

Ejercicios previos al ejercicio 5 del Capítulo 2.

1. Probar que los siguientes subconjuntos son abiertos de  $\mathbb{R}$  o  $\mathbb{R}^2$ , según corresponda.

- a)  $(-\infty, b)$ ,  $(a, \infty)$ .
- b)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1\}$ .
- c)  $(0, 2) \times (1, 5)$ ,  $(a, b) \times (c, d)$ .
- d) Los semiplanos abiertos.

2. Decidir si los siguientes subconjuntos son abiertos o cerrados.

- a)  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$  en  $\mathbb{R}$ .
- b)  $(0, 1) \cup \{2\}$  en  $\mathbb{R}$ .
- c)  $[a, b)$ ,  $(a, b]$ ,  $\bigcap_{a>0} (a, \infty)$  en  $\mathbb{R}$ .
- d)  $A = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$ ,  $A \cup \{0\}$  en  $\mathbb{R}$ .
- e)  $\{p\}$ ,  $p \in \mathbb{R}^2$  o  $p \in X$  con  $X$  espacio métrico.
- f)  $\{p_1, \dots, p_n\}$  en  $\mathbb{R}^2$  o en  $X$  espacio métrico.
- g)  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} [1/n, 1]$ .
- h)  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}_{\geq 2}} [\frac{1}{n}, n - \frac{1}{n}]$ ,  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}_{\geq 2}} [\frac{1}{n}, n - \frac{1}{n}]$  en  $\mathbb{R}$ .
- i)  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 0\}$ ,  $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy < 1\}$  en  $\mathbb{R}^2$ .
- j)  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy < n\}$  en  $\mathbb{R}^2$ .