia, es  $f(\theta)$ .

Mientras el número de onda  $k$  (representando el valor asintótico de Ec. 2.4) está dado por:

$$k = \sqrt{\frac{ME}{\hbar^2}} \quad (3.7)$$

donde  $E$  se relaciona con la energía del neutrón referida al sistema laboratorio ( $E_{lab}$ ) por medio de:  $E_{lab} = 2E$ .

La sección eficaz de scattering ( $d\sigma$ ) en un ángulo sólido  $d\Omega$  entorno a la dirección  $\theta$  puede calcularse como:

$$d\sigma = |f(\theta)|^2 d\Omega \quad (3.8)$$

Desarrollando la función de onda en armónicos esféricos y considerando estados S ( $l = 0$ ), que se corresponden con los eventos de scattering energías suficientemente bajas, se obtiene:

$$\Psi_0(r) = \frac{i\sqrt{\pi}}{kr} [\exp(-ikr) - \exp(ikr)] + \sqrt{4\pi} \langle f \rangle \frac{\exp(ikr)}{r} \quad (3.9)$$

donde  $\langle f \rangle$  representa el valor medio de  $f$  (amplitud de scattering), promediado en todos los ángulos.

De la Ec. 3.8 se sigue que la sección eficaz diferencial de scattering, en el centro de masas del sistema, resulta independiente del ángulo, y puede reescribirse como:

$$d\sigma = \left( \frac{\sin(\delta)}{k} \right)^2 d\Omega \quad (3.10)$$

donde  $\delta$  representa el corrimiento de fase de la función radial  $u(r)$ , que queda unívocamente determinado por la condición de contorno  $u(0) = 0$ .

Por medio de consideraciones geométricas del potencial e introduciendo los conceptos de “profundidad del potencial nuclear” y “rango del potencial nuclear”, puede derivarse la siguiente expresión para la sección eficaz de scattering  $n^0 - p^+$ :

$$\sigma = \frac{4\pi}{(k^2 + R^{-2}) \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{R} \right) + \frac{r_0^2}{4} (k^2 + R^{-2}) \right]} \quad (3.11)$$

donde  $R$  denominado “tamaño del deuterón” queda determinado por la energía de ligadura, por lo tanto el único parámetro libre en la expresión para la sección eficaz  $n^0 - p^+$  es el rango efectivo  $r_0$ .

Sin embargo, el desarrollo anterior no ha considerado el spin de los nucleones. Un par de spins de valor  $\frac{1}{2}$ , en promedio, se alinean (estado de triplete) durante 3/4 del tiempo, y se encuentran con alineaciones opuestas (estado singlete) el restante 1/4 del tiempo.

Por lo tanto, resulta necesario introducir los conceptos de “sección eficaz de scattering del triplete” ( $\sigma_t$ ) y “sección eficaz de scattering del singlete” ( $\sigma_s$ ), que satisfacen:  $\sigma = \frac{3}{4}\sigma_t + \frac{1}{4}\sigma_s$ .

### 3.3. Scattering $p^+ - p^+$

Muchos experimentos han sido realizados, en base a aceleradores de partículas, para estudiar la interacción protón-protón. La repulsión coulombiana tiende a separarlos fuera del rango de las fuerzas nucleares.

Para poner de manifiesto los efectos de las fuerzas nucleares en el scattering  $p^+ - p^+$  es necesario trabajar con protones con energías superiores a unos centenares de keV, de hecho experimentos preliminares hacia 1935 mostraron que a energías de 500 keV, los efectos observados no podían ser atribuidos a interacciones puramente coulombianas, sino que pudo constatar la presencia de efectos nucleares.

Existen, sin embargo, algunas diferencias substanciales entre scattering  $p^+ - p^+$  y scattering  $n^0 - p^+$ , ya que la interacción  $p^+ - p^+$  es provocada conjuntamente por efectos nucleares y coulombianos, además debe considerarse la indistinguibilidad entre partícula incidente y scatterada, dada por el principio de exclusión de Pauli.

La probabilidad relativa de encontrar 2 protones en la misma posición comparada con la probabilidad de encontrar 2 partículas cualquiera no-cargadas en la misma posición, está dada por el “factor coulombiano de penetración” ( $C^2$ ):

$$C^2 = \frac{2\pi\eta}{\exp(2\pi\eta) - 1} \quad (3.12)$$

donde:  $\eta \equiv \frac{e^2}{\hbar v}$  y  $v$  es la velocidad relativa de las dos partículas. Numéricamente, el factor de penetración resulta  $\frac{1}{2}$  para energías relativas  $\approx 0,4MeV$ .

La indistinguibilidad de las partículas tiene dos efectos. En primer lugar, interacciones como las de la figura 3.2 resultan indistinguibles. Luego, debido al principio de exclusión de Pauli, la función de onda de dos protones debe ser antisimétrica respecto del intercambio de las partículas, por lo tanto las funciones de onda espaciales simétricas (S,D,G, etc) se asocian sólo con el estado de spin antisimétrico (singlete); mientras las funciones espaciales antisimétricas (P, F, etc.) se asocian a los estados de spin simétricos (tripleto).

Sin embargo, puede mostrarse que para energías por debajo de 10MeV, sólo la función de onda del estado  $S$  resulta de relevancia para los efectos de scattering, ya que protones en estados mayores de momento angular orbital se encuentran prácticamente separados fuera del rango de alcance de las fuerzas nucleares. Por lo tanto, experimentos de scattering  $p^+ - p^+$  a bajas energías proporcionan información solamente sobre estados de spin opuestos (singletes).

La función de onda radial para la interacción  $p^+ - p^+$  en presencia de un potencial nuclear  $V(r)$  está dada por:

$$-\left(\frac{\hbar^2}{M_p}\right)\left(\frac{d^2u}{dr^2}\right) + \frac{e^2}{r}u(r) + V(r)u(r) = Eu(r) \quad (3.13)$$



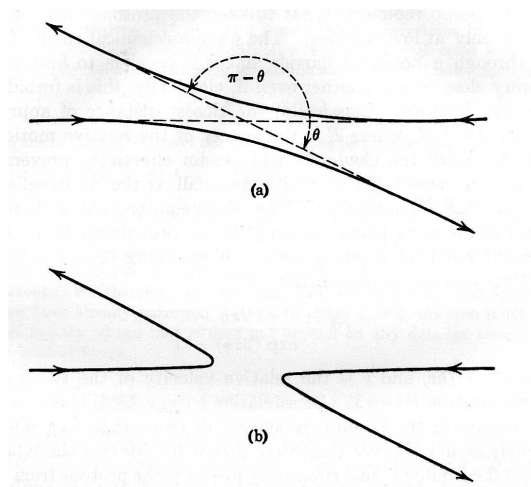


Figura 3.2: Interacciones entre partículas idénticas que resultan experimentalmente indistinguibles.

y fuera del rango de alcance de las fuerzas nucleares, la solución de la expresión anterior ( $u(r)$ ) debe comportarse asintóticamente en manera similar a la solución del caso puramente coulombiano ( $u_C(r)$ ), dada por:

$$u_C(r) \approx \sin [kr - \eta \ln(2kr) + \delta_0]; \quad r \rightarrow \infty \quad (3.14)$$

Puede mostrarse que el único cambio en el comportamiento asintótico considerando la presencia del campo nuclear central es la inclusión de una diferencia de fase  $\delta_n$ , denominada “*diferencia de fase nuclear*”. Entonces:

$$u(r) \approx \sin [kr - \eta \ln(2kr) + \delta_0 + \delta_n]; \quad r \rightarrow \infty \quad (3.15)$$

Dado que el estado  $^1S$  es la única componente del haz incidente que sufre cambios apreciables en el rango de energías por debajo de 10MeV, debido a los efectos nucleares de la interacción  $p^+ - p^+$ , la única variación observada respecto del caso puramente coulombiano es la diferencia de fase  $\delta_n$ , resulta que la sección eficaz de scattering observada a energía  $E$  puede parametrizarse en términos de la fase  $\delta_n$ . El acuerdo encontrado con los resultados experimentales es sorprendente y confirma la validez del modelo (figura 3.3).

Puede concluirse que, asumiendo que la dependencia respecto de  $r$  del potencial central sea la misma tanto para protones como neutrones en el estado  $^1S$ , resulta que la intensidad de la fuerza nuclear atractiva es prácticamente igual. Por lo tanto, puede considerarse en muy buena aproximación, como válida la hipótesis

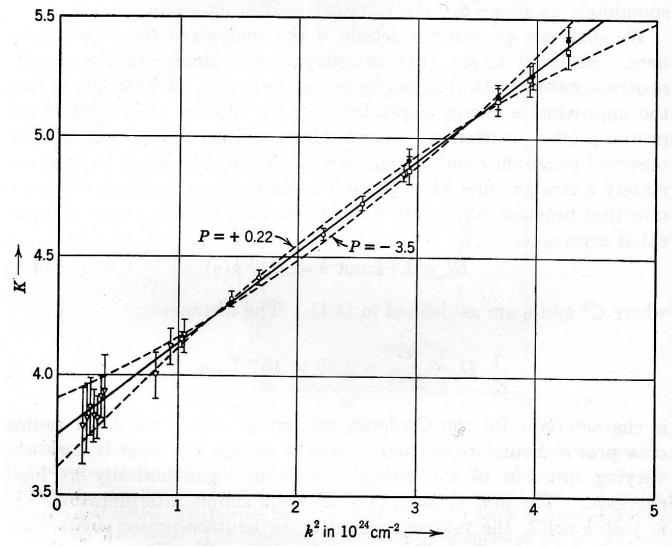


Figura 3.3: Valores experimentales ( $K \equiv \left(\frac{\hbar^2}{Me^2}\right) \left[\frac{-1}{a} + \frac{1}{2}r_0^2k^2 - Pr_0^3k^4 + \dots\right]$ ) en función de la energía ( $a$  es la “distancia de scattering  $p^+ - p^+$ ”,  $r_0$  es el “rango efectivo de interacción  $p^+ - p^+$ ” y  $P$  es un parámetro relacionado con la forma del potencial nuclear).

de que las fuerzas nucleares son independientes de la carga, estableciendo que la fuerza entre dos nucleones en el mismo estado cuántico de spin y momento angular orbital es independiente de la carga, y por lo tanto de qué tipo de nucleones se trate (neutrón o protón).

Sin embargo, estas conclusiones no son definitivas y, de hecho, evidencia experimental moderna como experimentos de scattering a altas energías parecen contradecirla.

Una expresión completa para la sección eficaz diferencial de scattering  $p^+ - p^+$  correspondiente a la componente  $S$  del haz incidente, fué deducida por Breit *et. al.* a partir de consideraciones sobre el scattering elástico de Rutherford para interacciones coulombianas.

La expresión de Breit es:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} =$$

$$\frac{e^4}{E_0^2} \left[ \frac{1}{\sin^4(\theta)} + \frac{1}{\cos^4(\theta)} - \frac{1}{\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)} - \frac{2\hbar v \sin(\delta_n)\cos(\delta_n)}{e^2 \sin^2(\theta)\cos^2(\theta)} + \left(\frac{2\hbar v}{e^2}\right)^2 \sin^2(\delta_n) \right] \cos(\theta) \quad (3.16)$$

donde  $E_0 = mv^2$  es la energía cinética de la partícula incidente (protón) en el referencial de laboratorio, y la diferencia de fase nuclear  $\delta_n$  resulta una función suave creciente de  $E_0$ , alcanzando un valor de  $55^\circ$  para  $E_0 = 4MeV$ .

El término de interferencia nuclear-Coulomb, siendo lineal en  $\sin(\delta_n)$ , puede incluso ser útil en la determinación de  $\delta_n$  para valores pequeños de  $\delta_n$ .

La expresión de Breit (Ec. 3.16) se muestra en excelente acuerdo con datos experimentales para energías menores a 10MeV.

## 3.4. Apéndice: Revisión de potenciales cuánticos

### I. Estados estacionarios en potenciales cuadrados unidimensionales

Sea  $V(x)$  el potencial cuadrado dado por:  $V(x) = V$  en ciertas regiones del espacio. Para estas regiones, se tiene:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} |\varphi\rangle + \frac{2m}{\hbar} (E - V) |\varphi\rangle = 0 \quad (3.17)$$

las soluciones a la ecuación de Schrödinger pueden clasificarse según tres categorías, como sigue:

- $E > V$  Se introduce la constante positiva  $k$  dada por:  $E - V = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$  y la solución resulta:  $|\varphi\rangle = Ae^{ikx} + A'e^{-ikx}$  ( $A$  y  $A'$  son constantes complejas).
- $E < V$  (región prohibida clásicamente) Se introduce la constante positiva  $\rho$  dada por:  $E - V = \frac{\hbar^2 \rho^2}{2m}$  y la solución resulta:  $|\varphi\rangle = Be^{\rho x} + B'e^{-\rho x}$  ( $B$  y  $B'$  son constantes complejas).
- $E = V$  En este caso  $|\varphi\rangle$  se reduce simplemente a una función lineal de  $x$ .

### II. Barrera de potencial

Se considera una partícula sometida a una barrera de potencial unidimensional  $V$  como se muestra en la figura 3.4.

- **CASO I:**  $E > V_0$

Para cada una de las regiones de la figura 3.4 se tiene:

$$|\varphi_I(x)\rangle = A_I e^{ik_I x} + A'_I e^{-ik_I x}$$

$$|\varphi_{II}(x)\rangle = A_{II} e^{ik_{II} x} + A'_{II} e^{-ik_{II} x}$$

$$|\varphi_{III}(x)\rangle = A_{III} e^{ik_{III} x} + A'_{III} e^{-ik_{III} x}$$

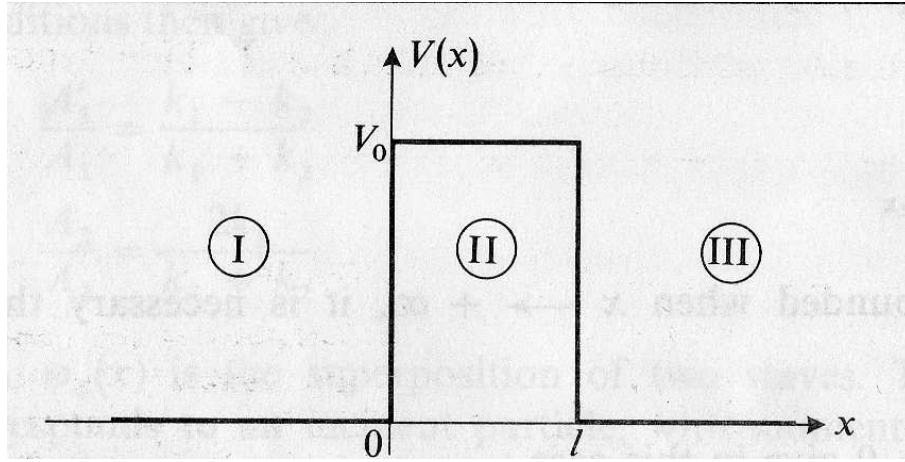


Figura 3.4: Barrera de potencial unidimensional.

En caso de partícula (haz) incidente desde región I ( $-\infty$ ) se tiene:  $A'_{III} = 0$ . Las condiciones de continuidad en  $x = l$  dan una expresión para  $A_{II}$  y  $A'_{II}$  en términos de  $A_{III}$ , mientras que para la continuidad en  $x = 0$  se obtiene  $A_I$  y  $A'_I$  en términos de  $A_{II}$  y  $A'_{II}$  (y consecuentemente en términos de  $A_{III}$ ). Se obtiene, en particular:

$$A_I = \left[ \cos(k_{II}l) - i \frac{k_I^2 + k_{II}^2}{2k_I k_{II}} \sin(k_{II}l) \right] e^{ik_I l} A_{III} \quad (3.18)$$

$$A'_I = i \frac{k_{II}^2 - k_I^2}{2k_I k_{II}} \sin(k_{II}l) e^{ik_I l} A_{III} \quad (3.19)$$

Los cocientes  $\frac{A'_I}{A_I}$  y  $\frac{A_{III}}{A_I}$  permiten calcular los coeficientes de Reflexión ( $R$ ) y Transmisión ( $T$ ) como sigue:

$$R = \left| \frac{A'_I}{A_I} \right|^2 = \frac{(k_I^2 - k_{II}^2)^2 \sin^2(k_{II}l)}{4k_I^2 k_{II}^2 + (k_I^2 - k_{II}^2)^2 \sin^2(k_{II}l)} \quad (3.20)$$

$$T = \left| \frac{A_{III}}{A_I} \right|^2 = \frac{4k_I^2 k_{II}^2}{4k_I^2 k_{II}^2 + (k_I^2 - k_{II}^2)^2 \sin^2(k_{II}l)} \quad (3.21)$$

de donde puede mostrarse que  $R + T = 1$ . Expresando los vectores de onda ( $k$ ) en término de las energías y del potencial ( $k_I = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$  y  $k_{II} = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}}$ ), se tiene:

$$T = \frac{4E(E - V_0)}{4E(E - V_0) + V_0^2 \sin^2\left(\sqrt{2m(E - V_0)}\frac{l}{\hbar}\right)} \quad (3.22)$$

En particular, la dependencia de  $T$  respecto del parámetro  $l$  (ancho de la barrera) se muestra en la figura 3.5.

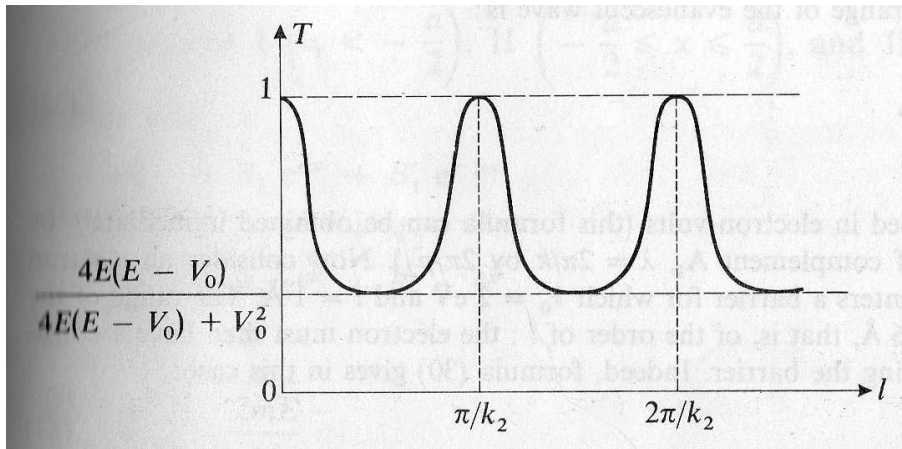


Figura 3.5: Coeficiente de Transmisión en función del parámetro  $l$ .

■ **CASO II:  $E < V_0$  (quantum tunneling)**

Para cada una de las regiones de la figura 3.4 se tiene:

$$|\varphi_I(x)\rangle = A_I e^{ik_I x} + A'_I e^{-ik_I x}$$

$$|\varphi_{II}(x)\rangle = A_{II} e^{\rho_{II} x} + A'_{II} e^{-\rho_{II} x}$$

$$|\varphi_{III}(x)\rangle = A_{III} e^{ik_{III} x} + A'_{III} e^{-ik_{III} x}$$

Y aplicando las condiciones de continuidad se obtiene:

$$T = \left| \frac{A_{III}}{A_I} \right|^2 = \frac{4E(E - V_0)}{4E(E - V_0) + V_0^2 \sinh^2\left(\sqrt{2m(E - V_0)}\frac{l}{\hbar}\right)} \quad (3.23)$$

En particular, para el límite  $\rho_{II} l \ll 1$  se tiene:

$$T \approx \frac{16E(V_0 - E)}{V_0^2} e^{-2\rho_{II}l} \quad (3.24)$$

Una aplicación directa e inmediata del resultado precedente es la emisión nuclear alfa, en la que la partícula emitida debe superar la barrera atractiva del núcleo residuo. En este caso, se tiene que el *range* es  $\left(\frac{1}{\rho_{II}}\right) \approx \frac{1,96 \cdot 10^{-10} m}{\sqrt{\frac{M}{m_e}(V_0 - E)}}$  donde

$E$  y  $V_0$  se expresan en eV,  $M$  es la masa de la partícula alfa y  $m_e$  es la masa del electrón ( $M \approx 4 \times 1840m_e$ ).

# Capítulo 4

## Problema de dos cuerpos a alta energía

El capítulo IV se dedica al estudio del *scattering* de nucleones a altas energías. El desarrollo de los grandes aceleradores de partículas durante las últimas décadas del siglo pasado permitió la realización de experimentos con partículas de alta energía, extendiendo la posibilidad de estudiar los fenómenos de interacción  $p^+ - p^+$  y  $n^0 - p^+$  a rangos energéticos mucho mayores. Contrariamente al caso de la teoría de dos cuerpos a bajas energías, en el caso de valores altos de energía, la evidencia experimental resulta particularmente sensible a los efectos nucleares y consecuentemente mucho más difícil de interpretar. El capítulo finaliza con un importante ejemplo histórico de aplicación: el modelo de Yukawa, que introduce el intercambio de quanta en las interacciones nucleares.

Desde muchos puntos de vista, la evidencia experimental respecto del comportamiento de nucleones a alta energía resultó inicialmente, y en algunos aspectos aún hoy, de carácter extraña e inesperada.

En particular, resultó evidente el fracaso de los intentos de explicar los fenómenos a altas energías por medio de extrapolaciones a partir de la evidencia y teorías aplicables a bajas energías, para lo cual es posible describir, en manera análoga, las interacciones  $p^+ - p^+$  y  $n^0 - p^+$  simplemente asumiendo los mismos valores para la profundidad y rango del potencial nuclear. En este sentido, existen 2 resultados de especial interés respecto de las diferencias encontradas para altas energías que merecen destacarse:

- La evidencia experimental para procesos de interacción entre nucleones

a alta energía, parece indicar diferencias entre fuerzas  $p^+ - p^+$  y  $n^0 - p^+$ , y por lo tanto, las fuerzas nucleares podrían no ser independientes de la carga (como expuesto en el capítulo 3).

- Los datos correspondientes a altas energías aparentan ser incompatibles con una fuerza nuclear de tipo de intercambio, lo cual resulta necesario para explicar el fenómeno de saturación a bajas energías. Los datos experimentales parecen no mostrar ninguna componente de repulsión entre nucleones en estados antisimétricos (P, F, etc.).

Para altas energías muchos estados de momento angular ( $S$  ( $l=0$ ),  $P$  ( $l=1$ ),  $D$  ( $l=2$ ),  $F$  ( $l=3$ ), etc.) contribuyen de manera significativa a la interacción de scattering, cuyos respectivos corrimientos de fases no han sido aún establecidos en manera razonablemente sencilla. La longitud de onda de de Broglie ( $\lambda_B = \frac{1}{k}$ ) resulta mucho menor al rango de la fuerza nuclear y, por lo tanto, la forma exacta del potencial nuclear adquiere mayor importancia e influencia en la dependencia funcional de los corrimientos de fases nucleares respecto de la energía. Además, la presencia del "tensor de fuerzas" [J. Blatt and V. Weisskopf 1963] implica la existencia de una cantidad 4 veces mayor de parámetros independientes.

## 4.1. Scattering $n^0 - p^+$ para energías entre 10 y 30 MeV

Este rango energético se conoce como "rango de energías medias".

Desde el punto de vista experimental, los haces de neutrones no son monoenergéticos. Los haces de neutrones utilizados para experimentos de scattering  $n^0 - p^+$  se producen por medio de "arrancar" neutrones de deuterones moviéndose rápidamente, obteniéndose neutrones con energía media de unos 100MeV con una dispersión de aproximadamente 20MeV. Por lo tanto, los experimentos se realizan con haces polienergéticos con la consecuente pérdida de precisión, especialmente para distinguir propiedades con fuerte gradiente en la energía.

Los primeros resultados experimentales obtenidos por *Amaldi et. al.* muestran una importante preferencia para el scattering en ángulos muy próximos a  $\frac{\pi}{2}$  respecto de ángulos próximos a  $\frac{\pi}{2}$ . Sin embargo, estos resultados no fueron confirmados por experimentos posteriores.



Según los resultados aceptados actualmente, la distribución angular es básicamente esférica (dentro el 10 %) para energías entre 12 y 15 MeV. La sección eficaz total de scattering es muy aproximadamente  $4\pi\lambda_B$ , para energías entre 10 y 24 MeV.

Para explicar teóricamente los resultados experimentales puede emplearse la aproximación de Born. En primer lugar, se considera la amplitud de scattering (Ec. 3.8), que en la aproximación de Born resulta:

$$f(\theta) = \int_0^\infty \frac{\sin(Kr)}{Kr} W(r) r^2 dr \quad (4.1)$$

donde:

$$W(r) \equiv -\frac{2\mu}{\hbar^2} V(r) = -\frac{M}{\hbar^2} V(r) \quad (4.2)$$

$$K \equiv |k_{fin} - k_{ini}| = 2k \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (4.3)$$

Donde se ha supuesto que en la zona donde predominantemente ocurre el scattering, la función de onda puede aproximarse por  $\exp(ikz)$ , lo cual es válido si el potencial  $V(r)$  es apreciablemente menor a la energía cinética  $E$ .

La expresión en la Ec. 4.1 es aplicable sólo al scattering  $n^0 - p^+$  para energías muy altas (mayores a 300MeV), ya que la suposición de simetría esférica no resulta del todo válida para energías debajo de 300MeV.

Por lo tanto, se propone agregar un término correctivo a la amplitud de scattering, dado por:

$$F(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int f(\theta) d\Omega + g(\theta) \quad (4.4)$$

donde  $g(\theta)$  se determina por medio de la aproximación de Born:

$$g(\theta) = \int_0^\infty \left\{ \frac{\sin(Kr)}{Kr} - \left[ \frac{\sin(kr)}{kr} \right]^2 \right\} W(r) r^2 dr \quad (4.5)$$

Entonces, en la aproximación de Born, la sección eficaz diferencial se calcula como:

$$d\sigma = |F(\theta)|^2 d\Omega = |f(\theta) + g(\theta)|^2 d\Omega \quad (4.6)$$

A pesar de que esta aproximación es cuantitativamente insuficiente para describir la evidencia experimental, pueden realizarse algunos desarrollos que

resultan instructivos, teniendo especial cuidado en la distinción entre estados  $S$  y otros.

En este sentido, se llega a la siguiente expresión para la sección eficaz de scattering  $n^0 - p^+$  en el rango de energías entre 10 y 30 MeV:

$$d\sigma = \frac{3}{4}d\sigma_t + \frac{1}{4}d\sigma_s = \left( B_0 + B_1\cos(\theta) + B_2\cos^2(\theta) \right) d\Omega \quad (4.7)$$

donde:

$$A_0 \equiv \left( \frac{\sin(\delta)\cos(\delta)}{k} \right)^2 + \left( \frac{\sin^2(\delta)}{k} \right)^2 = \left( \frac{\sin(\delta)}{k} \right)^2 \quad (4.8)$$

$$A_1 \equiv \frac{2}{3}k^2 \left( \frac{\sin(\delta)\cos(\delta)}{k} \right) \int_0^\infty W(r)r^4 dr \quad (4.9)$$

$$A_2 \equiv \frac{k^4}{9} \left[ \int_0^\infty W(r)r^4 dr \right] \quad (4.10)$$

y las funciones  $B$  se determinan a partir de las  $A$  por medio de:  $B_j = \frac{3}{4}A_{jt} + \frac{1}{4}A_{js}$ .

A fines instructivos pueden calcularse los valores precedentes para la interacción  $n^0 - p^+$  en las aproximaciones consideradas para el estado  $S$  asumiendo una forma exponencial para el potencial de confinamiento nuclear que permita calcular  $\int_0^\infty W(r)r^4 dr$ . Los resultados se muestran en la figura 4.1.

Del análisis riguroso de estos resultados, algunos autores [J. Blatt and V. Weisskopf 1963] han concluido que para energías entre 12 y 15MeV, la dependencia angular de la sección eficaz de scattering debe ser de la forma  $B_0 + B_2\cos^2(\theta)$ , sin embargo estimaciones teóricas [Bethe et. al. 1940] se muestran en desacuerdo.

## 4.2. Scattering $n^0 - p^+$ para energías superiores a 30 MeV

Desarrollos teóricos complicados [C. Smith 1966] muestran que la sección eficaz total de scattering para la interacción  $n^0 - p^+$  correspondiente a haz incidente con componentes de momento angular  $0 < l < 2$  está dada por:

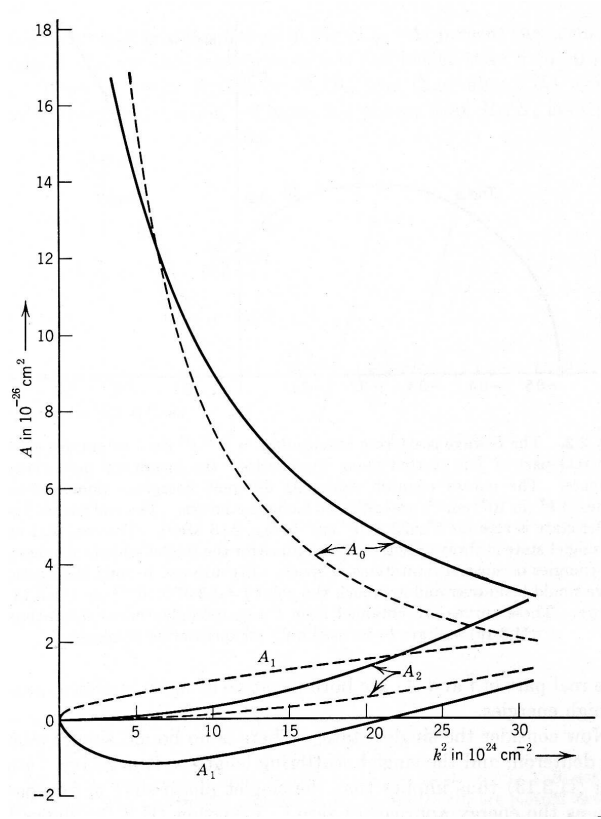


Figura 4.1: Sección eficaz de scattering  $n^0 - p^+$  en términos de los parámetros  $A_0, A_1$  y  $A_2$ .

$$\sigma(\theta) = \lambda_B^2 \left| \sin(\delta_0)e^{i\delta_0} + 3\sin(\delta_1)e^{i\delta_1}\cos(\theta) + \frac{5}{2}\sin(\delta_2)e^{i\delta_2}[3\cos^2(\theta) - 1] \right|^2 \quad (4.11)$$

que para  $\delta_1$  y  $\delta_2$  suficientemente pequeños comparados con  $\delta_0$ , se reduce a:

$$\sigma(\theta) \approx \lambda_B^2 \left\{ \sin^2(\delta_0) + \sin(2\delta_0) \left[ 3\delta_1\cos(\theta) + \frac{5}{2}\delta_2(3\cos^2(\theta) - 1) \right] \right\} \quad (4.12)$$

Si se consideran modelos de fuerzas internucleares sin intercambio, todas las diferencias de fases  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  y  $\delta_2$  son positivas, mientras en la consideración

del modelo de intercambio de Majorana, la fuerza nuclear es repulsiva para los estados  $P$ , y por lo tanto  $\delta_1$  es negativa.

Una examinación de la Ec. 4.12 muestra que para modelos sin intercambio resultaría una mayor componente de “*forward scattering*”, mientras para modelos de intercambio como el de Majorana, la componente de “*backscattering*” es predominante.

Algunos resultados experimentales para la sección eficaz diferencial de interacción  $n^0 - p^+$  se muestran en la figura 4.2.

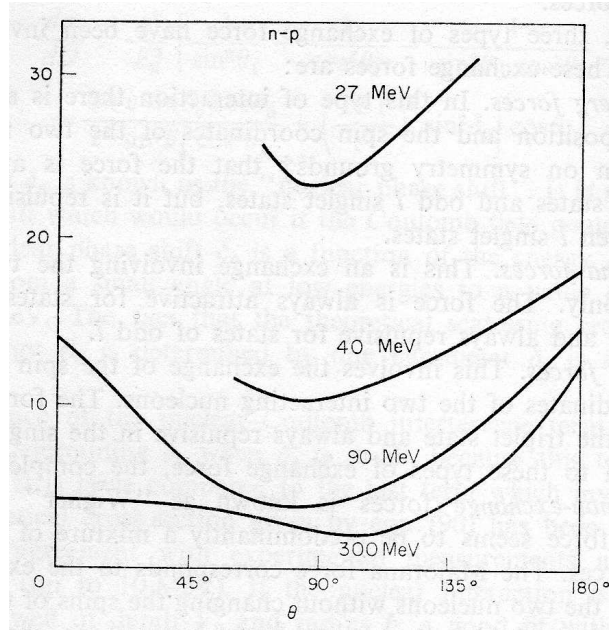


Figura 4.2: Sección eficaz diferencial de scattering  $n^0 - p^+$  (en milibar/steradian).

### 4.3. Scattering $p^+ - p^+$ para altas energías

En la interacción  $p^+ - p^+$  analizada en el centro de masas, cuando un protón es ‘*scatterado*’ en un ángulo  $\theta$ , el otro protón sufre una deflexión en  $\pi - \theta$ . Por lo tanto, la sección eficaz diferencial de scattering  $p^+ - p^+$  debe ser simétrica respecto de  $\theta = 90^\circ$ .

Para ángulos pequeños la sección eficaz es alta porque en estas condiciones está dominada por la interacción coulombiana. Contariamente, fuera

de aquellas zonas, se encuentra experimentalmente que la sección eficaz sea casi independiente del ángulo de scattering, como muestra la figura 4.3.

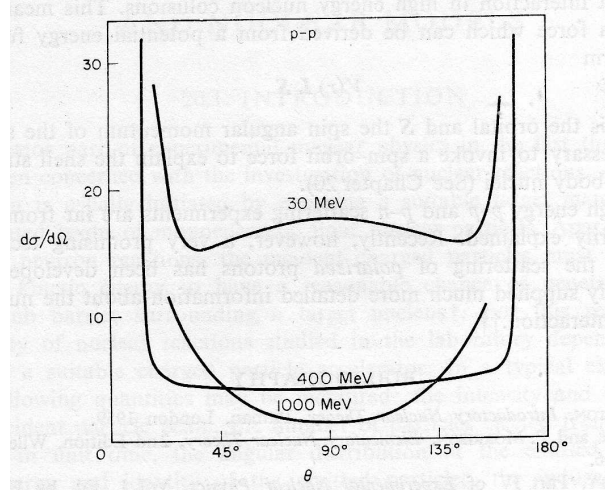


Figura 4.3: Sección eficaz diferencial de scattering  $p^+ - p^+$ .

Este resultado experimental respecto de la casi independencia de la sección eficaz de scattering  $p^+ - p^+$  fué inicialmente extremadamente sorprendente e inesperado, ya que el scattering isotrópico es una característica distintiva de las funciones de onda  $S$ , pero no es el caso para protones con energías igual o superiores a 100MeV. Se preveía que tal vez para ciertos valores de energía, las interferencias entre estados  $P$  y  $D$  pudiera resultar en un scattering próximamente isotrópico, pero no sobre todo el rango tan amplio como muestra la figura 4.3.

Un resultado aún más sorprendente para la interacción  $p^+ - p^+$  es que para energías de entre 150 y 400 MeV, la sección eficaz diferencial de scattering resulta, además, independiente de la energía. De hecho se ha encontrado la siguiente expresión banal para la sección eficaz diferencial de scattering  $p^+ - p^+$  para energías de entre 150 y 400 MeV:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (3,4 \pm 0,4)mb/str \quad (4.13)$$

Para energías mayores a 400MeV, la sección eficaz diferencial de scattering  $p^+ - p^+$  cambia comportamiento radicalmente debido a la importancia de procesos de creación de "piones" (mesones  $\pi$ ). Además, para altas energías,

el tensor de fuerzas cobra importancia y se vuelve dominante, la interacción spin-órbita, como enunciado anteriormente, también cobra importancia, motivos por los cuales se pierde la aplicabilidad de los modelos sencillos fenomenológicos.

#### 4.4. Modelo de Yukawa de intercambio de piones

A lo largo de los años, muchos intentos por conseguir modelos “realistas” fueron propuestos y desarrollados. En este sentido, el modelo de Yukawa, cobró particular interés. Este modelo, basado en teorías de intercambio de cuantos (piones, mesones  $\pi$ ), provee una expresión muy interesante para el potencial nuclear (figura 4.4), dada por:

$$V(r) = -g^2 \frac{e^{-r/\lambda_\pi}}{r} \quad (4.14)$$

donde  $g$  es una constante característica del potencial de cada núcleo y  $\lambda_\pi$  se relaciona con el rango de la interacción de intercambio de piones entre los nucleones (“pion-exchange force range”), que puede calcularse por medio de la longitud de onda de Compton para los piones (cuya masa en reposo es 273 veces la masa de electrón).

$$\lambda_\pi = \frac{h}{273m_e c} \approx 1,4 \text{ fermi} \quad (4.15)$$

Existen fundamentos y evidencias para sostener que la validez del potencial se ve limitada a separaciones inter-nucleares no mucho menores a  $\lambda_\pi$ .

El modelo de Yukawa puede interpretarse considerando algunos aspectos básicos, como sigue: Las fuerzas nucleares son la consecuencia de la interacción entre propiedades básicas de los nucleones, su “carga” ( $g$ ) y el “campo de piones” circundante. Este modelo es una analogía al caso electromagnético, con la salvedad que los cuanta electromagnéticos (fotones) no tienen masa en reposo.

Para obtener la ecuación de onda piónica, es necesario re-escribir la energía de los cuanta relacionada al momento como sigue:

$$E^2 = c^2 p^2 + m^2 c^4 \quad (4.16)$$

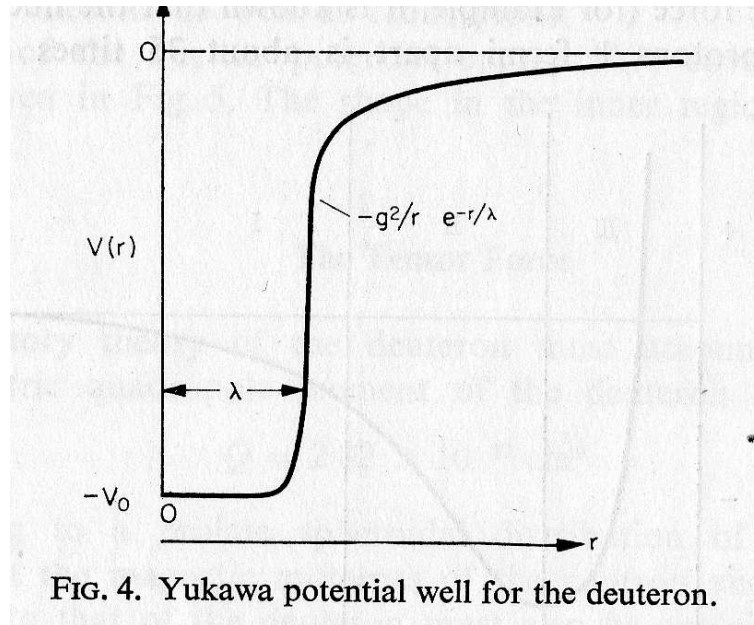


FIG. 4. Yukawa potential well for the deuteron.

Figura 4.4: Potencial nuclear de Yukawa.

Donde la energía  $E$  y la componente cartesiana del momento ( $p_z$ ) pueden asociarse con los operadores:

$$E \leftrightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \quad p_z \leftrightarrow -i\hbar \frac{\partial}{\partial z} \quad (4.17)$$

De este modo, se introduce la función de onda (escalar)  $\varphi$  de la teoría de Klein-Gordon, dada por:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \varphi = 0 \quad (4.18)$$

si se considera el caso  $m = 0$  en la ecuación 4.18, que se corresponde al caso de quanta sin masa en reposo (como fotones, por ejemplo), se recupera la conocida expresión de la ecuación de onda, *i.e.*:

$$\nabla^2 \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (4.19)$$

que se aplica a los campos electromagnéticos (masa de quanta, fotones = 0). En particular, campos electrostáticos se tiene  $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0$ ; y se recupera

el análogo para el caso del potencial piónico estático, que es la ecuación de Laplace (en ausencia de cargas) o de Poisson (en presencia de “cargas” nucleares):

$$\nabla^2\varphi = 4\pi q_e\rho \quad (4.20)$$

En particular, considerando el caso del potencial de “cargas” externas para el sistema de un único nucleón en el origen ( $r = 0$ ), se tiene:

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{\lambda^2}\varphi = 4\pi g\delta(r) \quad (4.21)$$

y puede verificarse que el potencial de Yukawa es la solución a la ecuación anterior.



# Capítulo 5

## Reacciones nucleares

El capítulo V expone los conceptos relacionados con los procesos nucleares conocidos como “reacciones nucleares”, cuyo estudio representa aún actualmente una de las áreas de mayor impulso y dedicación de esfuerzos por parte de la comunidad científica. El estudio de las reacciones nucleares ha sido posible en gran medida gracias al desarrollo de potentes aceleradores de partículas. Sin embargo, originalmente, la observación de procesos naturales, como rayos cósmicos, fué el mecanismo de estudio de esta rama de la física nuclear.

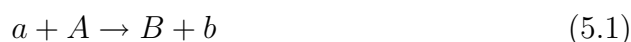
Una reacción nuclear puede inducirse, normalmente, por medio de la exposición de blancos constituidos por diferentes materiales a haces colimados de partículas nucleares livianas. Cuando se utilizan haces incidentes de partículas cargadas, resulta necesario que la energía cinética sea suficiente para alcanzar probabilidades razonables de penetrar la barrera coulombiana alrededor del núcleo.

En este sentido, se han desarrollado potentes aceleradores de partículas que permiten generar, en laboratorio, haces de partículas cargadas con energías suficientemente altas, además con la capacidad de determinar energía e intensidad de partículas incidentes, cantidad de partículas emitidas por el blanco delgado por unidad de tiempo, así como su distribución angular, energía, e identidad.

## 5.1. Introducción y generalidades de reacciones nucleares

La mayoría de los experimentos se realizan por medio de bombardeo de blancos delgados (con pérdida de energía pequeña), sin embargo a veces resulta oportuno el uso de blancos gruesos en modo de producir una pérdida importante de energía incidente por medio de ionizaciones.

Para energías nucleares bajas ( $E < 10 \text{ MeV}$ ), la mayoría de las reacciones nucleares involucran la formación de dos núcleos, uno muy similar (en carga y masa) al original del blanco bombardeado. Dicha reacción se representa por medio de:



donde  $a$  es la partícula nuclear liviana usada como proyectil (protón, neutrón, deuterio,  $\text{H}^3$ ,  $\text{He}^3$  o  $\text{He}^4$ ),  $A$  es el núcleo blanco en reposo (en referencial laboratorio),  $B$  es el producto de la reacción y  $b$  es una partícula nuclear liviana que es emitida con la mayoría de la energía cinética disponible.

Si el núcleo producto  $B$  queda en un estado excitado luego de la reacción nuclear y de emitir la partícula nuclear  $b$ , éste puede desexcitarse por medio de la consecutiva emisión radiativa de una o mas partículas gamma (fotones). Alternativamente, si  $B$  es “*beta inestable*”, puede emitir electrones o positrones y eventualmente otros gamma.

Las reacciones nucleares típicas a bajas energías de excitación incluyen reacciones de tipo:  $(n, \gamma)$ ,  $(n, p)$ ,  $(n, \alpha)$ ,  $(\alpha, n)$ ,  $(p, \gamma)$ ,  $(p, n)$ ,  $(d, n)$ ,  $(d, p)$ , etc. El primer símbolo entre paréntesis indica la partícula nuclear proyectil ( $a$ ), mientras el segundo símbolo indica el fragmento nuclear liviano producido y emitido ( $b$ ), como muestra la figura 5.1 para el caso de scattering elástico.

Un tipo de reacción nuclear que resultó absolutamente inesperada fué la reacción *foto-nuclear*. Los fotones incidentes (gamma o de Bremsstrahlung) interactúan de manera débil con el núcleo, ya que se trata de radiación electromagnética. Los primeros experimentos de procesos o reacciones foto-nucleares resultaron fuertemente limitados por la imposibilidad de fuentes monoenergéticas de fotones incidentes de alta energía.

A medida que crece la energía de las partículas incidentes, también crece la probabilidad de y variedad de posibles reacciones nucleares. For ejemplo, para protones o neutrones incidentes de entre 20 y 30 MeV, inicia a tener importancia la probabilidad de producir 2 fragmentos nucleares livianos

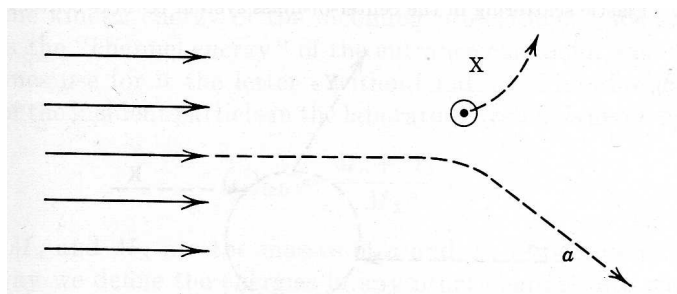


Figura 5.1: Reacción nuclear debida a proceso de scattering elástico (en sistema laboratorio).

$(n, 2n)$ ,  $(p, pn)$ .

Para energías altas ( $E > 200 \text{ MeV}$ ), las reacciones nucleares pueden involucrar la creación de “piones” (mesones  $\Pi$ ), y para energías aún más altas, la creación de “mesones  $K$ ”. Mientras las reacciones nucleares a mayor energía conocidas provienen de estudios en emulsiones irradiadas a muy grandes alturas por componentes primarias de rayos cósmicos con energía ultra-alta ( $10^{19} \text{ eV}$ ).

Durante las últimas décadas se han estudiado, e incorporado al ámbito de las reacciones nucleares, las reacciones por bombardeo con iones más pesados como  $\text{He}^4$ ,  $\text{C}^{14}$  y otros.

Si bien, como se ha visto, las reacciones nucleares conocidas son de muy diferente naturaleza y características, todas éstas cumplen con premisas comunes, como se detalla a continuación:

- Conservación de carga.
- Conservación del número total de nucleones (para energías mayores a  $6 \text{ GeV}$ , debe considerarse a los antinucleones como “menos un nucleón”).
- Los momentos angulares orbital y total, se conservan por separado.
- La energía total del sistema se conserva, siempre que un cambio en masa ( $\Delta m$ ) sea contado como un cambio en energía ( $\Delta E = c^2 \Delta m$ ).
- Excluyendo decaimientos beta y mesónico (débiles, excepto los gamma), la paridad total del sistema se conserva.

Se define un parámetro útil y característico de una reacción nuclear, que es el  $Q$  de la reacción. Se trata de la diferencia energética entre la suma de las energías cinéticas de los productos de reacción ( $B$  y  $b$ ) y la suma correspondiente a las partículas primarias de reacción ( $A$  y  $a$ ), como esquematizado en la figura 5.2.

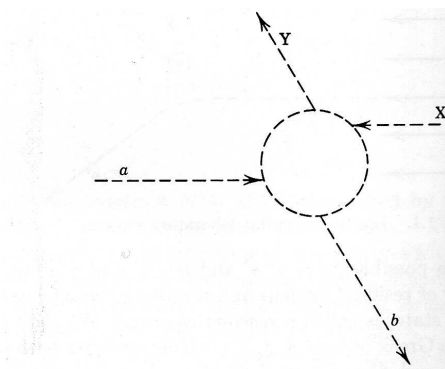


Figura 5.2: Esquema de reacción nuclear en referencial centro de masas.

Si la diferencia es positiva ( $Q > 0$ ), se dice que la reacción es *exotérmica* (la cual puede ser inducida incluso por neutrones como partícula primaria con 0 energía cinética). Mientras cuando se tiene  $Q < 0$  la reacción es llamada *endotérmica*, con un umbral claro de energía a partir del cual resulta posible la reacción.

Diferentes modelos nucleares han sido desarrollados para explicar satisfactoriamente algunos procesos como las reacciones nucleares. Sin embargo, ninguno de ellos resulta suficientemente oportuno para describir la totalidad de los fenómenos nucleares. Las propiedades nucleares y las reacciones nucleares en particular, pueden ser explicadas en términos de los siguiente modelos teóricos o semi-empíricos nucleares:

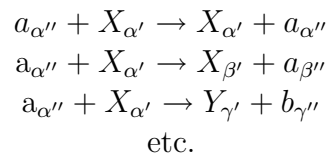
- Modelo “a gota líquida” del núcleo.
- Modelo nuclear “partícula  $\alpha$ ”.
- Modelo nuclear compuesto de Niels Bohr.
- Modelo de partículas independientes (IPM) o modelo nuclear “*a shell*”.

- Modelo óptico.
- Modelo de reacciones nucleares directas.
- Modelo colectivo.

Las diferencias entre los modelos precedentes radica principalmente en la comprensión de la dinámica nuclear, por lo que no existe contradicción necesaria entre ellos.

### 5.1.1. Canales nucleares de reacción

Las reacciones nucleares, excepto aquellas debidas al scattering elástico, pueden clasificarse de acuerdo al estado cuántico del núcleo residual y de la partícula nuclear emergente. Introduciendo la notación  $\alpha', \beta', \gamma', \dots$  para denotar estados nucleares incidentes (iniciales) y  $\alpha'', \beta'', \gamma'', \dots$  para denotar estados emergentes, se tiene:



(5.2)

Claramente, la conservación de la energía, momentum, paridad, etc. restringe los posibles pares de estados ( $\beta' - \beta'', \gamma' - \gamma'', \text{etc.}$ ).

Cada uno de estos pares de estados posibles se denomina un “canal de reacción nuclear” y se distinguen entre “canales iniciales” o “de entrada” los que corresponden al estado inicial y “canales finales” o “de salida” a aquellos que denotan el estado final de la reacción.

En la figura 5.2 se describió esquemáticamente una reacción nuclear típica, cuyo estudio en detalle debe realizarse determinando el movimiento de todas las partículas involucradas. Sin embargo, el objetivo concreto es conocer la probabilidad del estado final  $B + b$  (o  $Y + b$ ).

### 5.1.2. Relaciones energéticas

Considerando que la partícula incidente  $\alpha$  y el núcleo  $A$  se encuentran suficientemente separados, puede pensarse que no hay intercambio de energía entre ellos, y la energía total  $E$  puede expresarse como la suma de las energías cinéticas del movimiento relativo ( $\epsilon_\alpha$ ) mas las energías internas ( $E_{\alpha'}$  y  $E_{\alpha''}$ ):

$$E = \epsilon_\alpha + E_{\alpha'} + E_{\alpha''} \quad (5.3)$$

Dado que normalmente el centro de masas se considera en reposo, la energía cinética relativa es prácticamente toda debido a la partícula incidente  $a$ , *i.e.*:  $\epsilon_\alpha \approx E_a$  y  $\epsilon_\alpha$  es llamado “*canal de energía*”. La energía cinética de la partícula nuclear incidente en el referencial de laboratorio es:

$$(\epsilon_\alpha)_{lab} = \frac{M_a + M_X}{M_X} \epsilon_\alpha \quad (5.4)$$

Del mismo modo, la energía total final de la reacción es:

$$E = \epsilon_\beta + E_{\beta'} + E_{\beta''} \quad (5.5)$$

Con las relaciones:

$$\epsilon_\beta = \epsilon_\alpha + Q_{\alpha\beta} \quad (5.6)$$

$$Q_{\alpha\beta} = E_{\alpha'} + E_{\alpha''} - E_{\beta'} - E_{\beta''} \quad (5.7)$$

## 5.2. Sección eficaz para neutrones

Recordando la definición universal de sección eficaz ( $\sigma$ ):

$$\sigma = \frac{\text{Número de eventos por unidad de tiempo por núcleo}}{\text{Número de partículas incidentes por unidad de tiempo}}$$

La sección eficaz total para neutrones ( $\sigma_t$ ) está dada por (ver Ec. 4.7):

$$\sigma_t = \sigma_s + \sigma_r \quad (5.8)$$

donde  $\sigma_s$  tiene en cuenta efectos de scattering elástico y  $\sigma_r$  incluye las componentes inelásticas.

Considerando un haz incidente de neutrones formando una onda plana de amplitud unitaria moviéndose a lo largo del eje  $z$ , se tiene que la componente espacial de esta onda es  $\exp(ikz)$  ( $= \exp(ikr\cos(\theta))$ ) con  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ , la cual para  $r \gg 1$  puede expresarse en término de los armónicos esféricos como sigue:

$$\exp(ikz) = \frac{\sqrt{\pi}}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} i^{l+1} \exp \left[ -i \left( kr - \frac{l\pi}{2} \right) \right] - \exp \left[ +i \left( kr - \frac{l\pi}{2} \right) \right] Y_{l,0} \quad (5.9)$$

donde el término en  $\exp(-ikz)$  representa la onda esférica incidente y el término en  $\exp(+ikz)$  representa la onda emergente. El índice  $m$  de los armónicos esféricos se anula debido a la simetría cilíndrica (respecto del eje  $z$ ) del problema.

La Ec. 5.9 representa una onda imperturbada en ausencia de absorción o centros de scattering. Por lo tanto, al colocar un núcleo en el origen de coordenadas, se produce (Capítulo 3) un defasaje y la onda resultante es:

$$\psi(r) = \frac{\sqrt{\pi}}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} \sqrt{2l+1} i^{l+1} \exp \left[ -i \left( kr - \frac{l\pi}{2} \right) \right] - \eta_l \exp \left[ +i \left( kr - \frac{l\pi}{2} \right) \right] Y_{l,0} \quad (5.10)$$

donde el número complejo  $\eta_l$  representa la amplitud y fase de la onda emergente con momento angular  $l$ .

La componente de scattering de la función de onda resulta:

$$\psi_s = \psi(r) - \exp(ikz) \quad (5.11)$$

que integrando en una esfera alrededor el núcleo de scattering resulta:

$$\sigma_r^l = \pi \lambda_B^2 (2l+1) |1 - \eta_l|^2 \quad (5.12)$$

Mientras la sección eficaz total para la componente  $l$  de la onda es:

$$\sigma_T^l = \sigma_s^l + \sigma_r^l = 2\pi \lambda_B^2 (2l+1) (1 - \{\eta_l\}) \quad (5.13)$$

Entonces, nótese que: si  $|\eta_l| = 1$  resulta  $\sigma_r^l = 0$  mientras  $\sigma_s^l$  (Ec. 5.12) podría no ser nulo, ya que  $\eta_l$  puede ser complejo, *i.e.* podría haber scattering sin absorción. Por el contrario, absorción siempre es acompañada por scattering. Para  $\eta_l = -1$  se tiene el máximo de la sección eficaz de scattering

elástico (Ec. 5.12) dado por:  $4\pi\lambda_B^2(2l+1)$ . Mientras para  $\eta_l = 0$  las secciones eficaces de scattering elástico e inelástico se igualan ambas a  $\pi\lambda_B^2(2l+1)$ .

En definitiva, las secciones eficaces asumen valores según:

$$0 \leq \sigma_s^l \leq 4\pi\lambda_B^2(2l+1) \quad (5.14)$$

$$0 \leq \sigma_r^l \leq \pi\lambda_B^2(2l+1) \quad (5.15)$$

Para neutrones incidentes con energía suficientemente alta, la longitud de onda reducida  $\lambda_B$  resulta pequeña en comparación con el radio nuclear  $R$ . Las componentes que serán “absorbidas” por el núcleo se corresponden con:

$$l \leq \frac{R}{\lambda_B} \quad (5.16)$$

Entonces:

$$\sigma_r = \sum_l^{\frac{R}{\lambda_B}} \pi\lambda_B^2(2l+1) \quad (5.17)$$

Tomando el límite  $\frac{R}{\lambda_B}$  puede calcularse la progresión aritmética, resultando:

$$\sigma_r = \pi R^2 \quad (5.18)$$

Y considerando que cuando  $\sigma_r$  asume su máximo valor, se tiene  $\sigma_s = \sigma_r$ , resulta:

$$\sigma_T = 2\pi R^2 \quad (5.19)$$

Este resultado ha sido históricamente uno de los más importantes, ya que permitió, entre otras cosas, determinar radios nucleares a través de mediciones de transmisión ( $T \approx \exp(-N\sigma_T)$ ), como se muestra esquemáticamente en la figura 5.3.

### 5.3. El modelo de núcleo compuesto

El modelo propuesto originalmente por Niels Bohr hacia 1936 (publicado en *Nature*) cambió radicalmente el enfoque teórico de las interacciones, ya



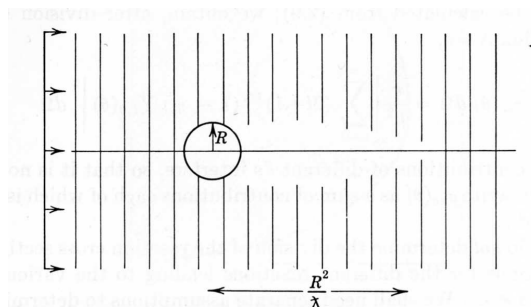


Figura 5.3: Esquema de scattering de neutrones con efecto “shadow”.

que este modelo permitió reemplazar las asunciones precedentes de partículas incidentes interactuando con un simple pozo de potencial.

Los modelos basados en pozos de potencial aplicados a neutrones predecían que los procesos de scattering elástico serán dominantes, mientras los efectos de resonancias debían ocurrir en amplios intervalos de energías de 10 a 20 MeV. Cuando el grupo guiado por el italo-americano Enrico Fermi descubrió que las resonancias en la interacción de neutrones con elementos medios y pesados se presentaban tan cercanas (separaciones ( $\Gamma$ ) alrededor de 1eV) y que las resonancias eran atribuibles a capturas neutrónicas radiativas, se confirmó la inexactitud del modelo de interacción basado en un simple pozo de potencial.

La teoría de Bohr del núcleo compuesto se basa en la hipótesis que cuando un nucleón incidente alcanza la superficie nuclear, éste interactúa fuertemente con los nucleones internos y “colapsa” formando un núcleo compuesto de masa  $A + 1$ . La energía de excitación del núcleo compuesto (energía cinética de la partícula incidente más energía de ligadura del núcleo compuesto) es asociada con la “energía colectiva” de excitación de muchos de los nucleones. Este razonamiento fue basado, principalmente, en la fuerte interacción nucleón-nucleón y la altísima densidad nuclear.

En este modelo, las resonancias son asociadas a una serie de estados cuánticos quasi-estacionarios del núcleo compuesto, y por lo tanto el elevado número de resonancias observadas en núcleos pesados es consecuencia obvia del aumento de posibles modos de excitación, según el número de nucleones presentes.

La hipótesis de Bohr requiere también que el tiempo de vida medio del

núcleo compuesto ( $\tau$ ) sea suficientemente largo comparado con el tiempo que le toma a una partícula incidente atravesar el diámetro nuclear. El decaimiento del núcleo compuesto se produce una vez que la energía acumulada en un nucleón o grupo de nucleones exceda un valor umbral, de modo de permitir la penetración de las barreras coulombiana y nuclear para escapar del núcleo.

“A medida que el tiempo de vida medio del núcleo compuesto sea mayor (en escala nuclear), los procesos internos (lentos) de decaimiento electromagnético (emisión  $\gamma$ ) inician a ser comparables (competitivamente) con los procesos de emisión de partículas cargadas” es la explicación de la teoría de Bohr para las resonancias in las sección eicaz ( $n, \gamma$ ). La vida media de un estado cuántico del núcleo compuesto está relacionado con el ancho de la línea de resonancia por medio de la relación:  $\Gamma\tau \approx \hbar$ .

Asumiendo que la energía de excitación del núcleo compuesto sea compartida entre los nucleones, resulta posible que el modo de decaimiento resulte independiente de la modalidad de formación, *i.e.* el núcleo “olvida” el modo en que fué formado. El decaimiento del sistema es, pues, entonces determinado por su energía, momento angular y paridad. Generalmente existen diferentes posibles modos de desexcitación representados por anchos de línea parciales  $\Gamma_i$  con  $\Gamma = \sum_i \Gamma_i$ . En algunas reacciones nucleares es posible calcular las probabilidades relativas de emisión de diferentes partículas.

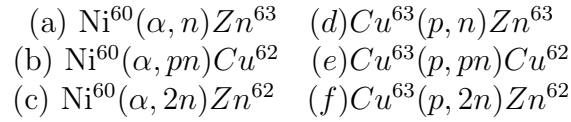
El modelo de Bohr sirvió, además, para el desarrollo de la teoría de dispersión de Breit-Wigner para las resonancias de reacciones. Para neutrones incidentes con energías  $>1$  MeV no se observan resonancias, debido a que el aumento de la energía de excitación reduce la vida media del núcleo compuesto, y el número de modos posibles de desexcitación (canales de reacción) aumenta. Ambos efectos provocan un ensanchamiento de las líneas de resonancia, y si ésta supera el promedio del espaciado entre líneas, se pierde el concept de niveles.

### 5.3.1. Núcleo compuesto y experimentos

Ghoshal realizó un serie de importantes experimentos dedicados a comprobar el modelo del núcleo compuesto de la teoría de Bohr. Los experimentos fueron realizados para estudiar el decaimiento del núcleo compuesto  ${}_{30}\text{Zn}^{64}$ , que puede ser producido bombardeando  ${}_{29}\text{Cu}^{63}$  con protones o  ${}_{28}\text{Ni}^{62}$  con

partículas  $\alpha$  <sup>1</sup>.

Ghoshal estudió las siguientes reacciones (canales):



De acuerdo a la teoría de Bohr, la sección eficaz para estas reacciones está dada por:

$$\sigma(a, b) = \sigma_c \frac{\Gamma_b}{\Gamma} \quad (5.20)$$

donde  $\sigma_c$  es la sección eficaz (probabilidad) para la formación del núcleo compuesto por bombardeo con partículas de tipo  $a$  y  $\Gamma_b$  es el ancho de línea parcial para el decaimiento por medio de la emisión de partículas de tipo  $b$ .

Si la hipótesis de la teoría de Bohr fuera válida, el decaimiento del núcleo compuesto  $\text{Zn}^{64}$  debería ser independiente del mecanismo de formación, y, por lo tanto, el grado de producción de las reacciones  $(a)$ ,  $(b)$  y  $(c)$  deberían coincidir con el grado (proporcionalidad) de producción de las reacciones  $(d)$ ,  $(e)$  y  $(f)$ , respectivamente.

Los resultados experimentales obtenidos por Ghoshal se muestran en la figura 5.4.

Los resultados experimentales confirman la equivalencia entre los correspondientes proporcionalidades de producción para las reacciones consideradas. Además, los valores numéricos de las secciones eficaces son casi iguales tanto para protones incidentes como partículas  $\alpha$ . Otro resultado importante es la notable mayor probabilidad relativa de decaimiento del sistema núcleo compuesto por medio de canales  $p$  o  $n$  respecto del canal  $2n$ .

### 5.3.2. Teoría de dispersión de Breit-Wigner

La teoría de Breit-Wigner, basada en el modelo del núcleo compuesto propuesto por N. Bohr, permitió obtener una expresión analítica para la fórmula de dispersión de la resonancia de la componente  $S$  de la onda incidente de neutrones, dada por:

---

<sup>1</sup>Para producir el mismo estado excitado del núcleo compuesto  $\text{Zn}^{64}$ , el haz de partículas  $\alpha$  debe exceder energéticamente al haz de protones en aproximadamente 7MeV.

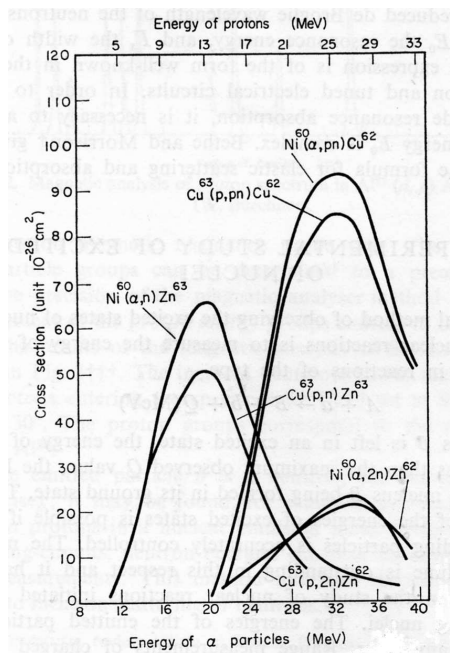


Figura 5.4: Producción de reacción por decaimiento del núcleo compuesto  $Zn^{64}$ .

$$\sigma_s = \frac{\pi \lambda_B^2 \Gamma_s^2}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma_s^2}{4}} \quad (5.21)$$

donde  $\lambda_B$  es la longitud de onda reducida de de Broglie,  $E$  es la energía cinética del neutrón incidente,  $E_0$  es la energía de resonancia y  $\Gamma_s$  es el ancho de línea del nivel correspondiente.

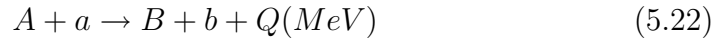
La expresión obtenida por Breit-Wigner (Ec. 5.21) es, en forma, coincidente con resultados de teorías de dispersión ópticas de circuitos eléctricos acoplados.

Para extender la teoría incluyendo efectos de resonancia, resulta necesario asumir valores complejos para la energía de resonancia  $E_0$ .

## 5.4. Estados nucleares de excitación

Los métodos experimentales tradicionales para estudiar los estados nucleares excitados consisten en aprovechar las reacciones nucleares determinando

la energía de los grupos de partículas emitidos en reacciones del tipo:



Si el núcleo  $B$  queda en algún estado excitado, la energía de la partícula emitida  $b$  ( $E_b$ ) será menor al máximo valor observado de  $Q$  (correspondiente al caso en que el núcleo  $B$  es formado en estado fundamental). Controlando de manera precisa la energía de las partículas incidentes ( $a$ ), es posible obtener determinaciones precisas de las energías de los estados de excitación. En este sentido, la máquina de Van de Graaf ha aportado la posibilidad del estudio de reacciones nucleares provocadas por partículas cargadas incidendo sobre núcleos. De este modo, y por mecanismos y técnicas alternativas, como selladores y contadores proporcionales o espectrometría, es posible determinar los espectros de reacción, como se muestra en la figura 5.5.

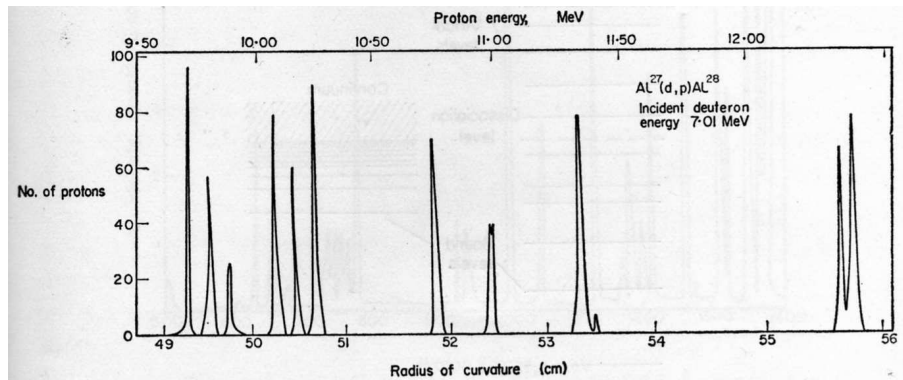


Figura 5.5: Espectro de reacción  $Al^{27}(d,p)Al^{28}$  analizando momentos magnéticos.

Contrariamente, cuando se emiten neutrones, las determinaciones de las energías de excitación resultan menos precisas. Por ello, se consideran métodos alternativos como medición de tiempo de vuelo (time-of-flight).

En este sentido, la evidencia experimental muestra características propias de los niveles energéticos nucleares, a diferencia de los niveles atómicos, que son puramente dominados por efectos coulombianos. Contrariamente, los niveles energéticos nucleares se ven afectados por las fuerzas nucleares inter-nucleones de corto alcance y el nivel de espaciamiento (separación) no tiende a cero al acercarse a la energía de disociación nuclear (mínima energía necesaria para “arrancar un nucleón o grupo de nucleones, en analogía a la

ionización atómica), como ocurre en el caso atómico. Esta diferencia cualitativa se muestra esquemáticamente en la figura 5.6.

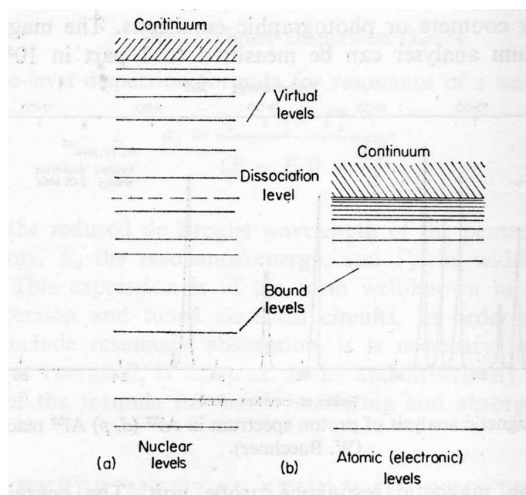


Figura 5.6: Niveles energéticos nucleares y atómicos.

Por encima de la energía de disociación, los estados nucleares (niveles virtuales) tienen tiempos de vida suficientemente largos (en escala nuclear) para ser determinados experimentalmente, y estas condiciones no hay mayores diferencias esenciales (excepto el ancho finito de banda) respecto de estados por debajo de la energía de disociación. Sin embargo, para estados ligados (por debajo de la energía de disociación) la desexcitación sólo es posible por medio de la emisión  $\gamma$ .

Existen diferentes técnicas que permiten determinar experimentalmente los espectros de emisión  $\gamma$ , por caso espectrómetros sentelladores o magnéticos que posibilitan medir la energía de foto-electrones, electrones Compton de backscattering y/o pares positrón-electrón.

Utilizando protones incidentes sobre núcleos livianos e irradiando con energías por debajo del umbral endotérmico del proceso  $(p, n)$ , la captura radiativa de protones se produce por medio de la reacción  $(p, \gamma)$ , que resulta el único canal disponible, excepto el scattering elástico<sup>2</sup>. A modo de ejemplo, la figura 5.7 muestra la producción del espectro de rayos  $\gamma$  emitidos en la reacción  $Al^{27}(p, \gamma)Si^{28}$ .

<sup>2</sup>Sólo en pocos casos muy específicos se observa una competencia con la emisión  $\alpha$ .

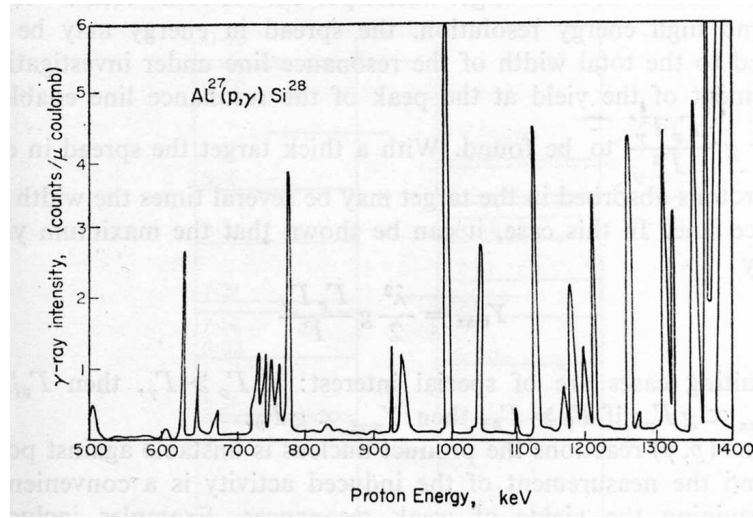


Figura 5.7: Captura radiativa de protones en  $Al^{27}$ .

Los resultados (figura 5.7) muestran las resonancias en el proceso de captura radiativa de protones. Para niveles (energías) de resonancia bien separados del proceso  $(p, \gamma)$ , la sección eficaz de la reacción ( $\sigma_r$ ) en las zonas cercanas a la energía de resonancia ( $E_0$ ) está dada por:

$$\sigma_r = \pi \lambda_B^2 g \frac{\Gamma_p \Gamma_\gamma}{(E - E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (5.23)$$

De donde puede determinarse el máximo valor posible de  $\sigma_r$ , dado por:

$$\sigma_{r,MAX} = 4\pi \lambda_B^2 \frac{\Gamma_p \Gamma_\gamma}{\Gamma^2} \quad (5.24)$$

donde  $g$  es un factor estadístico que tiene en cuenta los estados de spin involucrados, y  $\Gamma = \Gamma_p + \Gamma_\gamma$ .

## 5.5. Reacciones Foto-nucleares

Históricamente, la primer reacción fotonuclear observada (hacia 1933) fué la desintegración  $H^2 + \gamma \rightarrow H^1 + n$  provocada por fotones de 2.62 MeV. De hecho, aprovechando esta reacción y conociendo con precisión las masas

atómicas de hidrógeno y deuterio, pudo estimarse la masa del neutrón (Chadwick 1934).

Dado que los valores de energías de ligaduras nucleares de protones o neutrones (excepto  $H^2$  y  $Be^9$ ) son del orden de 5MeV, los fotones (rayos  $\gamma$ ) emitidos por la gran mayoría de los isótopos radiativos naturales no centan con energía suficiente para inducir una reacción fotonuclear.

Debido al valor de la constante de estructura fina ( $\frac{1}{137}$ ), las interacciones nucleares electromagnéticas son particularmente débiles en comparación con las interacciones entre nucleones. Por lo tanto, las secciones eficaces para reacciones fotonucleares son numéricamente bajas<sup>3</sup>.

La actividad inducida en un núcleo radiativo producido por una reacción ( $\gamma, n$ ) utilizando un espectro (Bremsstrahlung con energía máxima  $E_0$ ) incidente caracterizado por  $N(E, E_0)$  resulta proporcional a:

$$\int_0^{E_0} N(E, E_0)\sigma(E)dE \quad (5.25)$$

En este sentido, se dificulta la discriminación energética del proceso fotonuclear. Y, por lo tanto, mas recientemente se desarrollaron métodos basados en haces monocromáticos para estudiar la reacción foto-nuclear. de este modo ha sido posible establecer curvas de secciones eficaces foto-nuclear en un amplio rango enregético, siendo la característica mas sobresaliente, el hecho de presentar “*resonancias gigantescas*” tanto en la reacción ( $\gamma, n$ ) como ( $\gamma, p$ ). La energía  $E_r$  a la cual se observa la resonancia decrece según el número másico  $A$ . La relación establecida empíricamente es:

$$E_r = \frac{80}{A^{\frac{1}{3}}} MeV \quad (5.26)$$

Mientras el ancho de la resonancia varía entre 5 y 7 MeV, como muestra la figura 5.8.

El proceso foto-nuclear puede estudiarse utilizando argumentos análogos al caso del análisis cuantico de absorción de luz por parte de electrones atómicos (C. Smith, 1966) y derivar expresiones para la probabilidad de transición ( $P_{m,n}$ ) entre un estado inicial  $m$  a un estado final  $n$  en un tiempo  $t$ :

$$\int |P_{m,n}(t)| d\omega \quad (5.27)$$

calculada sobre un entorno de frecuencias alrededor de  $\omega_{0,n} = \frac{E_n - E_0}{\hbar}$ .

---

<sup>3</sup>Generalmente, no mayores a alguns centenares de milibarns.



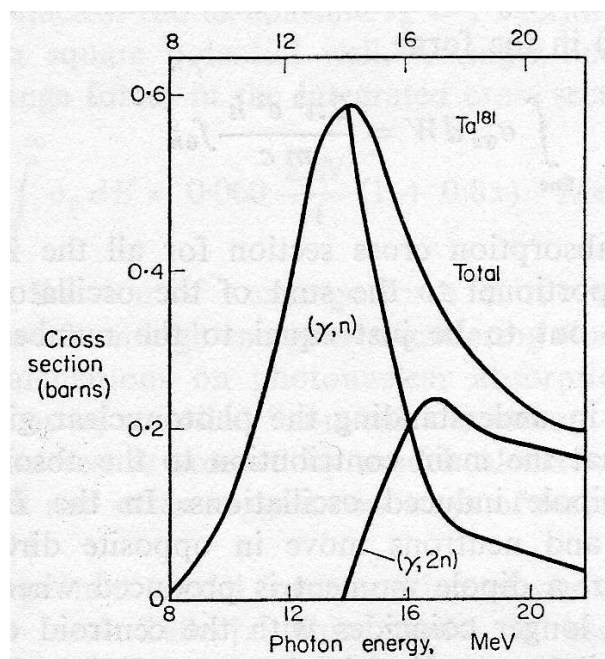


Figura 5.8: Resonancia fotonuclear gigantesca en  $Ta^{181}$ .

## 5.6. Reacciones nucleares con iones pesados

Por “iones pesados” se entiende iones cargados eléctricamente con carga  $> 2q_e$ . El desarrollo de potentes máquinas (aceleradores lineales, ciclotrones, tandems, etc) capaces de acelerar iones pesados ha permitido alcanzar energías suficientes para realizar experimentos de reacciones nucleares inducidas por iones pesados.

Los procesos de interacción entre iones pesados incidentes y núcleos incluyen scattering elástico, inducción de reacciones nucleares, fisión, scattering inelástico, etc. Originalmente, algunos de los iones más estudiados fueron: Li, C, N, O y Ne con energías que varían entre 2MeV (para Li) a unos 200MeV (para Ne).

Algunas de las principales características de las interacciones con iones pesados, fueron predichas teóricamente (Breit, 1952), las cuales prevén: altos valores de energías de excitación del sistema compuesto creado por reacción con iones pesados bombardeando blancos como  $^{16}O$ ; la capacidad de iones

pesados para penetrar en regiones de la superficie nuclear; las secciones eficaces muy altas para la excitación coulombiana y la formación de núcleos en estados elevados de momento angular orbital ( $l \approx 90$ ).

Para la detección de productos de reacciones de iones pesados, se emplean blancos gruesos (como contadores de semiconductores) para conseguir “frenar” las partículas de manera efectiva, y por lo tanto se obtiene una baja discriminación energética.

Las interacciones de los núcleos con haces de iones pesados incidentes con suficientemente baja energía, origina, principalmente, repulsión coulombiana y consecuentemente scattering elástico (de Rutherford). En caso contrario, con suficiente energía los iones incidentes pueden alcanzar el núcleo provocando reacciones nucleares. Sea  $p$  el momentum relativo y  $b$  el parámetro de impacto, resulta pues por conservación del momento angular y de energía:

$$pb = l\hbar = p'X \quad (5.28)$$

donde  $p'$  es el momentum relativo luego de la interacción y  $X$  es la mínima distancia de acercamiento durante la interacción.

$$\frac{p^2}{2m} - \frac{Z_n Z_i q_e^2}{R} \frac{R}{X} = \frac{p'^2}{2m} \quad (5.29)$$

donde  $m$  es la masa reducida y  $Z_n, Z_i$  indican la cantidad de protones en el núcleo en reposo y en el ión pesado incidente.

Entonces, en términos de la energía de los iones incidentes ( $E$ ), la condición para que los iones incidentes alcancen al núcleo es:

$$2mR^2 \left( E - \frac{Z_n Z_i q_e^2}{R} \right) \geq l_c^2 \hbar^2 \quad (5.30)$$

De este modo, puede calcularse la sección eficaz de scattering elástico por medio de la sustracción de los términos parciales correspondientes a  $l < l_c$  a la amplitud de scattering coulombiana, siendo  $R$  el único parámetro relevante, que puede escribirse en término de las contribuciones del núcleo en reposo y del ión pesado incidente como:  $R = r_0 \left( A_n^{\frac{1}{3}} + A_i^{\frac{1}{3}} \right)$ .

Por otro lado, en interacciones más distantes, donde las fuerzas nucleares pierden relevancia, los procesos inducidos son principalmente excitaciones nucleares debidas a interacción electromagnética. Mientras que en caso de producirse colisiones entre iones pesados incidentes y núcleos en reposo, se

observan reacciones nucleares simples en correspondencia a efectos de transferencia de un nucleón, como ejemplo:  $Mg^{26}(N^{14}N^{13})Mg^{27}$ , y este tipo de reacciones (figura 5.9) ocurren incluso inducidas por colisiones periféricas, sin necesidad de formación de núcleo compuesto.

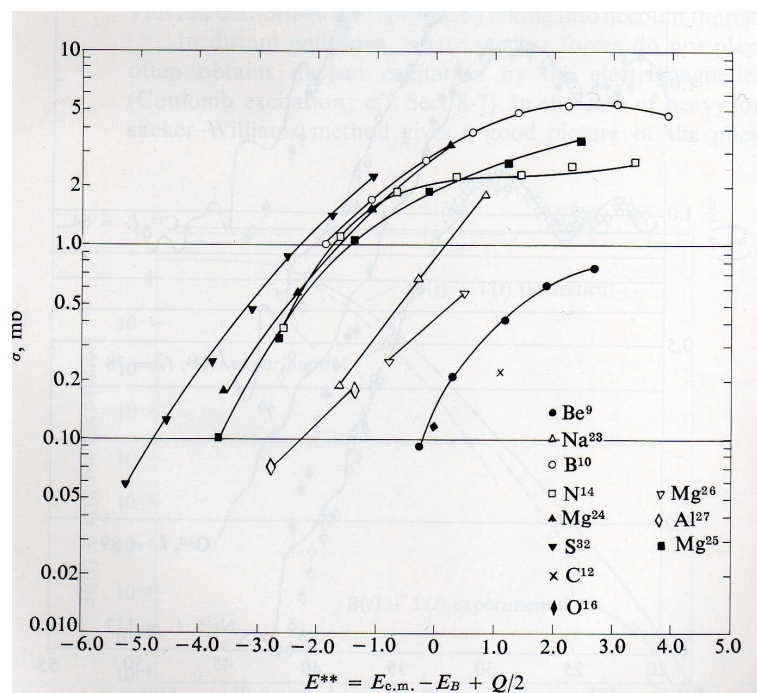


Figura 5.9: Sección eficaz total de transferencia para algunas reacciones nucleares por iones pesados.

Para energías muy altas, se observan reacciones más complicadas en correspondencia con la formación del núcleo compuesto. Se observa también un particular comportamiento en la distribución angular de las partículas producto de reacción: el núcleo compuesto de momento angular elevado ( $> 50\hbar$ ) dirigido en la dirección perpendicular a la trayectoria del ión incidente provoca que los fragmentos de reacción escapen en un plano perpendicular al momento angular, pero también y con idéntica probabilidad, formando un ángulo  $\theta$  respecto de la línea de impacto, lo cual “parecería” indicar que la distribución angular varía como  $\sin(\theta)$  en la dirección y ambos sentidos respecto de la línea de impacto.



# Capítulo 6

## Radioactividad natural y decaimiento nuclear

El Capítulo VI trata las leyes de decaimiento radioactivo espontáneo, sin importancia del mecanismo de emisión que acompaña a la transformación. En este sentido, los modelos de decaimiento provén una descripción fenomenológica que abarca una gran variedad de procedimientos. Las teorías más sencillas ignoran la naturaleza discreta de la materia y asumen válido el límite de continuidad. A pesar que los fenómenos del decaimiento son conocidos desde mediados del siglo XIX, las leyes de decaimiento fueron estudiadas y rigurosamente formuladas originalmente por Rutherford & Soddy a inicios del siglo pasado.

### 6.1. Teoría continua: una substancia

La Ley Fundamental de decaimiento radioactivo puede enunciarse del siguiente modo: *Dado una cierta substancia, la probabilidad de que ésta decaiga durante el intervalo  $dt$  está dada por  $\lambda dt$ . La constante  $\lambda$  se llama “constante de decaimiento”, tiene unidades de inverso de tiempo y es una característica de la substancia.*

El caso más sencillo involucra una única substancia radioactiva que inicialmente ( $t = 0$ ) cuenta con  $N(0)$  ( $N(0) \gg 1$ ) átomos de modo que la cantidad de átomos presentes a tiempo  $t$  ( $N(t)$ ) pueda ser considerada una variable continua. Entonces:

$$-dN = \lambda N dt \tag{6.1}$$

que integrando con la condición inicial correspondiente ( $N(t = 0) = N(0)$ ), resulta:

$$N(t) = N(0)e^{-t} \quad (6.2)$$

La fórmula anterior (Ec. 6.2) es una formulación equivalente de la Ley Fundamental de Decaimiento.

Para aplicaciones prácticas, resulta útil introducir los siguientes parámetros:  $\tau \equiv \frac{1}{\lambda}$  (vida media) y  $T \equiv \ln(2)\lambda$  (tiempo medio). La vida media ( $\tau$ ) representa la duración media de los átomos y puede obtenerse calcular:

$$\tau = \frac{1}{N(0)} \int_0^{\infty} \lambda N(t) dt = \frac{1}{N(0)} \int_0^{\infty} N(0)e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (6.3)$$

y puede interpretarse gráficamente como se indica la figura 6.1.

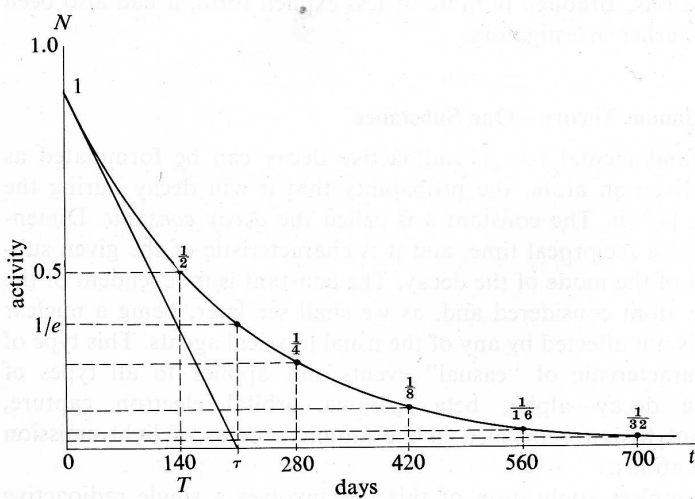


Figura 6.1: Curva de decaimiento.

## 6.2. Teoría continua y *Branching*

Generalmente una sustancia radioactiva decae dando lugar a otra nueva sustancia también radioactiva. En este sentido, se dice que las sustancias son “genéticamente emparentadas”, siendo la “madre” aquella original, mientras la “hija” es la secundaria. Este razonamiento se extiende también para otras “generaciones”. A veces, una sustancia original decae por medio de 2 procesos diferentes (fenómeno



$$N_1 = A_{1,1}e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = A_{2,1}e^{-\lambda_1 t} + A_{2,2}e^{-\lambda_2 t}$$

$$N_3 = A_{3,1}e^{-\lambda_1 t} + A_{3,2}e^{-\lambda_2 t} + A_{3,3}e^{-\lambda_3 t}$$

... = ...

$$N_k = A_{k,1}e^{-\lambda_1 t} + A_{k,2}e^{-\lambda_2 t} + \dots + A_{k,k}e^{-\lambda_k t}$$

donde los coeficientes  $A_{i,j}$  deben determinarse de manera de satisfacer las condiciones iniciales ( $N_k(0) = A_{k,1} + \dots + A_{k,k}$ ). Resulta, pues<sup>1</sup>:

$$A_{i,j} = A_{k-1,i} \frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_k - \lambda_i} \quad (i \neq j) \quad (6.6)$$

Algunas situaciones particulares resultan de gran interés práctico, como el caso en que inicialmente sólo existe sustancia de tipo 1 en cantidad  $N_1(0)$ . se tiene entonces:

$$N_1(t) = N_1(0)e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2(t) = N_1(0) \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \left[ e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t} \right]$$

... = ...

Otra situación de particular interés se presenta al estudiar una mezcla de sustancias radioactivas mantenidas indisturbadas por mucho tiempo. En la consideración de que  $\lambda_s$  sea la menor de las constantes de decaimiento en la serie, puede deducirse la proporción de cantidad de cada sustancia que se encuentre en la serie de decaimiento por debajo de aquella de constante  $\lambda_s$  respecto de la cantidad de sustancia de constante  $\lambda_s$  resulta independiente del tiempo. Esta situación se denomina "*Equilibrio transitorio*". Mientras, si ocurre además que  $\lambda_s \ll \lambda_j$  para todas las  $j$  sustancias por debajo de  $s$  en la cadena, puede demostrarse la aproximación:

$$\frac{N_j}{N_s} = \frac{\lambda_s}{\lambda_j} \quad (6.7)$$

y esta condición se conoce como "*Equilibrio secular*".

La próxima situación de interés especial es el caso en que una sustancia radioactiva inicialmente ausente es formada a tasa constante. En este caso, la ley del proceso es:

---

<sup>1</sup>Asumiendo que todas las constantes de decaimiento son diferentes, en caso contrario deben considerarse soluciones diferentes que involucran términos del tipo  $te^{-\lambda t}$  y  $t^2e^{-\lambda t}$ .



### 6.3. UNIDADES DE RADIOACTIVIDAD Y ASPECTOS DOSIMÉTRICOS 73

$$\frac{dN}{dt} = Q - \lambda N \quad (6.8)$$

donde  $Q$  es la cantidad de sustancia formada por unidad de tiempo (tasa). La solución es inmediata:

$$N(t) = \frac{Q}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t}) \quad (6.9)$$

y por ello,  $\frac{Q}{\lambda}$  se conoce como el número de saturación y se denota como  $N_{\infty}$ .

Finalmente, se considera el caso en que una sustancia radioactiva decae a través de más de un único mecanismo, por ejemplo decaimiento por emisión alfa, beta<sup>+</sup>, beta<sup>-</sup>, gamma, etc. De manera general, se considera una sustancia radioactiva que decae por medio de 2 mecanismos ( $A$  y  $B$ ), cada uno de estos mecanismos (canales) de decaimiento se conoce como “ramificación” o *branching*. La probabilidad de decaimiento a través del branching  $A$  es  $\lambda_A dt$  (idem  $B$ ). Entonces, la probabilidad total de decaimiento en  $dt$  por medio de cualquiera de los mecanismos está dada por:  $(\lambda_A + \lambda_B) dt$ . Entonces:

$$\frac{dN}{dt} = -(\lambda_A + \lambda_B) N \quad (6.10)$$

La vida media de la sustancia ( $\tau$ ) se define como el tiempo necesario para reducir la cantidad inicial en un factor  $\frac{1}{e}$  está dada por:

$$\tau = \frac{1}{(\lambda_A + \lambda_B)} \quad (6.11)$$

La proporción de decaimiento por *branching*  $A$  respecto del  $B$  se conoce como “razón de branching” y está dada por:  $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$  y una relación similar se establece para la vida media:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_A} + \frac{1}{\tau_B} \quad (6.12)$$

## 6.3. Unidades de Radioactividad y aspectos dosimétricos

La cantidad de átomos que se desintegran por segundo en una dada sustancia radioactiva se conoce como “*actividad*” de la muestra. Generalmente, la actividad se mide en “Curie” (Ci) que equivale a  $3.7 \times 10^{10}$  desintegraciones/segundo.

Otra manera de definir la unidad de radioactividad es a través de los efectos de la radiación. En este sentido, se introduce el concepto de “*equivalente a 1 gramo de*”

*radio*” entendido como que, bajo ciertas condiciones de filtrado de rayos gamma (5mm de Pb), la ionización producida por la muestra en el instrumento de medición sea la misma correspondiente a 1g de radio.

Sin embargo, los efectos biológicos de la radiación no dependen sólo de cantidades físicas como la dosis y tipo de radiación, sino también de las características propias de las células irradiadas, ya sea que forman un órgano o tejidos. Mientras la determinación de la energía entregada por la radiación incidente es un problema relativamente simple en física, la valoración de los efectos biológicos es seguramente una situación mucho más compleja. Se han propuesto diferentes modelos a tal fin, siendo la “Efectividad Biológica Relativa” (Relative Biological Effectiveness, RBE) en modelo más establecido [National Committee on Radiation Protection]. Se propone, la evaluación conveniente de la composición entre cantidades físicas y RBE:

$$1Rem \equiv 1Rep \times 1RBE \quad (6.13)$$

donde  $1Rem \equiv 93 \frac{erg}{g}$  y el parámetro RBE puede tomarse de datos experimentales (Tabla 6.1).

Figura 6.3: Tabla de RBE del National Committee on Radiation Protection.

## 6.4. Teoría general de Radioactividad

Dado que la cantidad de átomos de una sustancia que decae es un número discreto, los modelos continuos desarrollados en las secciones anteriores resultan ser una buena aproximación, particularmente válida en el límite de un gran número de átomos.

Considerando una sustancia de vida media extremadamente larga que emite  $\langle n \rangle$  partículas por segundo: la probabilidad de emitir  $n$  partículas en un dado intervalo de 1 segundo ( $P(n)$ ) está dada por la fórmula de Poisson<sup>2</sup>:

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \quad (6.14)$$

La condición de normalización puede calcularse de la Ec. 6.14 como sigue:

$$\sum_0^{\infty} P(n) = e^{-\langle n \rangle} \sum_0^{\infty} \frac{\langle n \rangle^n}{n!} = 1 \quad (6.15)$$

ya que resulta inmediato identificar el término de la sumatoria en Ec. 6.15 como el desarrollo en serie de  $e^{\langle n \rangle}$ .

En la aproximación continua (Secciones anteriores) la distribución de probabilidad  $P(n)$  resulta normal (Gaussiana), dada por:

$$P(n) = \frac{e - (n - \langle n \rangle)^2 / 2 \langle n \rangle}{\sqrt{(2\pi \langle n \rangle)}} \quad (6.16)$$

Y, considerando:

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} \quad (6.17)$$

Se obtiene la normalización:

$$\int_0^{\infty} P(n) dn = 1 \quad (6.18)$$

De manera análoga se calcula la desviación standard:

$$\sigma = \sqrt{\langle n \rangle} \quad (6.19)$$

---

<sup>2</sup>Resultado que puede obtenerse dividiendo al intervalo de tiempo de 1 segundo en  $K$  subintervalos y tomando el límite  $K \rightarrow \infty$ .



# Capítulo 7

## Decaimiento nuclear alfa

El fenómeno de emisión de diferentes tipos de partículas pesadas fué observado por medio de experimentos de bombardeo nuclear. El Capítulo VII trata sobre los procesos espontáneos de dexcitación de estados metaestables formados en el bombardeo. En particular, este capítulo se concentra en el estudio de los procesos de emisión de partículas alfa. La comprensión de los mecanismos de emisión alfa, sumado a la enorme cantidad de evidencia experimental en este campo, se ha constituido en un gran desarrollo de este área y ha contribuido significativamente al desarrollo de la física nuclear en su conjunto.

### 7.1. Introducción

La primera consideración puede ser: por qué se observa emisión alfa por parte de los núcleos? y por qué no se observa emisión de protones o deuterios?

El motivo de esta situación es la energía involucrada para cada una de estas reacciones, ya que el balance energético favorece la emisión de partículas alfa en condiciones para las que la emisión de protones resulta muy poco probable.

De los resultados semi-empíricos se deduce que la emisión alfa es sólo posible para núcleos pesados, como se indica esquemáticamente en la figura 7.1.

Utilizando como primera aproximación un tratamiento semi-clásico, la emisión alfa puede describirse por medio de un potencial electrostático dependiente de la distancia al centro del núcleo dado por:

$$V(r) = \frac{Zq_e}{r} ; r > R \quad (7.1)$$

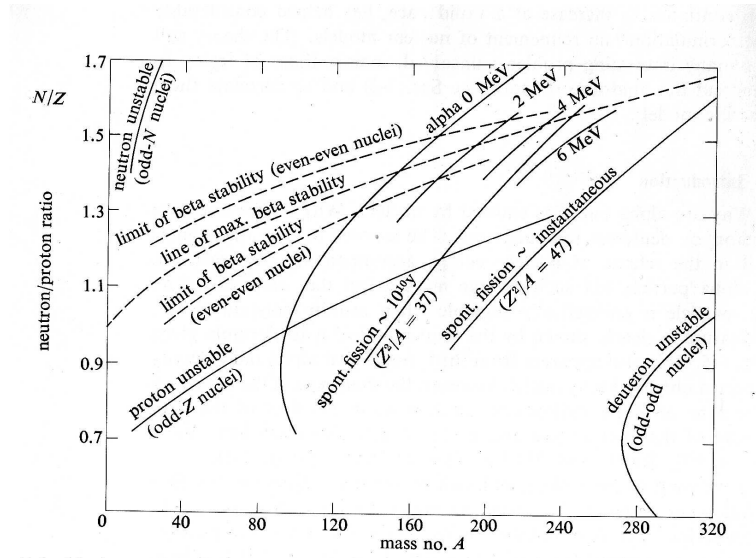


Figura 7.1: Límites de estabilidad nuclear según *Modelo a Gota* del núcleo.

Mientras que para  $r < R$  las fuerzas nucleares resultan dominantes, de modo que el potencial puede representarse como indicado en la figura 7.2.

Los inconvenientes en la comprensión de los procesos de emisión alfa fueron disipados empleando modelos cuánticos. Los lineamientos generales del razonamiento propuesto se resumen a continuación:

Se asume que el potencial representa una barrera de ancho  $a$  y altura  $V$  como muestra la figura 7.3.

Resolviendo, en primera instancia, el caso unidimensional, las funciones de onda ( $|\Psi\rangle$ ) se obtienen de la ecuación de Schrödinger:

$$\frac{\partial^2 |\Psi\rangle}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar} (E - V) |\Psi\rangle = 0 \quad (7.2)$$

Las soluciones pueden obtenerse para cada una de las regiones indicadas en la figura 7.3.

Región I:

$$|\Psi\rangle_I = A_I e^{ikx} + B_I e^{-ikx} \quad -\infty < x < 0 \quad (7.3)$$

Región II:

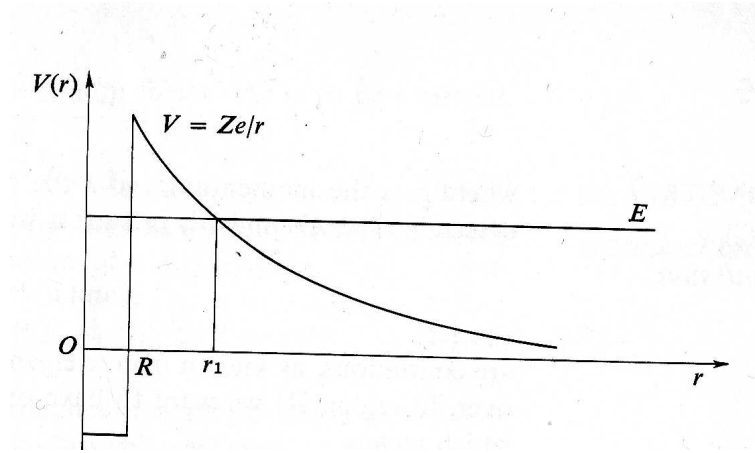


Figura 7.2: Potencial semi-clásico para partículas alfa como función de la distancia al centro del núcleo.

$$|\Psi\rangle_{II} = A_{II}e^{+Kx} + B_{II}e^{-Kx} \quad 0 < x < a \quad (7.4)$$

Región III:

$$|\Psi\rangle_{III} = A_{III}e^{ikx} + B_{III}e^{-ikx} \quad a < x < \infty \quad (7.5)$$

donde:

$$k \equiv \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar} = \frac{1}{\lambda_B} \quad (7.6)$$

$$K \equiv \frac{\sqrt{2m|E - V|}}{\hbar} \quad (7.7)$$

Los coeficientes  $A_j$  y  $B_j$  se determinan de las condiciones de continuidad para  $|\Psi\rangle$  y  $\frac{\partial|\Psi\rangle}{\partial x}$ .

Además, la condición de que sólo onda transmitida exista en la Región III impone  $B_{III} = 0$ . Estableciendo la continuidad en los puntos  $x = 0$  y  $x = a$  se obtiene la relación recursiva entre los 5 restantes coeficientes.

De este modo es posible establecer una relación entre  $A_I$  (amplitud incidente),  $B_I$  (amplitud de reflexión) y  $A_{III}$  (amplitud de transmisión).

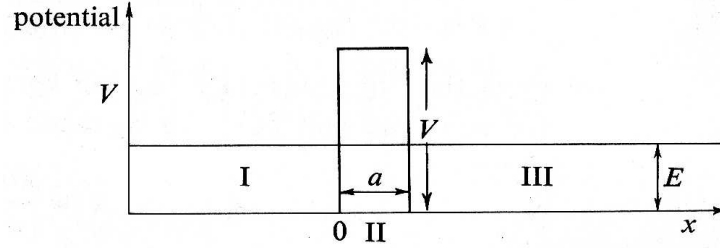


Figura 7.3: Barrera de potencial de ancho  $a$  y correspondiente energía potencial  $V$ .

Una simplificación posterior resulta particularmente útil para muchos casos prácticos: se considera el límite  $Ka \gg 1$ , entonces se obtiene una relación muy utilizada para la transmisión en términos de la incidencia:

$$\frac{|A_{III}|^2}{|A_I|^2} = \frac{16k^2 K^2 e^{-2Ka}}{(k^2 + K^2)^2} \approx e^{-2Ka} = T \quad (7.8)$$

De manera análoga puede calcularse la relectividad de la barrera, dada por:

$$R \equiv \frac{|B_I|^2}{|A_I|^2} \quad (7.9)$$

y debería verificarse la relación:

$$R + T = 1 \quad (7.10)$$

Para potenciales variables, la transmitividad ( $T$ ) se generaliza como:

$$T = e^{-\frac{2}{\hbar} \int_R^{r_1} (2m\sqrt{|E-V|}) dx} = e^{-2G} \quad (7.11)$$

donde la integración se realiza en la región (clásicamente prohibida) donde  $E - V < 0$ .

Generalizando y pasando al caso tridimensional (sin momento angular) puede calcularse  $G$ :



$$G = \frac{\sqrt{2m}}{\hbar} \int_R^{r_1} \frac{\sqrt{Zzq_e^2 r - E}}{d} r = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{2m}{E}} Zzq_e^2 \left[ \arccos \left( \sqrt{\frac{R}{r_1}} \right) - \sqrt{\frac{R}{r_1} - \frac{R^2}{r_1^2}} \right] \quad (7.12)$$

Habiendo calculado la transmitividad o “transparencia” de la barrera de potencial, puede determinarse la constante de decaimiento ( $\lambda$ ):

$$\lambda = \frac{v_0}{R} e^{-2G} \quad (7.13)$$

donde  $v_0$  (velocidad de la partícula alfa fuera del núcleo) y  $R$  (estimación del radio nuclear) pueden establecerse experimentalmente siendo numéricamente aproximados a  $10^7 m s^{-1}$  y  $10^{-14} m$  respectivamente.

Una descripción más completa se obtiene al considerar los efectos del potencial centrífugo ( $\frac{\hbar^2 l(l+1)}{mr^2}$ ) proveniente del momento angular.

## 7.2. Estructura del espectro de emisión alfa

El decaimiento nuclear alfa involucra, generalmente, un núcleo en estado fundamental. Sin embargo, varios emisores alfa muestran espectros (líneas) de emisión debidas a los diferentes estados finales de la transición. Esta hecho es confirmado por la observación de rayos gamma de energías correspondientes a la diferencia entre las líneas alfa, como se muestra en la figura 7.4 para el caso del plutonio.

Es de notar que los niveles más bajos del  $U^{234}$  tienen momentos angulares  $l = 0, 2, 4$  y separaciones energéticas según predicciones de los niveles rotacionales.

Las diferentes líneas alfa tienen intensidades determinadas, primariamente, por su energía, ya que ésta afecta la “transparencia” de la barrera y, en menor grado, también dependen del momento angular. Además, otros factores, no entendidos muy bien, pueden alterar en casos específicos la constante de decaimiento determinada de acuerdo al modelo de simple penetración (Ec. 7.13). Por ejemplo, en el caso de  $Po^{212}(ThC^*)$  y  $Po^{214}(RaC^*)$  se observa una cierta estructura en el nivel más alto. El decaimiento alfa es tan rápido que compite con transiciones gamma entre los niveles superiores. Se observan “partículas alfa de excepcional grande rango” (Fig. 7.5).

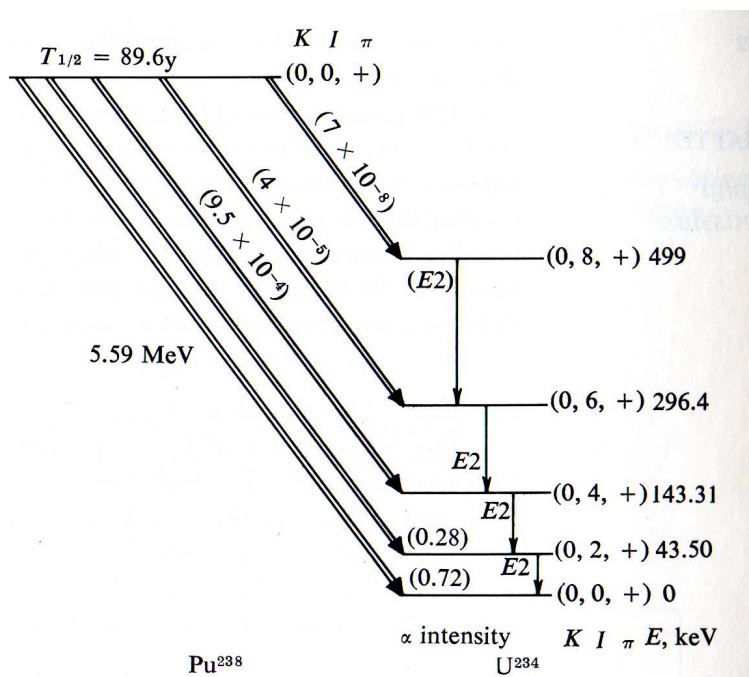


Figura 7.4: Esquema de decaimiento del  $\text{Pu}^{238}$  mostrando las transiciones alfa desde un estado inicial hacia diferentes estados finales.

Estos fenómenos son bien “raros”, pero interesantes y útiles a la vez, porque proveen un método para determinar tasa de decaimiento gamma si se conoce la correspondiente a emisión alfa. Para el estado superior, se tiene:

$$\frac{\lambda_{\gamma}}{\lambda_{\alpha}} = \frac{N_{\gamma}}{N_{lr}} \quad (7.14)$$

donde  $\frac{N_{\gamma}}{N_{lr}}$  equivale a  $\frac{N_{\alpha}}{N_{lr}}$  que es el cociente entre la cantidad de emisión alfa normal y emisión alfa “long range”, ya que cada rayo gamma es inmediatamente seguido por una emisión alfa “normal”. Este método no es rigurosamente cuantitativo, pero representa un importante interés histórico.

La enorme cantidad de evidencia experimental acumulada en algunas décadas del siglo pasado ha permitido elaborar metodologías para explicar la emisión alfa. El estado fundamental de núcleos “par-par” muestran las constantes de decaimiento alfa de mayor valor, de acuerdo al modelo de penetración de barrera, imponiendo conservación del momento angular. El factor

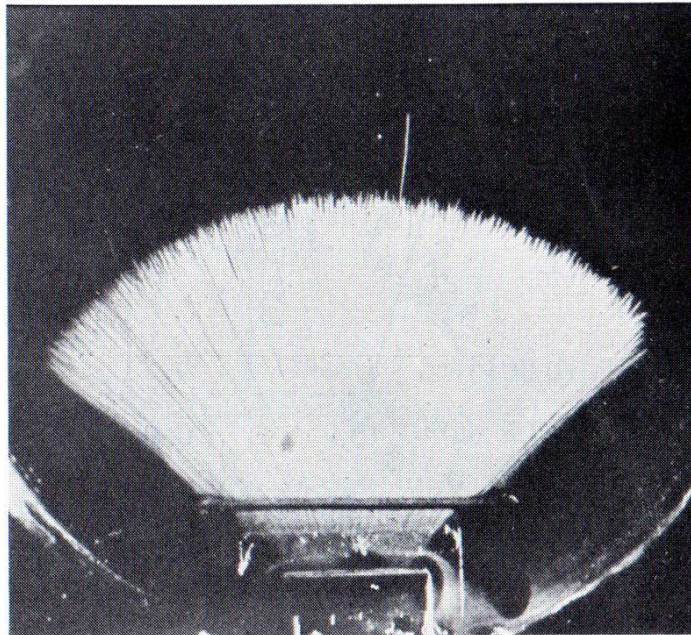


Figura 7.5: Estados excitados de emisores alfa: largo rango de  $RaC^*$  y rayos alfa de RaC.

de “hindrance” se introduce como la corrección entre la vida media observada y la calculada, basado en consideraciones sobre la configuración “par-par”.

### 7.3. Ligadura virtual

Retomando el modelo de partícula en pozo de potencial, puede desarrollarse un tratamiento suplementario para explicar algunos aspectos cualitativos conocidos como “virtual binding”.

Considerando el problema 1-D con potencial como muestra la figura 7.6.

En  $x = 0$  y  $x = l$  se tiene barreras de potencial infinitamente altas, mientras en  $x = a$  se tiene una barrera extremadamente delgada pero alta, tal que:

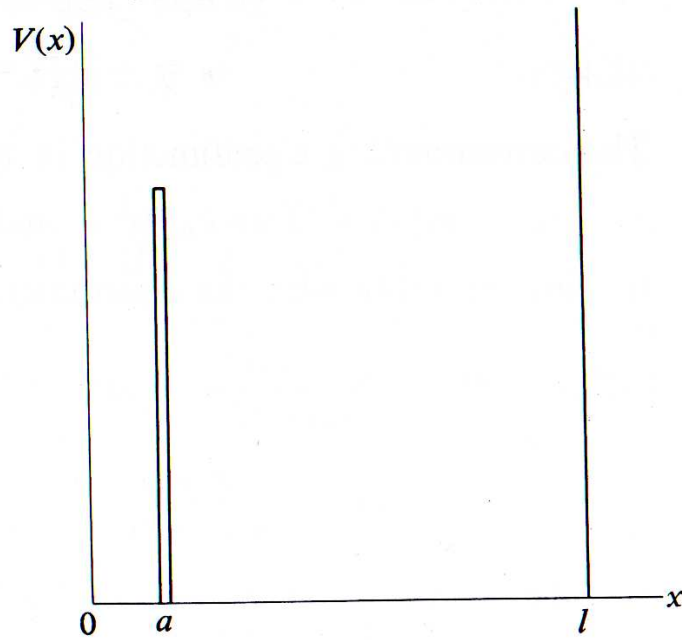


Figura 7.6: Caja de largo  $l$  dividida en  $x = a$  por una barrera dada por una función delta.

$$\frac{2m}{\hbar^2} \int_{a-\epsilon}^{a+\epsilon} \delta(x-a) dx = \frac{1}{g} \quad (7.15)$$

La ecuación de Schrödinger resulta:

$$u'' + \frac{2m}{\hbar^2} (E - V) u = 0 \quad (7.16)$$

que, integrada sobre un intervalo infinitesimal entorno de  $x = a$ , resulta:

$$u'_{II} - u'_I + \frac{2m}{\hbar^2} \int_{a-\epsilon}^{a+\epsilon} [E - \delta(x-a)] dx = 0 \quad (7.17)$$

$$u'_{II} - u'_I = \frac{u(a)}{g} \quad (7.18)$$

obteniéndose una discontinuidad en la derivada en el punto  $x = a$ , mientras que las condiciones de contorno son:

$$u_I(0) = u_{II}(l) = 0 \quad (7.19)$$

y

$$u_I(a) = u_{II}(a) \quad (7.20)$$

Una solución general es:

$$u(x) = A \sin(kx) + B \cos(kx) \quad (7.21)$$

donde:

$$k \equiv \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} \quad (7.22)$$

Y pueden satisfacerse las condiciones de contorno cumpliendo:

$$u_I(x) = A \sin(kx) ; x \leq a \quad (7.23)$$

$$u_{II}(x) = B \sin[k(l-x)] ; x \geq a \quad (7.24)$$

Con:  $B = A \frac{\sin(ka)}{\sin[k(l-a)]}$ .

Los autovalores (eigenvalues)  $k$  se obtienen de resolver la condición de discontinuidad de la Ec. 7.18, de donde resulta:

$$\cotg(ka) + \cotg[k(l-a)] = \frac{-1}{kg} \quad (7.25)$$

$$k \sin(kl) = \frac{-1}{g} \sin(ka) \sin[k(l-a)] \quad (7.26)$$

Una situación de interés es el caso  $kg \ll 1$  ("barrera poco transparente"). Para analizar esta situación, conviene contrastar, precedentemente, el caso para el cual vale exactamente  $kg = 0$ , que corresponde a dos compartimientos (regiones I y II) totalmente separados.

Las condiciones de contorno para este caso en  $0, a$  y  $l$  imponen:

$$\sin(k_n a) = 0 ; k_n = \frac{n\pi}{a} \quad (7.27)$$

$$\sin[k_m(l-a)] = 0 ; k_m = \frac{m\pi}{l-a} \quad (7.28)$$

mientras las funciones de onda normalizadas resultan:

$$u_I(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \wedge u_{II} = 0 \quad (7.29)$$

$$u_{II} = 0 \wedge u_{II}(x) = \sqrt{\frac{2}{l-a}} \sin\left[\frac{m\pi(l-x)}{(l-a)}\right] \quad (7.30)$$

Ahora, retomando el caso  $kg \rightarrow 0$  (pero  $kg \neq 0$ ), se trabaja en el régimen  $l \gg a$ , implicando que los niveles en Ec. 7.29 se hallan muy separados, mientras los niveles en ec.7.20 forman prácticamente un continuo.

Este modelo muestra aspectos y similitudes notables con la situación de una partícula alfa en un núcleo atómico, contenida en la región I y confinada por la “barrera de poca transparencia”. El núcleo mismo estaría contenido en una “larga caja” de largo  $l$  ( $l \gg a$ ). La aplicación del presente modelo a partículas alfa en núcleos puede realizarse introduciendo las variaciones (desviaciones) siguientes:

$$kn_n^* = k_n + \epsilon_n = \frac{n\pi}{a} + \epsilon_n \quad (7.31)$$

donde los  $\epsilon_n$  se obtienen por medio de resolver (a segundo orden en  $\epsilon_n$ ) la Ec.7.25. Se obtiene:

$$\epsilon_n = \frac{-n\pi g}{a^2} = \frac{-k_n g}{a} \quad (7.32)$$

Y correspondiente autofunción en zona I (izquierda):

$$u_I(x) = A \sin(k_n^* x) = A [\sin(k_n x) + \epsilon_n x \cos(k_n x)] \quad (7.33)$$

la cual se “pega” de manera suave a la autofunción en la región II (derecha) dada por:

$$u_{II}(x) = A(-1)^n \frac{\epsilon_n a}{\sin[k_n(l-a)]} \sin[k_n(l-x)] = -A(-1)^n k_n g \frac{\sin[k_n(l-x)]}{\sin[k_n(l-a)]} \quad (7.34)$$

Las autofunciones obtenidas representan un estado estacionario en el cual hay corrientes (flujo) de izquierda a derecha y viceversa en ambas regiones (I y II). La autofunción es “grande” en la región I (izquierda) y menor en

la región II (derecha), ya que la amplitud en la I es aproximadamente  $A$ , mientras en la II es:

$$\frac{Ak_n g}{\sin [k_n(l - a)]} \quad (7.35)$$

Los autovalores ( $k$ ) para los cuales ocurren las grandes diferencias de amplitudes entre las regiones distan entre ellos en  $\pi/a$  (Ec. 7.31). Para valores de energía en vecindades de:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2 \quad (7.36)$$

el cociente de probabilidades (por unidad de distancia) de encontrar la partícula en I respecto de II es del orden de  $1/k^2 g^2$ , mientras para valores de energía fuera de estos rangos, el cociente varía según  $k^2 g^2$ .

Los estados correspondientes a las energías de “excepcionalismo” ( $E = \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{n\pi}{a} \right)^2$ ) se conocen como “Estados virtuales”, y pueden resultar de particular utilidad para describir fenómenos de emisión alfa por parte del núcleo.





# Capítulo 8

## Decaimiento nuclear beta

Se conocen 3 diferentes mecanismos de decaimiento beta: emisión de electrones, emisión de positrones y captura nuclear de electrones orbitales. El Capítulo VIII se concentra en la presentación y el estudio de los diferentes tipos de decaimiento beta, de los cuales la emisión de electrones es el más probable; y fué de hecho el acontecimiento que dió lugar al descubrimiento de la radioactividad nuclear por parte de Becquerel.

### 8.1. Introducción

Los rayos  $\beta$  resultan fácilmente distinguibles de los  $\alpha$  debido a su significativamente mayor rango en la materia y deflexión en sentido opuesto por acción de campos magnéticos.

Mediciones de carga específica ( $q/m$ ) de rayos  $\beta$ , originalmente realizadas por Bucherer hacia 1909, se muestran de acuerdo con la hipótesis de tratar a los rayos  $\beta$  como electrones/positrones con considerable energía cinética. Experimentos posteriores (Zahn & Spees) utilizando el isótopo  $Cu^{64}$ , que es uno entre los pocos que decaen por medio de los 3 mecanismos (39 %  $\beta^-$ , 19 %  $\beta^+$  y 42 % captura electrónica, con  $\tau = 12,8h$ ), permitieron establecer la carga específica de los rayos  $\beta$  utilizando deflexión en campos magnéticos (Sección 1.2.1), demostrando que el valor numérico de la carga de rayos  $\beta$  coincide con la carga eléctrica del electrón. Mientras, que los positrones emitidos por decaimiento  $\beta$  son aniquilados con electrones atómicos en el material, de acuerdo al modelo de Dirac de partícula-antipartícula.

El decaimiento  $\beta$  es un proceso nuclear, aunque los electrones no se los considere usualmente “constituyentes semi-permanentes” del núcleo (nucle-

ones). En aquellos casos en que el producto del decaimiento  $\beta$  sea también radioactivo, resulta significativamente más sencilla la separación química entre isótopo original y producto, verificándose que el isótopo producto resulta ser el adyacente al original en la tabla periódica.

Luego del desarrollo de los espectrómetros de masas, fué posible separar, en algunos casos, el isótopo original del producto inactivo y determinar su carga y masa. El valor de la carga  $Z$  aumenta en una unidad para emisión  $\beta^-$  y decrece en una unidad tanto para emisión  $\beta^+$  como captura de electrón orbital.

El descubrimiento más importante en la emisión  $\beta$  está relacionado con la energía cinética de las partículas emitidas, que de hecho forman un espectro continuo desde 0 hasta un máximo  $T_0$ , el cual corresponde muy aproximadamente al valor calculado por medio de la conversión a energía de la masa en reposo del isótopo original y del producto, considerando los posibles estados excitados de formación del producto. En este caso, el producto (“hija”) decae subsecuentemente por medio de emisión  $\gamma$  o bien por reconversión interna.

La primer prueba definitiva de la existencia de un continuo de momenta (energía) en la emisión  $\beta$  fué provista por Chadwick hacia 1914, y resultó un contribución de gran importancia, ya que por mucho tiempo se intentó explicar el espectro de emisión  $\beta$  por medio de efectos de pérdida de energía por dentro del material de la fuente, y forzando el modelo de una única partícula interviniente en la emisión.<sup>1</sup> La emisión de 2 electrones implicaría un cambio en  $Z$  de +2, y esto no es lo observado. Argumentos oportunos pueden convencer (C. Smith, 1969), en términos semi-clásicos, que sólo una partícula debe intervenir en los procesos de emisión  $\beta$ . Dificultades análogas se presentan para la conservación del momentum y del momento angular.

Una propuesta alternativa, realizada por Pauli hacia 1933, logra explicar las dificultades encontradas de manera muy sencilla. Asumiendo que energía y momentos deben conservarse rigurosamente en cualquier proceso nuclear, debe pues existir una segunda partícula involucrada en la emisión  $\beta$ . Sin embargo, los experimentos originales para detectar esta supuesta partícula fallaron rotundamente, por lo cual pareció razonable considerarla neutra y se la denominó “neutrino” (piccolo neutro). Cálculos de la masa en reposo del neutrino indican que es mucho menor que la del electrón.

---

<sup>1</sup>Si sólo una única partícula interviniese en el decaimiento  $\beta$  de un núcleo, resulta una aparente pérdida de energía  $T_0 - T$  donde  $T$  es la energía cinética del electrón/positrón emitido.

El primer sustento del modelo de Pauli del neutrino fué provisto por la excelente predicción del espectro de emisión  $\beta$  que resulta de aplicar la teoría estadística de Fermi (Bethe & Peierls, 1934) que permite determinar un camino libre medio de  $10^{20}m$  y consecuente sección eficaz de  $10^{-44}cm^2$ . Otros aspecto conflictivo fué decidir si el “piccolo neutro” emitido en el decaimiento  $\beta^+$  sería el mismo o no del decaimiento  $\beta^-$ . Los modelos y evidencia experimental actuales sostienen la existencia de 2 tipos diferentes, uno “neutrino” ( $\nu$ ) interviniente en la emisi $\beta^-$  y otro “antineutrino” ( $\bar{\nu}$ ) interviniente en la emisión  $\beta^+$  y en la captura de electrones orbitales. Los 3 mecanismos de emisión  $\beta$  quedan expresados en términos de teoría de partículas como sigue:

$$\begin{aligned}\beta^- &: n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \\ \beta^+ &: p \rightarrow n + e^+ + \nu \\ \beta^+ \text{ capt. } e^- \text{ orb} &: p + e^- \rightarrow n + \nu\end{aligned}$$

En las transformaciones nucleares descritas precedentemente, la energía de desintegración y el momentum son “repartidos” entre electrón/positrón, antineutrino/neutrino y el núcleo producto, este último “recibe” muy poca energía, de hecho por ejemplo para un núcleo  $Z = 100$  y un electrón/positrón emitido con 1MeV, implica un retroceso nuclear del de 10eV.

Una clasificación, particularmente útil deriva de las modernas teorías de partículas, en la cual se introducen los conceptos de “leptones” y anti-leptones”. Los “leptones” son aquellas partículas livianas que presentan interacciones típicamente débiles. se postula el principio de conservación de leptones como sigue: el número de lepones menos el número de anti-leptones antes y después de un proceso de transformación deber premanecer constante. Las partículas-antipartículas incluidas en la categoría de leptones son: electrón/positrón, neutrino/antineutrino, muón/antimuón. Este esquema permite resolver de manera sencilla innumerables situaciones prácticas como los casos usuales:

$$\begin{aligned}e^+ + e^- &\rightarrow 2\gamma \\ e^- + p &\rightarrow 2\gamma \\ n &\rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \\ \mu^+ &= e^+ + \bar{\nu} + \nu \\ \pi^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu\end{aligned}$$

## 8.2. Medición de energías de rayos $\beta$

Como se mencionó anteriormente, la energía cinética del electrón/positrón emitido forma un continuo entre 0 y el valor máximo  $T_0$ , el cual es característico de cada isótopo, que varía<sup>2</sup> desde el menor (trizio,  $H^3$ )  $T_0 = 18keV$  al mayor ( $B_{12}$ ) con  $T_0 = 13MeV$ .

La pérdida de energía por ionización y colisiones radiativas por parte de electrones/positrones emitidos en procesos  $\beta$  es una situación compleja, pero puede aproximarse el rango ( $R$ ) en materiales como sigue:

$$R=0.542 \cdot E - 0,133 \quad 0,8 < E < 3MeV$$

$$R=0.407 \cdot E^{1,38} \quad 0,15 < E < 0,8MeV$$

donde  $E$  está expresado en MeV y  $R$  en  $g/cm^2$ . Mediciones del rango permiten establecer la energía cinética máxima del espectro  $\beta$  con error del orden del 1%. Mientras que la energía cinética media de la emisión  $\beta$  puede establecerse, en algunos casos, por medio de la determinación de la tasa de producción de calor por la absorción total de los rayos provenientes de una fuente de actividad conocida. El valor medio es generalmente alrededor de un tercio del máximo.

El rango puede determinarse, por ejemplo, por medio de emulsión fotográfica o cámaras gaseosas. Sin embargo, la técnica más precisa en la determinación del espectro de emisión  $\beta$  es la espectrometría magnética (Sección 1.2.1). un electrón/positrón viajando con velocidad  $v$  en un plano perpendicular al campo magnético uniforme  $B$  (campo transversal) describe una trayectoria circular de radio  $R$  dado por la Ec.1.1, de donde el momentum resulta:

$$p = mv = BRv \quad (8.1)$$

donde  $m$  es la masa relativista del electrón/positrón. La cantidad  $BR$  es usualmente utilizada para describir el espectro  $\beta$ . La energía cinética ( $T$ ) resulta:

$$T = mc^2 - m_0c^2 = \sqrt{(BRv)^2 + (m_0c^2)^2} - m_0c^2 \quad (8.2)$$

En este sentido, energía cinética de electrón de 50keV corresponde a  $BR \approx 3000gauss \cdot cm$ .

---

<sup>2</sup>Hasta 1970 aproximadamente.

Entonces, experimentos de espectroscopía magnética permiten determinar el momentum, en lugar de la energía, y por lo tanto resulta necesario introducir la conversión estadística requerida, dada por:

$$T = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow dT = \frac{pdp}{m} \quad (8.3)$$

De donde:

$$n(p)dp = n(T)dT \Leftrightarrow n(T) = n(p)\frac{m}{p} \quad (8.4)$$

Para campo constante, el momentum  $dp$  del electrón/positrón ingresando al detector es:

$$dp = Bq_e dR \quad (8.5)$$

donde  $dR$  se corresponde con el “rango de aceptación” del slit del detector.

Por lo tanto, se halla que  $dp$  es proporcional a  $B$ , consecuentemente resulta necesario dividir la cantidad de cuentas (electrones/positrones) por la intensidad de campo magnético para obtener una cantidad proporcional a  $n(p)$ .

### 8.3. Teoría de la emisión $\beta$

El decaimiento  $\beta$  es absolutamente prohibido, a menos que se presenten específicas condiciones de desigualdad de masas entre los isóbaros involucrados. Considerando la emisión  $\beta^-$ , se tiene  $(Z, A) \rightarrow (Z + 1, A)$  y por lo tanto debe satisfacerse que la masa del nucleido “madre” ( ${}_Z M^A$ ) debe ser mayor que la masa de la “hija” ( ${}_{Z+1} M^A$ ). La diferencia de masas se traduce en energía distribuida entre el electrón emitido, el neutrino y el retroceso del núcleo (despreciable). Mientras en el decaimiento  $\beta^+$  debe satisfacerse la siguiente desigualdad:

$${}_Z M^A > {}_{Z-1} M^A + 2m_e \quad (8.6)$$

El término  $2m_e$  se debe a que existe un segundo electrón atómico involucrado luego del decaimiento del positrón, cuyas masas suman  $2m_e$ . Finalmente, para la captura nuclear de electrones orbitales, la condición se

expresa por medio de la desigualdad<sup>3</sup>:

$${}_Z M^A > {}_{Z-1} M^A \quad (8.7)$$

### 8.3.1. Teoría de Fermi de la Emisión $\beta$

La teoría de Fermi postulada hacia 1934 está basada en 2 asunciones básicas:

1. El principio de conservación de la energía en los procesos de decaimiento. La energía disponible es “repartida” entre los electrones/positrones emitidos y los antineutrinos/neutrinos hipotéticos. La energía en reposo del neutrino/antineutrino es 0 o despreciable comparada con la del electrón.
2. La transición  $\beta$  es análoga a la emisión de radiación electromagnética por un átomo. La interacción entre partículas livianas (leptones) con partículas pesadas (bariones), nucleones en particular, es diferente de la interacción entre la carga eléctrica  $q_e$  y el campo electromagnético del fotón. En modelos empíricos se introduce una constante  $g$  en los procesos de emisión  $\beta$  como analogía a la carga, pero muestran serias dificultades debido a la naturaleza de las fuerzas nucleares que imponen intercambios fuertes. Las teorías de partículas postulan, contrariamente, que la interacción entre nucleones y leptones es de tipo “local”; y no se aplica la idea de bosones como agentes de intercambio-transmisión para las interacciones, lo cual contrasta con el modelo de “virtual photons pions” como agentes de intercambio electromagnético.

Dirac derivó una expresión para la probabilidad de transición por unidad de tiempo ( $W$ ) de que un sistema atómico emita un fotón. El modelo se basa en consideraciones de teoría de perturbaciones dependiente del tiempo. Para el caso de emisión  $\beta$ , en lugar de  $W$  se tiene  $I(p)dp$  (probabilidad por unidad de tiempo de que el núcleo emita un electrón/positrón de momentum entre  $p_e$  y  $p_e + dp$ , dado por:

---

<sup>3</sup>Nótese bien que la captura es posible en regímenes para los cuales el decaimiento  $\beta^+$  no lo es. De hecho se conocen varios ejemplos de captura nuclear sin competencia con emisión  $\beta^+$ , mientras en la mayoría de los casos se presenta competencia y consecuente *branching*.

$$I(p_e)dp_e = \frac{2\pi}{\hbar}\rho(E) \left| \int \langle \Psi_f | H | \Psi_i \rangle d\tau \right|^2 \quad (8.8)$$

donde  $\rho(E)$  es la cantidad de estados posibles correspondientes a la energía final de la transición por unidad de intervalo de energía.

En particular, resulta conveniente tratar a título de ejemplo el decaimiento del neutrón ( $\beta^-$ ):

$$\nu + n \rightarrow p + e^- \quad (8.9)$$

El estado inicial del sistema se representa por  $\varphi_\nu u_i$  donde  $u_i$  es la función de onda nuclear y  $\varphi_\nu$  es la función de onda del neutrino evaluada en la posición del núcleo de transformación, expresiones similares aplican al estado final. Si se considera que la interacción Coulombiana entre el  $e^-$  emitido (su función de onda) con el núcleo producto sea despreciable (asunción válida para  $Z$  livianos y alta energía de  $e^-$  emitido), resulta que  $\varphi_e$  es una onda plana dada por:

$$|\varphi_e\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \vec{p}_e \cdot \vec{r} \right\} \quad (8.10)$$

Mientras la función de onda del neutrino es:

$$|\varphi_\nu\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \vec{p}_\nu \cdot \vec{r} \right\} \quad (8.11)$$

donde  $V$  es el volumen de una caja arbitraria.

De este modo puede calcularse la probabilidad de transición:

$$I(p_e)dp_e = g^2 \frac{2\pi}{\hbar} \rho(E) \left| \int \langle u_f | \frac{1}{V} \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} (\vec{p}_e + \vec{p}_\nu \cdot \vec{r}) \right\} | u_i \rangle d\tau \right|^2 \quad (8.12)$$

donde la perturbación considerada es de la forma  $H = g \langle \varphi_e | \varphi_\nu \rangle$ ; la constante  $g$  (en unidades de  $\text{erg cm}^3$ ) es análoga a la carga eléctrica en el decaimiento de fotones (Capítulo IX).

Proponiendo un desarrollo polinomial del factor exponencial de la expresión anterior, obteniéndose:

$$\exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} (\vec{p}_e + \vec{p}_\nu \cdot \vec{r}) \right\} = 1 - \frac{i}{\hbar} (\vec{p}_e + \vec{p}_\nu \cdot \vec{r}) - \frac{1}{\hbar^2} (\vec{p}_e + \vec{p}_\nu \cdot \vec{r})^2 \quad (8.13)$$

Puede verse que típicamente los momenta del electrón/positrón del neutrino/antineutrino son del orden de 1 a 3 en unidades de  $mc$  e incorporando el hecho de que la función de onda es prácticamente despreciable para  $r > R$  ( $R$  es el radio nuclear  $\approx 4 \cdot 10^{-15}m$ ), y entonces el factor exponencial es prácticamente unitario, obteniéndose:

$$I(p_e)dp_e = \frac{g^2}{V^2} \frac{2\pi}{\hbar} \rho(E) \left| \int \langle u_f | |u_i\rangle d\tau \right|^2 \quad (8.14)$$

donde los elementos de matriz  $M = \int \langle u_f | |u_i\rangle d\tau$  depende del grado de overlap (solapamiento) de las funciones de onda nucleares de los estados final e inicial y el factor de densidad de estados  $\rho(E)$  se deriva de la considerar todas las posibilidades de ‘distribuir la energía disponible entre el electrón/positrón y el neutrino/antineutrino’<sup>4</sup>.

Sin embargo, el pobre conocimiento<sup>5</sup> respecto de las funciones de onda nucleares implican un conocimiento muy limitado sobre los elementos de matriz  $M$ . En este sentido, fuera de las restricciones de  $Z$  livianos y en regímenes con alta energía del electrón/positrón ( $E_e$ ), la aproximación de onda plana pierde validez y resulta necesario considerar las distorsiones impuestas por efectos coulombianos (ver Figura 8.1), los cuales pueden tenerse en cuenta incluyendo un factor extra<sup>6</sup>:

$$I(p_e)dp_e = \frac{g^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^2} |M|_2^2 (E_0 - E_e)^2 p_e^e dp_e \otimes \frac{2\pi\eta}{1 - e^{-2\pi\eta}} \quad (8.15)$$

donde  $\eta \equiv \pm \frac{Zq_e^2}{\hbar v}$ ,  $v$  es la velocidad del electrón/positrón a distancias suficientemente grandes del núcleo. La figura 8.1 muestra el espectro de emisión  $\beta$  obtenido del modelo de Fermi, considerando efectos Coulombianos.

La teoría de Fermi puede generalizarse al considerar el spin. Ya que todos los leptones tienen valor de spin  $\frac{1}{2}$ , la emisión de éstos en decaimiento  $\beta$  puede ocasionar dos leptones (electrón-antineutrino o positrón-neutrino) en estado singlete (S,  $\vec{S} = 0$ ) antiparalelo o triplete (T,  $\vec{S} = 1$ ). Para las transiciones posibles (reglas de transición) se tiene  $\vec{L} = 0$  y resulta el spin el momento angular de relevancia. La teoría de Fermi ampliada es conocida como Modelo

<sup>4</sup>Teorías basadas en el espacio de fase proveen descripciones muy interesantes de la densidad de estados, factor  $\rho(E)$ .

<sup>5</sup>Hasta 1970, aproximadamente, lo cual excluye modernas teorías de partículas.

<sup>6</sup>respecto del resultado obtenido en el modelo de espacio de fase.

<sup>7</sup>El signo positivo de  $\eta$  corresponde a electrones y el negativo a positrones.



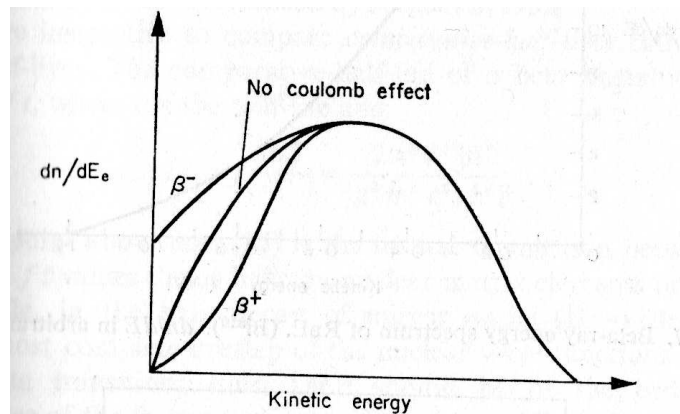


Figura 8.1: Efectos Coulombianos sobre el espectro teórico de emisión  $\beta$ .

de Fermi y Gamow-Teller de transiciones, del cual pueden obtenerse las reglas de transición para los diferentes estados.

## 8.4. Decaimiento muónico

Las teorías de partículas, como la de Fermi para el decaimiento  $\beta$  postulan además, leyes de conservación para leptones y para nucleones. Sin embargo, la derivación de tales postulados de alguna teoría mayor “unificadora” no se ha conseguido aún. A pesar de no haberse observado aún ningún caso de violación a estos principios de conservación postulados, existen por otro lado implicancias de la supuesta validez de estas teorías y complicaciones asociadas a su interpretación.

El caso del decaimiento muónico fué históricamente uno de los más notables ejemplos con complicaciones de interpretación, ya que se reveía la reacción:



Pero, por otro lado las teorías de partículas exigen la participación de neutrinos/antineutrinos en esta reacción. La explicación definitiva llegó al considerar involucrados a un par neutrino-antineutrino como un estado transitorio y previo a la aniquilación, explicando así la emisión  $\gamma$ . Entonces, se verifica:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu} \quad (8.17)$$

De este modo se sustenta la hipótesis sobre la existencia de más de un único tipo de neutrino. En este sentido, experimentos han demostrado definitivamente que ésta es la situación (ver Sección siguiente 8.5).

## 8.5. Evidencia sobre Neutrino-Antineutrino

El neutrino/antineutrino es la partícula nuclear más difícil de evidenciar, y por lo tanto la mayoría de evidencia disponible<sup>8</sup> es de carácter indirecta.

Ya se mencionó que la energía del neutrino/antineutrino “aparece” como un déficit en la energía cinética del positrón/electrón en la emisión  $\beta$ . Asociado a esta energía hay un momentum, el cual puede determinarse estableciendo el momentum del  $e^+/e^-$  y el momentum del núcleo en retroceso, cuya suma es igual y opuesta al momentum del neutrino/antineutrino. En el caso aproximado de 0 energía en reposo para el neutrino/antineutrino, el momentum correspondiente sería  $E_\nu/c$  y es calculable a partir de las otras 2 energías intervinientes. Las mayores dificultades en la realización de experimentos de este tipo radica en que el momentum del núcleo en retroceso es muy chico (del orden de 1MeV/c, y por lo tanto la energía de retroceso es, en el mejor de los casos, unos 100eV), volviendo casi imposible conseguir mediciones precisas.

Los experimentos de retroceso fueron realizados con neutrones, He<sup>6</sup>, Be<sup>7</sup>, Ne<sup>19</sup>, Ne<sup>23</sup>, A<sup>35</sup> y Eu<sup>152</sup>. Algunos métodos propusieron detreminaciones por medio de cámaras de niebla a baja presión, como se muestra en la Figura 8.1.

En el caso de la captura de electrones orbitales, la situación es relativamente más sencilla, ya que el neutrino emitido es monocromático, y por lo tanto todos los núcleos en retroceso tienen el mismo momentum. Sin embargo, aún en el caso más favorable (transición  $Be^7 \rightarrow Li^7$ ) la energía de retroceso es sólo 57.3eV.

Otro experimento que reveló la existencia del neutrino/antineutrino fué realizado por Cowan-Reines hacia 1953, concluyendo con la demostración independiente de la existencia del neutrino/antineutrino. el experimento se-

---

<sup>8</sup>hacia mediados de los '70.

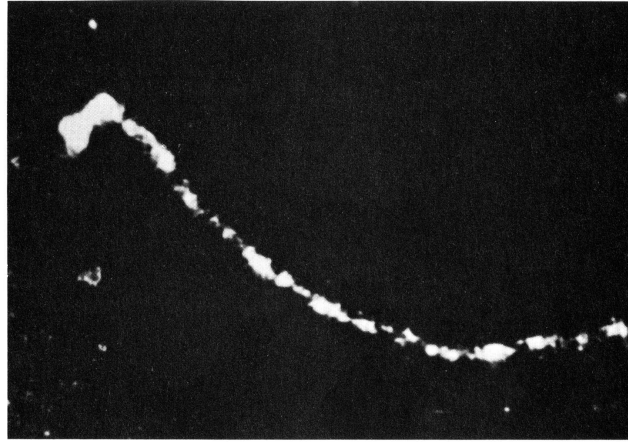


Figura 8.2: Retroceso de  $He^6$  en decaimiento  $\beta$ .

basó en el bombarde, dentro de un reactor nuclear, de protones con antineutrinos para inducir la reacción:



y caracterizarla por medio de los positrones emitidos. Un piletón conteniendo una substancia hidrogenada con Cd fué bombardeada con antineutrinos y se observó la siguiente secuencia de eventos (esquematzados en la Figura 8.3): el positrón es emitido casi conjuntamente ( $10^{-9}s$  de delay) a la radiación debida a su aniquilación, los cuales son detectados. El neutrón es capturado “mucho después” ( $10^{-5}s$ ) por el Cd en la solución y se emite un  $\gamma$  de captura neutrónica. La secuencia es suficientemente particular para ser característica del evento en cuestión que se pretende determinar, y por ello resulta ser una comprobación del mismo. La sección eficaz del proceso indicado en Eq. 8.18 puede estimarse por medio del balance entre la vida media del neutrón (17.3min), y resulta ser del orden de  $10^{-43}cm^2$  para antineutrinos originados en la fisión.

Finalmente, la identidad o no entre neutrino y antineutrino fué explicada por medio de diferentes e independientes mecanismos basados en aspectos relacionados a la helicidad ( $H$ ), definida por<sup>9</sup>:

<sup>9</sup>en términos del momentum  $\vec{p}$  y del spin  $\vec{\sigma}$

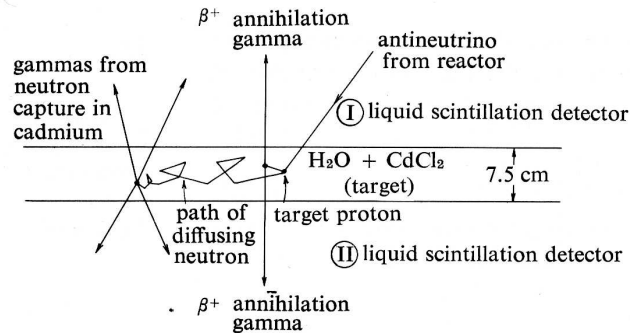


Figura 8.3: Esquema experimental para la revelación de neutrinos/antineutrinos.

$$H = \frac{\vec{p} \cdot \vec{\sigma}}{|\vec{p}| |\vec{\sigma}|} \quad (8.19)$$

que vale -1 para el hipotético neutrino y +1 para el hipotético antineutrino.

El argumento principal en los experimentos para establecer identidad neutrino/antineutrino se concentró en el hecho que emitir un neutrino/antineutrino equivale a absorber un antineutrino/neutrino. Si fueran idénticos, se tendría la disyuntiva de que emitir o absorber sería lo mismo. Aplicando esta lógica a los isótopos  $\text{Sn}^{124}$ ,  $\text{Sb}^{124}$  y  $\text{Te}^{124}$  puede utilizarse la no identidad entre neutrino/antineutrino como condición necesaria para explicar transiciones.

## 8.6. Conservación de la paridad en emisión $\beta$

Se postula la existencia de 4 tipos diferentes de fuerzas:

- Interacciones electromagnéticas (bien conocidas en el dominio macroscópico)
- Fuerzas nucleares fuertes (responsables de la interacción neutrón-protón)
- Interacción débil (responsable del decaimiento  $\beta$  y otros)
- Interacción gravitacional (de intensidad relativa despreciable)

El estudio de mesones  $\tau$  y  $\theta$  hacia mediados de los '50 contribuyó con nueva información para la postulación (ad-hoc) de algunos modelos y principios en teoría de partículas. Los entonces “nuevos mesones” decaían en sistemas piónicos de paridad opuesta. Por lo tanto, si la paridad habría de conservarse, los mesones deberían en realidad ser diferentes. Lee y Yang se dedicaron al estudio de la paridad en interacciones entre leptones (caracterizadas por la participación de 4 fermiones) concluyendo que éstas parecen tener en común la no-conservación de la paridad, lo cual constituye una de las diferencias más notorias entre las interacciones débiles por un lado y las fuertes y electromagnéticas por el otro.

La conservación de la paridad puede describirse por medio de diferentes mecanismos con altos niveles de sofisticación, por ello se deriva hacia lecturas específicas<sup>10</sup> para profundizar.

---

<sup>10</sup>E. Segré. *Nuclei and Particles*, 1965.



# Capítulo 9

## Decaimiento nuclear gamma

En procesos de decaimiento  $\alpha$  y  $\beta$ , el núcleo producto puede formarse en algún estado excitado, sin embargo con energía insuficiente para la emisión de nucleones, por lo general la desexcitación se produce por mecanismos de transiciones electromagnéticas (rayos “gamma”). El Capítulo IX trata los aspectos fundamentales del decaimiento  $\gamma$  desde una óptica práctica, sin entrar sin embargo en modelos complejos de teoría de transición electromagnética.

### 9.1. Introducción

Antes de considerar la desexcitación nuclear por medio del decaimiento  $\gamma$  como consecuencia de emisiones  $\alpha$  o  $\beta$ , es oportuno recordar algunos conceptos generales en el proceso de emisión de nucleones.

Los fundamentos sobre la “competencia” entre los mecanismos de desexcitación  $\gamma$  y los de emisión de nucleones son de carácter complejo, debido a varios factores como interacción Coulombiana, barreras centrífugas, momento angular, paridad, etc. Sin embargo, en primera aproximación, la probabilidad de decaimiento  $\gamma$  es reducida respecto de la emisión de nucleones por un factor de al menos igual a la constante de estructura fina ( $\alpha \equiv \frac{q_e^2}{\hbar c}$ ). Esta afirmación puede obtenerse del siguiente razonamiento semi-clásico:

Ignorando efectos Coulombianos y de barreras centrífugas, un nucleón si tiene energía suficiente, escapará del núcleo en un tiempo del orden de  $R/v$ , donde  $R$  es el radio nuclear y  $v$  es la velocidad del nucleón. Un protón describiendo una órbita de radio  $R$  con velocidad  $v$  tiene aceleración radial  $v^2/R$ , y según el electromagnetismo clásico, debe irradiar con potencia del orden de:

$$\frac{q_e^2}{c^3} \left( \frac{v^2}{R} \right)^2 \quad (9.1)$$

Que, asumiendo energía dada por  $\hbar\omega$  ( $\omega \equiv v/R$ ), la probabilidad por unidad de tiempo para una transición resulta:

$$\approx \frac{q_e^2}{\hbar c} \left( \frac{v^2}{c} \right)^2 \left( \frac{v}{c} \right) \quad (9.2)$$

Como  $v/c$  es necesariamente menor a 1, la probabilidad de transición  $\gamma$  resulta reducida por el factor en la Ec.9.2 y por lo tanto queda limitada por la constante de estructura fina.

En electrostática, resulta típicamente útil desarrollar el potencial y los campos debidos a un cúmulo de cargas cercanas en términos de series rápidamente decrecientes. Considerando un par de cargas  $+q$  y  $-q$  separadas una distancia  $2a$  como en la figura 9.1. El potencial electrostático ( $V$ ) en  $P(r, \theta)$  resulta:

$$V = \frac{q}{r_1} - \frac{q}{r_2} \quad (9.3)$$

Y puede utilizarse:

$$r_1 = r^{-1} \left[ 1 + \left( \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r} \cos(\theta) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (9.4)$$

$$r_2 = r^{-1} \left[ 1 + \left( \frac{a^2}{r^2} + \frac{2a}{r} \cos(\theta) \right) \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (9.5)$$

Utilizando el teorema del binomio para expandir las expresiones anteriores y substituyendo en la Ec. 9.3, se obtiene:

$$V = \frac{2aq \cos(\theta)}{r^2} + \frac{2qa^3}{r^4} \left( \frac{5 \cos^2(\theta) - 3 \cos(\theta)}{2} \right) + \dots \quad (9.6)$$

de donde es inmediato reconocer que los coeficientes de los términos en  $a^{n-1}r^{-n}$  son los polinomios de Legendre ( $P_n(\cos(\theta))$ ).



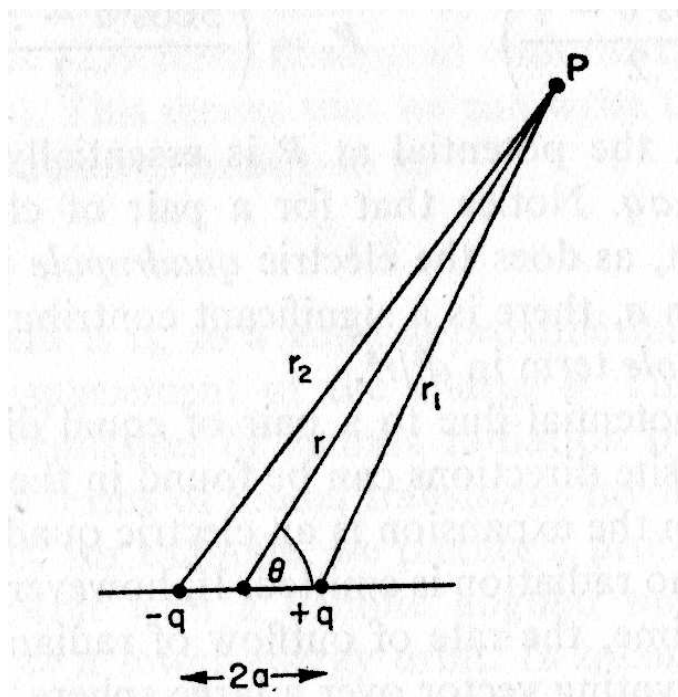


Figura 9.1: Momento dipolar eléctrico.

Para distancias  $r \gg a$ , el potencial en P es esencialmente el momento dipolar eléctrico  $2qa$ .<sup>1</sup> Sin embargo, si  $r$  no es mucho mayor que  $a$ , se tiene una contribución significativa del octupolo.

En caso de cargas estáticas, no hay emisión radiativa. Sin embargo, en caso de varios momentos eléctricos variables en el tiempo, la tasa de flujo saliente de energía radiada (asociada al vector de Pointing) se calcula por medio de:

$$\int \int \frac{c}{4\pi} (\vec{E} \times \vec{H}) d\vec{S} \quad (9.7)$$

que, para el caso particular de un momento dipolar eléctrico oscilando con momento  $\vec{p} = \vec{p}_0 \sin(\omega t)$  se obtiene la siguiente expresión para la potencia irradiada:

<sup>1</sup>Nótese que para un par de cargas  $+q, -q$ , el monopolo se elimina; al igual que el cuadrupolo.

$$P = \frac{2}{3c} \left| \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right|^2 \quad (9.8)$$

Y promediando en un período, se obtiene:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{3} \frac{\omega^4}{c^3} |p_0|^2 \quad (9.9)$$

Considerando que la teoría cuántica impone que la emisión se produzca en términos de cuantos de energía  $\hbar\omega$ , se obtiene la probabilidad de transición para la emisión de un fotón (emisión  $\gamma$ ):

$$\frac{1}{3} \frac{\omega^3}{\hbar c^3} |p_0|^2 \quad (9.10)$$

Alternativamente, la vida media para la emisión ( $\tau$ ) está dada por:

$$\tau = \frac{3\hbar^4 c^3}{E^3} \frac{1}{|p_0|^2} \quad (9.11)$$

donde  $E$  es la energía del fotón emitido.

Para sistemas atómicos, los momentos dipolares eléctricos ( $p_0$ ) son del orden de  $q_e r_0$ , con  $r_0 \approx 10^{-10} m$ . Entonces, para “emisión amarilla” ( $E \approx 2eV$ ), se calcula una vida media de  $10^{-8} s$ , lo cual se muestra en excelente acuerdo con las medidas experimentales. En la emisión deben tenerse presente las magnitudes de la longitud de onda de emisión y las dimensiones del sistema.

La energía de interacción asociada a una transición radiativa puede escribirse como:

$$E q_e z \quad (9.12)$$

donde  $z$  es el desplazamiento de la carga  $q_e$ .

Los modelos teóricos para predecir la emisión  $\gamma$  por núcleos excitados han sido desarrollados, prevalentemente, en términos consideraciones de “nucleón único”.

## 9.2. Tratamiento cuántico de Transiciones

Desde el punto de vista de la mecánica cuántica, las transiciones entre estados, sean provocadas por perturbaciones externas o consecuencia de energía

disponible en estados excitados, pueden ser descriptas con gran precisión<sup>2</sup>.

La probabilidad de transición desde un estado inicial ( $i$ ) a uno final ( $f$ ), dada por  $P_{if}$  puede calcularse de:

$$P_{if}(t) = \frac{1}{\hbar^2} \left| \int_0^t e^{i\omega_{fi}t'} W_{fi}(t') dt' \right|^2 \quad (9.13)$$

donde  $\omega_{fi} \equiv \frac{E_f - E_i}{\hbar}$  y la función  $W_{fi}$  es una perturbación finita en un intervalo entre  $t' = 0$  y  $t' = t$ .

En el caso de una perturbación  $W$  constante (no-dependiente del tiempo) se tiene:

$$P_{if}(t) = \frac{W^2}{4\hbar^2} F(\omega_{fi}, t) \quad (9.14)$$

donde:  $F \equiv \left[ \frac{\sin(\omega_{fi}t/2)}{\omega_{fi}/2} \right]^2$ .

La figura 9.2 presenta la probabilidad de transición en función de la variable  $\omega_{fi}$ , donde puede observarse la resonancia en torno a  $\omega_{fi} = 0$  impuesta por la conservación de la energía.

### 9.3. Regla de Oro de Fermi

E. Fermi desarrolló una elegante teoría cuántica sobre probabilidad de transiciones, que dió lugar a la famosa “regla de oro de Fermi”.

Asumiendo que el Hamiltoniano del sistema ( $H$ ) puede escribirse como:  $H = H_0 + H^*(t)$ , donde  $H_0$  no es tiempo-dependiente y, además es bien conocido su espectro de autovalores/funciones; y considerando que el estado inicial ( $i$ ) se corresponda con una autofunción de  $H_0$  (*i.e.*  $|\varphi_i\rangle$  es alguna autofunción de  $H_0$ ), la teoría de Fermi permite calcular la densidad de probabilidad de transición por unidad de tiempo como sigue<sup>3</sup>:

$$\frac{2\pi}{\hbar} |\langle p_f, E_f = E_i - \delta E | W | \varphi_i \rangle|^2 \rho(p_f, E_f = E_i - \delta E) \quad (9.15)$$

donde  $p$  es un conjunto de parámetros necesarios para describir el problema.

Y este resultado se conoce como “Regla de oro de Fermi”.

<sup>2</sup>Véase por ejemplo “Quantum Mechanics”, vol. II. Cohen-Tannoudji.

<sup>3</sup>Cálculo válido en teoría de perturbaciones a primer orden, y puede verificarse que el estado final debe pertenecer al espectro continuo de  $H_0$ .

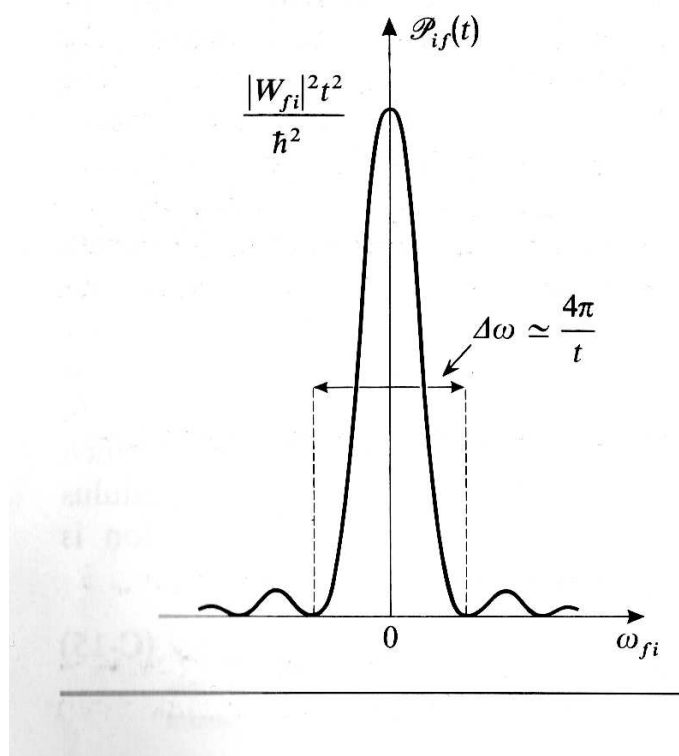


Figura 9.2: Variación de la probabilidad de transición para perturbaciones constantes.

## 9.4. Decaimiento desde un nivel discreto a al continuo

La teoría cuántica permite calcular la probabilidad de transición por unidad de tiempo desde un estado inicial correspondiente al discreto hacia un estado final en el continuo, con el cual está “acoplado” por efecto de perturbaciones<sup>4</sup>. La probabilidad de encontrar el sistema en un grupo de estados bien definido del continuo a tiempo  $t$  crece linealmente con  $t$ .

En esta sección estudia el caso en que un estado inicial en el discreto pueda pasar, por medio de emisión espontánea ( $\gamma$  en particular) a un estado del continuo. Las teorías de partículas y campos explican muy bien cómo

<sup>4</sup>Véase por ejemplo “Quantum Mechanics”, vol. II. Cohen-Tannoudji.

el acoplamiento entre el campo electromagnético cuantificado y el estado inicial discreto pueden dar lugar a la emisión espontánea de fotones para pasar de un estado atómico/nuclear inicial a un estado atómico/nuclear final de menor energía con la consecuente emisión de un fotón de energía, dirección y polaridad adecuados.

Se requieren las siguientes consideraciones:

- Estado inicial  $\varphi_i$  de energía  $E_i$  no-degenerado.
- $H_0\varphi_i = E_i\varphi_i$
- Existe un conjunto  $\alpha$  que forman el “continuo”.
- $H_0\alpha = E\alpha$  ( $E$  saume cualquier valor continuo entre 0 y  $\infty$ ).

En este sentido, la densidad de Estados finales  $\rho(p_f, E)$  se asocia con:  $d\alpha = \rho(p_f, E)dpdE$ .

Además, se requiere que  $W$  no sea tiempo-dependiente con elementos diagonales dados por:<sup>5</sup>

$$\langle \varphi_i | W \varphi_i = \langle \alpha | W \alpha = 0 \quad (9.16)$$

Asímismo, se asume que  $W$  no puede acoplar dos estados diferentes del continuo, *i.e.*  $\langle \alpha | W \alpha' = 0$ .

Se introduce la cantidad  $\Gamma$  dada por:

$$\Gamma \equiv \frac{2\pi}{\hbar} \int dp |\langle p_f, E_f = E_i | W | \varphi_i \rangle|^2 \rho(p_f, E_f = E_i) \quad (9.17)$$

Y de este modo puede calcularse el tiempo de vida medio ( $\tau$ ) del nivel discreto, dado por:

$$\tau = \frac{1}{\Gamma} \quad (9.18)$$

---

<sup>5</sup>Esta condición, puede, en general arreglarse sin dificultad, sólo modificando  $H_0$ .

## 9.5. Desarrollo multipolar y probabilidad de emisión/absorción

Considerando corriente oscilando periódicamente, dadas por:

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}(\vec{r})e^{-i\omega t} + \vec{j}^*(\vec{r})e^{+i\omega t} \quad (9.19)$$

Y calculando el desarrollo multipolar de la radiación emitida por este sistema puede obtenerse la energía emitida por unidad de tiempo en función del ángulo de emisión. Los resultados se muestran en excelente acuerdo con la exposición semi-clásica de la Sección 9.1.



## Parte II: Prácticos y Aplicaciones





# Capítulo 10

## Activación neutrónica

La utilización de haces de neutrones para catalizar reacciones nucleares ha sido uno de los mecanismos más provechosos para la producción de diferentes isótopos, que pueden aprovecharse en una amplia y variada gama de aplicaciones, entre ellas varias en el ámbito de la salud. El Capítulo X inicia la segunda parte del curso, la cual se dedica a las aplicaciones, y en particular el presente capítulo trata los aspectos físicos más relevantes, sin detención en cuestiones ingenieriles o fabriles del proceso, de la utilización de fuentes de neutrones para inducir reacciones que permitan producir materiales de interés.

### 10.1. Introducción

La aplicación de las teorías sobre reacciones nucleares han permitido desarrollar importante tecnología para la producción de diferentes materiales, que sólo puede conseguirse de modo efectivo, por medios artificiales.

Para iniciar, resultará sumamente útil introducir una clasificación de las reacciones nucleares (válida para haces incidentes de neutrones, protones, partículas alfa y deuterios). Se divide a las reacciones según la energía ( $E$ ) del proyectil incidente en 5 categorías:

- **I.** Energías bajas:  $0 < E < 1000eV$
- **II.** Energías intermedias:  $1keV < E < 500keV$
- **III.** Energías altas:  $0,5MeV < E < 10MeV$
- **IV.** Energías muy altas:  $10MeV < E < 50MeV$

- **V.** Energías ultra altas:  $50\text{MeV} < E$

Asímismo, de acuerdo al núcleo blanco (target), se clasifican las reacciones en tres categorías:

- **A.** Núcleos livianos:  $1 \leq A < 25$
- **B.** Núcleos intermedios:  $25 \leq A < 80$
- **C.** Núcleos pesados:  $80 \leq A < 240$

En este sentido, se utilizarán las clasificaciones anteriores para distinguir y clasificar las reacciones nucleares, según la naturaleza de las partículas incidentes, su energía y el tipo de núcleo blanco. Esta clasificación, permite, en general, determinar las características más sobresalientes de las reacciones nucleares. Existe, por supuesto, significativa superposición y un cambiogradual desde una régimen de energías hacia uno siguiente. De hecho, muchas propiedades pueden ser extendidas a los núcleos vecinos pertenecientes a otra categoría.

El grupo de núcleos livianos (**A**) debe ser tratado de manera separada, resultando prácticamente imposible aplicar reglas generales para reacciones nucleares en este grupo. La estructura específica de cada núcleo resulta significativamente decisiva en la determinación del tipo y cantidad de producción en la reacción, entonces las energías de separación y los  $Q$  de reacción varía apreciablemente dentro del grupo **A**<sup>1</sup>. Por lo tanto, se describirán sólo unas pocas características de las reacciones nucleares con núcleos livianos (grupo **A**), sin embargo existe muy buena y variada bibliografía al respecto<sup>2</sup>, en caso de interés en profundizar.

Por otro lado, las reacciones con núcleos intermedios o pesados resultan bastante diferentes según el tipo y rango energético de las partículas incidentes. Los aspectos sobresalientes son los siguientes: para las regiones **I** y **II** (energías bajas e intermedias), las reacciones posibles se reducen prácticamente a aquellas inducidas por neutrones, ya que partículas cargadas no logran superar la barrera coulombiana nuclear. La región **I** se caracteriza por la preponderancia de resonancias en la captura neutrónica en núcleos pesados,

---

<sup>1</sup>Algunas asuncpciones realizadas en el Capítulo V sobre reacciones nucleares, carecen de sentido para el grupo **A**, ya que contando con tan pocos nucleones, pierde sentido el concepto de región central, y prácticamente todos son “nucleones superficiales”.

<sup>2</sup>W. Hornyak. *Revs Mod Phys* **20**; 1948

mientras la reacción más importante en la región **II** es scattering elástico resonante de neutrones. La región energética **III** se caracteriza por el hecho de producir núcleos residuos en diferentes estados finales excitados, acentuando el scattering inelástico y el carácter espectral de las partículas emitidas. En la región **IV** la energía es suficiente para generar reacciones nucleares secundarias ( $(p, 2n)$ ,  $(p, np)$ , etc.), mientras en la región **V** el camino libre medio de un nucleón en el núcleo resulta comparable a las dimensiones nucleares, y el núcleo compuesto inicia a carecer de sentido, observándose reacciones nucleares en las que se emiten varios nucleones.

Una parte de la región **I** (bajas energías) es de particular importancia: la región “térmica”. Un haz de neutrones se dice “térnico” si posee distribución de velocidades dada por la distribución Maxwelliana de un gas de neutrones en equilibrio térmico a temperatura ambiente. Haces de este tipo pueden obtenerse de fuentes de neutrones en las que el haz primario es “termalizado” o “modreado” para emerger en equilibrio térmico. El scattering elástico de neutrones térmicos y epitérmicos ( $E \leq 1 \text{ eV}$ ) muestra una dependencia bastante complicada respecto de la energía como de la distribución angular (véase Figura 10.1).

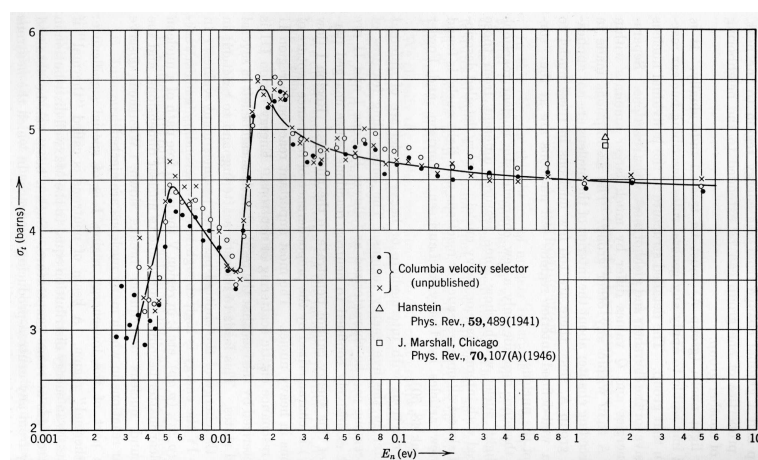


Figura 10.1: Sección eficaz de scattering para  $n^0$  térmicos y epitérmicos en cristal de carbono.

La Tabla 10.1 muestra un compendio de las diferentes reacciones nucleares que ocurren según los grupos de la clasificación precedente para núcleos intermedios y pesados. Los núcleos livianos (grupo **A**) no forman parte de esta

tabla, dado que su comportamiento no concuerda con ningún fit ni esquema general.

This table lists the nuclear reactions occurring in each group. The symbols listed refer to the *emerging particle* in a reaction characterized by the type of target, the type of incident particle (columns), and the energy range (rows). The order of symbols in each group corresponds roughly to the order of the yields of the corresponding reactions. Reactions whose yield is usually less than about 10<sup>-2</sup> of the leading one are omitted.

Abbreviations: el = elastic, inel = inelastic, res = resonances. The abbreviation (res) refers to all reactions listed in the box. The elastic scattering of charged particles is omitted, since it cannot easily be separated from the non-nuclear Coulomb scattering. Fission is also omitted, since it occurs only with a few of the heaviest elements.

Incident Particle	Intermediate Nuclei				Heavy Nuclei			
	<i>n</i>	<i>p</i>	$\alpha$	<i>d</i>	<i>n</i>	<i>p</i>	$\alpha$	<i>d</i>
Energy of Incident Particle								
Low 0-1 keV	<i>n</i> (el) $\gamma$ (res)				$\gamma$ <i>n</i> (el) (res)			
Intermediate 1-500 keV	<i>n</i> (el) $\gamma$ (res)	<i>n</i> $\gamma$ $\alpha$ (res)	<i>n</i> $\gamma$ <i>p (res)</i>	<i>p</i> <i>n</i>	<i>n</i> (el) $\gamma$ (res)			
High 0.5-10 MeV	<i>n</i> (el) <i>n</i> (inel) <i>p</i> $\alpha$ (res for lower energies)	<i>n</i> <i>p</i> (inel) $\alpha$ (res for lower energies)	<i>n</i> <i>p</i> $\alpha$ (inel) (res for lower energies)	<i>p</i> <i>n</i> <i>pn</i> <i>2n</i> <i>d</i> (inel)	<i>n</i> (el) <i>n</i> (inel) <i>p</i> $\gamma$	<i>n</i> <i>p</i> (inel) $\gamma$	<i>n</i> <i>p</i> $\gamma$	<i>p</i> <i>n</i> <i>pn</i> <i>2n</i>
Very high 10-50 MeV	<i>2n</i> <i>n</i> (inel) <i>n</i> (el) <i>p</i> <i>np</i> <i>2p</i> $\alpha$ three or more particles	<i>2n</i> <i>n</i> <i>p</i> (inel) <i>np</i> <i>2p</i> $\alpha$ three or more particles	<i>2n</i> <i>n</i> <i>p</i> <i>np</i> <i>2p</i> $\alpha$ (inel) three or more particles	<i>p</i> <i>2n</i> <i>pn</i> <i>3n</i> <i>d</i> (inel) tritons three or more particles	<i>2n</i> <i>n</i> (inel) <i>n</i> (el) <i>p</i> <i>pn</i> <i>2p</i> $\alpha$ three or more particles	<i>2n</i> <i>n</i> <i>p</i> (inel) <i>np</i> <i>2p</i> $\alpha$ three or more particles	<i>2n</i> <i>n</i> <i>p</i> <i>np</i> <i>2p</i> $\alpha$ (inel) three or more particles	<i>p</i> <i>2n</i> <i>np</i> <i>3n</i> <i>d</i> (inel) tritons three or more particles

Figura 10.2: Tabla de reacciones para núcleos intermedios y pesados según los rangos energéticos definidos.

## 10.2. Energías bajas e intermedias en núcleos intermedios

En estas condiciones, sólo unas pocas reacciones ocurren. Para núcleos intermedios, las reacciones dominantes son: scattering elástico y captura radiativa. Todas las demás reacciones resultan energéticamente inviables o despreciables. Scattering inelástico de neutrones no resulta posible, ya que el primer estado excitado, en general, es del orden de unos cuantos cientos de kilovoltios por sobre el fundamental. En tanto, las reacciones (*n, p*) o (*n,  $\alpha$* ) resultan muy débiles debido a la barrera coulombiana que deben sortear las partículas emitidas.

Las expresiones teóricas de scattering elástico y captura radiativa derivadas por Wigner-Breit (sección 5, Ec. 5.21) son de gran aplicabilidad en caso de poder ignorar el spin del neutrón, a las cuales puede “agregarse” factores correctivos debido al spin, para el caso de momento angular nulo, *i.e.*  $l = 0$ .

La cantidad relevante en la teoría de wigner-Breit es el ancho de línea. En las presentes condiciones, los anchos de línea se reducen a:

$$\frac{\Gamma_n^s}{D^*} = 1,4 \times 10^{-4} \sqrt{E} C_l ; [E] = eV \quad (10.1)$$

donde  $E$  es la energía del neutrón incidente,  $\Gamma_n^s$  es el ancho de línea de los neutrones evaluado en  $E$ , mientras  $D^*$  queda definido por la misma Ec. 10.1; y de acuerdo con la teoría se espera que  $D^*$  sea del orden de la separación energética ( $D$ ) entre niveles de igual momento angular  $J$  y misma paridad ( $\Pi$ ). El factor de penetración de barrera  $C_l$  en función del momento angular  $l=0, 1, 2$  está dada por:

$$C_0 = 1 ; C(1) = \frac{E}{E_0 + E} ; C(2) = \frac{E^2}{9E_0^2 + 3EE_0 + E^2} \quad (10.2)$$

donde  $E_0$  se define por:

$$kR = \sqrt{\frac{E}{E_0}} ; E_0 \approx \frac{\hbar^2}{2MR} \approx \frac{10MeV}{A^{\frac{2}{3}}} \quad (10.3)$$

Entonces, para momentos angulares  $l > \sqrt{\frac{E}{E_0}}$  las líneas resultan mucho menores respecto del caso  $l = 0$ .

de manera análoga puede tratarse al ancho de línea de reacción previsto por la teoría de Wigner-Breit, para obtener valores numéricos para  $D^* \approx 300keV$ ,  $\Gamma_n^s \approx 30keV$  para resonancias en estado S ( $l = 0$ ) cerca de 500keV y  $\Gamma_n^s \approx 1,2keV$  a 10keV, como muestra la Figura 10.2.

Asímismo, pueden derivarse<sup>3</sup> relaciones de gran utilidad, como el cociente entre sección eficaz para captura neutrónica y la sección eficaz de scattering elástico evaluada en el pico de resonancia ( $E = E_0$ ), que resulta:

$$\frac{\sigma_{r,0}}{\sigma_{el,0}} \approx \frac{\Gamma_{rad}^s}{\Gamma_n^s} ; [E = E_0] \quad (10.4)$$

---

<sup>3</sup>El procedimiento es más bien complejo, véase J. Blatt - V. Weisskopf. Theoretical nuclear Physics; para una profundización.

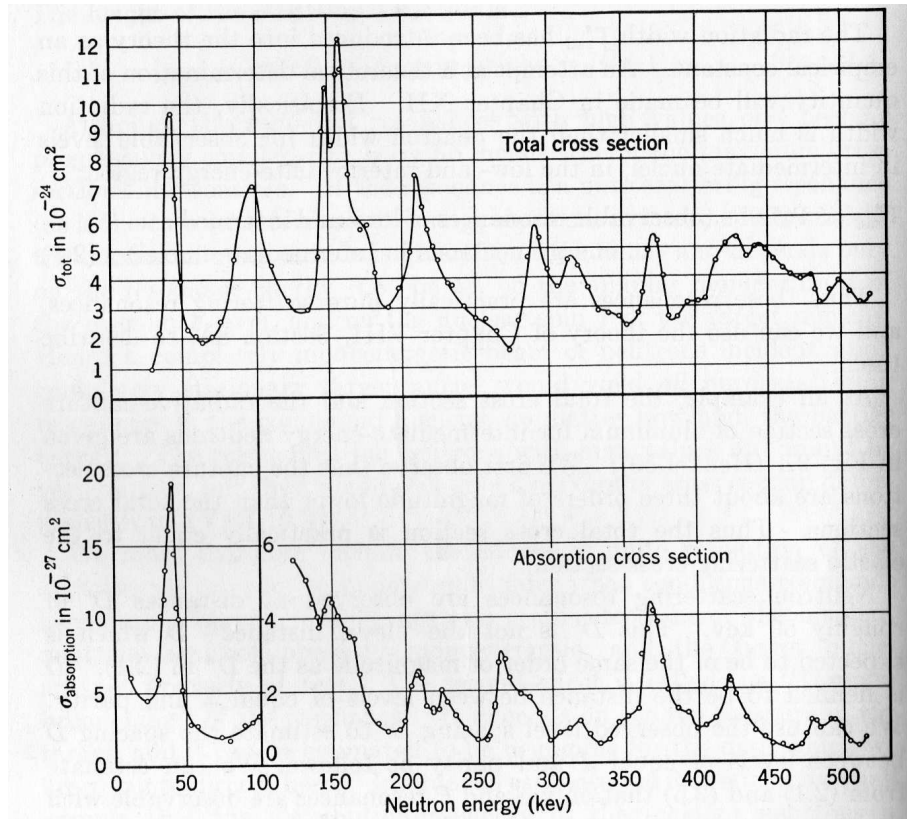


Figura 10.3: Sección eficaz para neutrones en aluminio.

La evidencia experimental da valores cercanos a  $10^{-3}$  para el cociente entre sección eficaz total y captura neutrónica, pudiendo obtenerse, en primera aproximación:  $\Gamma_{rad}^s \approx 1 - 30 eV$ .

sin embargo, el comportamiento de la sección eficaz para regímenes de energías bajas e intermedios al considerar los momentos angulares y de spin y la paridad, resultan particularmente complicados, como muestra la Figura 10.4.

En caso particular de captura neutrónica en proximidades de la resonancia correspondiente a  $l = 0$ , se obtiene la siguiente expresión semi-empírica:

$$\sigma_{cap} = 2\pi\lambda_B Rg(S) \frac{\gamma_n^s \Gamma_{rad}^s}{(E - E_0)^2 + (\frac{\Gamma^s}{2})^2} \quad (10.5)$$

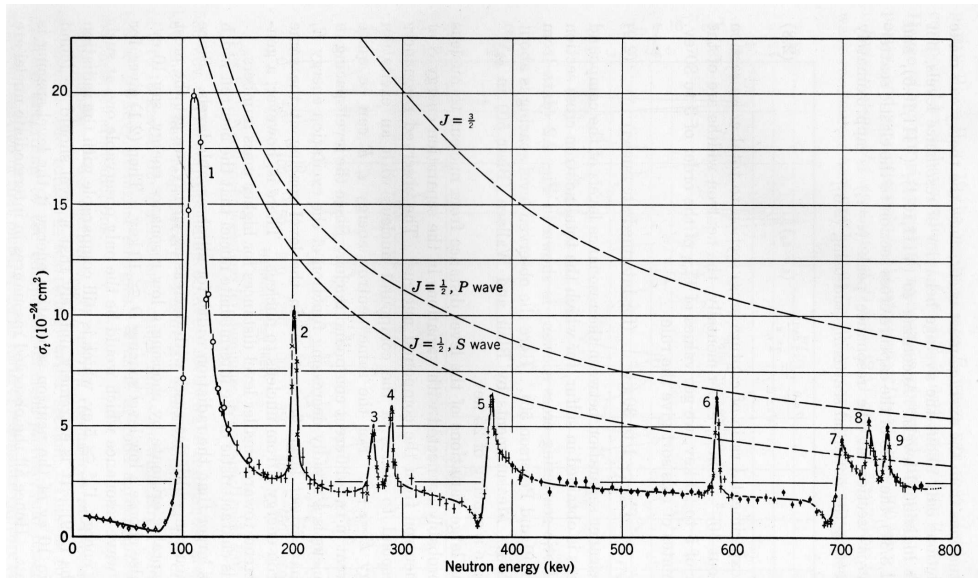


Figura 10.4: Sección eficaz total para neutrones en azufre.

donde  $\gamma_n^s$  es el ancho de línea reducido del neutrón.<sup>4</sup>

Bajo ciertas condiciones, pueden derivarse expresiones muy útiles para la sección eficaz de captura neutrónica para neutrones térmicos en función de la energía de separación  $D$  entre niveles de igual momento angular y paridad:

$$[\sigma_{cap}(n)]_{th} \approx 1100 \xi^2 \left( \frac{\Gamma_{rad}^s}{D} \right) \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad (10.6)$$

y las mediciones experimentales muestran valores en torno a  $10^{-25} \text{ cm}^2$  o superiores, lo cual provee un muy buen acuerdo.

### 10.3. Energías bajas en núcleos pesados

Las únicas reacciones posibles en estas situaciones son: scattering elástico, captura radiativa y, en muy pocos casos, fisión inducida por neutrones.

<sup>4</sup>Nótese la dependencia de la probabilidad de captura en función de  $\lambda_B E^{-\frac{1}{2}}$  para energías suficientemente bajas, en contraste al caso de scattering elástico que tiende hacia un valor finito para  $E \rightarrow 0$ .

El efecto de la barrera coulombiana prohíbe la emisión de partículas cargadas de baja energía, y este efecto es aún relativamente más importante en núcleos pesados que intermedios. Sólo neutrones con  $l = 0$  pueden producir cualquier tipo de reacción en este grupo, ya que  $b_B \gg R$ .

Las reacciones entre neutrones de baja energía con núcleos pesados se caracterizan por mostrar secciones eficaces frecuentemente con presencia de resonancias muy próximas en energías, encontrándose “distancias” entre picos de resonancia del orden de 10 a 100 eV. Sin embargo, existen núcleos para los cuales no se han encontrado resonancias, y se ha indicado que existen varios núcleos (de  $A$  impar) con espaciamientos entre picos mucho mayores a 100 eV. Se rescatan, especialmente, los casos de núcleos con “número mágico” de protones o neutrones los cuales muestran resonancias muy grandes (unos cuantos keV), particularmente Pb y Bi.

Separaciones menores entre picos de resonancia, deberían asociarse a valores menores de anchos de línea. De hecho, la Ec. 10.1 prevé anchos del orden o menores a 1 eV para resonancias de 30 eV, aproximadamente. Mucho menor comparado con. Puede probarse, que en este régimen, el ancho de la línea para neutrones es mucho menor comparado con el ancho radiativo, concluyéndose que las resonancias para la captura neutrónica resultan mayores a las resonancias de scattering.

En particular, la sección eficaz para la captura radiativa ( $n, \gamma$ ) dada por la Ec. 10. puede reducirse ( $\Gamma_{rad}^s \approx \Gamma^s$ ):

$$\sigma_{cap} = 8\pi\lambda_B g(S) \left( \frac{\gamma_n^s}{\Gamma^s} \right) \left[ 1 + \frac{4(E - E_s^2)}{(\Gamma^s)^2} \right]^{-1} \quad (10.7)$$

donde  $\gamma_n^s$  es el ancho reducido para neutrones.

Este resultado ha sido chequeado y resulta de gran precisión, como muestra la Figura 10.5.

La sección eficaz de scattering en cercanías de resonancias es mucho menor a la captura neutrónica ( $\Gamma_{rad}^s \gg \Gamma_n^s$ ), mientras lejos de las resonancias  $\sigma_{scatt}$  se aproxima a  $4\pi R^2$  y  $\sigma_{cap}$  resulta mucho menor a este valor, excepto en energías cercanas a 0. La Tabla 10.2 muestra un resumen de los datos experimentales disponibles<sup>5</sup> sobre determinaciones experimentales de energías de resonancia y anchos de línea.

---

<sup>5</sup>Hasta mediados de los '70.



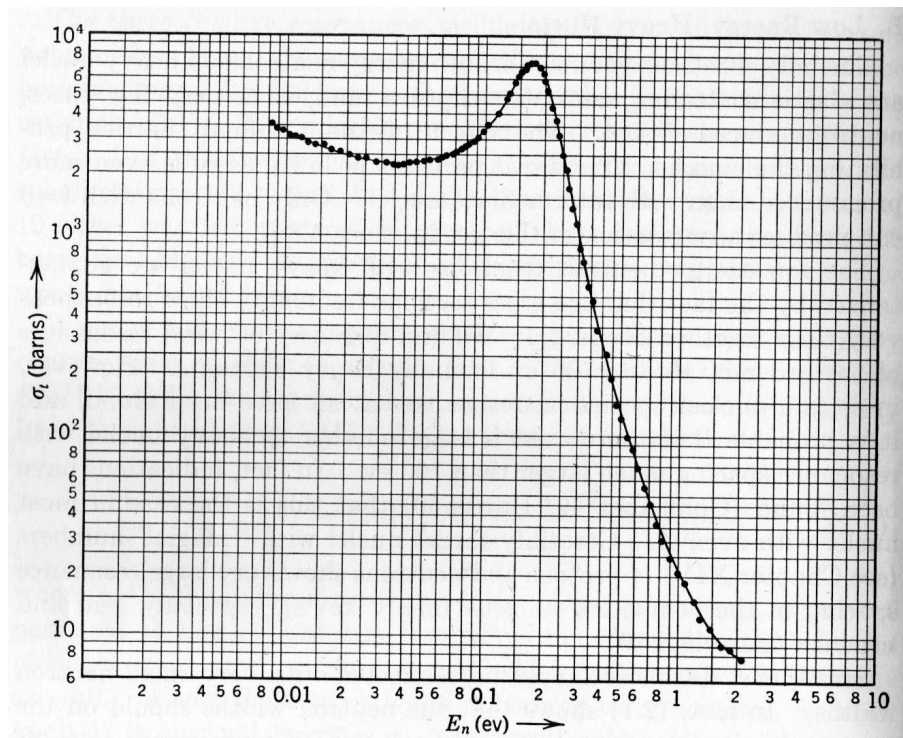


Figura 10.5: Sección eficaz total para neutrones en Cadmio: Fit a expresión en Ec. 10. con  $E_s = 0,176\text{eV}$ ,  $\Gamma^s = 0,115\text{eV}$  y  $\sigma_{max} = 7,2 \times 10^{-21}\text{cm}^2$ .

## 10.4. Energías intermedias en núcleos pesados

La región a bajas energías resulta distinguible por el hecho de que para varios núcleos pesados, los anchos de resonancia cumplen la relación  $\Gamma_n^s \ll \Gamma_{rad}^s$  y  $\Gamma_n^s$  aumenta al crecer la energía del neutrón incidente (como  $\sqrt{E}$ ) mientras  $\Gamma_{rad}^s$  no depende fuertemente de la energía del neutrón para valores hasta 0.5 MeV.

La afirmación precedente puede analizarse en los siguientes términos:  $\Gamma_{rad}^s$  es una medida de la probabilidad de transición radiativa desde un estado  $S$  del núcleo compuesto hacia un estado más bajo. La energía de excitación  $E_s^* = E_s + S_n$  del estado  $S$  resulta mucho mayor a  $E_s$  y por lo tanto un aumento en  $E_s^*$  de una cantidad relativamente baja no debería modificar

Target Nu- cleus	Reso- nance Energy, $\epsilon_s$	Neu- tron Width, $\Gamma_n^s$	Radia- tion Width, $\Gamma_{rad}^s$	Reduced Neutron Width, $R\gamma_n^s$	$D^*$	$D$	Reference
	kev	kev		kev $\times$ cm $\times 10^{13}$	kev	kev	
Na <sup>23</sup>	3	0.17		5.2	16	~50	Selove 50a
Mg <sup>24</sup>	2540	150		214	670	1000	McPhail 40
Al <sup>27</sup>	155	10		63	200	300	Henkel 50
S <sup>32</sup>	115	25		167	530	300	Peterson 50
Ni	15	3		60	190	200	Barschall 48
	70	5		43	130	200	Barschall 48
	ev	ev		ev $\times$ cm $\times 10^{13}$	ev	ev	
Mn <sup>55</sup>	345	13		1600	5000	>1000	Rainwater 47
Co <sup>59</sup>	120	2.6		540	1700	~1000	Wu 47
							Seidl 49
Zn	520	5		500	1600	>500	Coster 48

† Most of the material in this table is taken from Teichmann (49).

Figura 10.6: Anchos de línea y separaciones enregéticas de niveles de resonancia.

substantialmente  $\Gamma_{rad}^s$  de modo que resulte apreciable. Por lo tanto, se postula una energía  $E_1$  a la cual para neutrones en estado  $S$  ( $l = 0$ ) el ancho  $\Gamma_n^s$  resulta, en promedio, igual al ancho radiativo  $\Gamma_{rad}^s$  del estado  $S$ , con número de onda dado por:

$$k_1 = \frac{\sqrt{2ME_1}}{\hbar} \Rightarrow E_1 [MeV] \approx 50 \left( \frac{\Gamma_{rad}^s}{D^*} \right)^2 \quad (10.8)$$

y entonces, para  $D^* \approx 20eV$  se tiene  $\Gamma_n^s \approx 0,1eV$ .

De modo similar, y considerando algunas limitaciones (como  $E \gg E_1$ ,  $E_1 \approx 1 - 10keV$ ), se obtiene:

$$\langle \sigma_{cap}(n) \rangle \approx \pi(R + \lambda_B)^2 \frac{2\pi\Gamma_{rad}}{D^*} \quad (10.9)$$

Y los resultados experimentales confirman valores del orden de  $10^{-2}$  para el cociente  $\frac{\Gamma_{rad}}{D^*}$ , implicando valores próximos a  $10^{-25}cm^2$  para la sección eficaz

## 10.5. ENERGÍAS ALTAS EN NÚCLEOS INTERMEDIOS Y PESADOS 123

de captura neutrónica a 1MeV incidiendo en blancos pesados. La Figura 10.7 presenta la sección eficaz para captura neutrónica para núcleos pesados.

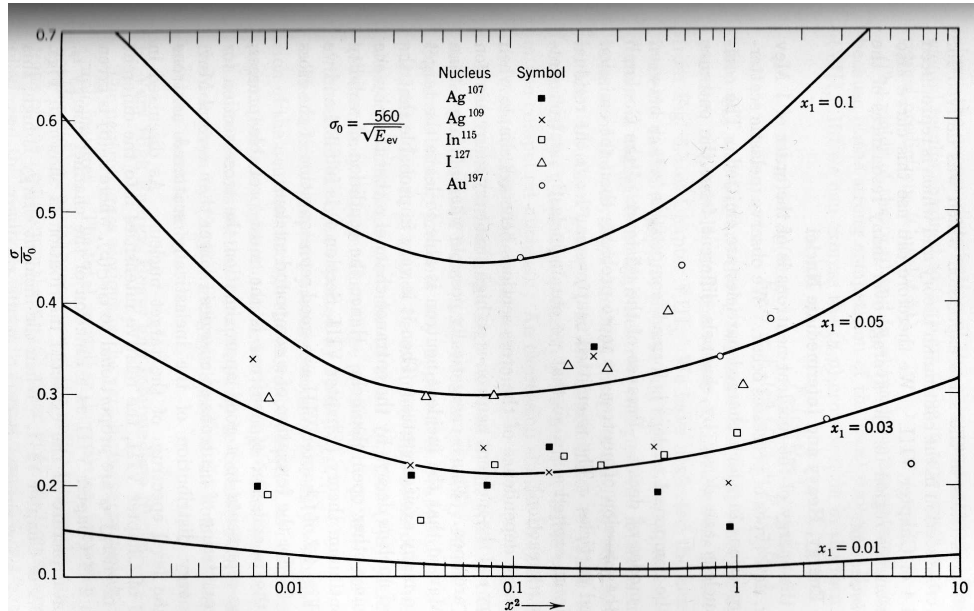


Figura 10.7: Sección eficaz para captura neutrónica en núcleos pesados.

## 10.5. Energías altas en núcleos intermedios y pesados

Para energías del a partir de 1MeV para neutrones incidentes, ocurren nuevos procesos, observándose scattering inelástico y reacciones en los que se emiten partículas cargadas y el núcleo producto puede decaer por diversos canales. Una vez formado el núcleo compuesto, inicia la “competencia” entre los diferentes canales de desexcitación.

Debido a la barrera coulombiana, la emisión de neutrones resulta más probable que la emisión de partículas cargadas. Los neutrones re-emitidos dejan al núcleo en estado excitado, induciendo scattering inelástico ( $n, n$ ).

La sección eficaz depende de la energía de incidencia de manera simple a

medida que  $E$  es muy alta, debido a la “apertura” de varios canales.<sup>6</sup>

La producción de eventos (reacciones)  $(n, p)$  y  $(n, \alpha)$  resultan muy menores, en particular la sección eficaz del canal  $(n, p)$  está dada por:

$$\sigma(n, p) = \sigma_C(n) = \frac{F_p(E + Q_{np})}{F_n(E) + F_p(E + Q_{np}) + F_\alpha(E + Q_{n\alpha})} \quad (10.10)$$

donde  $Q_{np}$  y  $Q_{n\alpha}$  son los valores de  $Q$  para las reacciones  $(n, p)$  y  $(n, \alpha)$ , respectivamente; y los valores de  $F$  están tabulados.<sup>7</sup>

Falta estudiar la reacción  $(n, d)$  y efectos radiativos, los cuales son de importancia muy menor. Para la sección eficaz  $(n, \alpha)$  se obtiene una expresión análoga a la precedente.

Para materiales del blanco de  $Z$  alto, las secciones eficaces estimadas por el modelo anterior resultan extremadamente chicas.

## 10.6. Energías muy altas en núcleos intermedios y pesados

La forma de la sección eficaz para neutrones a muy alta energía resulta muy simple, como se mostró en el Capítulo IV (Fig. 4.2 y Ec 4.13).

La sección eficaz total y de reacciones resulta poco sensible a las propiedades del material blanco.

El valor para la sección eficaz total para neutrones se aproxima a  $2\pi R^2$ , pero es levemente superior. La sección eficaz total para reacciones (todo tipo de evento, excepto elástico) puede determinarse a partir de la cantidad de neutrones scatterados sin cambio de energía, y esta sección eficaz alcanza en este régimen valores muy próximos a  $\pi R^2$ .

Para energías muy altas, la partícula incidente posee energía suficiente para iniciar reacciones secundarias, terciarias, etc. Se esperan, entonces, reacciones del tipo  $(n, 2n)$ ,  $(n, np)$  y  $(n, 3n)$ .

La emisión de neutrones es más probable que la emisión de partículas cargadas, por ello resulta de mayor importancia concentrarse en la emisión de neutrones, obteniéndose:

<sup>6</sup>Esto ocurre para energías superiores a algunos MeV en modo que el neutrón emitido deje al núcleo producto en estado excitado.

<sup>7</sup>Véase J. Blatt. Theoretical nuclear physics.

$$\sigma(n, n) \approx \pi R^2 \quad (10.11)$$

Asímismo, puede derivarse:

$$\sigma(n, 2n) \approx \pi R^2 \left[ 1 - \left( 1 + \frac{E}{\Theta} \right) e^{-\frac{E}{\Theta}} \right] \quad (10.12)$$

donde  $\Theta$  es la temperatura determina la distribución Maxwelliana de los neutrones emitidos, i.e.  $\Theta = \Theta(E)$ .

## 10.7. Aplicaciones prácticas de la captura neutrónica

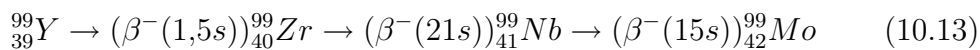
### 10.7.1. Producción de radionucleidos en reactores

Los reactores nucleares fueron por mucho tiempo el mecanismo de proveer radionucleidos para las necesidades en diferentes aplicaciones, particularmente en salud (diagnóstico, medicina nuclear y radioterapia).

El núcleo de un reactor nuclear contiene material fisionable ( $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$  enriquecido), el uranio sufre fisión espontánea con vida media del orden de  $7 \times 10^8$  y fragmentándose en 2 “pedazos” más livianos y liberando neutrones (neutrones de fisión), típicamente 3. Estos neutrones de fisión catalizan, a su vez reacciones secundarias ( $^{235}\text{U} + n^0 \rightarrow ^{236}\text{U}^*$ ) y el núcleo formado resulta altamente inestable decayendo rápidamente por fisión nuclear.

Los procesos de fisión que ocurren dentro de un reactor pueden aprovecharse ventajosamente para producir radionucleidos de interés médico. Uno de los mecanismos típicos es:  $^{235}_{92}\text{U} + n \rightarrow ^{236}_{92}\text{U}^* \rightarrow ^{144}_{56}\text{Ba} + ^{89}_{36}\text{Kr} + 3n$ , y de manera análoga hasta 100 radionucleidos (de 20 elementos) pueden obtenerse en la serie del  $^{236}\text{U}^*$ .

Los productos de fisión contienen a veces, excedentes de neutrones, y por lo tanto sufren decaimientos tipo  $\beta^-$ . Si uno de los isótopos en la cadena resulta de vida media suficiente para ser extraído, éste cobra oportunidad de ser aprovechado. Por ejemplo:



El  $^{99}_{42}\text{Mo}$  tiene vida media de 65.9 horas resulta suficiente para la separación química y posterior utilización en medicina.

### 10.7.2. Radionucleidos de interés biológica y médico producidos por activación neutrónica

En reacción  $(n, \gamma)$ , el núcleo blanco  ${}^A_Z X$  captura un neutrón incidente convirtiéndose en  ${}^{A+1}_Z X^*$ , que se desexcita por medio de emisión  $\gamma$  para pasar al estado fundamental.

Análogamente, la reacción  $(n, p)$  puede aprovecharse para producir radionucleidos de utilidad, en este caso la reacción es:



La Tabla 10.3 resume algunos de los radionucleidos producidos por activación neutrónica.

TABLE 5-1 Neutron-Activated Radionuclides of Importance in Biology and Medicine				
Radionuclide	Decay Mode	Production Reaction	Natural Abundance of Target Isotope (%) <sup>*</sup>	$\sigma_c(\text{b})^\dagger$
<sup>14</sup> C	$\beta^-$	<sup>14</sup> N(n,p) <sup>14</sup> C	99.6	1.81
<sup>24</sup> Na	$(\beta^-, \gamma)$	<sup>23</sup> Na(n, $\gamma$ ) <sup>24</sup> Na	100	0.53
<sup>32</sup> P	$\beta^-$	<sup>31</sup> P(n, $\gamma$ ) <sup>32</sup> P	100	0.19
		<sup>32</sup> S(n,p) <sup>32</sup> P	95.0	—
<sup>35</sup> S	$\beta^-$	<sup>35</sup> Cl(n,p) <sup>35</sup> S	75.8	—
<sup>42</sup> K	$(\beta^-, \gamma)$	<sup>41</sup> K(n, $\gamma$ ) <sup>42</sup> K	6.7	1.2
<sup>51</sup> Cr	(EC, $\gamma$ )	<sup>50</sup> Cr(n, $\gamma$ ) <sup>51</sup> Cr	4.3	17
<sup>59</sup> Fe	$(\beta^-, \gamma)$	<sup>58</sup> Fe(n, $\gamma$ ) <sup>59</sup> Fe	0.3	1.1
<sup>75</sup> Se	(EC, $\gamma$ )	<sup>74</sup> Se(n, $\gamma$ ) <sup>75</sup> Se	0.9	30
<sup>125</sup> I	(EC, $\gamma$ )	<sup>124</sup> Xe(n, $\gamma$ ) <sup>125</sup> Xe $\xrightarrow{\text{EC}}$ <sup>125</sup> I	0.1	110
<sup>131</sup> I	$(\beta^-, \gamma)$	<sup>130</sup> Te(n, $\gamma$ ) <sup>131</sup> Te $\xrightarrow{\beta^-}$ <sup>131</sup> I	33.8	0.24

<sup>\*</sup>Values from Browne E, Firestone RB: Table of Radioactive Isotopes. New York, John Wiley, 1986.<sup>1</sup>  
<sup>†</sup>Thermal neutron capture cross section, in barns (b), for (n, $\gamma$ ) reactions (see Section D.1). Values from Radiological Health Handbook. Rockville, MD, US Department of Health, Education, and Welfare, 1970, pp. 231-380.<sup>2</sup>  
 EC, electron capture.

Figura 10.8: Tabla de radionucleidos por activación neutrónica de uso biológico-médico.

Una reacción notable es:



El ión trizio, puede alcanzar al <sup>16</sup>O para producir:



Y la efectividad de producción resulta suficiente! Aunque se trabaja en el desarrollo de nuevos métodos basados en partículas incidentes cargadas, como los ciclotrones.





# Capítulo 11

## Hadroterapia



## Capítulo 12

# Datación arqueológica por medio del carbono-14



# Capítulo 13

## Medicina nuclear



## Capítulo 14

# Detectores de radiación por simulación Monte Carlo





## Capítulo 15

### Dosimetría en haces mixtos: BNCT