PROGRAMA DE ASIGNATURA

ASIGNATURA: Elementos de Topología	**AÑO**: 2012
CARÁCTER: Obligatoria	
CARRERA/s: Profesorado en Matemática	
RÉGIMEN: cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 60 hs.
UBICACIÓN en la CARRERA: Cuarto año - Primer cuatrimestre	

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Fundamentación:
Los alumnos del curso son futuros profesores de matemática que se insertarán mayoritariamente en escuelas de nivel secundario. Este curso tiene entonces una intención informativa y formativa, buscando que el alumno logre familiarizarse con ideas y conceptos novedosos, desarrollar alguna destreza técnica pero sin pretender lograr que el alumno adquiera habilidad de especialista o futuro investigador en el área.

Objetivos del curso:

- Presentar la noción de espacio métrico como una generalización de los espacios euclidianos.
- Desarrollar en detalle los conceptos y hechos fundamentales de la teoría de espacios topológicos.
- Abordar los conceptos de espacios topológicos desde el punto de vista de la idea de la proximidad.

CONTENIDO

1. Métricas o distancias sobre un conjunto. Espacios métricos. Ejemplos. Bolas abiertas, bolas cerradas y esferas en espacios métricos. Ejemplos de bolas en 3 métricas distintas de R^2. Abiertos en espacios métricos. Propiedades. Toda bola abierta es un abierto. Cerrados en espacios métricos. Propiedades. Toda bola cerrada es un cerrado. Funciones contínuas. Métricas equivalentes. Sucesiones.

Anexo Res. CD Nº91/13

2. Topología en un conjunto. Espacios topológicos. Ejemplos: topología discreta, indiscreta, inducida por una métrica, de los complementos finitos, etc. Topologías comparables. Cerrados; propiedades. Entornos: propiedades. Caracterización de abiertos en términos de entornos. Punto interior, de clausura, de acumulación y de frontera de un subconjunto. Interior, clausura, derivado y frontera de un subconjunto . Propiedades y ejemplos. Espacios de Hausdorff. Funciones contínuas entre espacios topológicos. Caracterización en términos de abiertos y de cerrados. Ejemplos. Homeomorfismos, funciones abiertas y funciones cerradas. Ejemplos. Invariantes topológicas. Ejemplo.
3. Base de una topología. Propiedades. Ejemplos. Condición suficiente para que una familia de subnconjuntos sea base de una topología. Subbase de una topología. Ejemplos. Base de entornos de un punto. Conjuntos densos; ejemplos y caracterización. Espacios N_1, N_2 y separables. Ejemplos y relaciones entre ellos. Topología relativa. Subespacios. Propiedades hereditarias. Ejemplos. Hausdorff, N_1, N_2 son hereditarias. Conjuntos discretos. Todo subconjunto finito de un espacio Hausdorff es discreto.

4. Espacios topológicos conexos. Ejemplos. Caracterización. Subconjuntos conexos. Ejemplos. Teorema de Bolzano y corolarios. La clausura de un conexo es un conjunto conexo. Caracterización de los subconjuntos conexos de R. Condición suficiente para que la unión de una familia de conexos sea conexa. Componentes conexas. Las componentes conexas son conjuntos cerrados y determinan una partición del espacio. Espacios topológicos arcoconexos. Ejemplos. Propiedad que caracteriza arcoconexión. Subconjuntos convexos de R^n; todo convexo es conexo. Ejemplos. Relación entre la arcoconexión y conexión. Arcoconexión es preservada por funciones continuas. R^n y R no son homeomorfos (n>1).

5. Cubrimientos y subcubrimientos. Espacios topológicos compactos y subconjuntos compactos. Ejemplos. Teorema de Heine- Borel – Lebesgue: [a,b] es compacto. Cerrado en un compacto es compacto y compacto en un T_2 es cerrado. En un T_2 se pueden separar compactos disjuntos. En un métrico, los compactos son cerrados y acotados. Compacidad es presevada por funciones contínuas. Aplicaciones: S^1 es compacto; [0,1) y S^1 no son homeomorfos. Toda biyección contínua de un compacto en un T_2 es un homeomorfismo. Lema del cubrimiento de Lebesgue.

6. Producto finito de espacios topológicos. Topología producto. Las proyecciones sobre los ejes son contínuas y abiertas. Condición para continuidad de funciones en un espacio producto. Estudios de algunas propiedades topológicas del producto, heredadas de los ejes. Teorema de Heine-Borel-Lebesgue: K en R^n es compacto si y sólo si es cerrado y acotado. Partición y relación de equivalencia en un conjunto. Conjunto cociente y proyección

canónica. Ejemplos. Saturado de un conjunto. Espacio cociente. Caracterización de abiertos (cerrados) en el espacio cociente X/~ en términos de abiertos (cerrados) saturados en X. Condición necesaria y suficiente para que una función con dominio en un espacio cociente sea contínua. Condición para que $f:X \to Y$ induzca $f:X/\sim \to Y$ biyectiva y continua. Ejemplos de espacios cocientes. Cocientes del cuadrado unidad: cilindro, cono, esfera, toro, cinta de Möbius, botella de Klein, espacio proyectivo.

7. Sucesiones en un espacio topológico. Convergencia. Ejemplos. En un espacio de Hausdorff, toda sucesión que converge lo hace a un único punto. Caracterización en un espacio N_1, de la propiedad de ser Hausdorff y de la clausura de un subconjunto por medio de sucesiones. Caracterización por sucesiones de funciones continuas con dominio en un espacio N_1.

BIBLIOGRAFÍA

- Ayala R., Domínguez E, Quintero A, *Elementos de la Topología General*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1997.
- Dixmier J., *General Topology*, Springer-Verlag, 1984.
- Dotti I. y Druetta MJ., *Topología, Trabajos de Matemática Serie C*, FaMAF, UNC, 1992.
- García A. N., Dal Lago W. N., *Elementos de Topología*, Trabajos de Matemática, FaMAF 29/2000.
- Joshi K., *Introduction to general topology*, John Wiley & Sons, 1983.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

El dictado de esta materia se realiza en 4 horas semanales de clases teórico-prácticas. El docente encargado expone los conceptos y demuestra los resultados más destacados de la teoría, para luego plantear ejercicios a resolver por los alumnos con su guía y supervisión.

EVALUACIÓN

Para evaluar el desempeño de los alumnos se toman dos exámenes parciales, durante el dictado de la asignatura, y luego un examen final para su aprobación.
En los parciales se pide resolver ejercicios del tipo de los que se plantearon en los

prácticos, mientras que en el final hay una parte práctica, de características similares a los parciales, y una parte teórica. En esta última los alumnos deben demostrar algunos resultados expuestos en las clases teóricas.

CONDICIONES PARA OBTENER LA REGULARIDAD Y PROMOCIÓN

Para regularizar se requiere aprobar los dos parciales con la posibilidad de un examen recuperatorio en caso de desaprobar uno de ellos.
La promoción de la materia se logra aprobando el examen final, en sus dos partes.