Curso optativo de formación en maestría - pp. 1-15
http://www.famaf.unc.edu.ar/~valente
ISBN (no registrado)

CURSO OPTATIVO: PROCESOS FÍSICOS EN LA FORMACIÓN DE IMÁGENES RADIOLÓGICAS DE USO MÉDICO

Mauro Valente[†*]
Colaborador Lic. Francisco Malano[†]

† CONICET & Universidad Nacional de Córdoba; Argentina

Año académico 2013

Maestría en **A**nálisis y **P**rocesamiento de **I**mágenes
Universidad Nacional de Córdoba

[*]Contacto e-mail: valente@famaf.unc.edu.ar

PROGRAMA Y CONTENIDO

MÓDULO I: Radiación ionizante

1. Técnicas físicas aplicadas a diagnóstico médico.
2. Generalidades sobre diferentes modalidades de diagnóstico.
3. Radiación ionizante.
4. Técnicas con radiación ionizante: radiología.

MÓDULO II: Introducción a la interacción entre radiación y materia

1. Definición de procesos de interacción.
2. Descripción básica de mecanismos de absorción y dispersión.
3. Producción de imágenes usando rayos X.

MÓDULO III: Generadores de radiación ionizante

1. Clasificación de aparatos generadores de radiación de uso médico.
2. Principios de funcionamiento de equipamiento radiológico.
3. Procedimientos y equipos con capacidad planar.
4. Procedimientos y equipos con capacidad volumétrica.

MÓDULO IV: Conceptos de dosimetría en radiodiagnóstico

1. Definiciones básicas en Dosimetría.
2. Descripción de dosis absorbida en agua.
3. Propiedades de penetración de la radiación en paciente.
4. Protocolos internacionales para dosimetría.

MÓDULO V: Experiencia de Laboratorio I: Generador de rayos X

1. Principios de funcionamiento de generador de rayos X.
2. Diseño y componentes del equipamiento.
3. Descripción de accesorios para fuentes de rayos X: filtros y colimadores

MÓDULO VI: Sistemas de detección de uso radiológico

1. Principios de detección de radiación.
2. Detectores de rayos X.
3. Películas radiográficas y detectores digitales.

MÓDULO VII: Imágenes por contraste de absorción

1. Absorción y transmisión de rayos X.
2. Propiedades de absorción de los materiales.
3. Proceso integral de formación de imágenes en detector de rayos X.
4. Parámetros de adquisición y configuración de irradiación.

MÓDULO VIII: Experiencia de Laboratorio II: Adquisición de imágenes radiológicas

1. Configuración instrumental de irradiación.
2. Adquisición de imágenes de rayos X con detector digital.
3. Estudio del efecto de parámetros de adquisición e irradiación.

MÓDULO IX: Aplicaciones de métodos de formación de imágenes radiológicas

1. Equipamiento de uso médico en radiología.
2. Propósitos y necesidades para las imágenes de radiodiagnóstico.
3. Estudio y caracterización de imágenes típicas de casos clínicos.

MÓDULO X: Ejercitación por medio de aplicaciones en casos de interés de alumnos

1. Análisis de situaciones de interés clínico.
2. Selección y caracterización de imágenes radiológicas reales versus técnicas en situaciones controladas.
3. Presentación y discusión de informe sobre resultados obtenidos.

Índice

MÓDULO I

1.. Módulo I: Introducción al transporte de radiación

El *Capítulo* **??** es un breve resumen dedicado a presentar el formalismo básico y común a las áreas de transporte de radiación. Se definen y describen brevemente las cantidades más importantes involucradas en el transporte e interacción de la radiación, con especial énfasis en los fenómenos vinculados con radiología en ámbito médico. Los modelos que describen los procesos de transporte y colisión están fundamentados en teorías de transporte, entre las cuales la de Boltzmann es la más aceptada y utilizada.

1.1.. Introducción al uso de radiaciones en ámbito médico

La utilización de la radiación se basan en alguna de los siguientes fenómenos:

- Penetración de la materia por parte de la radiación.
- Depósito de energía en la materia por parte de la radiación.

Existen diferentes maneras de aplicar radiaciones en el ámbito de aplicaciones médicas, principalmente vinculadas a métodos de diagnóstico y/o métodos de tratamiento de patologías.

En el campo de radiodiagnóstico, por tanto a modo de ejemplo puede mencionarse que la pisibilidad de practicar radiografías se consigue gracias a que la radiación penetran de manera distinta a los diferentes materiales.

Por su lado, en la radioterapia se busca depositar energía en los tejidos malignos para eliminarlos. Lo que le sucede a la radiación al pasar por la materia es, por tanto, de primordial interés en varios campos. Uno es el ya mencionado de la medicina. Otro, que también se vincula con aplicaciones de radiodiagnóstico se refiere a la protección radiológica.

AdemÃ¡s, la presencia misma de la radiación en general no es evidente si no se cuenta con detectores espaciales, cuya función es poner de manifiesto los efectos que la radiación induce.

Si los orígenes de las radiaciones son atómicos o nucleares, resulta que los efectos tienen génesis a nivel atómico o nuclear. En una descripción a nivel microscópico del efecto de las radiaciones que penetra en un material, resulta que la radiación se escuentra a su paso con núcleos atómicos y electrones orbitales, aunque por lo general mucho más electrones que núcleos (por cada núcleo hay Z electrones, donde Z es el número atómico que identifica a cada elemento químico). Por lo tanto, en términos generales, las interacciones con los electrones son mucho más probables (abundantes) que con los otros núcleos.

Los efectos más comunes son la ionización (entrega de energía por parte de la radiación y absorción de ésta por parte del átomo de modo que el efecto resultante es la “extracción” de electrones inicialmente ligados al átomo) y la excitación atómica del material; y menos numerosos son los cambios estructurales. Finalmente, otro de los efectos netos del depósito de energía en el material, el cual da lugar a una elevación de temperatura.

La energía promedio necesaria para producir ionización en un elemento depende de su número atómico. En los elementos ligeros es del orden de decenas de eV [1]; para aire se utiliza el valor de 34 eV, por ejemplo. Sin embargo, no toda la energía impartida por la radiación dará lugar a ionizaciones, lo cual significa que una sola radiación de energía de varios megaelectronvoltios (MeV = 10^6 eV) es capaz de producir un total de unos 100000 pares ión-electrón en aire.

La forma detallada en que se produce la ionización es diferente y espacífica para cada tipo de radiación (según sus propiedades como energía, aspectos geométricos, etc), el material irradiado y

[1] eV es electronvolt es una unidad de energía que equivale a la energía cinética (de movimiento) que adquiere un electrón al ser sometido a un campo eletromagnético con 1 Volt de potencial.

la configuración de irradiación. A veces, resulta convienente separar los tipos de radiación en cuatro diferentes grupos según su interacción con la materia:

1. Partículas pesadas cargadas positivamente, como partículas α [2], protones e iones pesados[3] energíticos.
2. Partículas ligeras cargadas, como electrones, positrones [4], rayos β.[5]
3. Radiaciones electromagnéticas (denominadas “fotones”[6]), diferenciadas en “rayos X” y “rayos γ”, según se trate de radiación producida en procesos atómico (interacciones con electrones orbitales) o nuclear.
4. Radiación de neutrones que son radiaciones formadas por partículas nucleares sin carga capaces de provocar tanto efectos a nivel atómico comonuclear. La descripción de los fenómenos de interacción de neutrones resulta de particular dificultad.

Por tanto, desde un punto de vista general, puede establecerse la distinción entre las interacciones de la radiación cargada o neutra con la materia para introducir la siguiente nomenclatura:

- *Radiación directamente ionizante*: Es aquella formada por partículas cargadas que transfieren su energía a la materia de forma directa a través de múltiples interacciones (dispersiones, colisiones) a lo largo de su trayectoria.
- *Radiación indirectamente ionizante*: Es aquella formada por radiación γ, rayos X o neutrones que transfieren su energía a las partículas cargadas de la materia mediante un número discreto (relativamente bajo) de interacciones. Posteriormente, son las partículas cargadas las que transfieren su energíacnética a la materia.

1.2.. Transporte de radiación e interacciones

En términos generales, la ecuación de transporte de Boltzmann es la representación de la distribución estadística de partícula en un entorno fuera del equilibrio. Se aplica al estudiar de varios fenómenos físicos como flujo de calor o carga eléctrica en medios materiales pudiendo determinar cantidades como conductividades térmica y eléctrica.

Como primer paso se hace referencia al transporte de fotones, lo que luego puede generalizarse por medio de desarrollos análogos que incluyan propiedades específicas del tipo de radiación de interés.

La transferencia, absorción y dispersión de energía por parte de la radiación hacia un medio material se determinan por medio de la ecuación de transporte de Boltzmann y modelos específicos de interacción. Existen diferentes expresiones y aproximaciones para la ecuación de transporte de Boltzmann, pudiendo describirse análogamente tanto en forma diferencial como integral.

El objetivo es determinar el flujo total de radiación Φ_T o bien la radiancia de partículas R emitida por una fuente y transportada en un determinado medio material. Bajo ciertas aproximaciones, las cantidades escalares Φ_T y R satisfacen:

$$R(\vec{r},\vec{\Omega}) = \frac{d^2\,\Phi_T}{dA\,d\Omega\,cos(\theta)} \approx \frac{\Phi_T}{A\,\Omega\,cos(\theta)} \tag{1}$$

[2]Núcleos de Helio, constituido por 2 protones y dos neutrones.

[3]Núcleos constituidos por cantidades mayores de protones y neutrones.

[4]Electrones de carga positiva, son antimateria

[5]Electrones (β^-) y positrones (β^+) emitidos en procesos nucleares o liberados con mucha energía cinética por procesos de origen atómico.

[6]Cuantos de energía que representan las carasterísticas corpusculares de la radiación electromagnética.

donde $\vec{r}$ y $\vec{\Omega}$ son los vectores posición y dirección de movimiento de la partícula que atraviesa el área A formando un ángulo θ con el versor normal a la superficie de A.

Desde un punto de vista matemático, la ecuación de transporte de radiación de Boltzmann es expresada como una ecuación difusiva integro-diferencial, cuya formulación clásica para observables caracterizados por función de distribución Θ dependientes de la posición $\vec{r}$ es:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t}|_{int} - \frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial \vec{r}} \frac{\vec{p}}{m} + \frac{\partial \Theta}{\partial \vec{p}} \cdot \vec{V} \tag{2}$$

donde $\vec{p}$ y m son momento y masa de la partícula, t indica el tiempo, $\vec{V}$ es el campo de fuerzas y el subíndice *int* hace referencia al modelo especíco de interacción/colisión entre las partículas del sistema.

En este sentido, hay diferentes modos de interacción entre el flujo de partículas y el medio material. A este propósito es útil introducir la probabilidad de de ocurrencia de una cierta interacción (i), definida físicamente por la sección eficaz σ_i, referida al i-ésimo mecanismo de interacción. Por tanto, la probabilidad total σ_T de ocurrencia de una interacción, de cualquier tipo, se obtiene por medio de la suma de todas las contribuciones por parte de cada uno de los procesos de inteacción. A nivel macroscópico, la sección eficaz total macroscópica Σ_T se define mediante:

$$\Sigma_T \equiv N \sigma_T \tag{3}$$

donde N es la densidad de centros de dispersión por unidad de volumen, *i.e.* $[N] = cm^{-3}$.

Los procesos de interacción incluyen absorción y dispersión o *scattering*, por tanto:

$$\Sigma_T = \Sigma_{abs} + \Sigma_{sca} \tag{4}$$

donde Σ_{abs} y Σ_{sca} indican componentes de absorción y *scattering*, respectivamente.

La distribución de la cantidad de colisiones n a lo largo de la trayectoria recorrida (*path*) así como la distanciamedia entre colisiones sucesivas λ se obtienen de:

$$\frac{dn}{ds} = -\Sigma n \;\Rightarrow\; n(s) = n(0)\, e^{-\Sigma s} \;\Rightarrow\; \lambda \equiv \frac{\int_0^\infty s\, e^{-\Sigma s}\, ds}{\int_0^\infty e^{-\Sigma s}\, ds} = \frac{1}{\Sigma_T} \tag{5}$$

La distancia media entre colisiones sucesivas obtenida a partir de esta distribución λ es el camino libre medio o *mean free path* y queda determinado por medio de la sección eficaz total.

1.3.. Estado de fase en transporte de radiación

[7]

Una partícula de momento p con longitud de onda $\frac{\hbar}{p}$ transportada en un medio material de espesor x tal que $x \ll \frac{\hbar}{p}$ estará completamente determinada (en su espacio de fase) por la posición $\vec{r}$, la dirección de movimiento $\vec{\Omega}$, la energía E y el tiempo t.

Sea $N\left(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t\right)$ la densidad angular de partículas en estados de fase (7D) $[(x,y,z);(\theta,\phi);E;t]$, que representa la densidad de partículas en el volumen $d\vec{r}$ alrededor de $\vec{r}$, viajando en direcciones $d\vec{\Omega}$ entorno a $\vec{\Omega}$ con energía E a tiempo t.

El flujo vectorial angular de partículas $\vec{\Psi}$ puede obtenerse a partir de la densidad angular y la velocidad $\vec{v}$ de las partículas:

$$\vec{\Psi} \equiv \vec{v} N\left(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t\right) \tag{6}$$

[7] Tomado de “Notas de Física Médica” M. Valente 2013.

El flujo angular escalar (o simplemente flujo angular) Ψ se obtiene a partir de la expresión 6, y sus unidades son $cm^{-2}\,s^{-1}\,str^{-1}$.

Integrando el flujo angular Ψ en todas direcciones para valores dados de E, $\vec{r}$ y t se obtiene una cantidad proporcional a la tasa de población-ocupación del estado $(\vec{r},R,t)$, a veces denominado tasa de "reacción" o "creación". A partir de esto, puede determinarse el flujo escalar (o simplemente flujo) Φ_T dado por:

$$\Phi_T \equiv \int_{4\pi} \Psi\, d\Omega \tag{7}$$

La tasa de ocurrencia de eventos (por unidad de volumen), en términos de la probabilidad de cada j-ésimo tipo de interacción Λ queda determinada por:

$$\Lambda \equiv \Sigma_j \, \Phi_T \tag{8}$$

La fluencia angular se obtiene a partir de la integral en el tiempo del flujo, y representa el número total de partículas por unidad de área por unidad de energía atravesando el punto $\vec{r}$ con dirección $d\Omega$ entorno a Ω.

Así mismo, puede calcularse la fluencia escalar (o fluencia total) $J\left(\vec{r},E,t\right)$ que resulta de integrar la fluencia angular para todas las direcciones posibles:

$$J = |\vec{J}(\vec{r},E,t)| = \int_{4\pi} \vec{v} N\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right)\, d\vec{\Omega}\cdot\hat{n} \tag{9}$$

donde $|\vec{J}|$ es la corriente de partículas y $\hat{n}$ representa un versor en dirección arbitraria para el cálculo de la fluencia escalar J.

A partir de esto, puede plantearse la ecuación de transporte de radiación de Boltzmann, dada por:

$$\begin{gathered}\frac{1}{|\vec{v}|}\frac{\partial}{\partial t}\Psi\left(\vec{r},\vec{\Omega},E,t\right) + \vec{\Omega}\cdot\vec{\nabla}\Psi - S = \\ \iint_{4\pi} \Psi\left(\vec{r},\vec{\Omega}',E',t\right) K\left(\vec{r},\vec{\Omega}',E' \to \vec{\Omega},E\right)\, dE'\, d\vec{\Omega}'\end{gathered} \tag{10}$$

donde S es la fuente de radiación y $K\left(\vec{r},\vec{\Omega}',E' \to \vec{\Omega},E\right)$ es el operador del kernel que cambia el estado de fase de las "coordenadas" primadas $(\vec{\Omega}',E')$ a las sin primar $(\vec{\Omega},E)$ debido a los procesos de *scattering* en la posición $\vec{r}$. [8]

1.4.. Bases para el cálculo de observables a partir de la ecuación de transporte de radiación

Para un sistema estacionario *steady state* puede aplicarse el teorema de Liouville[9] en una aproximación clásica[10] para mostrar que un sistema de partículas evoluciona según la mecánica clásica cuya la densidad de estados se representa en un espacio de las fases constante $\Re^3\wp^3$, donde $\Re$ y $\wp$ refieren a los espacios de posición $\vec{r}$ y de momento $\vec{p}$, respectivamente.

[8] Nótese que el efecto de la interacción es un cambio en la energía y en la dirección de movimiento!

[9] Aplicado a sistemas conservativos.

[10] válido también para mecánica Hamiltoniana.

En estado de equilibrio térmico la probabilidad de ocurrencia de un estado se determina por medio de la estadística de Fermi-Dirac para la cual la función de distribución del sistema homogéneo depende únicamente de la energía E.

La expresión 2 de la ecuación de Boltzmann puede simplificarse para situaciones en que el término de interacciones $\frac{\partial\Theta}{\partial t}|_{int}$ sea proporcional a la diferencia entre la función de distribución Θ en presencia de efetos externos $\vec{V}$ y la función de distribución en equilibrio térmico. Esta condición es equivalente a asumir que una vez cesen los efectos externos, el sistema retorna al equilibrio, debido a las interacciones, con velocidad determinada (proporcional expecíficamente) por la desviación inicial respecto de la condición de equilibrio. Como se mencioné, a partir de estas consideraciones puede calcularse cantidades como tiempo de relajación (inclusive pesado por energía de sistema), conductividad térmica/eléctrica y difusividad, entre otros.

1.4.1.. Densidad de fluencia energética

Como ejemplo de la aplicación del formalismo para el estudio de observables, se considera el caso de la energía E, que es típicamente la cantidad más importante a fines dosimétricos ya que determina la dosis absorbida.

Sea $\bar{E}$ el valor de expectación de la energía E, sin considerar la componente de energía en reposo, portada por todos los *quanta* que constituyen el haz N_q. La fluencia energética Ψ se define por:

$$\Psi \equiv \frac{d\bar{E}}{dA} \tag{11}$$

Entonces, para un haz monocromático se tiene $\bar{E} = E_0 N_q$, como se espera. Y, por tanto, $\Psi = E_0\Phi$.

Para el estudio de la evolución de sistemas debido a perturbaciones externas, es conveniente considerar el tiempo t_0 en ausencia de fluencia energética $\Psi(t_0) = 0$ y el tiempo t_{max} que se corresponde con el máximo de fluencia energética $\Psi(t_{max}) = \Psi_{max}$.

La tasa de fluencia energética Υ puede calcularse para cualquier tiempo t en el intervalo (t_0, t_{max}) se calcula a partir de:

$$\Upsilon = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\bar{E}}{dA}\right) \Rightarrow \Psi(t_0,t) = \int_{t_0}^{t} \Upsilon(t')dt' \tag{12}$$

Por tanto, manteniendo constante la tasa de fluencia energética $\Psi(t_0,t) = \Upsilon(t - t_0)$ resulta que la tasa de fluencia energética, también denominada densidad de flujo energético, Υ es proporcional a la densidad de flujo Φ si el haz es monocromático $\Upsilon = E_0\Phi$.

De modo que para determinar observables, experimentalmente, por medio de mediciones a tiempo t en la posición $\vec{r}$, en términos de la energía (cinética) E y la dirección de movimiento $\vec{\Omega}$ dado por los ángulos polar y azimutal (θ,ϕ), resulta que la densidad de flujo diferencial es $\dot{\Upsilon}(E,\theta,\phi)$ y la densidad de flujo se obtiene de:

$$\Upsilon = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\int_0^{E} \Upsilon(E',\theta',\phi') sin(\theta') d\theta' d\phi' dE' \tag{13}$$

En unidades de inversa de área y tiempo, $cm^{-2}\,s^{-1}$, típicamente.

1.5.. Modelos de interacción de partículas con la materia a partir de la ecuación de transporte de Boltzmann

Esta sección presenta, de modo extramamente escueto, los resultados principales para los fenómenos de interacción debido al paso de partículas atravesando un medio material.

Cada uno de los modelos se obtiene de la aplicación de la ecuación de transporte, sujeto a las consideraciones necesarias en cada caso[11]. En particular, para cada tipo de radiación y material con el que se interactúa, el problema consiste en describir las propiedades de la fuente de radiación (el término S en la expresión 11) e introducir los modelos físicos que determinan el operador *kernel* $K\left(\vec{r},\vec{\Omega}',E' \rightarrow \vec{\Omega},E\right)$ a partir de las funciones de distribución de probabilidades asociadas a cada tipo de proceso de interacción posible. Para el caso de radiación primaria, el término S representa completamente la fuente, mientras que para la radiación secundaria, *scattering* en general, la producción misma de partículas debido a las interacciones de radiación primaria.

Como resultado de las interacciones de partículas cargadas de velocidad $v = \beta c$ se producen péridas energéticas en cada colisión ΔE, y correspondiente pérdida de energía por unidad de camino recorrido $\frac{dE}{dy}$, donde y es la dirección a lo largo del *track*.

Una vez se realizan los modelos de interacción, se determinan las funciones de distribución de probabilidades que dan cuenta de las características estadísticas de los procesos físicos, que quedan determinados por las secciones eficaces σ.

A partir de las expresiones 5 y 11 puede calcularse el número medio de colisiones con pérdida energética entre E_{loss} y $E_{loss} + \Delta E_{loss}$ al recorrer la distancia δy:

$$\frac{dE}{dy} = \rho_e \delta y \frac{d\sigma}{dE} dE \tag{14}$$

donde ρ_e es la densidad electrónica.

La determinación del operador *kernel* $K\left(\vec{r},\vec{\Omega}',E' \rightarrow \vec{\Omega},E\right)$ requiere del conocimiento de los mecanismos por los cuales se produce en cambio de energía y las deflexiones angulares.

1.5.1.. Périda energéticas en interacciones de partículas cargadas

Cuando las interacciones ocurren con los electrones orbitales de los átomos blanco, se producen en general ionizaciones, exccitación atómica o bien excitación colectiva. En medios absorbentes delgados las colisiones que se producen presentan varianzas grandes.

Para partículas cargadas pesadas (de carga Z_p y masa molar M_p) interactuando con un material homogéneo constituido por átomos de número atómico Z_A y masa molar M_A, la pérdida de energía por colisiones pueden obtenerse a partir de la teoría de Bethe-Bloch, que permite determinar el *stopping power* a lo largo del *track* ($\frac{dE}{dy}$):

$$\frac{dE}{dy} = 4 r_e^2 \rho m_e c^2 \frac{Z_A}{M_A} \frac{Z_p^2}{\beta^2} \times \tag{15}$$
$$\left[\frac{1}{2} ln\left(2 m_e c^2 \beta^2 W_{max} \gamma^2\right) - \beta^2 - ln(I) - \frac{C}{Z_A} - \frac{\delta}{2} \right]$$

donde r_e y m_e son el radio clásico y masa de electrón en reposo, respectivamente.

Los últimos tres términos entre corchetes representan los efectos de potencial medio de ionización I, coeficiente de apantallamiento nuclear C y efecto de densidad δ.

[11] No se presentan las derivaciones específicas a partir de la ecuación de transporte, ya que está fuera del alcance de este curso.

1.5.2.. Efectos angulares por interacciones de partículas cargadas

Las partículas cargadas sufren deflexiones angulares al atravesar e interactuar con un medio material. Existen desviaciones pequeñas debidas a interacciones de tipo Coulombianas en el *scattering* con el campo nuclear. [12]

El efecto de dispersión angular por efecto Coulombiano es representado por la teoría de Moliére, produciendo distribuciones de deflexiones prácticamente Gaussianas $P(\theta)$, de acuerdo con:

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi\theta^{*2}} e^{-\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\theta}{\theta^*}\right)^2\right]} d\Omega$$
$$P(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta^*} e^{-\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\theta_{plano}}{\theta^*}\right)^2\right]} d\theta_{plano} \tag{16}$$

donde θ^* es la media de la distribución Gaussiana y θ_{plano} representa la proyección planar del ángulo polar que forma el ángulo sólido $d\Omega$ y se trabaja en la apro- ximación a bajo ángulo, de modo que $\theta^2 \approx \theta_x^2 + \theta_y^2$, para las proyecciones planares en los ejes x e y, siendo θ_x^2 y θ_y^2 independientes pero respetando la misma distribución.

1.5.3.. Determinación de distancias de interacción

La distancia atravesada dentro del medio material se denomina *radiation length* X, típicamente medida en gcm^{-2}.

A modo de ejemplo, para el caso particular de electrones de enegías altas, la pérdida de energía dominante es por medio de radiación de Bremsstrahlung y producción de pares. En ste caso, la *radiation length* para estos dos procesos se denomina X_0 y se calcula a partir de la teoría de Tsai:

$$X_0 = \frac{B}{4\alpha r_e^2 N_{Av}} \frac{1}{Z^2\left[L_{rad} - f(Z)\right] + ZL'_{rad}} \tag{17}$$

Los parámetros L_{rad} y L'_{rad} son coeficientes que pueden determinarse para cada tipo de átomo. Por otro lado, la función parametrizada $f(Z)$ se obtiene de:

$$f(Z) = (\alpha Z)^2 \tag{18}$$
$$\left[[1+(\alpha Z)^2]^{-1} + 0{,}202 - 0{,}0369(\alpha Z)^2 + 0{,}008(\alpha Z)^4 - 0{,}002(\alpha Z)^6\right]$$

Para el caso de moléculas, se utilizan modelos de composición efectiva, y la *radiation length* $X_{0,mol}$ de compuestos formados por componentes con pesos relativos q_k, puede calcularse de modo aproximado utilizando:

$$\frac{1}{X_{0,mol}} = \sum_k \frac{q_k}{X_k} \tag{19}$$

[12] Para el caso particular de haces de hadrones, las interacciones fuertes contribuyen también a los efectos de dispersión múltiple (*multiple scattering*.)

1.6.. Aproximaciones para el transporte de fotones (radiación indirectamente ionizante) en medios materiales

En el caso particular que se estudiará en el presente curso, el interés está en los procesos físicos involucrados en la interacción de rayos X de radiodiagnóstico, con medios materiales de interés biológico.

Si se consideran las configuraciones típicas, y los procesos más probables en las geomtrías usuales en radiodiagnóstico, resulta que la radiación primaria proviene de la fuente S que en este caso se trata del haz de rayos X utilizado.

Los procesos de interacción suceden dentro del paciente y el haz emergente, determinado por la ecuación de transporte de Boltzmann, formado tanto por radiación primaria (proveniente de la fuente S) y radiación de *scattering* generada por interacciones dentro del paciente, llega en definitiva al sistema de detección para formar la imagenradiológica.

Según la energía del haz de la fuente S, y las propiedades de absorción/dispersión, así como de las dimensiones físicas del paciente, resultará que la mayor parte del flujo eergente se corresponderá con la componente primaria o de *scattering*.

Incorporando los modelos de interacción radiación-materia que corresponden a fotones con energías de kilovoltaje, típicas de radiodiagnóstico, tejidos biológicos y para dimensiones típicas de pacientes, resulta que en el flujo emergente la componente de radiación primaria es prácticamente todo el flujo, existiendo contribuciones del orden del 2% por parte del *scattering*. Por tanto, la descripción del transporte de la componente primaria del flujo emergente proporciona una buena aproximación del flujo de radiación que alcanzará el detector para dar lugar a la formación de la imagen.

Para modelar el transporte de radiación primaria, utilizando la ecuación de transporte de Boltzmann en la expresión 11, se introducen algunas aproximaciones a fin de facilitar la resolución del problema aplicable a las condiciones propias del proceso radiológico típico.

La primera condición es considerar el problema en estado estacionario, ya que se admite el equilibrio del flujo incidente/interactuante/emergente. De este modo, se tiene que se anula el primer término de la expresión 11, ya que $\frac{\partial}{\partial t}\Psi = 0$.

Suponiendo que el transporte se realiza, principalmente, en una dirección, denominada z, el segundo término en la expresión 11 resulta $\Omega \cdot \vec{\nabla} = \frac{d}{dz}$.

El problema así planteado presenta simetría azimutal, por tanto: $\iint_{4\pi} dE'\, d\vec{\Omega}' = \int dE'\; 2\pi \int sin(\theta) d\theta$.

Si el haz emergente está compuesto, casi exclusivamente por radiación primaria, ésta debe haber atravesado el material (paciente) prácticamente sin colisiones, es decir, que la integral aplicada al operador del *kernel* $\int dE'\; 2\pi \int sin(\theta) d\theta\, K\left(\vec{r}, \vec{\Omega}', E' \to \vec{\Omega}, E\right) \sim \mathbf{0}$ (operador nulidad).

Por lo tanto, la ecuación de transporte de Boltzmann se reduce a:

$$\frac{d}{dz}\Psi^* - S = 0 \tag{20}$$

Para Ψ^* a lo largo del eze z.

además, la fuente de radiación S es el flujo emitido por una fuente de modo tal que emergen rayos *quasi* paralelos con distribución *quasi* uniforme del frente onda, considerado plano y homoéneo. Es decir, $S = \Psi_{source}(z) = \Psi^*$.

A partir de la expresión 20 es inmediato que $\Psi^*(z) = \Psi(z = 0)\, e^{-cz}$, conocida como ecuación de Lambert-Beer y describe la conocida relación de atenuación exponencial por parte de la radiación al atravesar un medio material. El análogo de este proceso a nivel microscópico es la penetración cuántica de la barrera de potencial, cuya solución coincide, como es de esperar.

De este modo, se obtiene a partir de la ecuación de transporte de Boltzmann una expresión significativamente útil para describir, de modo aproximado, el comportamiento de los procesos de interacción en el ámbito de radiología. Bajo estas aproximaciones, se asume que las contribuciones de *scattering* son despreciables, que el haz de radiación proviene de una fuente que emite luz en un frente de onda plano paralelo uniforme y en fase, así como que el medio irradiado es homogéneo e isotrópico.

En definitiva, la relación encontrada, gracias a las relaciones unívocas descritas al inicio del capítulo, permite cuantificar flujo, fluencia (si se conocen las características energéticas del haz) y demás cantidades vinculadas. Por ejemplo, la intensidad del haz transmitido I satisface:

$$I(z) = I(z=0)\ e^{-\int dE dz \mu} = I(0)\ e^{-\int dE \mu(E) \Delta z} = I(0)\ e^{-\mu(E_0) \Delta z} \tag{21}$$

donde la última igualdad es válida para haces monocromáticos y μ se denomina coeficiente de absorción lineal.

Referencias

[1] A. Author1. *Title1* Jour Year.