

Universidad Nacional de Córdoba  
Facultad de Matemática, Astronomía y Física

# Electroimanes de Estructura Variable para Resonancia Magnética Nuclear con Ciclado Rápido de Campo Magnético

Dipl.-Ing. Stephan Kruber

Presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía y Física como parte de  
los requerimientos para la obtención del grado de Doctor en Física.

Facultad de Matemática, Astronomía y Física

Noviembre 2015

Director: Dr. Esteban Anordo



# Resumen

La Resonancia Magnética Nuclear (RMN) con ciclado rápido de campo magnético (FFC por sus siglas en Inglés, de *Fast Field Cycling*) es una técnica experimental que se ha desarrollado durante las últimas décadas, llegando a ser un método establecido en la actualidad. Encuentra aplicaciones en relaxometría magnética nuclear, imágenes por resonancia magnética (IRM) y variadas técnicas de doble resonancia para la detección indirecta de núcleos cuadrupolares u otros núcleos de difícil observación por técnicas estándar. El método es útil en particular para ejecutar experimentos de RMN en campos magnéticos débiles, donde los métodos convencionales exhiben severas limitaciones debido a la degradación de la relación señal a ruido (S/N) del decaimiento libre de inducción (FID) o señal de RMN.

Los experimentos FFC requieren un ciclado veloz entre distintos valores de campo, según demande el experimento en cuestión. En general ésto se logra a través del control de la corriente que circula por un electroimán con núcleo de aire, con características eléctricas adecuadas. Resulta importante que una vez realizada la conmutación del campo a un nuevo valor, éste se establezca luego del transitorio en un mínimo tiempo, y con una estabilidad adecuada para permitir la acumulación de señales de RMN. Además, el campo magnético generado debe poseer una homogeneidad espacial que permita la observación de la señal de RMN con una adecuada relación señal/ruido, acorde a la estabilidad temporal de dicho campo. En este sentido, el diseño del electroimán, la topología de la fuente de alimentación y el sistema de control, son aspectos críticos en un instrumento FFC.

En este trabajo de tesis se proponen nuevos conceptos y métodos para el diseño de electroimanes FFC, con lo cuál se define el estado actual del arte en la materia. Se consideran sistemas basados en bobinados múltiples controlados individualmente y sistemas de electroimanes con geometría variable (siendo ésta la principal innovación que se aporta, definiendo el concepto de electroimán activo). Ambos conceptos fueron a su vez desarrollados para eliminar los complejos procesos de maquinado necesarios en los electroimanes actualmente en uso a nivel global, lográndose otras ventajas que serán expuestas oportunamente. Se implementó un prototipo de sistema de geometría variable, el cual fue probado y verificado utilizando un aparato existente en el laboratorio.

Finalmente, se realizó una minuciosa revisión de los métodos de optimización actualmente utilizados para el cálculo de electroimanes helicoidales de paso variable. Se aporta con un método más completo, que permite lograr una optimización mejorada en el volumen (y no solamente a lo largo del eje de simetría), entre otras mejoras.

**Clasificación(PACS):** 76.90.+d; 33.25.+k; 41.20.Gz

**Palabras Claves:** electroimán, ciclado rápido de campo magnético, homogeneidad, resonancia magnética nuclear, optimización, bobinas Notch

# Abstract

Fast Field-Cycling Nuclear Magnetic Resonance (FFC-NMR) is an experimental technique successfully developed during the last decades, becoming by today an established method. The technique is useful for nuclear magnetic relaxometry studies, magnetic resonance imaging (MRI) and several double resonance experiments aimed for the indirect detection of quadrupole nuclei or, other nuclei which are difficult to observe through standard techniques. The method is especially useful for the execution of NMR experiments at weak magnetic fields, where conventional methods exhibit severe limitations due to a degradation of the signal-to-noise ratio (S/N) of the free induction decay (FID) (or NMR signal).

Typically, FFC experiments require a fast cycling between different magnetic field strengths. In general this is accomplished by controlling the electric current across an air-core electromagnet having particular characteristics. Of relevant importance is the transient time after switching the magnetic field strength. The magnetic field should be stabilized in a minimum time thus allowing the accumulation of NMR signals. In addition, the spacial homogeneity of the generated magnetic field should be compatible with the observation of the NMR signal with an adequate signal-to-noise ratio, in concordance to the temporal stability of this field. In this sense, the design of the electromagnet, the topology of the power network and the control unit, are critical aspects of a FFC instrument.

In this thesis new concepts and methods are proposed for the design of FFC electromagnets, defining the state of the art in this area. We consider systems which are based on individually driven multicoils and electromagnet systems with variable geometry (being the main contributed innovation, defining the concept of "active electromagnet"). Both concepts were developed in order to simplify complex fabrication processes currently in practise, while achieving other advantages which will be opportunely exhibited. A prototype with a variable geometry was introduced, which was tested and verified using an existing apparatus available in the laboratory.

Finally, a detailed revision of the current methods used for the optimization and calculation of helical electromagnets with variable pitch was realized. A more complete method is presented, which allows to get an improved optimization method inside the desired volume (and not only along a symmetry axis), beside other improvements.

**PACS:** 76.90.+d; 33.25.+k; 41.20.Gz

**Keywords:** magnet system, fast-field-cycling, homogeneity, nuclear magnetic resonance, optimization, Notch-Coil

## *Agradecimientos*

Vielen Dank möchte ich an dieser Stelle Beatrice sagen, die mir all die Jahre mit unendlicher Geduld zur Seite stand und darüber hinaus mit mir das große Abenteuer "Argentinien" gemeistert hat. Vielen Dank Bea!

Weiterhin möchte ich auch meiner gesamten Familie danken, welche mich bzw. uns immer, in jeglicher Form, unterstützt hat.

Auch bedanke ich mich bei meinem Direktor Esteban, welcher sich nicht nur innerhalb, sonder auch außerhalb der Fakultätsmauern in einem außergewöhnlichen Maße für mich einsetzte!

Desweiteren danke ich Germán für die vielen Stunden, in welchen ich an seiner Seite arbeiten und lernen durfte.

Ich bedanke mich bei den anderen Gruppenmitglieder Luis, Guille, Carla, Gabi, Agustín die mich in einer fremden Umgebung sehr herzlich aufgenommen haben und bei Josef der mir mit seinem wertvollen Rat stets zur Seite stand.

Mein weiterer Dank gilt den Mitgliedern der Prüfungskommission dieser Doktorarbeit für die Erstellung der Gutachten.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>I</b>
<b>Abstract</b>	<b>III</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>IV</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Fundamentos de la RMN . . . . .	3
1.1.1. Espines Nucleares y el Efecto Zeeman . . . . .	4
1.1.2. La Frecuencia Angular de Larmor . . . . .	4
1.1.3. Magnetización y Población . . . . .	5
1.1.4. El sistema rotante y la detección de la señal . . . . .	6
1.1.5. Relajación . . . . .	9
1.2. RMN con Ciclado Rápido de Campo (FFC-NMR) . . . . .	10
1.2.1. El Objetivo de RMN de Campo Ciclado Rápido . . . . .	11
1.2.2. Principios de RMN con Ciclado Rápido de Campo. Relaxometría $T_1$ . . . . .	13
1.2.3. Instrumentación Básica. . . . .	15
<b>2. Sistemas de electroimanes para RMN con ciclado rápido de campo magnético</b>	<b>18</b>
2.1. Aspectos Generales . . . . .	18
2.1.1. Limitaciones Físicas . . . . .	18
2.1.2. Limitaciones Técnicas . . . . .	20
2.2. Métodos particulares de optimización para electroimanes de RMN con ciclado rápido de campo magnético . . . . .	24
2.3. Sistemas de electroimanes existentes para RMN con ciclado rápido de campo magnético . . . . .	27
2.3.1. Sistemas de electroimanes con núcleo ferromagnético . . . . .	28
2.3.2. Sistemas de electroimanes tipo "Notch" . . . . .	30
2.3.3. Sistemas de electroimanes helicoidales con paso variable . . . . .	31
2.3.4. Electroimanes de cintas de anchos variables . . . . .	44
2.3.5. Comentarios Finales . . . . .	49
2.4. Simplificaciones excesivas . . . . .	50

2.5. Aplicación de la Ley de Biot-Savart . . . . .	53
2.6. Estimación de la inductancia . . . . .	58
<b>3. Sistema de electroimán para RMN con ciclado rápido de campo magnético basado en bobinados múltiples individuales</b>	<b>61</b>
3.1. Optimización . . . . .	61
3.1.1. Diseño . . . . .	62
3.1.2. Comportamiento Dinámico . . . . .	63
3.1.3. Método de Optimización . . . . .	66
3.2. Construcción de un prototipo de electroimán basado en conductores múltiples individuales . . . . .	69
3.2.1. Configuración óptima . . . . .	69
3.2.2. Rendimiento y realización técnica . . . . .	69
3.2.3. Comentario Final . . . . .	73
<b>4. Sistema de electroimán tipo "Notch" con geometría variable para RMN con ciclado rápido del campo magnético</b>	<b>76</b>
4.1. Método de optimización para electroimanes Notch con geometría variable	76
4.1.1. Estrategia de diseño . . . . .	77
4.1.2. Método de Optimización . . . . .	78
4.2. Implementación de un prototipo . . . . .	85
4.2.1. Configuración óptima . . . . .	85
4.2.2. Rendimiento teórico del prototipo . . . . .	87
<b>5. Extensión del método de optimización para electroimanes con hélices no-uniformes</b>	<b>89</b>
5.1. Análisis de los aspectos críticos del algoritmo de Schweikert . . . . .	90
5.2. Algoritmo de Schweikert modificado . . . . .	96
5.2.1. Aproximación de los datos originales . . . . .	96
5.2.2. Re-optimización del recorrido de la corriente . . . . .	100
5.2.3. Cálculo del recorrido de corriente re-optimizado . . . . .	103
5.3. Electroimán optimizado de dos cilindros con corte helicoidal de paso no-uniforme . . . . .	108
5.4. Resumen . . . . .	117
<b>6. Construcción y caracterización de un prototipo de electroimán tipo Notch de geometría variable</b>	<b>118</b>
6.1. Construcción de los conductores cilíndricos metálicos . . . . .	118
6.1.1. Materiales para los conductores . . . . .	119
6.1.2. Realización del corte helicoidal en los cilindros metálicos . . . . .	120
6.1.3. Sellado de los cortes helicoidales . . . . .	123
6.1.4. Acabado de los cilindros conductores helicoidales . . . . .	125
6.2. Montaje del conjunto . . . . .	125
6.3. Caracterización del sistema . . . . .	130
6.3.1. Calibración . . . . .	130
6.3.2. Comportamiento térmico . . . . .	132
6.3.3. Rendimiento del prototipo . . . . .	133

<i>Índice general</i>	VII
<b>7. Conclusiones</b>	<b>143</b>
<b>A. Apéndice: Algoritmo NSGA-II</b>	<b>145</b>
<b>B. Apéndice: Dibujos de construcción</b>	<b>157</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>168</b>

# Capítulo 1

## Introducción

Desde el descubrimiento de la resonancia magnética nuclear (RMN) [1, 2], esta no solo ha jugado un papel muy importante hasta hoy en día en el campo de la física, sino además en otros campos la química, ciencias médicas y biológicas, la geología, la farmacia y varios más. La amplia aceptación de la RMN se debe a sus propiedades no-invasivas y no-destructivas, en comparación con otros métodos mas sensitivos espectroscópicos [3]. El gran éxito de la RMN en estos numerosos campos siempre estuvo acompañado de continuos avances en la tecnología e instrumentación, desde la observación de las primeras señales de la RMN en los años cuarenta del siglo XX [1, 2]. Por ejemplo, una de las primeras señales de protones de muestras de agua se obtuvieron con un aparato que produjo un campo magnético de  $B_0 = 0.183$  T [4], mientras que hoy en día espectrómetros comerciales logran densidades de flujo magnético estáticos hasta  $B_0 = 23.5$  T (por ejemplo Avance1000, Bruker).

Es posible dividir las aplicaciones prácticas de la RMN en dos áreas mayores y dos menores: espectroscopía e imágenes por RMN (IRM) como áreas principales, relaxometría y técnicas especiales de RMN como áreas de menor difusión. La primera rama involucra espectros de RMN que revelan los distintos núcleos en muestras investigadas y dan una conexión directa a sus estructuras químicas [5]. Desde la introducción de la RMN pulsada en combinación con la transformada de Fourier (Ernst y Anderson, 1966) [6], la espectroscopia de RMN se hizo una de las herramientas generales más usadas entre químicos [7, 8]. Por otro lado, las técnicas de IRM combinan diferentes tipos de campos y gradientes con el fin de lograr la codificación del espacio a través de su influencia en la frecuencia de Larmor. Esta técnica ganó gran interés desde sus principios [9] en aplicaciones médicas, en particular, a partir de la posibilidad de escanear cuerpos humanos enteros [10, 11]. Entre las técnicas especiales de RMN, podemos referirnos a técnicas

de la RMN que se utilizan en campos magnéticos altamente inhomogéneos, como la RMN unilateral [12], la resonancia magnética de evaluación por perfil mediante el uso de gradientes [13] y varios más que fueron exitosamente explotados para aplicaciones industriales. Finalmente, la relajación magnética nuclear está relacionada con la dinámica molecular, permitiendo obtener información física de un sistema a través del estudio de la evolución temporal de magnitudes como la magnetización nuclear [5].

En ésta última área existen diversas técnicas que son útiles para investigar diferentes procesos dinámicos moleculares que ocurren en distintas escalas de tiempo  $\tau$ . Mediante la medición de los tiempos de relajación se puede obtener informaciones de las dinámicas moleculares, dependiendo del modelo, como una función de la intensidad del campo magnético estático  $B_0$  (o la frecuencia angular  $\omega$ ) [14]. La figura 1.1 muestra una representación esquemática de las escalas de tiempo/frecuencia que cubren las varias técnicas de RMN [15]. Como la técnica preferida para obtener la dependencia de la frecuencia (campo magnético) de los tiempos de relajación, se ha destacado la resonancia magnética nuclear con ciclado de campo o Field-Cycling NMR(FFC-NMR). Dentro de ésta, la más difundida es la relaxometría, técnica por la cual se mide la dispersión con la frecuencia de Larmor de los tiempos de relajación (a veces referido como dispersión de relajación magnética nuclear o Nuclear Magnetic Relaxation Dispersion (NMRD) [15]. Hasta aho-

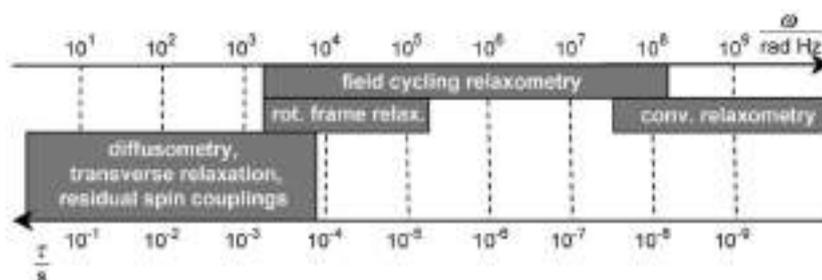


FIGURA 1.1: Escalas de tiempo  $\tau$  y de frecuencia angular  $\omega$  que cubren las diversas técnicas de RMN. Los rangos se refieren a las resonancias de  $^1\text{H}$  [15]

ra fué exitosamente explotada para numerosas aplicaciones como: dinámicas de iones, efectos cuadrupolares en cristales moleculares, dinámicas de polímeros, fenómenos en medios porosos, cristales líquidos, lípidos, interacciones dipolares con núcleos cuadrupolares y varios más [15, 16]. Solo éstas dos referencias están dadas porque proveen un resumen excelente de todas las aplicaciones que explota la resonancia magnética nuclear con ciclado de campo (FFC-NMR). Para más detalles, se deben considerar también las referencias allí citadas. Recientemente ésta técnica ha estimulado nuevos desarrollos en combinación con otros campos de la RMN. A modo de ejemplo podemos mencionar imágenes de resonancia magnética (MRI debido a sus iniciales en inglés) [17-21], polarización dinámica nuclear (DNP) [22] y resonancias cuadrupolares (NQR) [23]. Esto

nos demuestra que la técnica de FFC-NMR se puede considerar como una técnica prometedora dentro del campo de la resonancia magnética nuclear, que no solo probó su capacidad sino también demostró potencial para nuevos desarrollos. Sin embargo, hay que considerar el progreso moderado en la instrumentación asociada a esta técnica, en comparación con las otras áreas de la RMN. Esta circunstancia se observa también en la gran actividad comercial en torno a éstas otras áreas de la RMN, en comparación con la técnica de campo ciclado. De hecho, todavía algunos grupos mantienen funcionando instrumentos construídos en laboratorios académicos, en coexistencia con los aparatos comerciales "Spinmaster" de la empresa italiana STELAR [24]. En nuestro trabajo, se propone un nuevo progreso en la instrumentación de la resonancia magnética nuclear con ciclado de campo. En especial, en relación con los sistemas de electroimanes para éstos aparatos. Estos difieren significativamente de los utilizados en otras técnicas, generalmente con tecnología superconductora, imanes permanentes o electroimanes con núcleo ferromagnético. Esto es debido a que la resonancia magnética nuclear con ciclado de campo tiene demandas diferentes en comparación con los sistemas de electroimanes de otros métodos de RMN.

Antes de discutir las demandas que tiene la RMN con campo ciclado en relación a los sistemas de electroimanes, y los problemas asociados a su diseño y optimización, se dará una breve introducción sobre los fundamentos de la RMN. Algunos aspectos que se mencionarán poseen una importancia menor para este trabajo, pero son inevitables para la comprensión de la técnica de campo ciclado. Luego, se realizará una revisión para ilustrar los orígenes de la complejidad en el diseño y la optimización de sistemas de electroimanes para esta técnica.

## 1.1. Fundamentos de la RMN

El fenómeno de la RMN convencional se puede observar mediante la exposición de espines magnéticos nucleares de una muestra dada a la acción de una densidad de flujo magnético constante  $\mathbf{B}_0$  (campo Zeeman), y posterior irradiación con una densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$  que depende del tiempo (campo de radio frecuencia), cuya frecuencia es ajustada en resonancia con la frecuencia de Larmor  $\omega_0$  de los núcleos seleccionados [25].

La siguiente sección está basada en las referencias [3, 7, 8, 10, 26–29] las cuales proveen una descripción detallada de la teoría e instrumentación de RMN. Se presenta la

argumentación de los aspectos fundamentales de RMN en la cual, salvo se exprese lo contrario, solo se consideran espines  $I = 1/2$ .

### 1.1.1. Espines Nucleares y el Efecto Zeeman

La mayoría de los núcleos atómicos, como  $^1\text{H}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{15}\text{N}$ ,  $^{19}\text{F}$ , y  $^{31}\text{P}$  poseen un momento angular de espín no-nulo. Es caracterizado mediante el número cuántico de momento angular  $I$ , que para todos los núcleos mencionados tiene un valor de  $I = 1/2$ . Para otros núcleos, el número cuántico de momento angular  $I$  puede adoptar otros valores dependiendo de la combinación de sus protones y neutrones. Dentro de un campo magnético con una densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}_0$ , la componente  $m$  del momento angular  $I$  (que tiene la misma dirección como  $\mathbf{B}_0$ ) está cuantizada. Para lograr una mayor simplicidad, la dirección de la densidad de flujo magnético  $B_0$  se define generalmente en la dirección positiva de  $z$ . La cuantización limita la componente  $m$  de valores (estados) de  $m = -I, -I + 1, \dots, I - 1, I$ , los que se asocian a un momento magnético nuclear  $\mu$  en la dirección de la densidad de flujo magnético  $B_0$ :

$$\mu_z = m\gamma\hbar. \quad (1.1)$$

En esta ecuación  $\hbar$  es la constante del Planck reducida y  $\gamma$  la razón giromagnética del núcleo, que tiene un valor característico para cada isótopo. Debido al campo magnético aplicado la  $(2I + 1)$  degeneración del espín nuclear  $I$ ,  $\mu_z$  adquiere diferentes valores para estados con distintos  $m$ . Estos estados muestran una energía adicional, la energía Zeeman, en presencia de un campo magnético  $B_0$ :

$$E(m) = -\mu_z B_0 = -m\gamma\hbar B_0 \quad (1.2)$$

La fórmula indica que la energía solo puede adoptar valores discretos para una densidad de flujo magnético fijo  $B_0$ . Este efecto se llama efecto Zeeman nuclear.

### 1.1.2. La Frecuencia Angular de Larmor

Solo transiciones entre estados  $m$  que satisfacen la condición  $\Delta m = \pm 1$  son posibles. Corresponden, debido a la ecuación 1.2, a diferencias de energía de  $\Delta E = \Delta m\gamma\hbar B_0$ . Para excitar tales transiciones es necesario proveer la diferencia de energía relacionada a la frecuencia de  $\Delta E = \hbar\omega_0$ . La frecuencia asociada a esta diferencia de energía se le llama frecuencia angular de Larmor  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = -\gamma B_0. \quad (1.3)$$

Para la excitación de transiciones con  $\Delta m = \pm 1$  en RMN, se usa la radiación de RF (radio frecuencia) para obtener la energía de excitación necesaria. De éste modo la frecuencia  $f$  de la radiación de RF tiene que estar ajustada a la frecuencia angular de Larmor como  $f = \omega_0/2\pi$  para inducir una transición entre los estados  $m$ . La frecuencia angular de Larmor  $\omega_0$  se puede derivar mediante una descripción semiclásica de la interacción entre el momento magnético  $\boldsymbol{\mu}$  del espín con el campo magnético  $\mathbf{B}_0$ , donde la magnitud del momento magnético  $\boldsymbol{\mu}$  está dada por:

$$|\boldsymbol{\mu}| = \gamma\hbar\sqrt{I(I+1)}. \quad (1.4)$$

la cuál es mayor que su componente  $\mu_z$  en la dirección del campo magnético  $B_0$ . Debido a esto, el ángulo entre la dirección de  $\boldsymbol{\mu}$  y  $B_0$  no es nulo, y resulta en una precesión de  $\boldsymbol{\mu}$  alrededor de  $B_0$  con la frecuencia angular  $\omega_0$ .

### 1.1.3. Magnetización y Población

Un espín nuclear  $I$  inmerso en un campo magnético  $B_0$  solo puede tener valores discretos de energía (ecuación 1.2) correspondiente a un cierto estado  $m$ . Dentro de una muestra macroscópica que contiene varios espines, la ocupación de los niveles discretos de energía  $E(m)$  para los estados de espines  $m$  están distribuidos aleatoriamente. Debido a la pequeña diferencia de energía  $\Delta E$  entre los estados de espines  $m$ , cada nivel de energía  $E(m)$  está casi igualmente poblado. Sin embargo, entre las poblaciones de cada estado de espín  $m$ , existe una diferencia mínima que se calcula mediante la ecuación de Boltzmann:

$$\frac{n_{+1/2}}{n_{-1/2}} = \exp\left(\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}\right), \quad (1.5)$$

dónde  $n_{+1/2}$  y  $n_{-1/2}$  son los números de espines en el estado  $m = +1/2$  (baja energía) y en el estado  $m = -1/2$  (alta energía),  $k_B$  es la constante de Boltzmann y  $T$  la temperatura absoluta. Esta ecuación es solo válida para espines nucleares con  $I = 1/2$ . La diferencia de población para imanes comunes de laboratorio se encuentra dentro de un rango de  $10^{-6}$  a  $10^{-4}$  a temperatura ambiente. Esta circunstancia nos demuestra por qué la RMN es un método relativamente insensible comparado con otros, y por qué campos magnéticos  $B_0$  intensos son necesarios cuando se demanda una mayor sensibilidad.

La magnetización  $\mathbf{M}$  de una muestra macroscópica resulta de la suma total de todos los momentos magnéticos individuales  $\boldsymbol{\mu}$ . Estos están distribuidos aleatoriamente y no contribuyen a la magnetización neta  $\mathbf{M}$  de la muestra en ausencia del campo magnético. En presencia del campo, éstos momentos magnéticos se ordenan dando origen a una

componente de magnetización  $M_0$ , que está en paralelo con  $B_0$  a lo largo de la dirección  $z$ . Este es el resultado de las pequeñas diferencias de población en la componente  $z$  de sus momentos magnéticos  $\mu_z$ . En el equilibrio térmico la magnitud de la magnetización longitudinal  $M_0$  (en dirección  $z$ ) de los espines  $I = 1/2$  se puede calcular:

$$M_0 = \sum_{i=1}^n \mu_i = \mu_z (n_{+1/2} + n_{-1/2}) = \gamma \left( \frac{\hbar}{2} \right) (n_{+1/2} - n_{-1/2}). \quad (1.6)$$

Partiendo de ésta ecuación, se puede deducir una expresión más general para  $M_0$ , asumiendo que la energía térmica  $k_B T$  es mucho mayor que la diferencia de energía  $\Delta E$  entre los niveles discretos de energía  $E(m)$ , y que la diferencia de población se puede expresar como:

$$(n_{+1/2} - n_{-1/2}) \approx \left( \frac{n\hbar\omega_0}{2k_B T} \right). \quad (1.7)$$

En el equilibrio térmico se puede calcular la magnetización macroscópica  $M_0$  como:

$$M_0 = \frac{\gamma^2 \hbar^2 n B_0}{4k_B T} \quad (1.8)$$

dónde  $n$  es el número total de espines nucleares dentro de la muestra macroscópica. Para la sensibilidad de los experimentos de RMN es importante tener una magnetización macroscópica  $M_0$  lo más alta posible. Mientras que la sensibilidad depende de varios factores, de la ecuación 1.8 se puede observar que densidades de flujo magnético  $B_0$  más altas mejoran la sensibilidad, lo que explica a su vez la constante atracción de lograr campos magnéticos cada vez más intensos.

#### 1.1.4. El sistema rotante y la detección de la señal

Para este trabajo es suficiente una descripción semiclásica del fenómeno de resonancia. La observación de la magnetización magnética es solo posible cuando la magnetización longitudinal  $\mathbf{M}$  neta (en la dirección  $z$ ) esté rotada al plano transversal (plano  $xy$ ), o por lo menos hacia su dirección. Para lograr eso, es necesario aplicar un segundo campo magnético  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$  en adición al  $\mathbf{B}_0$ , el campo de RF  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t}) = \mathbf{B}_{1\max} \cos(\omega_{RF}t)$ , en una dirección perpendicular a  $B_0$ . Así un torque resulta aplicado sobre la magnetización neta  $\mathbf{M}$ :

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}. \quad (1.9)$$

Con  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$  la magnetización  $\mathbf{M}$  precesa alrededor de los dos campos magnéticos  $\mathbf{B}_0$  y  $\mathbf{B}_1$  y está rotada hacia el plano transversal. La figura 1.2 muestra una representación esquemática de la trayectoria espiral de la magnetización neta  $\mathbf{M}$  producida por el torque. Debido a la rotación de las componentes transversales de la magnetización  $\mathbf{M}$

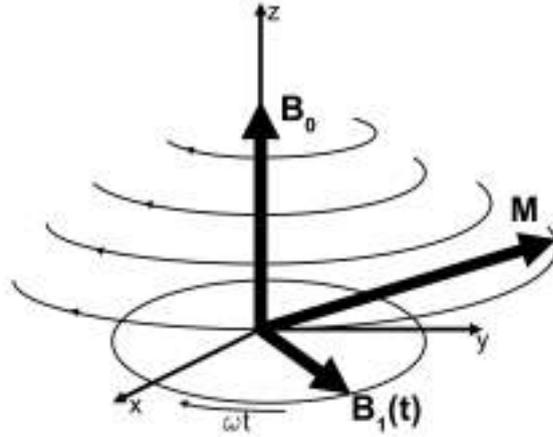


FIGURA 1.2: Representación esquemática de la trayectoria en espiral de la magnetización neta  $\mathbf{M}$  durante la aplicación de un campo RF  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$  en presencia de un campo magnético estático  $\mathbf{B}_0$ . [10].

y el campo magnético  $\mathbf{B}_1$  alrededor del eje  $z$ , resulta conveniente introducir un sistema de coordenadas  $(x', y', z)$  que también rota alrededor del eje  $z$  con la frecuencia angular de Larmor  $\omega_0$ . Esto produce que la orientación de  $\mathbf{B}_1$  este fija en el plano transversal (plano  $x'y'$ ) y defina la fase del pulso. La evolución de la magnetización  $\mathbf{M}$  durante la aplicación de la radiación de RF es entonces solo una rotación alrededor de  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$  dentro de su plano perpendicular. La figura 1.3 lo ilustra esquemáticamente. En analogía de la

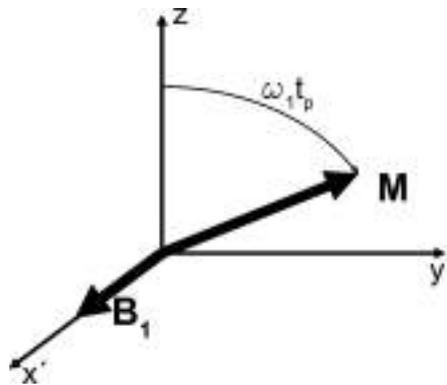


FIGURA 1.3: Ilustración esquemática de la evolución de la magnetización  $\mathbf{M}$  en el sistema rotante  $(x', y', z)$ . [10].

frecuencia angular de Larmor  $\omega_0$  a y el campo magnético estático  $B_0$ , se puede introducir una frecuencia  $\omega_1 = -\gamma B_{1max}$  que habilita el cálculo del ángulo de giro:

$$\alpha = \omega_1 t_{RF} = -\gamma B_{1max} t_{RF} \quad (1.10)$$

donde  $t_{RF}$  es el tiempo de duración del campo magnético  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$ . De ésta manera es posible girar la magnetización  $\mathbf{M}$  alrededor del campo magnético  $\mathbf{B}_1$  con un ángulo arbitrario deseado  $\alpha$ . En la mayoría de los casos, dos ángulos de giro  $\alpha$  son de interés. El ángulo  $\alpha = 90^\circ$  que corresponde a un pulso de  $90^\circ$  y  $\alpha = 180^\circ$  que corresponde a un

pulso de  $180^\circ$ .

La detección de la señal de la RMN, o mejor dicho las componentes transversales de la magnetización  $M_{x'y'}$  con el método de pulsos, se logra con una bobina que produce el pulso de RF  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$  y recibe la señal oscilante que decrece con el tiempo  $t$ . Esta señal es reconocida como "decaimiento de inducción libre" (free induction decay o FID). En general, la frecuencia angular de  $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$  está ajustada a la frecuencia angular de Larmor  $\omega_0$  para satisfacer la condición de resonancia  $\omega_{RF} = \omega_0$ . La magnetización inicial  $\mathbf{M}$  es rotada mediante un pulso RF de  $90^\circ$  al plano transversal  $x'y'$  dónde los espines nucleares llegan a un estado de una coherencia temporal de fase. En la ausencia del pulso RF, la coherencia de fase generada desaparece entre los espines nucleares. Esto lleva a un decaimiento de los componentes transversales de la magnetización  $M_{x'y'}$  en el plano  $x'y'$  que está detectado con la bobina dando origen al FID. La pérdida de la coherencia de fase tiene su origen en las inhomogeneidades del campo magnético estático  $\mathbf{B}_0$ , y en la relajación nuclear espín-espín. Luego de haber adquirido la señal en cuadratura, ésta es generalmente procesada mediante la mezcla individual de ambos componentes de la magnetización  $M_{x'}$  y  $M_{y'}$  con dos referencias diferentes. De éste modo la fase de la señal obtenida está dada por un ángulo complejo y depende de la fase del pulso de RF aplicado anteriormente. Ajustando las fases de las dos referencias, es posible llegar a una señal puramente real, dónde el cambio adicional de la fase se llama fase del receptor. Los experimentos (excitación y recepción de la señal) se pueden repetir mientras las señales obtenidas están promediadas para suprimir el ruido inherente, y por consiguiente mejorar la relación señal-ruido ( $S/R$ ). La figura 1.4 muestra un ejemplo de la excitación mediante un pulso de RF de  $90^\circ$  y el FID resultante.

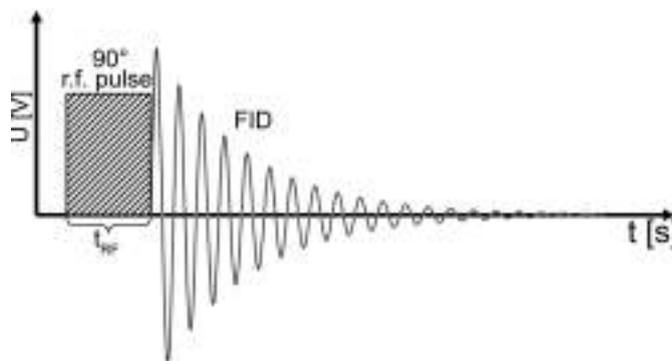


FIGURA 1.4: Ejemplo de un pulso de RF aplicado y el FID resultante [27].

### 1.1.5. Relajación

Los procesos de relajación del sistema de espines son producidos por el retorno al equilibrio térmico, luego de una perturbación mediante un pulso de RF. Existen dos categorías de procesos de relajación. Uno distinguido mediante el efecto de la magnetización longitudinal  $M_z$ , asociado con la constante (tiempo) de relajación longitudinal  $T_1$ . El otro, asociado a la magnetización transversal  $M_{x'y'}$ , descrito con la constante (tiempo) de relajación transversal  $T_2$ . Esos tiempos de relajación  $T_1$  y  $T_2$  dependen de la dinámica del sistema de espines, y por lo tanto son indirectamente sensibles a la movilidad molecular, la cuál depende de la interacción entre las moléculas que llevan los espines y su medio ambiente. El proceso de relajación longitudinal es el proceso mediante las poblaciones de equilibrio de los distintos estados de espín  $m$  (y con eso la magnetización inicial  $M_0$  en dirección de  $B_0$ ) están recuperados después de una situación de no-equilibrio. Como resultado los espines interactúan con su medio ambiente, a veces referido como depósito térmico o la red. Este proceso de relajación involucra un intercambio de energía entre el sistema de espines y la red. Por eso le llaman el proceso de relajación longitudinal o relajación espín-red (spin-lattice relaxation). Es descrito fenomenológicamente como:

$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{M_z - M_0}{T_1} \quad (1.11)$$

donde  $T_1$  es la constante característica del proceso llamado espín-red o tiempo de relajación longitudinal. Al resolver ésta ecuación 1.11 se obtiene la dependencia con el tiempo de la componente de magnetización  $M_z$ :

$$M_z(t) = M_z(0) e^{-t/T_1} + M_0 \left(1 + e^{-t/T_1}\right). \quad (1.12)$$

El proceso de relajación transversal es el proceso por el cuál los espines nucleares alcanzan un equilibrio térmico entre ellos, después de una situación de no-equilibrio. Como ya se mencionó, la componente transversal de la magnetización  $M_{x'y'}$  corresponde a estados de coherencia de fase entre los espines nucleares. Por tanto, la relajación transversal esta relacionada con las interacciones entre los espines que causan una pérdida en su coherencia de fase, y esto por consiguiente ésto se refiere a relajación espín-espín. La descripción fenomenológica es:

$$\frac{dM_{x'y'}}{dt} = -\frac{M_{x'y'}}{T_2} \quad (1.13)$$

donde  $T_2$  es la constante característica de tiempo llamado tiempo de relajación transversal o tiempo de relajación espín-espín. Al resolver la ecuación 1.13 se obtiene que:

$$M_{x'y'}(t) = M_{x'y'}(0) e^{-t/T_2} \quad (1.14)$$

que da la dependencia temporal de la componente de la magnetización transversal  $M_{x'y'}(t)$ . Cabe enfatizar que la ecuación anterior tiene validez estricta solamente para líquidos y gases [26]. Para sólidos o macromoléculas que exhiben movimientos lentos, la dependencia de tiempo de  $M_{x'y'}(t)$  es más complicada que la expresión en la ecuación 1.14. Sin embargo, existe otra contribución que influye en el proceso de relajación transversal. Específicamente las inhomogeneidades del campo magnético  $\mathbf{B}_0(\mathbf{r})$ . Esas inhomogeneidades del campo causan ligeras frecuencias diferentes de Larmor  $\omega_0$  para cada espín dentro del sistema de espines, que automáticamente lleva a pérdidas adicionales en sus coherencias de fase. La constante característica de tiempo que incluye la relajación transversal y la pérdida de la coherencia de fase debido a las inhomogeneidades del campo se denota como  $T_2^*$ . Determina la duración total del FID y limita la resolución del espectro en la espectroscopia de RMN por ejemplo.

## 1.2. RMN con Ciclado Rápido de Campo (FFC-NMR)

El versátil método de RMN con ciclado rápido de campo (FFC-NMR), que opera en un rango típico  $10^3 \text{ Hz} \leq \omega_0 \leq 10^8 \text{ Hz}$ , tiene la potencialidad de investigar dinámicas moleculares en combinación con detalles estructurales [30]. Este hecho ya era bien conocido desde el descubrimiento de la RMN [31]. Aunque, como ya se mencionó, la relaxometría pudo ser exitosamente explotada para numerosas aplicaciones, el progreso técnico requerido para convertirse en una técnica estándar fue mayor que el de los equipos de campo fijo. Una razón para esa circunstancia es que con intensidades decrecientes del campo magnético estático  $B_0$  el procedimiento de detección de la señal de RMN es más complejo. Dado que la relación señal-ruido de la señal de inducción libre (FID) depende de la densidad disponible de flujo magnético, variando aproximadamente entre  $B_0^{3/2}$  [32] y  $B_0^{7/4}$  [33], no sorprende que los aparatos de RMN preferidos son los que operan a campos  $B_0$  de mayor intensidad. Como resultado, durante los últimos años se ha priorizado el aumento de la intensidad de  $B_0$ , mientras que los intentos por disminuir los mínimos de  $B_0$  apenas fueron realizados [25]. A esto se suma el hecho de que la relaxometría de RMN con ciclado rápido de campo es una técnica que requiere de modelos teóricos validados para obtener la información que se busca. Así que, la relaxometría de RMN con ciclado rápido de campo se consideró como una herramienta poco interesante en el mundo no académico, mientras que la RMN de alta resolución y el IRM por ejemplo se hicieron altamente deseados [16].

Los orígenes de la relaxometría de RMN con ciclado rápido de campo data de los años cincuenta del último siglo, cuando el interés estaba puesto en el mejoramiento de los resultados obtenidos a campo bajo [34–39]. Este nuevo principio se pudo aplicar exitosamente después de años de nuevos desarrollos tecnológicos [40–43] que llevaron a

prototipos poderosos [44–47] en todo el mundo [25]. Dos estrategias del ciclado de campo (cambio de la intensidad del campo  $B_0$  durante el experimento) fueron desarrollados. En el primero, la muestra es desplazada mecánicamente dentro de un campo magnético inhomogéneo y en la segunda alternativa, el campo es ciclado mediante la variación electrónica de la corriente dentro del sistema del electroimán. El último método es más aceptado dado que logra tiempos de conmutación del campo magnético  $B_0$  en un escala de  $\Delta t \approx 10^{-3}$  s, mientras que el método mecánico de campo ciclado solo logra tiempos de conmutación de aproximadamente  $\Delta t \approx 10^{-1}$  s. Consecuentemente la técnica de FFC-NMR brinda la posibilidad de medir tiempos de relajación  $T_1$  rápidos comparados con los detectables mediante el método mecánico. La contribución más importante en el desarrollo instrumental de la FFC-NMR ha sido lograda por F. Noack en los años ochenta del siglo pasado [25], quien se considera uno de los verdaderos pioneros de la técnica [16]. Los progresos técnicos en éste ámbito fueron desarrollados en la industria por la empresa italiana Stelar. Más recientemente, esta técnica se ha expandido a otros métodos de RMN [17–23] a nivel académico, mostrando aplicaciones prometedoras siempre que sea posible lograr mayor progreso en la instrumentación asociada. Debido a esto, el objetivo de este trabajo es describir nuevos progresos en el desarrollo de sistemas de electroimanes de FFC-NMR, que desempeñan un papel muy importante en la instrumentación, e incitar a posibles nuevos desarrollos entre la FFC-NMR en particular y en combinación con otros métodos de RMN.

### 1.2.1. El Objetivo de RMN de Campo Ciclado Rápido

En ésta técnica se mide la dispersión del tiempo de relajación  $T_1(\omega)$  o la tasa de relajación,  $R_1(\omega) = T_1^{-1}(\omega)$ , en función con la frecuencia de Larmor (campo magnético  $B_0$ ). De tales mediciones se puede obtener la información de las funciones de intensidad  $I(\omega)$  y las funciones de correlación  $G(t)$  de las fluctuaciones/interacciones moleculares [30]. Sin embargo, una buena interpretación de esas curvas de dispersión demanda en la mayoría de los casos de un gran esfuerzo teórico [16]. En el común de los casos aplicados la relajación del sistema es una contribución de varias interacciones moleculares, por lo que la tasa de relajación es expresada como una suma de funciones de intensidad  $I(\omega)$  y sus constantes asociadas que dependen de la subyacente dinámica/interacción molecular que causa la relajación nuclear. Dicha dinámica es descrita (en el ámbito de la teoría semiclásica), en términos de densidades espectrales  $I(\omega)$ , las que a su vez se obtienen a partir de la transformada de Fourier en las funciones de correlación  $G(t)$  asociadas. Para mostrar la conexión entre las funciones de intensidad  $I(\omega)$  y la tasa de relajación  $R_1$ , tomamos como ejemplo el sencillo caso de una sola especie de espines y movimiento isotrópico. Mediante la fórmula BPP [31] el tiempo de la relajación queda expresado

como:

$$R_1(\omega) = T_1^{-1}(\omega) = K [I(\omega) + 4I(2\omega)]. \quad (1.15)$$

donde  $K$  es la constante de acople [16]. En la literatura, varios modelos para diferentes tipos de dinámicas/interacciones moleculares están dados [15, 16, 30].

Un ejemplo ideal para ilustrar el método de FFC-NMR y su gran potencial de una manera breve es el trabajo de Fraenza et al. [48]. Figura 1.5 muestra la tasa de relajación longitudinal  $R_1(\omega_0/2\pi) = T_1^{-1}(\omega_0/2\pi)$  de un sistema biológico: liposomas unilaminaras con colesterol. Sin dar demasiados detalles, en la figura se muestran los datos experimentales (puntos) juntos con la curva simulada (línea gris) que incluye las contribuciones teóricas de cada dinámica/interacción molecular (líneas negras), las cuales están representadas por una función diferente de intensidad  $I(\omega)$  del proceso de relajación. Los

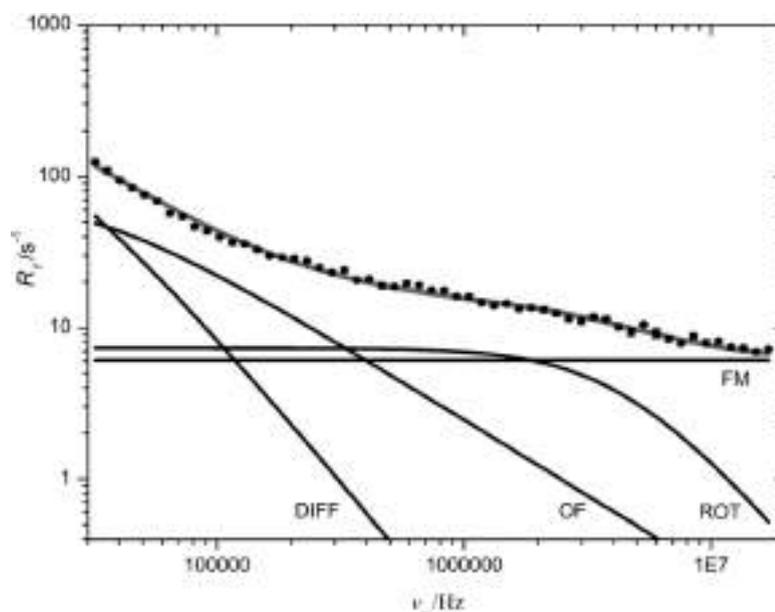


FIGURA 1.5: Curva de dispersión de relajación  $R_1(\nu_0)$  (puntos) y la simulación teórica (línea gris) con todas las contribuciones de la dinámica molecular (líneas negras) de un sistema biológico: liposomas unilaminaras con colesterol [48]. Una discusión detallada está dada en la referencia.

datos experimentales juntos con el modelo de la dinámica/interacción molecular (sin especificarlo aquí) que incluye fluctuaciones del orden (OF), difusión (DIFF), rotación (ROT) y movimientos rápidos (FM) pudieron revelar parámetros físicos cruciales como el módulo elástico del sistema biológico y dinámicas de orden que antes sólo eran obtenidos con simulaciones [48]. Para más detalles, el lector se debe referir a la publicación original.

### 1.2.2. Principios de RMN con Ciclado Rápido de Campo. Relaxometría $T_1$ .

Los aparatos de RMN que trabajan a valor de campo magnético fijo (campo magnético  $B_0$ ), no permiten el estudio de la dependencia con la frecuencia de la tasa de relajación  $R_1(f)$ , donde  $f = \omega/2\pi$ . Por supuesto, es posible utilizar varios aparatos de RMN que operan cada uno a frecuencias diferentes, y que están optimizados para la detección de señales a sus respectivas frecuencias. Sin embargo, aparte del costo que implica contar con varios aparatos de RMN, hay otra razón que limita este procedimiento. Claro está, que una opción es el uso de electroimanes con sondas optimizadas a diferentes frecuencias, aunque aún en este caso, existen limitaciones para valores bajos de frecuencia. Como ya fue discutido, la relación señal-ruido ( $S/R$ ) de las señales de RMN depende del campo magnético aplicado como  $B_0^{3/2} - B_0^{7/4}$  [32, 33]. Esta dependencia con el campo torna impracticable la detección de la señal nuclear a campos bajos, como aquellos relevantes para las curvas de dispersión  $R_1(f)$  [25]. Es justamente en éste aspecto en el cuál se manifiesta la ventaja principal del ciclado del campo magnético. El método facilita la medición de  $T_1$  o  $R_1$  en distintos campos magnéticos (campo de relajación  $B_r$ ) en un experimento de relajación de  $T_1$ , mientras la señal de RMN siempre es detectada en un campo magnético fijo predefinido (campo de detección  $B_d$ ). Esto significa que la sonda de detección, junto con la electrónica de receptor entera, pueden ser optimizadas para una frecuencia fija  $f_d$ , que es independiente de la frecuencia efectiva  $f_r$  en la cuál evoluciona el sistema de espines. En caso que sea deseado, se puede añadir un campo magnético (campo de polarización  $B_p$ ) para polarizar la muestra antes del campo de relajación  $B_r$ , para regular la magnetización inicial  $M_0$ . La figura 1.6 muestra una representación esquemática de un ciclado típico del campo principal  $B_0$ .

En detalle, el método de campo ciclado para la medición de la dispersión de la relajación funciona de la siguiente forma [15]: la muestra se polariza dentro del campo de polarización  $B_p$ , que tiene una intensidad lo mayor posible (de acuerdo con ciertos requisitos técnicos que veremos más adelante) y depende del rendimiento del aparato de FFC. Después de un cierto tiempo (en general un múltiplo de  $T_1(f_p)$ ) se llega a una magnetización de equilibrio  $M_0 \propto B_p$  (ver ecuación 1.8). Después, la densidad de flujo magnético  $B_0$  se conmuta durante el tiempo de conmutación  $(\Delta t)_d$  desde el campo  $B_p$  alto al campo de relajación  $B_r$  preelegido, en el cuál se examina el tiempo de relajación longitudinal  $T_1(f_r)$ . Hay que considerar dos condiciones importantes para el tiempo de conmutación  $(\Delta t)_d$ . Primero, éste tiene que ser suficientemente rápido para evitar pérdidas excesivas de relajación de la magnetización durante el proceso de conmutación. Segundo, la variación con el tiempo del campo magnético  $dB/dt$  debe ser lo más lenta posible, cuanto más cerca se encuentre al campo de los campos locales  $B_L$ . Dentro del campo de relajación

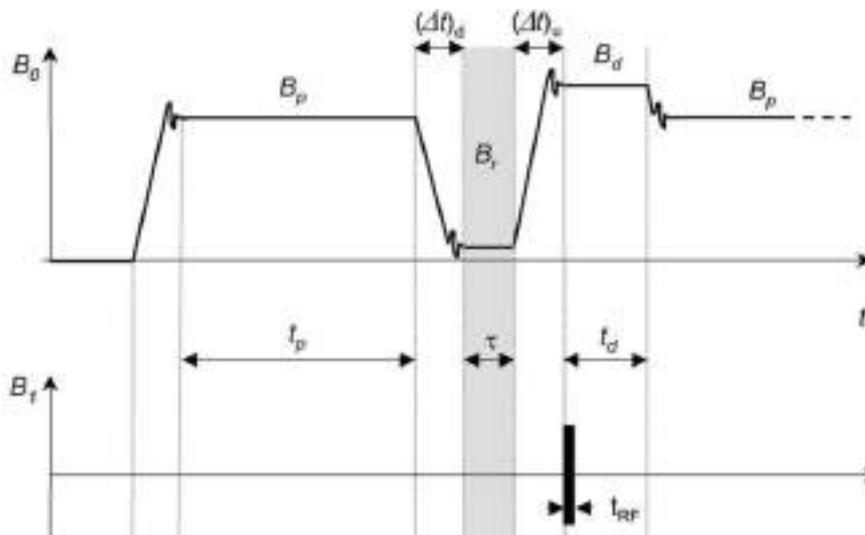


FIGURA 1.6: Representación esquemática de la densidad de flujo magnético principal  $B_0$  durante el ciclado de campo y la amplitud del campo RF  $B_1$  en distintos intervalos de tiempo de un ciclado típico [15].

$B_r$ , la magnetización  $M_z$  tiene una magnitud inicial igual a la magnetización de equilibrio  $M_0$  en el campo de polarización  $B_p$  como:  $M_z(0) = M_0(B_p)$  si se ignoran posibles pérdidas de relajación durante el tiempo  $(\Delta t)_d$ . Luego, la magnetización  $M_z$  evoluciona hacia la magnetización de equilibrio  $M_0(B_r)$  en el campo de relajación  $B_r$ , de acuerdo con las ecuaciones de Bloch:

$$M_z(\tau) = M_0(B_r) + [M_0(B_p) - M_0(B_r)] e^{-\tau/T_1(B_r)}. \quad (1.16)$$

Al finalizar el intervalo de relajación  $\tau$ , la magnetización evolucionada  $M_z(\tau)$  se detecta a través de un pulso de RF de  $90^\circ$  (figura 1.4), u otra secuencia adecuada de pulsos. La detección de la señal de RMN se ejecuta después del tiempo de conmutación  $(\Delta t)_u$ , durante el cuál la densidad de flujo magnético  $B_0$  se conmuta desde el campo de relajación  $B_r$  al campo predefinido de detección  $B_d$ . Para el tiempo de conmutación  $(\Delta t)_u$  también la duración debe ser lo menor posible para evitar una pérdida excesiva de la magnetización  $M_z(\tau)$ . La duración  $t_d$  del campo de detección  $B_d$  se puede mantener relativamente corta comparado con las duraciones de los otros campos ( $B_p$ ,  $B_r$ ) porque la adquisición del FID solo demora algunos milisegundos en la mayoría de los casos. Posteriormente, después de la detección de la señal, se repite el ciclado de campo y se reinicia  $B_0$  el campo de polarización  $B_p$ . Es posible interrumpir el ciclo de campo por un período, con el fin de regular el ciclo útil, y con ello la exigencia térmica del aparato. La medición del tiempo longitudinal de relajación  $T_1(f_r)$  a un campo seleccionado de relajación  $B_r$  se logra mediante el incremento del intervalo de relajación  $\tau$ , en repeticiones sucesivas del ciclado del campo. De ésta manera, se graba la magnetización  $M_z(\tau)$  de cada intervalo de relajación  $\tau$ , mientras que el intervalo es variado dentro de un rango seleccionado

$\tau_{min} \leq \tau \leq \tau_{max}$  dentro de cada ciclo. La curva resultante de magnetización  $M_z(\tau)$  se ajusta mediante la formula:

$$M_z^{detected}(\tau) = M_z^\infty + \Delta M_z^{eff} e^{-\tau/T_1} \quad (1.17)$$

dónde  $\Delta M_z^\infty$ ,  $\Delta M_z^{eff}$ , y  $T_1$  son parámetros del ajuste de dónde se obtiene el tiempo longitudinal de relajación  $T_1$ . En caso de que la magnitud de la densidad de flujo magnético  $B_r$  se acerque a la densidad de flujo magnético  $B_p$ , la magnetización  $\Delta M_z^{eff}$  se torna despreciable (ver ecuación 1.17). En este caso, es más conveniente iniciar el ciclo sin campo de polarización  $B_p$ .

$$M_z^{detected}(\tau) = M_z^\infty - \Delta M_z^{eff} e^{-\tau/T_1}. \quad (1.18)$$

Durante el ciclado de campo, los dos tiempos de conmutación  $(\Delta t)_d$  y  $(\Delta t)_u$  adquieren importancia, dado que reducen el rango dinámico de la variación del decaimiento de relajación, y por lo tanto, la precisión experimental. En otras palabras, la limitación del experimento con respecto a los intervalos de conmutación  $\Delta t$ , está dada por el requisito de que  $\Delta M_z^{eff}$  tiene que ser lo suficientemente alta para permitir una evaluación precisa de la evolución de la magnetización [15].

### 1.2.3. Instrumentación Básica.

El hecho de que la densidad de flujo magnético  $B_0$  no es fija sino ciclada durante un experimento, implica consecuencias en la instrumentación asociada. La figura 1.7 muestra un diagrama en bloques con todos los componentes necesarios de un aparato de campo ciclado, donde los cuadros grises indican las componentes que están desarrolladas especialmente para éste método.

Las demandas impuestas a estos aparatos se pueden deducir directamente del esquema de ciclado de campo de la figura 1.6. Por un lado, se desean densidades de flujo magnéticas  $B_0$  lo más altas posibles para lograr altos campos de polarización  $B_p$  y detección  $B_d$  durante el ciclo. Esto mejora la relación señal-ruido ( $S/N$ ) de las señales detectadas. Por otro lado, se desean campos de relajación  $B_r$  lo más bajos posibles, pues el rango entre la densidad realizable de flujo magnético más alta, y de la densidad realizable de flujo magnético más baja, determina el rango dinámico del instrumento. Otra demanda es el logro de rápidos y reproducibles tiempos de conmutación  $\Delta t$  para evitar excesivos cambios en la magnetización durante del proceso de conmutación. En general, el logro de rápidos tiempos de conmutación  $(\Delta t)_d$  de un campo alto a un campo bajo, resulta más fácil de lograr que rápidos tiempos de conmutación  $(\Delta t)_u$  de un campo bajo a un campo

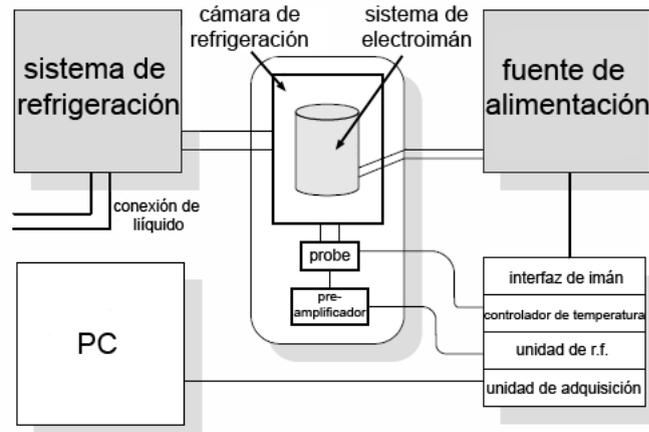


FIGURA 1.7: Diagrama en bloques de un aparato FFC [49]. Los cuadros gris representan los componentes que están especialmente desarrollados para el método de FFC-NMR.

alto. Además, la uniformidad espacial de campo  $\Delta B/B$  tiene que ser suficientemente razonable para permitir la detección de la señal de RMN. En general, la uniformidad de campo  $\Delta B/B$ , por lo menos para el campo de detección  $B_d$ , debe exhibir una buena estabilidad y reproducibilidad de  $\Delta B/B \approx 10^{-5}$ . Todas las demandas deben ser reproducibles durante cada ciclo de campo del experimento, y determinan el funcionamiento del aparato.

Estas premisas influyen en el diseño del sistema de electroimán, su fuente de alimentación y su sistema de refrigeración. La circunstancia de que la densidad de flujo magnético  $B_0$  generado mediante el sistema de electroimán tiene que estar conmutado en cortos intervalos de tiempo, previene el uso de tecnología basada en materiales superconductores [16]. Por ésta razón, han predominado los sistemas basados en electroimanes resistivos. En los casos de electroimanes con núcleo de aire, el sistema de refrigeración se torna crítico, debiendo mantener el estrés térmico la temperatura del dispositivo dentro de los límites adecuados.

La función de la fuente de alimentación es controlar la potencia aplicada  $P$ , de manera que genere la corriente  $I$  necesaria para establecer la secuencia de campo deseada. Muy importante, en conjunto con el sistema de electroimán, es también el logro de rápidos tiempos de conmutación  $\Delta t$ . La combinación de alto flujo magnético  $B_0$ , con rápidos tiempos de conmutación  $\Delta t$ , implica en general el uso de alta potencia. Sin embargo, aparte del hecho de que la alta potencia es costosa, también produce mucho calor, el cual debe ser extraído mediante el sistema de refrigeración, por otro lado requiere mayores prestaciones de seguridad y diseños correctamente dimensionados con el fin de

no sobrepasar la vida útil y la estabilidad del aparato. Como consecuencia, estos instrumentos solo pueden proveer un compromiso entre las densidades realizables de flujo magnético  $B_0$  y los tiempos realizables de conmutación  $\Delta t$ , en armonía con el rendimiento del sistema de refrigeración, y logrando la reproducibilidad necesaria del ciclado de campo (sistema de control) [15, 16].

Desde éste punto de vista, el sistema electroimán de un aparato de FFC-NMR tiene que ser considerado como uno de los componentes más importantes. Este trabajo enfoca solo la tecnología de sistemas de electroimanes para FFC-NMR. En función de ello, una discusión detallada sobre los otros componentes que conforman estos aparatos no está incluida.

## Capítulo 2

# Sistemas de electroimanes para RMN con ciclado rápido de campo magnético

### 2.1. Aspectos Generales

Cuando se trata de definir el rendimiento total de cualquier aparato FFC, las propiedades del electroimán son determinantes [15, 25, 30, 49–57]:

- máxima densidad del flujo magnético para una dada potencia ( $B_{max}(P)$ )
- velocidades rápidas de conmutación de la densidad del flujo magnético ( $dB/dt$ )
- homogeneidad espacial razonable dentro de un cierto volumen de interés ( $\Delta B/B$ )

#### 2.1.1. Limitaciones Físicas

Los requisitos mencionados anteriormente están relacionados entre ellos, por lo que la optimización en conjunto es un problema dónde debemos hacer un compromiso. Para comprender esta interrelación, puede considerarse la discusión implementada en el trabajo de Noack [25]. La discusión se basa en la simplificación de considerar un solenoide como un posible sistema de electroimán. Para un solenoide con un largo  $l$ , un radio  $r$  y  $n$  número de vueltas, la componente axial de la densidad de flujo magnético  $B_0$  cerca del centro y sobre el eje del solenoide está dada por la formula conocida [58]:

$$B_0 = \mu_r \mu_0 \frac{nI}{l[1 + (r/l)^2]^{1/2}} \quad (2.1)$$

donde  $\mu_0$  representa la permeabilidad del vacío y  $\mu_r$  representa la permeabilidad relativa. De la fórmula 2.1 es evidente que para lograr densidades altas de flujo magnético  $B_0$  es necesario seleccionar una geometría adecuada del solenoide, una alta corriente  $I$  y, en caso de que sea posible, un medio con alta permeabilidad relativa  $\mu_r$ . La corriente  $I$  que fluye a través del solenoide depende de la potencia  $P$  disponible de la fuente de alimentación y la resistencia  $R$  del solenoide. El último parámetro se discutirá más tarde en detalles por su gran importancia en el diseño de un aparato FFC. Volviendo a la discusión de Noack [25], las velocidades máximas de conmutación de la densidad de flujo magnético  $(dB_0/dt)_{max}$ , en el caso más simple, puede analizarse utilizando un circuito eléctrico que contiene solo una fuente de alimentación y un solenoide (figura 2.1). En el circuito eléctrico que se muestra en la figura 2.1, cuando el interruptor (switch)

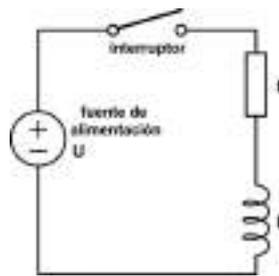


FIGURA 2.1: Circuito eléctrico con la fuente de alimentación ( $U$ ) y el solenoide ( $R, L$ ).

esté cerrado se cumple:

$$0 = U - RI - L \frac{dI}{dt} \quad (2.2)$$

lo que resulta, reorganizando la expresión anterior:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{U - RI}{L}. \quad (2.3)$$

Es obvio, debido a la ley de inducción de Faraday, que la inductancia  $L$  del solenoide disminuye la variación temporal de la corriente  $dI/dt$  cuando se aplica un voltaje  $U$  al circuito eléctrico. Para un solenoide simple, la inductancia  $L$  puede ser calculada mediante [58]:

$$L = \mu_r \mu_0 \frac{n^2 \pi r^2}{l}. \quad (2.4)$$

Las ecuaciones 2.1, 2.3 y 2.4 muestran claramente que la densidad de flujo magnético  $B_0$  y la máxima velocidad de conmutación de la densidad de flujo magnético  $(dB_0/dt)_{max}$ , lo cuál depende a su vez de la variación temporal de la corriente  $dI/dt$ , no pueden ser maximizadas en conjunto. Para lograr una mayor simplicidad, supongamos un campo magnético constante  $B_0$  dentro de todo el volumen  $V$  del solenoide, de manera de relacionar la inductancia  $L$  con la densidad de flujo magnético  $B_0$  y la corriente  $I$  mediante la densidad de energía magnética  $LI^2/(2V) = B_0^2/(2\mu_0\mu_r)$ . Junto con la suposición  $r \ll l$

y con la máxima variación temporal de la corriente  $dI/dt$ , es posible expresar la densidad de flujo magnético  $B_0$  y la máxima velocidad de conmutación de la densidad de flujo magnético  $(dB_0/dt)_{max}$  como:

$$B_0 = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r L}{V}} I \quad (2.5)$$

$$\left(\frac{dB_0}{dt}\right)_{max} = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r}{LV}} U. \quad (2.6)$$

Estas ecuaciones sugieren que es necesario encontrar un compromiso entre la densidad máxima de flujo magnético  $B_0$  y la máxima velocidad de conmutación de dicho flujo magnético  $(dB_0/dt)_{max}$ !

La última discusión solo cubrió dos de los tres requisitos para aparatos FFC, sin contemplar la homogeneidad espacial de la densidad de flujo magnético,  $\Delta B/B$ , dentro del volumen de interés. Cualitativamente, se puede argumentar que un electroimán que posea una longitud favorable respecto al diámetro, facilitará una mayor homogeneidad a lo largo del eje de simetría axial. La pérdida de la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  aumenta generalmente en los bordes de la geometría del electroimán. Sin embargo, un electroimán con tales características no es deseable, pues entra en conflicto con la maximización de la densidad realizable de flujo magnético  $B_0$ , y la máxima velocidad realizable de conmutación de la densidad de flujo magnético  $(dB_0/dt)_{max}$  (ver ecuaciones 2.5 y 2.6). Este hecho complica además el procedimiento de optimización, pues no solo resulta importante encontrar un compromiso entre el máximo  $B_0$  y el máximo  $(dB_0/dt)_{max}$ , sino también hay que encontrar un compromiso razonable entre estos dos requisitos y  $\Delta B/B$  dentro de un cierto volumen de interés. Existen varios métodos que permiten resolver este problema. Se les presentará y discutirá en detalles en las siguientes secciones.

### 2.1.2. Limitaciones Técnicas

Aparte de las limitaciones físicas discutidas, es muy importante tener en cuenta que también existen varias limitaciones técnicas. Estas tienen su origen en el suministro de altas corrientes  $I$  al electroimán, y aparejado a esto, el calentamiento del mismo, además de limitaciones relacionadas con la ingeniería de la realización práctica del electroimán. Otro punto importante son los circuitos eléctricos que permiten la variación de la corriente suministrada  $I$  para ciclar la densidad de flujo magnético  $B_0$ , como se muestra en la figura 1.6. Un análisis detallado de la dependencia de la corriente con el tiempo  $I(t)$  dentro del sistema de electroimán da un mejor entendimiento de la relación entre

las limitaciones físicas y técnicas. Esta relación temporal de la corriente  $I(t)$  dentro del circuito eléctrico es analizado en la figura 2.2. Este circuito es un ejemplo simple de cómo se logra la variación temporal de la corriente  $dI/dt$  [25], que está dada por la ecuación 2.3. En caso de que el interruptor (switch) dentro del circuito eléctrico quede cerrado, la fuente de alimentación (con el máximo voltaje  $U_{max}$ , máxima corriente  $I_{max}$  y máxima potencia  $P_{max} = U_{max} \cdot I_{max}$ ) suministra una corriente en el solenoide ( $R, L$ ). Esto se puede observar al prender la corriente  $I_{on}(t)$  y junto con las condiciones iniciales de que al  $t = 0$  la corriente tiene la intensidad  $I_{on}(0) = 0$ , se puede resolver la ecuación diferencial 2.3 [59] que resulta en la siguiente expresión:

$$I_{on}(t) = \frac{U_{max}}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \quad (2.7)$$

La constante de tiempo  $\tau$  en ésta ecuación está definida como  $\tau_{on} = L/R$ , dónde  $R$  es la resistencia y  $L$  es la inductancia del solenoide en la función exponencial de la ecuación 2.7. La corriente máxima alcanzable en el sistema de electroimán (circuito eléctrico) para una determinada potencia  $P_{max}$  está dada por  $I_{max} = U_{max}/R$ . En el caso de que la corriente  $I(t)$  esté conmutada de un valor inicial  $I(0)$  a un valor de corriente de  $I(t) = 0$  no es de importancia, porque depende generalmente más de los circuitos eléctricos usados que del sistema de electroimán ( $R, L$ ). La ecuación 2.7 está representada en la figura 2.2. En esta figura los valores están dados en unidades arbitrarias pero el gráfico muestra valores múltiples de la resistencia del solenoide  $R$  [25]. En adición, la ecuación 2.7 se muestra nuevamente, pero esta vez con múltiples valores de inductancia  $L$  y de voltaje máximo  $U_{max}$  (figura 2.3). A través de este ejemplo se pudo observar que para maximizar la intensidad alcanzable de corriente  $I_{max}$  que fluye a través del solenoide para una dada potencia  $P$ , la resistencia de solenoide  $R$  tiene que ser lo más pequeña posible. Se puede ver también que es posible lograr rápidas velocidades de conmutación de la corriente  $I_{on}(t)$  con bajas resistencias  $R$ . La figura 2.3 (A) muestra

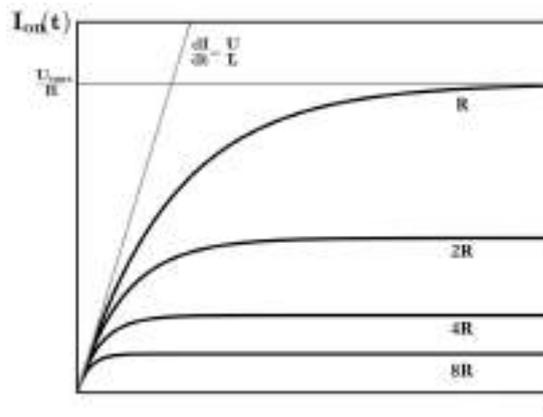


FIGURA 2.2:  $I(t)$  según la ecuación 2.7 [25]. El gráfico muestra (en unidades arbitrarias) múltiples variaciones de la resistencia del electroimán  $R$ . El voltaje  $U_{max}$  y la inductancia  $L$  permanecen constantes.

que bajos valores de inductancias  $L$  son favorables cuando se desea lograr variaciones rápidas de la corriente  $I_{on}(t)$ . Esto significa que el sistema de electroimán no puede tener una alta permeabilidad relativa  $\mu_r$  [25]. Esta es sólo una de las razones por la que el uso de sistemas de electroimanes con núcleo de aire es más conveniente para aparatos FFC. Otra razón es que la permeabilidad relativa  $\mu_r$  de materiales ferromagnéticos ( $\mu_r \gg 1$ ) depende de la magnitud del campo magnético ( $\mu_r(H)$ ). Este comportamiento no lineal de  $\mu_r(H)$ , que se describe mediante las curvas de histéresis [58], añade más dificultades a la múltiple reproducción de la secuencia de ciclado de campo (ver figura 1.6) [56]. Sin embargo, existen varios sistemas de electroimanes FFC que contienen materiales ferromagnéticos [57, 60], los que serán discutidos más tarde. En la figura 2.3 (B) la

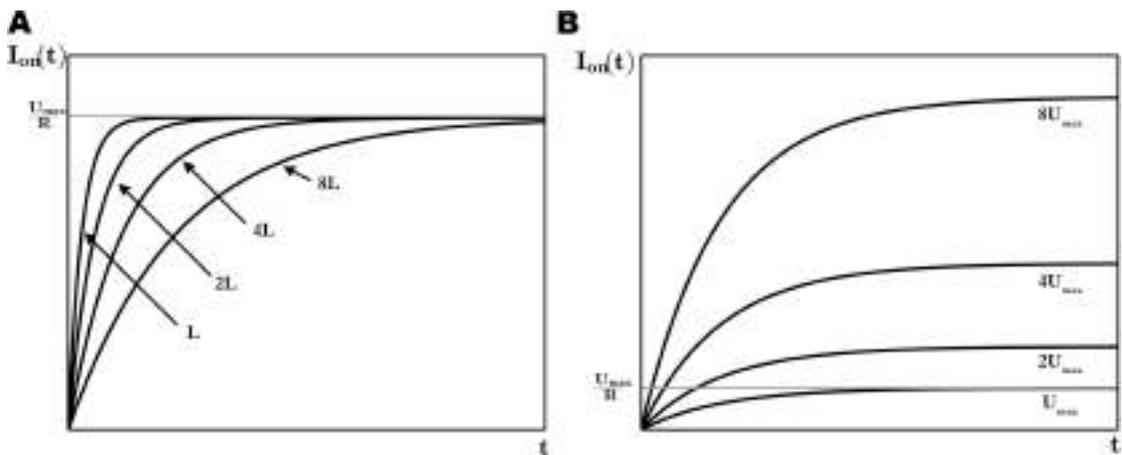


FIGURA 2.3:  $I(t)$  según la ecuación 2.7. Los gráficos tienen unidades arbitrarias de múltiples variaciones de la inductancia del electroimán  $L$  (A) y múltiples variaciones del voltaje máximo  $U_{max}$ . El valor de la resistencia de electroimán  $R$  se mantiene constante.

ecuación 2.7 está representada para distintos valores de voltaje máximo  $U_{max}$ . Esto es equivalente a la ecuación representada para distintos valores de la potencia  $P_{max}$  de la fuente de alimentación. De éste modo se puede argumentar que es posible aumentar la variación temporal de la corriente  $dI_{on}/dt$  como también así el valor máximo de la corriente  $I_{max}$  independientemente de los parámetros del sistema de electroimán, y solo mediante el aumento de la potencia disponible  $P$  de la fuente de alimentación. Además del hecho que las fuentes de alimentación serían enormes y costosas, hay que considerar también el calentamiento debido al efecto joule [61]:

$$P = I(t)^2 R \tag{2.8}$$

el uso de alta potencia excesiva  $P$  complica seriamente la refrigeración del electroimán. La ecuación 2.8 demuestra además que la resistencia  $R$  debe ser razonablemente baja para los experimentos FFC.

Todas esas características electrotérmicas del electroimán, aparte de la permeabilidad relativa  $\mu_r$ , dependen de la geometría/disposición del conductor. Esto se puede demostrar mediante un análisis de los parámetros del electroimán, que se cuantifica mediante un conductor con una geometría y disposición arbitraria. De esta manera se expresa la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  mediante un factor geométrico  $\mathbf{C}(\mathbf{r})$  que solo depende de la geometría/disposición del conductor:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mu_r I \mathbf{C}(\mathbf{r}) \quad (2.9)$$

Otro parámetro cuantificable que se relaciona mediante la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  y depende del factor geométrico  $\mathbf{C}(\mathbf{r})$  es la inductancia  $L$  [62]:

$$L = \frac{\psi}{I} = \frac{\int_{\mathbf{s}} \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}}{I}. \quad (2.10)$$

En la ecuación,  $\psi$  es el flujo magnético total a través de la superficie  $\mathbf{s}$  que rodea al conductor. Mediante la combinación de las ecuaciones 2.9 y 2.10 se puede expresar la inductancia  $L$ :

$$L = \mu_0 \mu_r \int_{\mathbf{s}} \mathbf{C}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}. \quad (2.11)$$

Estas ecuaciones son más generales que las 2.1 y 2.4. El último parámetro que depende de la geometría/disposición de conductor es la resistencia del electroimán  $R$ . En este caso se aplica la fórmula conocida [63]:

$$R = \rho \frac{l}{A}, \quad (2.12)$$

donde  $\rho$  representa la resistividad eléctrica del material,  $A$  la sección transversal y  $l$  el largo del conductor. De las ecuaciones 2.9, 2.11 y 2.12 es obvio que las características del electroimán están directamente relacionadas con su geometría/disposición.

Aparte de los parámetros  $B_{max}(P)$  y  $(dB/dt)_{max}$  hay otros puntos importantes a tener en cuenta, como una homogeneidad espacial razonable del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro de un volumen de interés. Este parámetro sólo depende de la geometría o disposición del medio conductor. Además, la geometría debe ser compatible con mecanismos eficaces de refrigeración, y técnicamente factible.

En conclusión, desde del punto de vista técnico, un electroimán apropiado debe poseer las siguientes características:

- resistencia mínima  $R$

- inductancia mínima  $L$
- núcleo de aire
- adecuada geometría/disposición de conductor.

Cuanto más baja sea la resistencia  $R$  del electroimán, mayor es la corriente máxima  $I_{max}(P_{max})$  que fluye a través del mismo. Esto conlleva a altas densidades realizables de flujo magnético  $B_{max}(P)$  y favorece velocidades de conmutación del campo magnético  $(dB/dt)_{max}$  más rápidas. Además, una resistencia mínima  $R$  es ventajosa considerando la refrigeración del sistema. Una baja inductancia  $L$  es necesaria para lograr rápidas velocidades de conmutación del campo magnético  $(dB/dt)_{max}$ . Esta es una de las razones por las que los sistemas de electroimanes con un núcleo de aire ( $\mu_r \approx 1$ ) son preferidos, ya que la inductancia  $L$  depende linealmente de la permeabilidad relativa  $\mu_r$  del material. La segunda razón es debido a la respuesta no-lineal de la permeabilidad relativa  $\mu_r(H)$  de los materiales ferromagnéticos que complicaría el control del ciclado de campo. Esto a su vez proporciona grandes desventajas en el diseño de un sistema de electroimán de FFC-NMR, que podrían ser compensadas mediante la obtención de una alta permeabilidad, todo esto implica un bajo consumo de potencia y con ello una baja complejidad de las consideraciones de refrigeración. La geometría/disposición de conductor es en realidad el punto crucial en la lista, pues determina los parámetros eléctricos del sistema de electroimán además de la distribución espacial del campo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  dentro del volumen de interés.

## 2.2. Métodos particulares de optimización para electroimanes de RMN con ciclado rápido de campo magnético

La idea de optimizar sistemas de electroimanes tiene una larga tradición y surgió de la motivación de encontrar un sistema de electroimán ideal para cualquier propósito imaginable. En la mayoría de los casos, la estrategia de optimización se propone optimizar al menos uno de los tres requisitos: rápidas velocidades de conmutación  $dB/dt$ , densidad máxima de flujo magnético  $B_{max}(P)$ , homogeneidad espacial razonable  $\Delta B/B$ . A continuación se discuten los trabajos más importantes en relación a esta tesis.

Los primeros métodos de optimización para sistemas clásicos de electroimanes de campos altos conllevaron a sistemas de electroimanes con alta eficiencia pero pobre homogeneidad espacial [64, 65]. Uno de los parámetros más optimizados de estos métodos es el

factor de Fabry  $G(\alpha, \beta)$  [65, 66]. Éste representa el impacto de los parámetros geométricos completos (radio interno  $r_i$ , radio externo  $r_o$ , largo  $l$ ) de un solenoide cilíndrico con una densidad de corriente  $J$  uniforme o no-uniforme a través del mismo para la generación de una densidad de flujo magnético  $B$ . La interrelación es la siguiente:

$$B = \mu_r \mu_0 G(\alpha, \beta) \sqrt{\frac{P\lambda}{\rho r_i}} \quad (2.13)$$

dónde los otros parámetros son: potencia eléctrica  $P$ , factor de empaquetamiento del bobinado  $\lambda$ , resistividad eléctrica  $\rho$ . La ventaja de la ecuación 2.13 es que recalca la relación entre la potencia eléctrica  $P$  y los parámetros del solenoide para la generación de una densidad de flujo magnético  $B$ . En dicha ecuación, el factor de Fabry  $G$  es definido como [65]:

$$G(\alpha, \beta) = G\left(\frac{r_o}{r_i}, \frac{l}{2r_i}\right) = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{2\pi\beta}{\alpha^2 - 1}} \left( \sinh^{-1} \frac{\alpha}{\beta} - \sinh^{-1} \frac{1}{\beta} \right). \quad (2.14)$$

Este factor de Fabry  $G$ , para un solenoide cilíndrico simple que está conformado por anillos de corriente („elemental loop” en la referencia), sólo depende de la razón del radio interno  $r_i$  y el radio externo  $r_o$  ( $\alpha = r_o/r_i$ ) y el largo del bobinado  $l$  ( $\beta = l/2r_i$ ). Si está trazada para distintas razones de  $\alpha$  y  $\beta$  se puede obtener el valor máximo de  $G(\alpha, \beta) = 0.179$  [67] para los valores de  $\alpha = 3$ ,  $\beta = 2$ . Para otros tipos de bobinados o densidades de corrientes  $J$ , el factor de Fabry  $G(\alpha, \beta)$  se complica más y lleva a otros ya conocidos y más eficientes tipos de electroimanes con una densidad de corriente  $J$  no-uniforme como el tipo de Kelvin ( $G(\infty, \infty) = 0.272$ ), de Gaume ( $G(8, \infty) = 0.232$ ) y de Bitter ( $G(\infty, 2) = 0.209$ ). Estas geometrías combinan bobinas separadas donde el criterio es que cada unidad de potencia aplicada  $P$  debe producir el mismo campo  $B$  a través de cada elemento del solenoide [65]. Estos tres tipos de bobinas representan los sistemas clásicos de electroimanes de campo alto que poseen una alta eficiencia en la relación de campo-potencia  $B/P$ , pero con una distribución de los campos magnéticos  $B(\mathbf{r})$  es extremadamente inhomogénea. Los dos trabajos de Schweikert et al. [51, 52] contienen una discusión más detallada sobre éste tema y se les recomienda para una lectura más extensa.

Entre los métodos utilizados para mejorar la homogeneidad del campos magnético  $B$  en la región central de un electroimán con geometría cilíndrica, uno de los mas efectivos es el introducido por M.W. Garrett [68]. En general, para lograr una buena homogeneidad del campo magnético en la parte central del electroimán mediante un cálculo analítico, hay que expresar  $B$  en una expansión en serie incluyendo las componentes del campo y sus derivadas  $k$ . El método consiste en la eliminación de los componentes y las derivadas pares  $k$  de la serie, dependiendo de la geometría de electroimán. Garrett en sus trabajos expresa las componentes del campo y sus derivadas  $k$  en polinomios de Legendre y

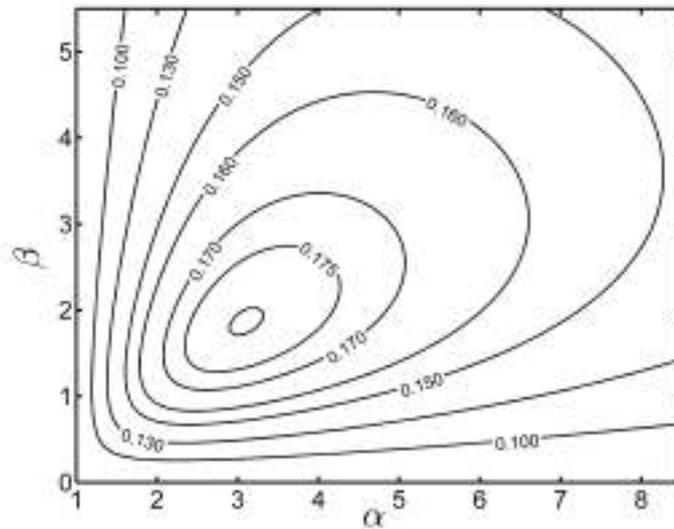


FIGURA 2.4: Factor de Fabry  $G(\alpha, \beta)$  de ecuación 2.14 para un solenoide con densidad de corriente uniforme. La curva de nivel no marcada tiene el valor máximo de  $G(3, 2) = 0.179$  [65].

coeficientes de error [65, 69–71]. Este método resultó muy efectivo para el desarrollo de sistemas de electroimanes [72–77]. Una variante es expresar  $B$  en función de integrales elípticas [78] en vez de los polinomios de Legendre. Este método resultó más efectivo [79, 80] siendo utilizado luego para el desarrollo de otros sistemas de electroimanes [50, 81]. En la figura 2.5 se muestra un ejemplo de un campo magnético  $B$  homogeneizado dentro de un electroimán con el método de optimización de [69]. Las curvas de nivel de error del campo magnético  $B$  están generadas mediante la combinación del segundo y cuarto orden de error. Este ejemplo se eligió porque refleja la distribución de campo magnético  $B$  en un sistema-notch de electroimán optimizado.

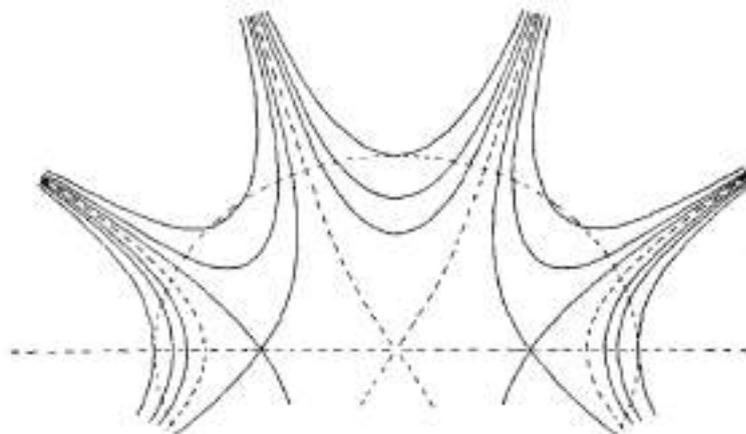


FIGURA 2.5: Curvas de nivel de error de un campo magnético  $B$  en un plano generado mediante la combinación de la eliminación de segundo y cuarto orden. [69].

Un problema que tienen estos métodos de optimización es que para desarrollar la expansión en series del campo magnético  $B$  en función de las componentes de campo y sus derivativas  $k$ , la geometría del conductor tiene que exhibir un plano de simetría (por lo menos una geometría axial). Sin embargo, cuando se consideran solenoides cilíndricos, la geometría real de conductor es generalmente realizada mediante la creación de caminos helicoidales del conductor (p. ej. solenoide enrollado), pero las hélices no poseen un plano de simetría. Este problema está presentado con más detalles en la sección 2.4.

Cuando se quiere combinar una estrategia para lograr un factor de Fabry alto  $G(\alpha, \beta)$  junto con la generación de una distribución homogénea de campo, se observa que el  $G(\alpha, \beta)$  se deteriora debido a la optimización de homogeneización. Esta circunstancia tiene su origen en el hecho de que un sistema de electroimán con un campo magnético no homogéneo y de alto valor  $B$  tiene un campo magnético intenso  $B$  concentrado en un punto específico que disminuye rápidamente los pequeños valores, mientras que la generación de campos magnéticos homogéneos amplios  $B$  requieren energía adicional [52].

La satisfacción simultánea de los tres requisitos mencionados está limitada por relaciones no-lineales entre las variables que intervienen [73, 81]. También existen otras aproximaciones que trataron de incluir la inductancia  $L$  en el método de optimización [50, 82]. Uno de ellos llevó a la realización de un sistema de electroimán que es considerado como el primer sistema de electroimán apto para el ciclado rápido de campo magnético con alta homogeneidad espacial [50]. Su método de optimización se presentará en el sección 2.3.2.

### **2.3. Sistemas de electroimanes existentes para RMN con ciclado rápido de campo magnético**

En ésta sección, solo se discutirán en detalle los métodos de optimización que tratan de cubrir la problemática de los sistemas de electroimanes para ciclado rápido de campo en su totalidad. Sin embargo, por su simplicidad presentaremos primero un sistema de electroimán basado en un cuerpo ferromagnético de Plendl et al. [57] para discutir la idea del uso de sistemas de electroimanes que poseen un  $\mu_r(H)$  no lineal. Después, se revisarán los sistemas de electroimanes que poseen núcleos de aire [50, 51, 55]. Todos los sistemas de electroimanes optimizados tienen en común, que cada método de su optimización busca la geometría/disposición del conductor óptima para sus estrategias de diseño.

### 2.3.1. Sistemas de electroimanes con núcleo ferromagnético

El motivo fundamental del uso de metales ferromagnéticos para sistemas de electroimanes es que nos brinda la posibilidad de reducir considerablemente el consumo de potencia del aparato, y por consiguiente la complejidad de la fuente de alimentación y las consideraciones de refrigeración. De éste modo se permiten diseños de aparatos más económicos. En la literatura están disponibles unos pocos artículos que tratan sobre ello. Estos trabajos son de Sousa et al. [60, 83] y Plendl. et al. [57]. Dado que solo [57] contiene una descripción detallada del método de optimización del sistema de electroimán y su rendimiento durante los experimentos de FFC, solo éste trabajo es considerado para la discusión en nuestro proyecto.

La estrategia de diseño de Plendl et al. [57] se basa en un imán dipolo que contiene un yugo de hierro el cuál se magnetiza mediante dos bobinas. A fin de obtener la mejor homogeneidad  $\Delta B/B$  del campo magnético  $B$  dentro de un volumen de interés, se utilizaron caras polares con una alta permeabilidad relativa  $\mu_r$ . En la figura 2.6 se muestra el diseño del sistema. La forma de las caras polares se optimizaron mediante una aproximación de potencial escalar [84] dando como resultado una mejor homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$ . Una descripción más detallada se encuentra en el trabajo original [57]. El método de optimización solo tiene en cuenta cinco puntos de

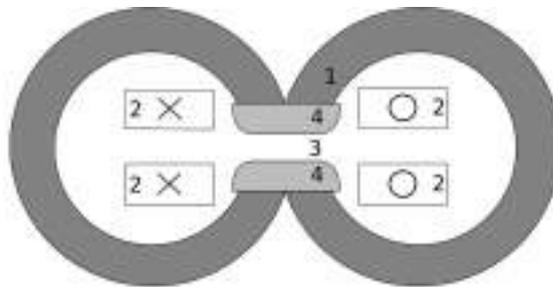


FIGURA 2.6: Corte sección del sistema de electroimán: (1) yugo de hierro, (2) bobinas, (3) espacio de aire, (4) una sola dimensión. [57]

campo magnético  $B$  a lo largo del eje de simetría. Esto significa que éste método solo considera una sola dimensión para la optimización de la homogeneidad y no tres, como sería necesario para cubrir un volumen. A través de éste procedimiento, se obtuvo una distribución bidimensional del campo magnético  $B$  con una homogeneidad  $\Delta B/B$  con valor cuadrático medio de 150 ppm.

Para la construcción de éste diseño, el yugo de hierro que consiste en cinco anillos de una aleación permeable de hierro (Vitroperm 500F) fue hecho de finos cortes de metal para evitar la inducción de corrientes de Foucault durante la conmutación. Las caras polares fueron fabricadas de un polvo no conductor de hierro para evitar corrientes de Foucault también. Debido a la gran influencia de las caras polares en la uniformidad del

campo magnético, una precisa mecanización y un alineamiento exacto fueron decisivo para el rendimiento final del sistema de electroimán. Así mismo, fue también necesario un procedimiento de mecanización simultáneo de cinco ejes que aseguraran errores de forma de solo  $3 \mu\text{m}$ . Las características del imán logrado se muestran en la tabla 2.1.

Sin embargo, como ya se ha mencionado antes, el método de optimización usado para maximizar la uniformidad del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés no le podemos considerar óptimo, ya que sólo se consideran cinco puntos en un eje de simetría del sistema del electroimán.

$B_{max}$ (2.19 kW)	0.58 T
$R$	35 m $\Omega$
$L$	1200 $\mu\text{H}$
$(dB/dt)_{max}$ ( $P \approx 310 \text{ A} \cdot 350 \text{ V}$ )	0.55 T/ms

CUADRO 2.1: Características del sistema de electroimán de Plendl et al. [57].

Otra problemática que presenta la permeabilidad relativa no lineal  $\mu_r(H)$  del material es la reproducibilidad de la intensidad del campo magnético  $B$  durante distintos experimentos. Se mostró que el error parece ser menor al 1% y solo es significativo para campos bajos de evolución  $B_r$ . Aun así, el yugo de hierro se satura a una corriente de  $I \approx 225 \text{ A}$  correspondiente a un campo magnético máximo de  $B_{max} = 0.58 \text{ T}$ , claramente menor al esperado  $B_{max} = 1 \text{ T}$ . Además, la inductancia  $L$  es bastante alta comparada con sistemas que poseen núcleos de aire. La velocidad máxima de conmutación de  $0.55 \text{ T/ms}$  es notablemente rápida, pero fue lograda con una potencia disponible de  $P \approx 108.5 \text{ kW}$  durante el proceso de conmutación! Este caso representa un ejemplo, que ya fué discutido en la sección 2.1.2, dónde la velocidad de conmutación puede ser aumentada mediante un incremento de la potencia empleada durante la conmutación, mas allá de las características eléctricas del electroimán. Sin embargo, la velocidad máxima de conmutación sin este "truco" sería lenta comparada con otros electroimanes existentes. Estas limitaciones serán discutidas en secciones posteriores.

En general, los sistemas de electroimanes con núcleo de hierro son escasamente utilizados para RMN con ciclado rápido de campo. Esto se debe al hecho de que sistemas de electroimanes con núcleo de aire llegan a densidades de flujo magnético  $B_{max}$  mucho más altas con velocidades de conmutación  $dB/dt$  más rápidas sin el uso de circuitos eléctricos especiales (como asistencia capacitiva).

### 2.3.2. Sistemas de electroimanes tipo "Notch"

El método de optimización más antiguo para electroimanes FFC es el método de Grössl et al. [50]. Es el método más sencillo presentado en éste trabajo. La idea general fue retomada y renovada por nosotros.

El método de optimización considera un solenoide simple como la geometría para el sistema del electroimán. Para ésta geometría, en primer lugar se optimiza la velocidad de conmutación  $dB/dt$  y la densidad de flujo magnético máxima  $B_{max}$ . En segundo lugar, se optimiza la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés mediante la instalación de una cavidad (Notch) dentro del solenoide. Como resultado, la geometría del sistema final del electroimán contiene más parámetros geométricos que un solenoide ordinario, como muestra la figura 2.7.

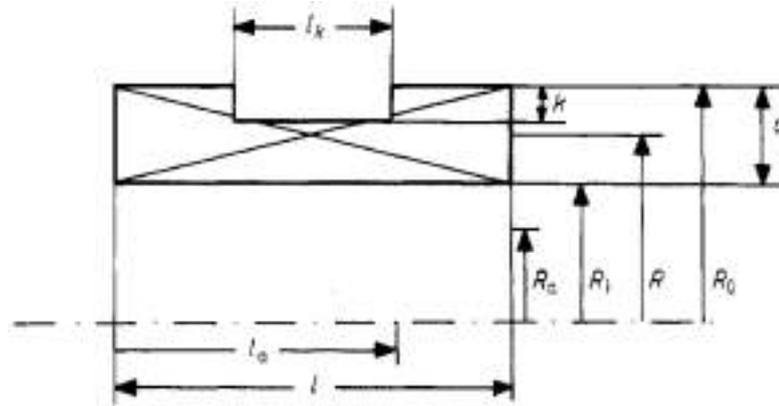


FIGURA 2.7: Vista media transversal de un sistema de electroimán con conductores de Notch junto con los parámetros geométricos para su optimización [50].

El cálculo y la optimización del campo magnético  $B$  está hecho mediante una expansión en serie con respecto al centro de la bobina [65, 78], donde la densidad de flujo magnético  $B$  sobre el eje  $z$  está expresada como:

$$B(\alpha, \beta, z) = \mu_0 \frac{\lambda}{q} R_i I W(\alpha, \beta, z). \quad (2.15)$$

Los parámetros que intervienen en la ecuación anterior se pueden revisar en detalle en la referencia [50]. El parámetro más importante en este caso, es el parámetro  $W$  que está dado como:

$$W(\alpha, \beta, z) = \beta \left( (1 - z) \ln \left( \frac{\alpha + [\alpha^2 + (2\beta - 2z\beta)^2]^{1/2}}{1 + [1 + (2\beta - 2z\beta)^2]^{1/2}} \right) + z \ln \left( \frac{\alpha + [\alpha^2 + (2z\beta)^2]^{1/2}}{1 + [1 + (2z\beta)^2]^{1/2}} \right) \right) \quad (2.16)$$

dónde  $\alpha$  está definido como  $\alpha = R_0/R_i$  y  $\beta$  como  $\beta = 1/2R_i$ . Para la estimación de la inductancia  $L$  del solenoide, utilizamos la forma factorizada propuesta en los trabajos

[85–87]:

$$L = (\lambda/q)^2 R_i^5 J(\alpha, \beta). \quad (2.17)$$

De mucha importancia es el parámetro  $J$ :

$$J(\alpha, \beta) = 4\beta^2 (\alpha - 1)^2 (\alpha + 1) \left( F - \mu_0 \frac{\alpha - 1}{4\beta} (a + b) \right) \quad (2.18)$$

donde  $a$  y  $b$  son factores numéricos de [85] y  $F$  es un parámetro que debe ser calculado en forma numérica, porque involucra integrales elípticas de primer y segundo orden [88]. Bajo la suposición de que se hayan usado alambres superconductores, y de que la variación de campo magnético sea constante, se encontró una cantidad que hay que optimizar:

$$B\dot{B} = \frac{B^2}{\tau} = \frac{W^2(\alpha, \beta, z = 0.5) \mu_0^2 P}{J(\alpha, \beta) R_i^3} = Q \frac{\mu_0^2 P}{R_i^3} \quad (2.19)$$

con la potencia máxima  $P$ . El factor de forma  $Q$ :

$$Q = \frac{W^2}{J} \quad (2.20)$$

se evalúa numéricamente, y obtenemos la relación entre  $\alpha$  y  $\beta$  (y a partir de éstos, los parámetros geométricos  $R_0$  y  $R_i$ ). Los requisitos de homogeneidad se satisfacen mediante el cálculo de los parámetros de la cavidad (Notch), que son compatibles con los pares de  $\alpha$  y  $\beta$  usando el método de suma total [78].

Este método de optimización se utilizó en un sistema de electroimán tipo Notch fabricado con alambre de cobre, logrando una homogeneidad  $\Delta B/B \approx 10^{-4}$  [53]. Los parámetros eléctricos de este electroimán se muestran en el cuadro 2.2.

$B_{max}(20 \text{ kW})$	2.0 T
$R$	460.0 mΩ
$L$	3200 μH

CUADRO 2.2: Parámetros eléctricos de un sistema de electroimán construido a base de un bobinado de cobre tipo Notch [53].

Cabe mencionar que, en contraste con las ventajas de un método de optimización y construcción simple, se obtienen parámetros eléctricos mediocres y de un alto estrés termo-mecánico debido a la gran disipación de potencia en los alambres.

### 2.3.3. Sistemas de electroimanes helicoidales con paso variable

Uno de los métodos más completos para la optimización de sistemas de electroimanes FFC es el método de Schweikert, Krieg y Noack [51]. Su popularidad es debida a un

exitoso traslado a sistemas comerciales fabricados por la empresa italiana Stelar [24], tecnología que se mantiene hasta la actualidad. Asimismo, varios de éstos electroimanes ya fabricados fueron caracterizados y reportados en la literatura [49, 51, 56]. Esta es la razón por la cuál se presentará una discusión detallada sobre este método de optimización en ésta sección. Otro motivo es que el método de optimización fue mejorado en esta tesis, para lo que se hace necesario un buen entendimiento del problema.

El sistema a optimizar se aproxima por cilindros conductores con núcleo de aire. Están dispuestos en forma coaxial, y cada cilindro representa una capa del sistema electroimán. El procedimiento de optimización provee la posibilidad de optimizar todas las capas en conjunto, o cada capa individualmente. El método se basa en una inversión de la relación campo-corriente (ley de Biot-Savart), para calcular la densidad de corriente  $\mathbf{J}$  que permita generar un campo magnético pre-establecido (target field)  $\mathbf{B}_T$ . Esta metodología ya fué utilizada anteriormente en el cálculo de bobinas de gradiente [89]. Se utiliza el formalismo de Lagrange, con una restricción seleccionable respecto a la homogeneidad de la densidad de flujo magnético  $\Delta B/B$ . La inversión de la relación de Biot-Savart se puede implementar pensando en un número arbitrario de elementos conductores (anillos). De ésta manera se evalúa la densidad de corriente  $\mathbf{J}$  más eficiente para producir un campo suficientemente uniforme  $\mathbf{B}$ , con una geometría ajustable ideal de anillos conductores, que bajo dichas condiciones minimizen la relación potencia/campo  $P/B$ . En ésta sección se hace un esfuerzo para hacer éste método [51] más comprensible al lector.

El método de cálculo considera  $n$  elementos conductores (identificados con el índice  $j$ ). Cada elemento  $j$  posee una resistencia eléctrica  $R_j$  y una cierta corriente  $I_j$  que fluye a través de él. Para el método de cálculo en general, la geometría, la disposición de los elementos  $j$  y sus respectivas corrientes  $I_j$  pueden ser arbitrarias. Para la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  bajo optimización, se definen  $N$  puntos espaciales  $k$  distribuídos dentro del volumen de interés (las posiciones de dichos puntos se determinan antes de realizar el cálculo). Cada corriente  $I_j$  genera, en cada punto espacial  $k$ , una densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}_{jk}$ . En cada punto seleccionado  $k$ , la densidad total de flujo magnético  $\sum_j^n \mathbf{B}_{jk}$  se obtiene a partir de la suma de las  $j$ -contribuciones. La superposición de los campos magnéticos  $\sum_j^n \mathbf{B}_{jk}$  en este punto  $k$ , debe minimizar la diferencia con un campo magnético "de blanco" (target) pre-definido  $\mathbf{B}_{Tk}$ :

$$\epsilon_k(I_j) \equiv \sum_j^n \mathbf{B}_{jk} - \mathbf{B}_{Tk} = 0. \quad (2.21)$$

Simultáneamente, el consumo total de la potencia eléctrica  $P$  disipada en todos los elementos  $j$ :

$$P = \sum_j^n R_j I_j^2 \quad (2.22)$$

debe ser mínimo. La potencia eléctrica mínima  $P$  como una función de las corrientes  $I_j$  y considerando los  $N$  sitios, se puede encontrar mediante el formalismo de Lagrange [90]. De ésta manera se introduce una función que toma los requisitos de homogeneidad  $\Delta B/B$  (ecuación 2.21) como condición accesoria (multiplicado con los multiplicadores de Lagrange  $\lambda_k$ ), minimizandolo con respecto a las corrientes  $I_j$  y los multiplicadores de Lagrange  $\lambda_k$ . La función se puede entender a partir de las ecuaciones 2.22 y 2.21:

$$\Phi(I_j) = \sum_j^n R_j I_j^2 + \sum_k^N \lambda_k \left( \sum_j^n \mathbf{B}_{jk} - \mathbf{B}_{Tk} \right). \quad (2.23)$$

En general, se puede aplicar el procedimiento a campos magnéticos de blanco  $\mathbf{B}_{Tk}$  con una distribución espacial arbitraria, y a elementos conductores con geometrías/disposiciones arbitrarias. Por simplicidad, el cálculo está restringido a las contribuciones sobre el eje  $z$  de las componentes axiales de campo generadas por las corrientes azimutales  $I_{j(\varphi)}$ . Es decir, el método de optimización solo considera la optimización de  $\Delta B/B$  en una sola dimensión, y restringiendo la circulación de corriente a un conjunto de anillos conductores independientes. Sin embargo, estas simplificaciones permiten realizar el cálculo sin recurrir al uso de métodos numéricos, u otros métodos más complejos. Este hecho repercute favorablemente en el costo computacional y tiempo empleado para el cálculo entero, una circunstancia de alta importancia en el momento en que se realizó este trabajo. Dado que se consideran solamente las componentes axiales de la densidad de flujo magnético  $B_{jk(z)}$  y de la densidad de flujo magnético de blanco  $B_{Tk(z)}$ , no es necesario mantener la notación vectorial. La densidad de flujo magnético  $B_{jk(z)}$  depende de las corrientes azimutales  $I_{j(\varphi)}$  y los factores escalares de campo  $A_{jk(z)}$ . Estos factores escalares de campo  $A_{jk(z)}$  están relacionados con la geometría y disposición de los elementos conductores. Son conocidos para varias geometrías circulares [65]. Algunos ejemplos de conductores circulares están dados en la figura 2.8 [51]. Los factores  $A_{jk(z)}$  y las corrientes  $I_{j(\varphi)}$  se relacionan con  $B_{jk(z)}$  como:

$$B_{jk(z)} = A_{jk(z)} I_{j(\varphi)}. \quad (2.24)$$

Con la ecuación 2.24, la función (ecuación 2.23) que se quiere minimizar tiene la siguiente forma:

$$\Phi(I_j) = \sum_j^n R_j I_{j(\varphi)}^2 + \sum_k^N \lambda_k \left( \sum_j^n A_{jk(z)} I_{j(\varphi)} - B_{Tk(z)} \right) - \quad (2.25)$$

Para obtener un sistema de ecuaciones de Lagrange, la función está minimizada según las corrientes de cada segmento  $I_{j(\varphi)}$  y los multiplicadores de Lagrange  $\lambda_k$ . Esto conduce

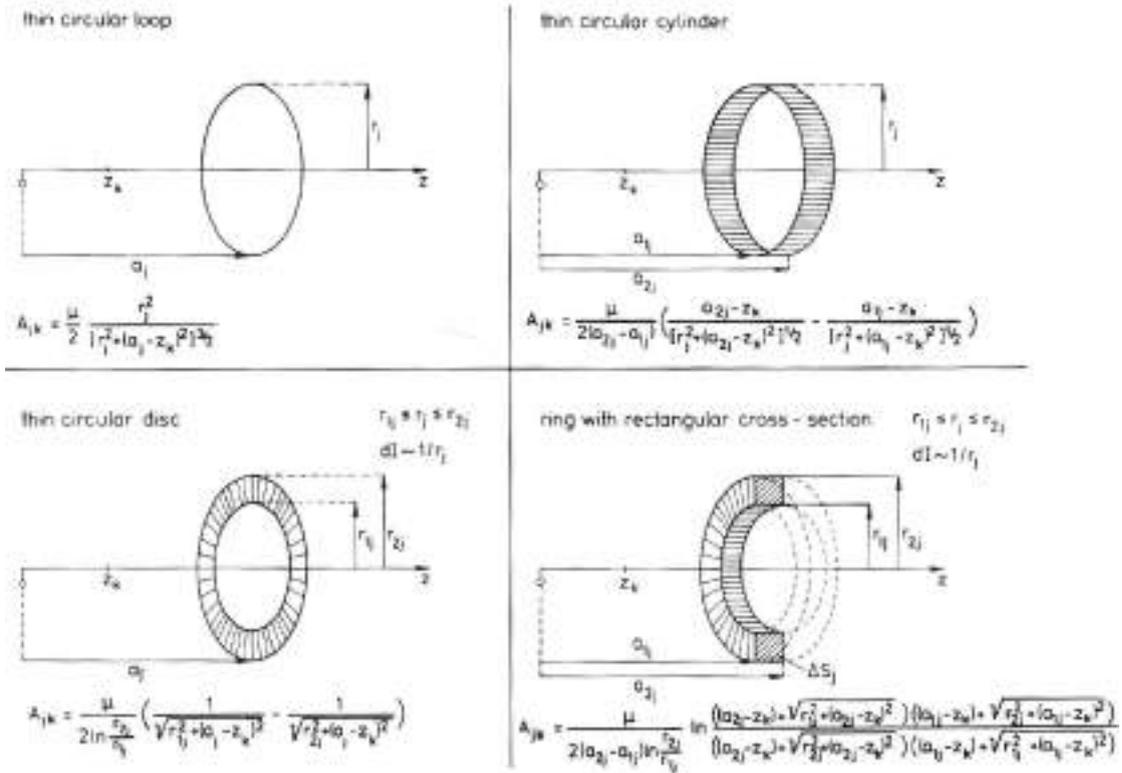


FIGURA 2.8: Ejemplos de elementos conductores y sus respectivos factores escalares  $A_{jk(z)}$  [51]. Se tiene que tener en cuenta que sólo son válidos para puntos sobre el eje  $z$ .

a  $(n + N)$  ecuaciones:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial I_j(\varphi)} = 2R_j I_j(\varphi) + \sum_k^N \lambda_k A_{jk(z)} = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_k} = \sum_j^n A_{jk(z)} I_j(\varphi) - B_{Tk(z)} = 0,$$

donde  $j = 1, 2, \dots, n$  y  $k = 1, 2, \dots, N$ . Todas las ecuaciones tienen una dependencia lineal en las corrientes  $I_j(\varphi)$ . Para las otras componentes de  $\mathbf{B}$ , los sistemas de ecuaciones son análogos. Dado que solo se consideran las componentes axiales ( $z$ ), se omiten los índices ( $r$ ), ( $\varphi$ ) y ( $z$ ) en el futuro. Se deben resolver las ecuaciones de Lagrange para encontrar la distribución más eficiente de las corrientes  $I_j$ . Esto solo es posible cuando la solución de la matriz de las corrientes  $I_j$  pueda ser separada completamente de la matriz de solución de los  $\lambda_k$ , es decir, cuando la matriz sea diagonal a las resistencias  $R_j$ . Esto puede verse con mayor claridad al escribir el sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 2R_1 I_1 \\ 2R_2 I_2 \\ \vdots \\ 2R_n I_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \lambda_1 A_{11} + \lambda_2 A_{12} + \dots + \lambda_N A_{1N} \\ \lambda_1 A_{21} + \lambda_2 A_{22} + \dots + \lambda_N A_{2N} \\ \vdots \\ \lambda_1 A_{n1} + \lambda_2 A_{n2} + \dots + \lambda_N A_{nN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$$\begin{pmatrix} I_1 A_{11} + I_2 A_{21} + \cdots + I_n A_{n1} \\ I_1 A_{12} + I_2 A_{22} + \cdots + I_n A_{n2} \\ \vdots \\ I_1 A_{1N} + I_2 A_{2N} + \cdots + I_n A_{nN} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_{T1} \\ B_{T2} \\ \vdots \\ B_{TN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

reorganizando:

$$\begin{pmatrix} 2R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2R_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2R_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} + \underbrace{\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nN} \end{pmatrix}}_{n \times N} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1N} & A_{2N} & \cdots & A_{nN} \end{pmatrix}}_{N \times n} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} B_{T1} \\ B_{T2} \\ \vdots \\ B_{TN} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

En éstos sistemas de ecuaciones 2.28, las dimensiones de las matrices que contienen los factores  $A_{jk}$  están indicadas para lograr una mayor claridad. Es posible resolverlas cuando la cantidad de restricciones sea más baja que el numero de los parámetros del sistema ( $n > N$ ). Resolviendo este conjunto de ecuaciones se obtienen las corrientes  $I_j$ :

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 2R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 2R_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 2R_n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

y para los  $\lambda_k$ :

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{pmatrix} = \underbrace{\left[ \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1N} & A_{2N} & \cdots & A_{nN} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -2R_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & -2R_n \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1N} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nN} \end{pmatrix} \right]}_{N \times N}^{-1} \begin{pmatrix} B_{T1} \\ B_{T2} \\ \vdots \\ B_{TN} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Las soluciones de los sistemas de ecuaciones 2.29 y 2.30 pueden ser calculadas mediante del uso de las siguientes expresiones:

$$[\lambda_k] = \left[ \sum_j^n \frac{A_{jl} A_{jm}}{2R_j} \right]_{l,m}^{-1} \cdot [B_{Tk}] \quad (2.31)$$

$$I_j = -\frac{1}{2R_j} \cdot \sum_k^N A_{jk} \lambda_k.$$

Esto es una inversión exacta de la relación de campo a corriente de la ley de Biot-Savart para una geometría/disposición de conductor seleccionada. Las corrientes  $I_j$  resultan de una densidad máxima de flujo magnético  $B_{max}$  con una mínima potencia eléctrica aplicada  $P$ , mientras los componentes de campo magnético  $B_{jk}$  aún satisfacen las restricciones de los campos magnéticos de blanco  $B_{Tk}$ . Para obtener un resultado técnicamente útil de éste método de optimización, se consideran anillos con una sección transversal rectangular constante  $\Delta S_j$ , con separaciones finitas  $b$  entre ellos. Debe quedar claro que ésta aproximación no representa una geometría/disposición conveniente en la práctica. Por ésta razón, se introduce un algoritmo que transforma el sistema de anillos en una hélice, a manera de obtener un sistema mecánicamente realizable. El electroimán resultante consiste en un cilindro metálico con un corte helicoidal, dónde el paso de la hélice no es uniforme. Esta conversión del sistema de anillos a una estructura helicoidal se logra mediante tres pasos.

*Primer paso:* Se considera una capa con un diámetro interno de  $2r_1$ , un diámetro externo  $2r_2$  y una longitud de  $2a$  compuesto de  $j = 1, \dots, n$  anillos conductores, cada uno con la misma sección transversal  $\Delta S_j = (a_{2j} - a_{1j})(r_{2j} - r_{1j})$  y una separación  $b$  entre ellos. Los factores escalares del campo  $A_{jk}$  de cada anillo  $j$  se calculan para un punto  $k$  arbitrario sobre el eje  $z$  (ver figura 2.8) [51]:

$$A_{jk} = \frac{\mu}{2(a_{2j} - a_{1j}) \ln(r_{2j}/r_{1j})} \cdot \ln \left( \frac{\left[ (a_{2j} - z_k) + \sqrt{r_{1j}^2 + (a_{2j} - z_k)^2} \right] \left[ (a_{1j} - z_k) + \sqrt{r_{2j}^2 + (a_{1j} - z_k)^2} \right]}{\left[ (a_{2j} - z_k) + \sqrt{r_{2j}^2 + (a_{2j} - z_k)^2} \right] \left[ (a_{1j} - z_k) + \sqrt{r_{1j}^2 + (a_{1j} - z_k)^2} \right]} \right). \quad (2.32)$$

Para ésta geometría/disposición de conductores, el conjunto más favorable de corrientes  $I_j$  se obtiene mediante la aplicación de las ecuaciones 2.31. La geometría/disposición de los anillos conductores  $j$  con sus respectivas corrientes  $I_j$  se muestran en la figura 2.9 para  $n = 14$  y  $N = 41$ . En la figura se muestra un corte transversal de la capa, dónde las secciones transversales  $\Delta S_j$  de cada anillo son idénticas. Las corrientes están dadas en unidades arbitrarias porque sus valores dependen de  $B_{Tk}$ . Si bien factible, la realización de esta geometría en la práctica implica el uso de múltiples corrientes. Resulta conveniente obtener una solución en la cuál las corrientes  $I_j$  sean idénticas, sin resignar homogeneidad ( $\Delta B/B$ ). Esto se logra en el segundo paso.

*Segundo paso:* La equalización de las corrientes  $I_j$  del *primer paso* se logra mediante un método iterativo que explota la relación clásica entre la corriente  $I$  y la densidad de

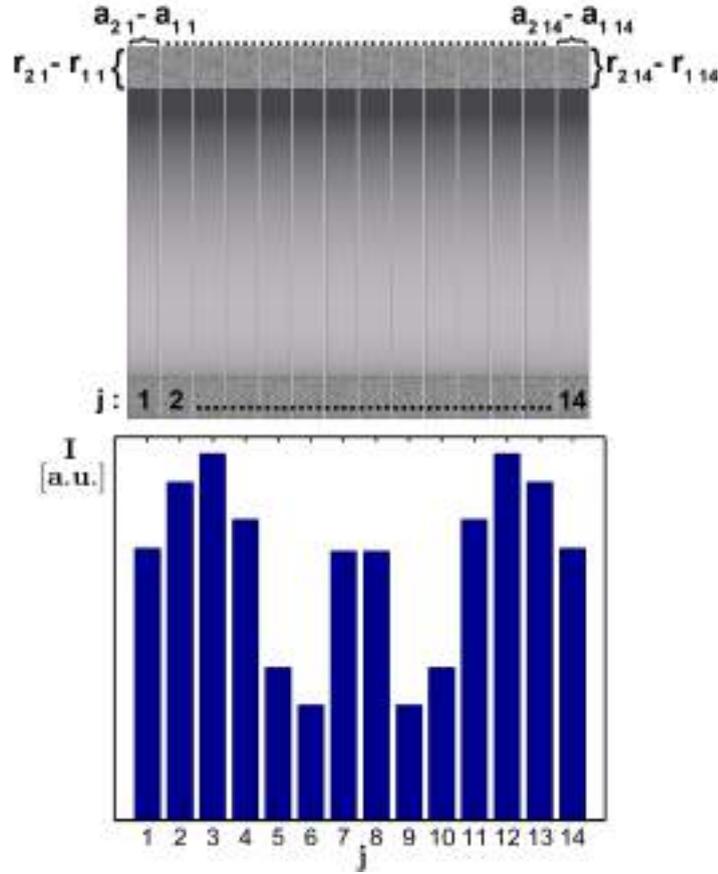


FIGURA 2.9: Primer paso del proceso de conversión a una estructura helicoidal de paso variable. A) Vista de corte transversal de los anillos  $j$ . B) Conjunto de corrientes  $I_j$  calculadas para cada anillo  $j$ .

corriente  $\mathbf{J}$  [61]:

$$I = \int_A \mathbf{J} \cdot d\mathbf{A}. \quad (2.33)$$

Para un anillo  $j$  y asumiendo que la densidad de corriente  $\mathbf{J}$  esté uniformemente distribuida a través de su sección transversal  $\Delta S_j$ , la ecuación 2.33 se puede expresar como:

$$J_j = \frac{I_j}{\Delta S_j} = \frac{I_j}{(a_{2j} - a_{1j})(r_{2j} - r_{1j})}. \quad (2.34)$$

En vez de tener corrientes diferentes  $I_j$  y secciones transversales idénticas  $\Delta S_j$  que resultan de las densidades correspondientes de corriente  $J_j$ , el método de iteración iguala las corrientes  $I_j$  a un valor determinado  $I_0$ , mientras cambia individualmente las secciones transversales idénticas  $\Delta S_j$  de cada anillo  $j$ , a secciones transversales variables  $\Delta S'_j$  (aquí se asume que  $J_j = I_0/\Delta S'_j$  es constante). El método calcula un nuevo conjunto de posiciones  $(a_{2j}, a_{1j}, r_{2j}, r_{1j})$  en cada paso de iteración. De los datos  $(I_j, \Delta S_j)$  de la condición inicial del *primer paso*, nuevas secciones transversales individuales  $\Delta S'_j$  se determinan para cada anillo  $j$ . Lógicamente, éste procedimiento también cambia las resistencias eléctricas  $R_j$  de cada anillo  $j$ . Del nuevo conjunto de datos  $(\Delta S'_j, a_{2j}, a_{1j},$

$r_{2j}, r_{1j}, R_j$ ), un nuevo conjunto de corrientes  $I_j$  es obtenido a partir de los sistemas de ecuaciones 2.31. En el próximo paso de iteración, nuevas secciones transversales  $\Delta S'_j$  serán determinadas a partir del conjunto de corrientes  $I_j$  previamente calculado. Y así, en lo sucesivo, se repite el procedimiento hasta que todas las corrientes  $I_j$  converjan en el valor determinado  $I_0$  dentro de una exactitud aceptable de aproximadamente  $10^{-6}$ . La restricción técnica de que la hélice está cortada en un tubo de metal con un definido radio interno y un definido radio externo, asegura una solución única para cada paso de iteración. En éste procedimiento, las posiciones  $r_{2j}$  y  $r_{1j}$  están fijas, mientras que las posiciones  $a_{2j}$  y  $a_{1j}$  se van ajustando. También la longitud  $2a$  está fija, y las posiciones  $a_{11}$  y  $a_{2\ last}$  están asignadas a valores de  $a_{11} = -a$  y  $a_{2\ last} = a$  en cada paso de iteración. Un ejemplo de los tres pasos de iteración se muestra en la figura 2.10. Una vista del corte transversal de la capa se muestra en A), dónde los números de índice  $j$  están indicados exactamente en el centro de cada sección transversal correspondiente  $\Delta S'_j$ . Los pequeños cambios en las secciones transversales  $\Delta S'_j$  se pueden observar atendiendo a los números de índice 4,11 y 6, 9 en el tercero y octavo paso de iteración. Al final del método de iteración, el resultado es una capa compuesta de  $j$  anillos con diferentes secciones transversales, que necesitan aproximadamente la misma corriente  $I_0$  para producir el mismo campo magnético  $B_{T_k}$  y con la misma homogeneidad  $\Delta B/B$  obtenidos en el *primer paso*. La principal ventaja de ésta conversión es que todos los  $j$ -anillos pueden tener una sola fuente de alimentación. Sin embargo, la capa obtenida todavía no posee una geometría continua del conductor, resultando impracticable a la hora de realizar las conexiones eléctricas entre cada anillo. Para superar esta limitación, el *tercer paso* finalmente introduce la estructura helicoidal con viabilidades técnicas específicas.

*Tercer paso:* Para la realización de una geometría continua del conductor, el método de iteración se modifica ligeramente. Ahora todos los anillos  $j$  están subdivididos en  $p$  unidades iguales. La Figura 2.11 ilustra ésta idea en el rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , para la capa que está subdividida cada  $15^\circ$  (con  $p = 24$ ). Ahora consideramos que la cantidad de los elementos conductores aumenta de  $j = n$  a  $j = p \cdot n$ . Esto implica mayores esfuerzos computacionales para resolver los sistemas de ecuaciones 2.31. Este aspecto resulta importante para un numero elevado de subdivisiones. Otro punto a considerar son los factores escalares de campo  $A_{jk}$  para los anillos. Debido a razones de simetría y al hecho de que la densidad de flujo magnético  $B_z$  es solamente considerada para  $k$  puntos sobre el eje  $z$ , en vez de usar factores escalares de campos complejos, los factores escalares de campo  $A_{jk}$  de la ecuación 2.32 solo se dividen por  $p$ .

La generación de la estructura helicoidal está relacionada con la posición de los contactos eléctricos de la capa. Considerando el primer y el último anillo de la capa, los

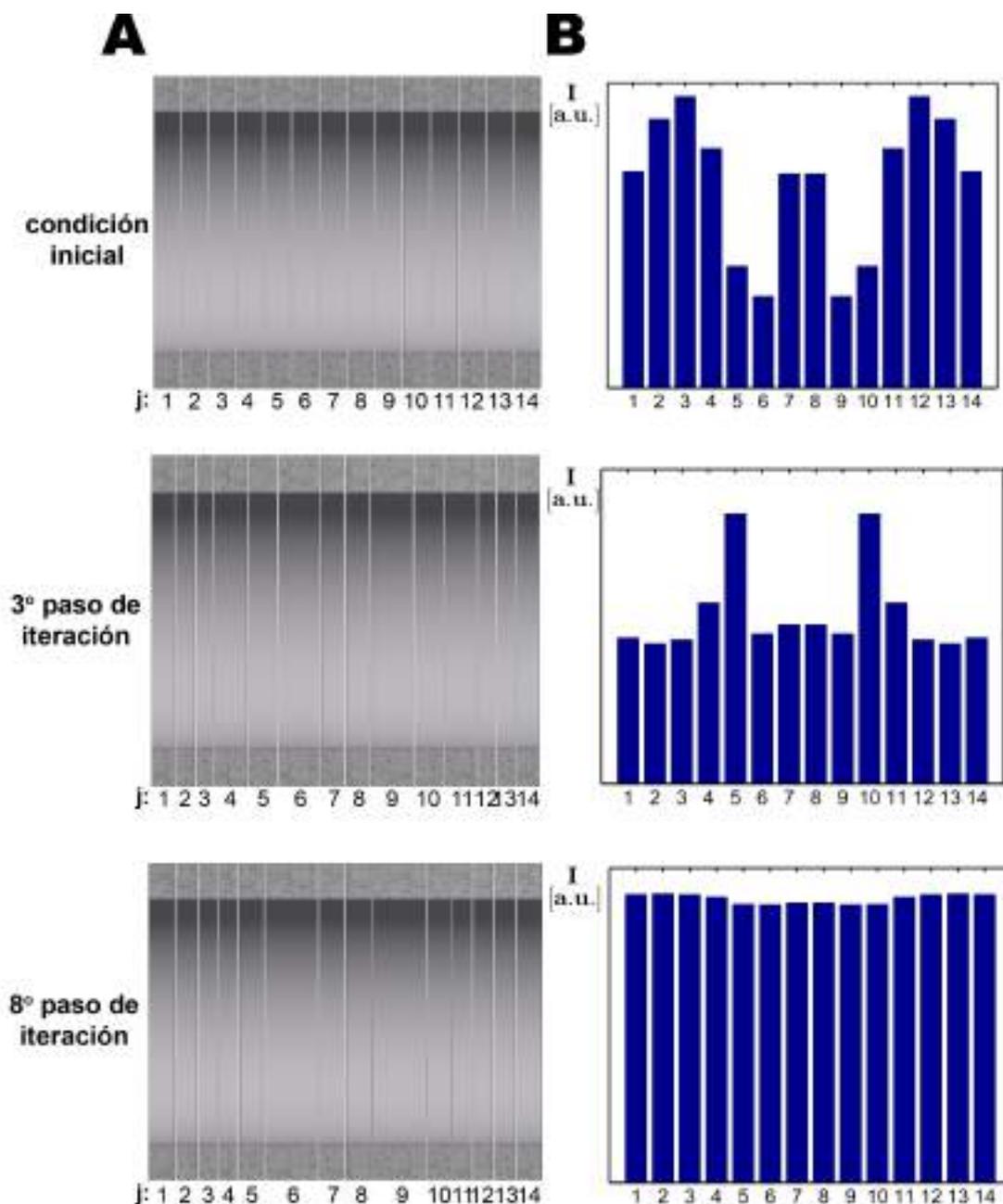


FIGURA 2.10: Tres pasos de iteración (a modo de ejemplo) de la variación de las secciones transversales  $\Delta S'_j$  y convergencia de las corrientes  $I_j$ . A) Vista en el corte transversal de los anillos. B) Conjunto calculado de corrientes. Los números de índice están puestos exactamente en el centro de cada sección transversal correspondiente  $\Delta S'_j$  para lograr una mejor visibilidad de las posiciones  $a_{2j}$  y  $a_{1j}$ . Los números están sobrepuestos en el tercer y octavo paso de iteración.

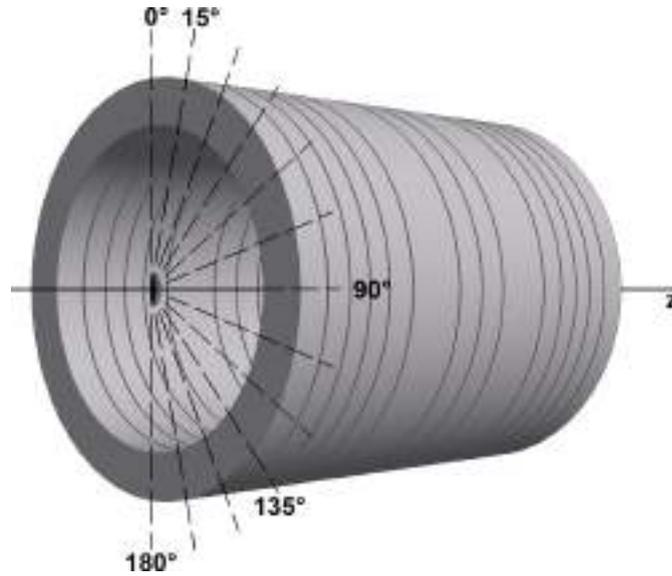


FIGURA 2.11: Vista esquemática de los  $j$  anillos del *segundo paso*. Las  $p = 24$  subdivisiones solo se muestran en el rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$  para facilitar su visualización.

contactos eléctricos que están conectados con la fuente de alimentación se asumen agrupados simétricamente en equivalentes unidades  $p$  (segmentos). Eso significa, que en vez de tratar de llegar a una intensidad de corriente fija  $I_0$  en el primer y último anillo de la capa, los elementos de conductor  $p$  de esos anillos poseen intensidades de corrientes variables. Estas corrientes variables reemplazan sucesivamente a  $I_0$  para cada elemento del conductor  $p$  con  $(1/p)I_0$ ,  $(2/p)I_0$ ,  $\dots$ ,  $(p/p)I_0$  para los elementos  $p$  del anillo que están conectados a la entrada de la corriente y con  $(p/p)I_0$ ,  $((p-1)/p)I_0$ ,  $\dots$ ,  $(1/p)I_0$  para los elementos  $p$  del anillo que están conectados a la salida. En consecuencia, las secciones variables transversales  $\Delta S'_j$  de los anillos extremos aumentan o disminuyen respectivamente, resultando en una estructura helicoidal para ellos. Para completar la idea en el resto de la capa, las intensidades de corrientes de todos los segmentos  $p$  de los anillos interiores se fijan a un valor  $I_0$ , pero sus posiciones se desplazan en  $z$ , dependiendo de la intensidad de corriente del segmento del anillo  $p$  de la entrada/salida. La estructura helicoidal se logra (manteniendo la longitud de cada subdivisión  $p$  fija) poniendo en contacto cada elemento del conductor  $j$  en la subdivisión  $p$ , con el consecutivo elemento del conductor en la subdivisión  $p+1$ . Notar que cuándo las secciones transversales de cualquier elemento del conductor  $j$  estén cambiadas durante éste procedimiento, debido a que  $r_{1j}$  y  $r_{2j}$  están fijos, solo las posiciones  $a_{1j}$  y  $a_{2j}$  se modifican. La figura 2.12 ilustra la generación de la estructura helicoidal para el ejemplo del *segundo paso*. Los elementos de los conductores  $j$  dentro de sus segmentos  $p$  en el rango de  $0^\circ$  to  $180^\circ$  se muestran con sus intensidades de corrientes correspondientes (ordenada) y anchos (abscisa). Es obvio que las intensidades y los anchos del primer y último anillo cambien notablemente, mientras el resto de los elementos del conductor solo cambian sus posiciones ligeramente en cada segmento subsiguiente. Con los nuevos espesores y posiciones

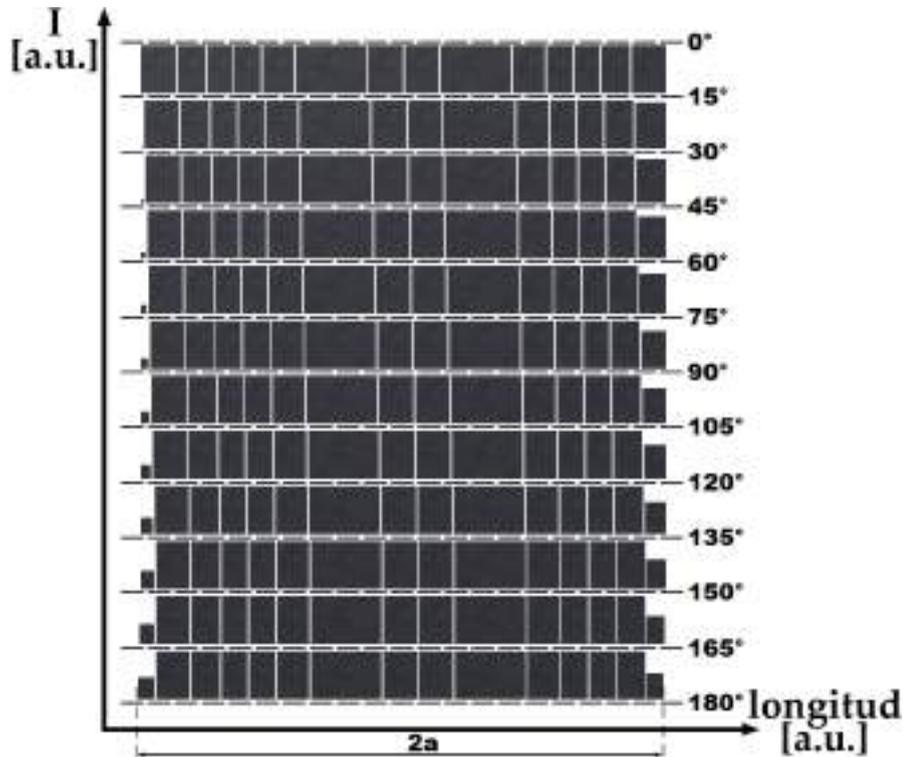


FIGURA 2.12: Generación de la estructura helicoidal mediante segmentación y corrimiento de los  $j = n \cdot p = 14 \cdot 24 = 336$  elementos de los conductores mostrados en el rango de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . La altura de cada rectángulo corresponde a su intensidad de corriente, su ancho y a su longitud ( $a_{2j} - a_{1j}$ ).

de cada elemento  $j$ , se puede proyectar la estructura generada del helicoide a la capa. El procedimiento genera ciertamente una estructura helicoidal, pero las nuevas posiciones ( $a_{1j}$ ,  $a_{2j}$ ) y resistencias eléctricas ( $R_j$ ), al resolver los sistemas de ecuaciones 2.31, no se obtiene una intensidad constante de corriente  $I_0$  para todos los anillos internos. Para superar éste problema, el método de iteración del *segundo paso* se modifica de manera que la generación de la estructura helicoidal es repetida, hasta que las intensidades de corrientes  $I_j$  de los anillos internos lleguen al valor determinado  $I_0$  con una exactitud aceptable. La estructura helicoidal obtenida mediante éste *paso* se ilustra a través de una vista esquemática de la capa en la figura 2.13.

Resulta conveniente que  $p$  posea un valor alto para aproximar la estructura helicoidal a una estructura continua. Sin embargo, esta elección aumenta drásticamente los esfuerzos computacionales. Un compromiso razonable sería utilizar típicamente a  $p = 24$ , y aplicar una linealización a las transiciones entre los elementos del conductor  $j$ .

El maquinado de los cilindros metálicos se puede realizar a través de un torno de control numérico (CNC) y un dispositivo especial también controlado numéricamente, capaz de posicionar adecuadamente la herramienta de corte (sierra circular). En los electroimanes que se tallaban en Stuttgart [51] se llegó a una precisión de traslación de  $25 \mu\text{m}$  y de

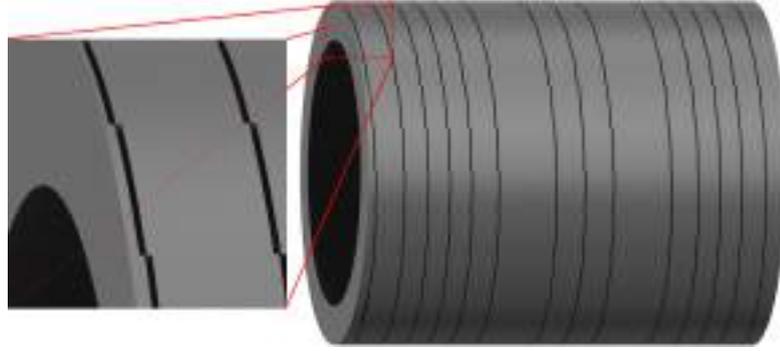


FIGURA 2.13: Vista esquemática de la capa y la estructura helicoidal con una mayor sección obtenida con el tercer paso.

rotación de  $0.1^\circ/\text{paso}$ . Luego de montar en el torno el cilindro metálico ya maquinado con sus respectivos radios internos y externos ( $r_i$ ,  $r_o$ ), la estructura helicoidal se logra repitiendo el tallo hasta alcanzar la profundidad final. Durante las últimas décadas, diversos electroimanes basados en éste método de optimización fueron reportados en la literatura [49, 51, 56]. Se trata de versiones con dos capas [56], cuatro capas [49] y con seis capas [51].

*Electroimán con dos capas:* este caso se encuentra descrito en detalle [56] incluyendo tanto los parámetros eléctricos como la homogeneidad teórica y medida del campo magnético  $\Delta B/B$ . Los parámetros eléctricos están mostradas en el cuadro 2.3 y las homogeneidades del campo magnético  $\Delta B/B$  están dadas en la figura 2.14.

	teoría	realidad
$B_{max}(10.00 \text{ kW})$		0.5 T
$R$	91.00 m $\Omega$	120.0 m $\Omega$
$L$		140 $\mu\text{H}$

CUADRO 2.3: Características eléctricas del sistema de electroimán con hélices no-uniformes de dos capas [56].

*Electroimán de cuatro capas:* Este sistema de electroimán representa la última generación de sistemas electroimanes optimizados para FFC (actualmente en el uso de los relaxómetros comercializados por la empresa italiana Stelar). Los parámetros eléctricos están indicados en el cuadro 2.4. No se reportan datos concretos sobre la homogeneidad.

*Electroimán de seis capas:* se trata del primer electroimán basado en el método de optimización descrito. Sus parámetros eléctricos están nombrados en el cuadro 2.5. Para la homogeneidad del campo magnético, una desviación de  $\Delta B/B \approx \pm 1$  fue estimada teóricamente.

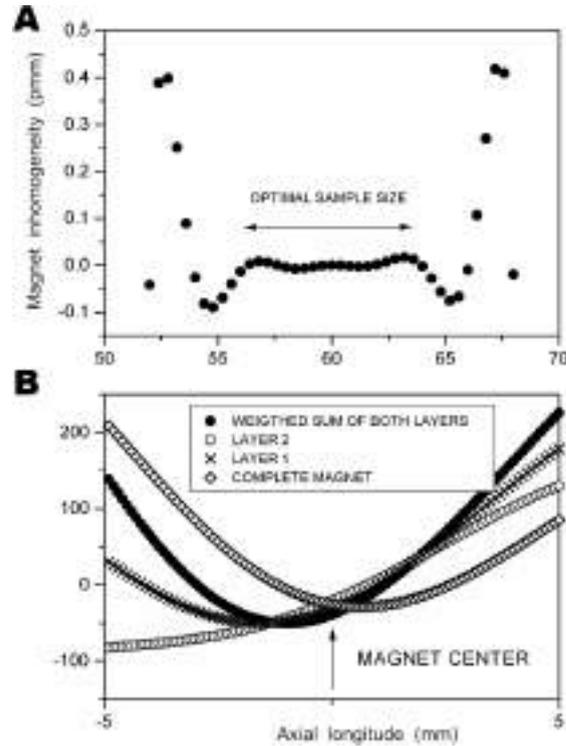


FIGURA 2.14: Homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  teórica y real del sistema de electroimán con hélices no-uniforme de dos capas. A) La homogeneidad del campo magnético teórica  $\Delta B/B$  en el eje  $z$ . B) Homogeneidad del campo magnético real  $\Delta B/B$  en el eje  $z$ . Los ejes  $y$  tienen las unidades partes por millón (ppm) [56].

$B_{max}$ (12.00 kW)	1.0 T
$R$	74.70 m $\Omega$
$L$	330 $\mu$ H

CUADRO 2.4: Características eléctricas de un electroimán helicoidal de paso variable con cuatro capas [49].

$B_{max}$ (19.20 kW)	1.2 T
$R$	125.0 m $\Omega$
$L$	650 $\mu$ H

CUADRO 2.5: Características eléctricas de un electroimán helicoidal de paso variable de seis capas [51].

El método de optimización descrito es el más completo entre todos los existentes. Sin embargo, existen aspectos perfectibles. Al igual que otros métodos presentados en éste capítulo, el método de optimización de esta sección solo considera la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  en una dimensión (eje  $z$ ). Otro punto importante, relacionado con la generación de la densidad de flujo magnético  $B$ , es que la geometría optimizada consiste en arcos discretos circulares, y no en una geometría continua. Se asume que las

características del campo generado se conservan luego de transformar la geometría discreta optimizada en una estructura helicoidal continua. Esta suposición ya fue criticada en la literatura [55]. De un análisis detallado del *tercer paso* en éste método de optimización, se revela un obvio error conceptual: para generar la estructura helicoidal, los  $p$  elementos conductores de los anillos de entrada/salida están asignados a intensidades variables de corriente  $I_j$  y no a una intensidad constante  $I_0$ . En la práctica, sin embargo, hay una sola intensidad de corriente  $I_0$  aplicada a la capa. Al no considerar este aspecto, el método de optimización conduce a una solución matemática no real.

Más allá de las críticas sobre los aspectos teóricos del método de optimización, hay que mencionar ciertas desventajas que surgen desde el punto de vista técnico. Por un lado, la realización práctica de éstos electroimanes requiere de herrameintas de maquinado complejas y de alta precisión, y por otro lado, están expuestos a un elevado estrés termo-mecánico por operar con elevados regímenes de corriente. En éste último caso, el electroimán sufre dilataciones térmicas que llevan a pequeñas modificaciones en su geometría, y por consiguiente, modifican el campo magnético y su homogeneidad, tornándolos dependientes del tiempo. Este aspecto empeora cuando la distribución de potencia es no-uniforme a lo largo del electroimán, y puede producir recalentamientos locales que conlleven a la ruptura del helicoide. Este es el caso de los electroimanes con cintas de anchos variables (sección 2.3.4) y para electroimanes con hélices no-uniformes, en los cuales la distribución de potencia y la refrigeración deben ser consideradas con un cuidado especial [91]. A modo de ejemplo, la figura 2.15 ilustra la distribución de potencia disipada a lo largo de una capa de un electroimán helicoidal con paso no-uniforme.

#### **2.3.4. Electroimanes de cintas de anchos variables**

El propósito original de éste diseño y método de optimización fue la realización de un solenoide de radio frecuencia (r.f.) de RMN con una alta homogeneidad de  $B_1$  para RMN de sólidos de alta frecuencia [92]. Luego fue modificado para adaptarlo a la generación de  $B_0$  en sistemas FFC [55]. El objetivo fué conservar la baja inductancia  $L$  del electroimán reduciendo la cantidad de vueltas (ver ecuación 2.4) y obteniendo una homogeneidad de campo magnético razonable. El diseño consiste en varios cilindros conductores coaxiales en los que se practica un corte coaxial, dónde cada cilindro representa una capa del electroimán. Se construye con un bobinado de cinta metálica en lugar de alambre. Dado que solenoides tradicionales con pocas vueltas no proveen una homogeneidad razonable para ciertas aplicaciones, es necesario una optimización para cumplir con éste requisito. El método de optimización consiste en buscar la forma óptima de la cinta en cada capa.

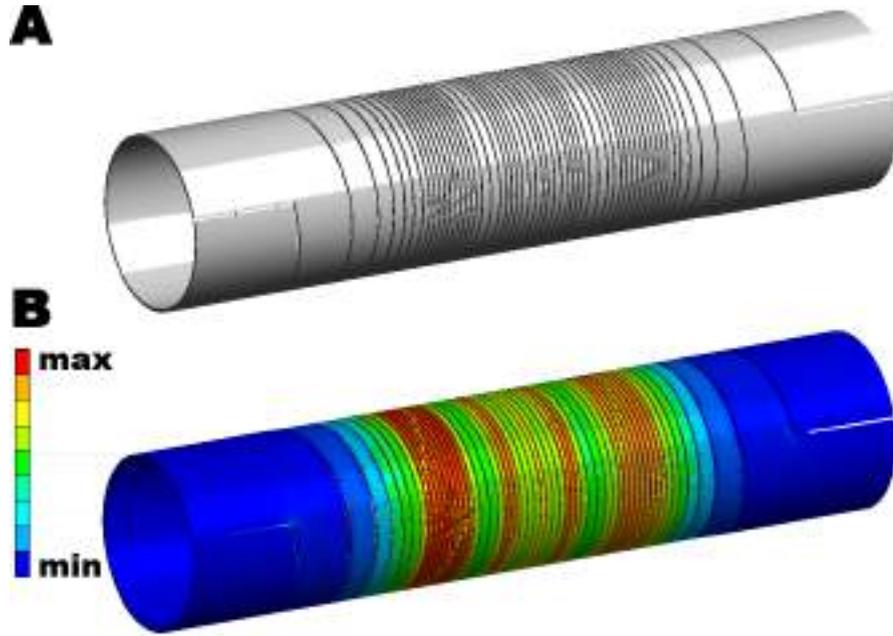


FIGURA 2.15: A) Representación esquemática de una capa con una hélice no-uniforme real. B) Distribución de la potencia calculada a lo largo de la capa. [91]

Esto significa que las cintas optimizadas tendrán anchos continuamente variables desde el inicio hasta el final de cada capa. En la figura 2.16 se muestra un ejemplo de una capa con una cinta de ancho variable.

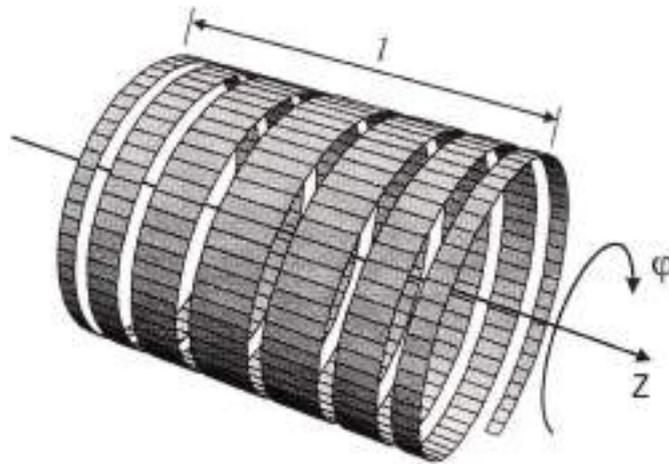


FIGURA 2.16: Ejemplo de una capa construida a partir de una cinta de ancho variable [92].

El método de optimización se basa en el uso de una función arbitraria que describe el contorno del conductor en dirección  $z$  mediante una expansión en los polinomios de Chebyshev de primer orden [90]:

$$z(\varphi) = k \sum_{i=1}^6 a_i T_i(\varphi), \quad (2.35)$$

dónde  $k$  es un parámetro que conserva la longitud de la capa,  $a_i$  son los coeficientes que hay que determinar mientras  $a_1 = 1$  y  $z(n\pi) = l/2$  son fijos. En la ecuación 2.35 podemos observar que los polinomios de expansión llegan hasta el sexto orden. Los polinomios de Chebyshev  $T_i$  son definidos como:

$$\begin{aligned}
 T_1(\varphi) &= \varphi \\
 T_2(\varphi) &= 2\varphi^2 - 1 \\
 T_3(\varphi) &= 4\varphi^3 - 3\varphi \\
 T_4(\varphi) &= 8\varphi^4 - 8\varphi^2 + 1 \\
 T_5(\varphi) &= 16\varphi^5 - 20\varphi^3 + 5\varphi \\
 T_6(\varphi) &= 32\varphi^6 - 48\varphi^4 + 18\varphi^2 - 1
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Una vez determinada la función  $z(\varphi)$ , se calculan los límites inferiores y superiores de la cinta:  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ . La geometría de una capa derivada de las dos funciones  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ , las que están relacionadas con la función  $z(\varphi)$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 h_1(\varphi) &= \frac{z(\varphi + 2\pi) + z(\varphi)}{2} - \frac{b}{2} \\
 h_2(\varphi) &= \frac{z(\varphi - 2\pi) + z(\varphi)}{2} + \frac{b}{2}.
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

El parámetro  $b$  representa el espacio constante entre cada vuelta de la cinta. Con las tres funciones  $z(\varphi)$ ,  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  de cada capa, se puede formular la ley de Biot-Savart para la superposición de una corriente  $I$  fluyendo entre las dos funciones límites  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ . Con esa reformulación, se estima el campo magnético en la dirección axial  $B_z$  para cada punto en el volumen de interés. Los parámetros para la capa en la siguiente ecuación son los puntos  $x_i, y_i, z_i$ , el radio interno y externo  $r_i$  y  $r_a$ , el radio medio  $r$  y la cantidad de vueltas  $n$ .

$$\begin{aligned}
 B_z(x_i, y_i, z_i) &= \frac{\mu_0 I}{4\pi \ln \frac{r_a}{r_i}} \int_{r_i}^{r_a} \int_{-n\pi}^{n\pi} \int_{h_2(\varphi)}^{h_1(\varphi)} \frac{1}{h_1(\varphi) - h_2(\varphi)} \\
 &\times \frac{r - (y_i \sin(\varphi) + x_i \cos(\varphi))}{[(x_i - r \cos(\varphi))^2 + (y_i - r \sin(\varphi))^2 + (z_i - z(\varphi))^2]^{3/2}} dz d\varphi dr.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Los últimos parámetros  $r$  y  $n$  deben ser definidos antes de comenzar la optimización, al igual que el espacio constante  $b$  entre las vueltas y la longitud total  $l$  de la capa. Para la optimización de la homogeneidad  $\Delta B/B$  se calcula la desviación cuadrática media relativa del campo magnético  $\sigma$  para algunos puntos seleccionados  $B_z(x_i, y_i, z_i)$  con respecto al centro  $B_z(0, 0, 0)$  de la capa (ver ecuación 2.39):

$$\sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{B_z(x_i, y_i, z_i)}{B_z(0, 0, 0)} - 1 \right)^2. \tag{2.39}$$

Para encontrar la geometría óptima de la cinta, la desviación cuadrática media relativa del campo magnético  $\sigma$  está minimizada mediante la variación de los coeficientes  $a_i$  de la ecuación 2.35. Para ello se aplica el algoritmo de minimización de Nelder-Mead [93], el cual se encuentra disponible en Matlab [94]. Se obtienen así los coeficientes  $a_i$  que conllevan a una desviación cuadrática relativa media del campo magnético  $\sigma$  mínima, y con ello, a las funciones  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ . Cabe notar que la ecuación 2.38 de éste método de optimización permite (asumiendo que se puede evaluar la integral múltiple con métodos numéricos) obtener la geometría del conductor de manera real. Sin embargo, sólo el campo magnético  $B_z$  sobre el eje  $z$  es considerado.

En el trabajo de Lips et al. [55] se describe un electroimán con seis capas y una longitud total de  $l = 100$  mm. La cantidad de vueltas  $n$  en cada capa fueron asignadas entre 19 y 20 y el radio interno de la primera capa  $r_{bore} = 19.5$  mm. Los demás parámetros están listados en la publicación [55]. Una ilustración de la quinta capa del sistema optimizado se muestra en la figura 2.17, dónde se observan además de una descripción matemática, el perfil de la cinta desenrollada en función de ángulo  $\varphi$ .

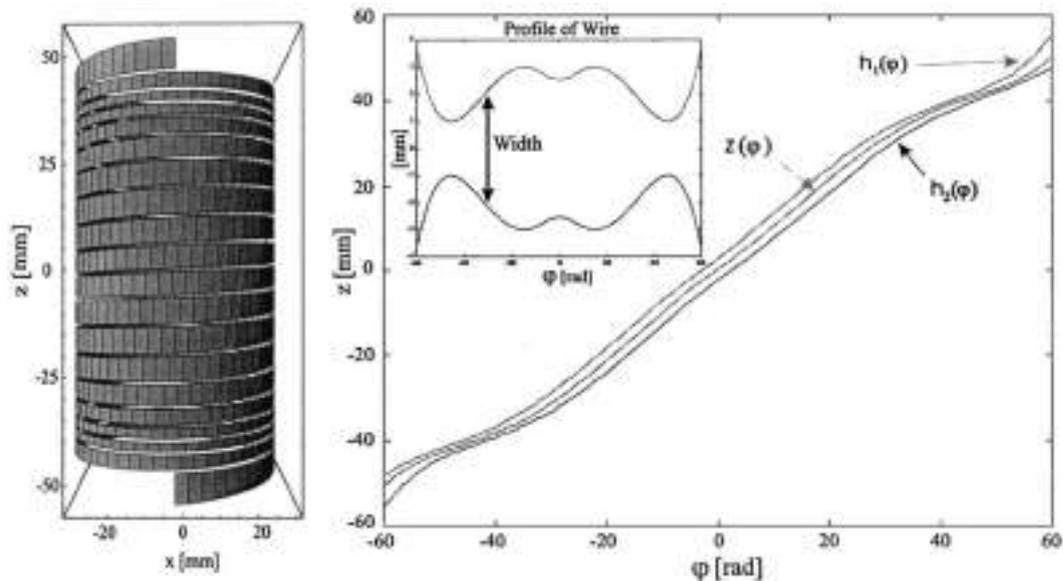


FIGURA 2.17: Ilustración de la cinta enrollada (izquierda) y desenrollada (derecha) de la quinta capa del sistema optimizado con las funciones  $z(\varphi)$ ,  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  [55].

La totalidad de los puntos de blanco  $x_i, y_i, z_i$  fue fijada en nueve (todos sobre el eje axial de la bobina,  $x_{1,\dots,9}, y_{1,\dots,9} = 0$ ) con una distancia entre ellos de 1 mm. En la publicación [55] no se da ninguna justificación de porqué la homogeneidad fué considerada solamente sobre un eje. Sin embargo, la homogeneidad resultante del campo magnético  $\Delta B/B$  calculada en dos dimensiones resultó sorprendentemente buena para la escasa cantidad de vueltas  $n$  y la corta longitud  $l$  del electroimán. Lamentablemente la distribución de la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  solo está dada en un plano (plano  $xz$ )

dentro del volumen de interés (ver figura 2.18). Para éste plano, se estimó una desviación cuadrática media relativa del campo magnético  $\sigma = 20$  ppm.

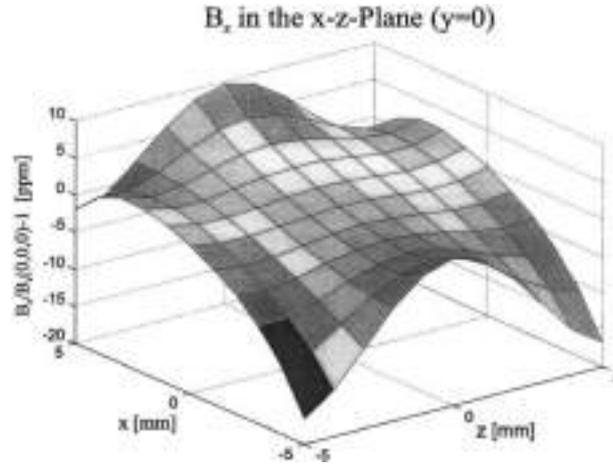


FIGURA 2.18: Homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  calculada (en ppm) en el plano  $xz$  para un electroimán de seis capas [55].

Las capas fueron fabricadas utilizando tubos de cobre electrolítico (E-Cu) mediante el maquinado de una ranura con un ancho constante en ellos. La ranura fue tallada mediante una fresadora CNC que proveía la posibilidad de procesar los datos de las funciones  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  con una precisión de  $5 \mu\text{m}$ . Las seis capas fueron ensambladas en forma coaxial y conectadas en serie mediante soldaduras. El sistema de electroimán ensamblado fue instalado dentro de una cámara de plexiglás para su refrigeración. Las características eléctricas de éste electroimán se representan en el cuadro 2.6.

$B_{max}$ (28.00 kW)	0.95 T
$R$	34.83 m $\Omega$
$L$	188 $\mu\text{H}$

CUADRO 2.6: Características del electroimán de seis capas y cintas de ancho variable [55].

Aunque éste electroimán se presentó como un sistema apto para FFC, existen algunas críticas que añadir. Al igual que en el diseño de Schweikert, la optimización de la homogeneidad sólo es considerada en una dimensión, a pesar de que en una publicación anterior [92] se reporta un método de optimización que considera el campo magnético  $B_z$  dentro de todo el volumen de interés. Otro aspecto concierne al cálculo (ecuación 2.37) de los límites inferiores y superiores de la cinta. Para el cálculo de  $h_2(\varphi)$  en la primera vuelta y  $h_1(\varphi)$  en la última vuelta, es necesario conocer la función  $z(\varphi)$  en los puntos  $z(-n\pi - 2\pi) \leq z(\varphi) < z(-n\pi)$  y  $z(n\pi) < z(\varphi) \leq z(n\pi + 2\pi)$ . Sin embargo, en ninguna de las dos publicaciones se menciona cómo se obtienen dichos puntos [55, 92]. Mientras ésta cuestión queda poco clara, otra escasez de claridad surge de la manera de como se

calcula el campo magnético  $B_z$  mediante la geometría obtenida. Es obvio por la ecuación 2.37 de que la función  $z(\varphi)$  no es la línea central entre las funciones de  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ . Este punto se observa con claridad en la figura 2.17, en las primeras y las últimas vueltas de la capa. Sin embargo, en la ley de Biot-Savart tal como se formula (ecuación 2.38), la función  $z(\varphi)$  está considerada como la línea central. Por otro lado, son necesarias altas intensidades de corriente  $I \approx 800A$  para llegar a la densidad máxima de flujo magnético  $B_{max}$  deseada. Estas corrientes altas  $I$  pueden generar estrés termo-mecánico crítico en posiciones dónde las cintas poseen pequeñas secciones transversales. De hecho, éste diseño también corresponde a una geometría helicoidal con paso no-uniforme. Finalmente, el método de fabricación para realizar las capas con cintas de anchos variables requiere máquinas operadas por control numérico capaces de procesar los datos y proveer una alta precisión del maquinado.

### 2.3.5. Comentarios Finales

En esta sección se presentaron los electroimanes más importantes para RMN con ciclado rápido de campo. Se mencionaron las principales características eléctricas de estos

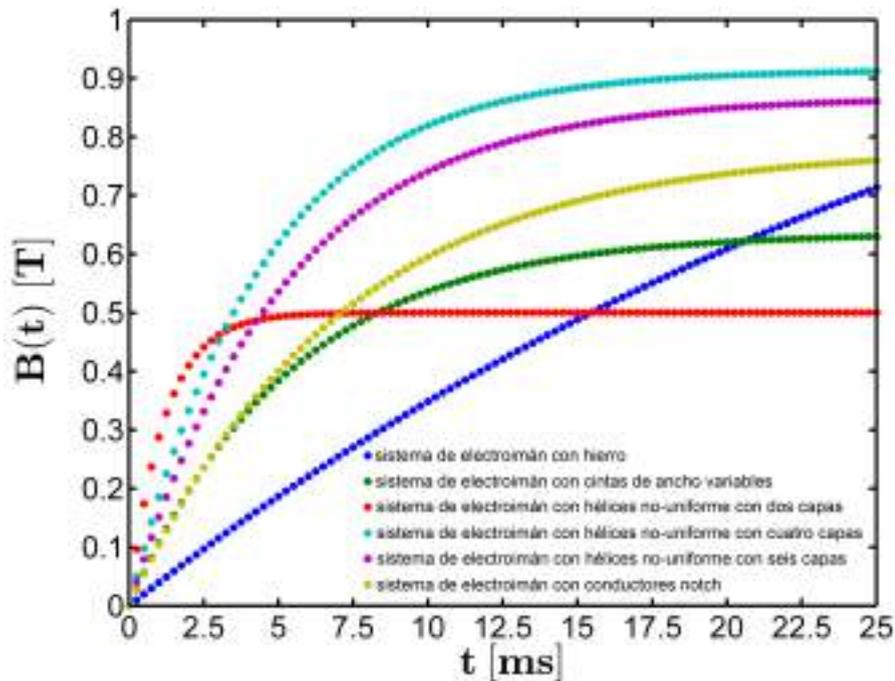


FIGURA 2.19: Velocidad de conmutación  $dB/dt$  de todos los sistemas de electroimanes presentados.

diseños, así como la homogeneidad calculada. Para completar ésta información resta comparar las velocidades de conmutación  $dB/dt$ , deducibles a partir de sus características eléctricas y eficiencia  $B/I$ . Debido a la circunstancia de que las velocidades de conmutación  $dB/dt$  dadas en las publicaciones [49–51, 55–57], dependen de la potencia

máxima disponible  $P_{max}$  (la cuál es diferente en cada caso) y de los circuitos eléctricos, una comparación directa no es fácil. Para superar esta limitación, se supone que los electroimanes estén sometidos a un mismo circuito eléctrico de prueba (figura 2.1), y alimentados con una potencia de  $P = 10$  kW. Los resultados se muestran en la figura 2.19. Las respectivas velocidades de conmutación se estiman en la ecuación 2.3.

Cabe destacar que todos los métodos de optimización tienen la imperfección de no incluir el volumen de interés en tres dimensiones, circunstancia tratada en futuros métodos ya que la homogeneidad  $\Delta B/B$  se degrada notablemente fuera del eje central. Este aspecto se discutirá con más detalle en la siguiente sección.

## 2.4. Simplificaciones excesivas

Simplificaciones excesivas surgen de la necesidad de implementar métodos de optimización sencillos, con demanda de esfuerzos computacionales acotados. Hay simplificaciones inevitables cuando se desarrolla un método de optimización donde las características de la densidad de flujo magnético son tan importantes como los recorridos de las corrientes que la generan. La pregunta es, en todo caso, dónde está el límite. Para poder analizar éste aspecto, resulta conveniente resumir las simplificaciones aplicadas en los métodos de optimización de la sección anterior (sección 2.3). Estas se resumen en:

- es suficiente considerar la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  en una sola dimensión (en general a lo largo del eje longitudinal del sistema de electroimán).
- la geometría optimizada no se corresponde con la realización mecánica del dispositivo.

Ambas simplificaciones (consideradas excesivas) tienen un impacto en la homogeneidad, la cuál debe poseer una uniformidad dentro del volumen de interés hasta el sexto dígito (1 parte por millón (ppm) or  $\Delta B/B = 10^{-6}$ ).

El impacto de éstas simplificaciones excesivas en los resultados finales se tratará en detalle mediante un ejemplo en el capítulo 4. La densidad de flujo magnético  $B_z$  de éste electroimán se calculó considerando un modelo geométrico real (solenoides con paso de hélice constante), luego contrastado con una geometría aproximada (solenoides ideales compuesto de anillos paralelos interconectados). La homogeneidad se determinó en tres dimensiones dentro del volumen de interés, permitiendo comparar los resultados obtenidos con aquellos de la versión simplificada unidimensional. La figura 2.20 muestra las

dos optimizaciones. En A) se observa que el corte helicoidal tiene un inicio y un final en los cilindros cortos (correctores de homogeneidad o "Notch"), mientras que la situación ilustrada en B) no se corresponde con éste caso. Ahora lo comparamos el método de



FIGURA 2.20: Vista esquemática de un sistema de electroimán tipo Notch optimizado. A) Sistema helicoidal real. B) Sistema aproximado por anillos interconectados.

optimización considerando la homogeneidad solamente en una dimensión (a lo largo del eje longitudinal  $z$  del electroimán). Para el caso unidimensional, la homogeneidad del campo magnético se muestra en valores absolutos para lograr una mejor visualización. La definición de la homogeneidad de campo magnético  $\Delta B/B$  se muestra de la siguiente manera:

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{B_z(0, 0, 0) - B_z(x_k, y_k, z_k)}{B_z(0, 0, 0)} \quad (2.40)$$

dónde  $x_k, y_k, z_k$  son las coordenadas dentro del volumen de interés, y dado que se consideran conductores cilíndricos, solo la componente  $z$  de la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  es de interés. De la figura 2.21 resulta obvio que la homogeneidad del campo magnético  $|\Delta B|/B$  es idéntica en ambos casos, de manera que ésta aproximación puede ser usada como una simplificación útil, siempre que se considere solamente una dimensión.

La magnitud de la homogeneidad del campo magnético  $|\Delta B|/B$  se calculó en dos dimensiones (plano  $xz$ ) para ambos casos (ver figura 2.22). El color de los mapas corresponde al valor de la homogeneidad en partes por millón (ppm). La figura muestra claramente que la distribución de la densidad de flujo magnético  $B_z$  en ambos casos es notablemente distinta, la región de 1 ppm (azul oscuro) por ejemplo está drásticamente reducida en A), en comparación con la región B). Es decir, la distribución de la densidad de flujo

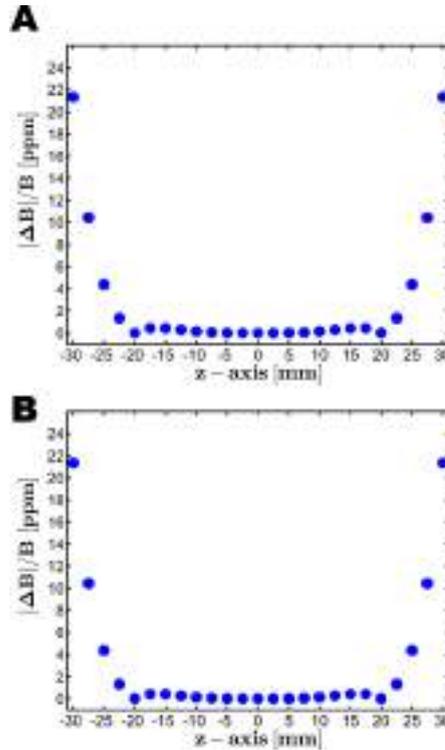


FIGURA 2.21: Valores absolutos de la homogeneidad del campo magnético  $|\Delta B|/B$  de A) geometría helicoidal real y B) aproximación por anillos interconectados.

magnético  $B_z(\mathbf{r}_k)$  en B) posee una simetría. Esto es debido al hecho de que el conductor está aproximado por anillos [69]. Al considerar la geometría helicoidal, la simetría se rompe[91]. Desde éste punto de vista, no es suficiente considerar la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  en una sola dimensión, concluyendo que dicha aproximación debe ser considerada una simplificación excesiva. La homogeneidad en el caso aproximado no cambia dentro de volumen de interés debido a la simetría existente en la geometría. Esto significa que el mismo mapa en la figura (figure 2.22B) será observado por cualquier otro plano inclinado arbitrario. Para el caso helicoidal, la distribución del campo cambia dentro del volumen de interés según el plano que se considere (ver figura figura 2.23). De éste análisis resulta que para obtener una configuración óptima es insuficiente sólo considerar la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  a lo largo del eje  $z$  (en una sola dimensión), o en un solo plano de sección (en solo dos dimensiones). Cualquier método completo de optimización, aunque que tenga la desventaja de altos esfuerzos de computación, tiene que considerar la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  en tres dimensiones dentro del volumen de interés. Además queda claro que cualquier aproximación de la geometría debe ser evitada. Ambas simplificaciones excesivas implementadas dentro de los métodos presentados de optimización (sección 2.3), son evitadas para los nuevos métodos desarrollados en esta tesis.

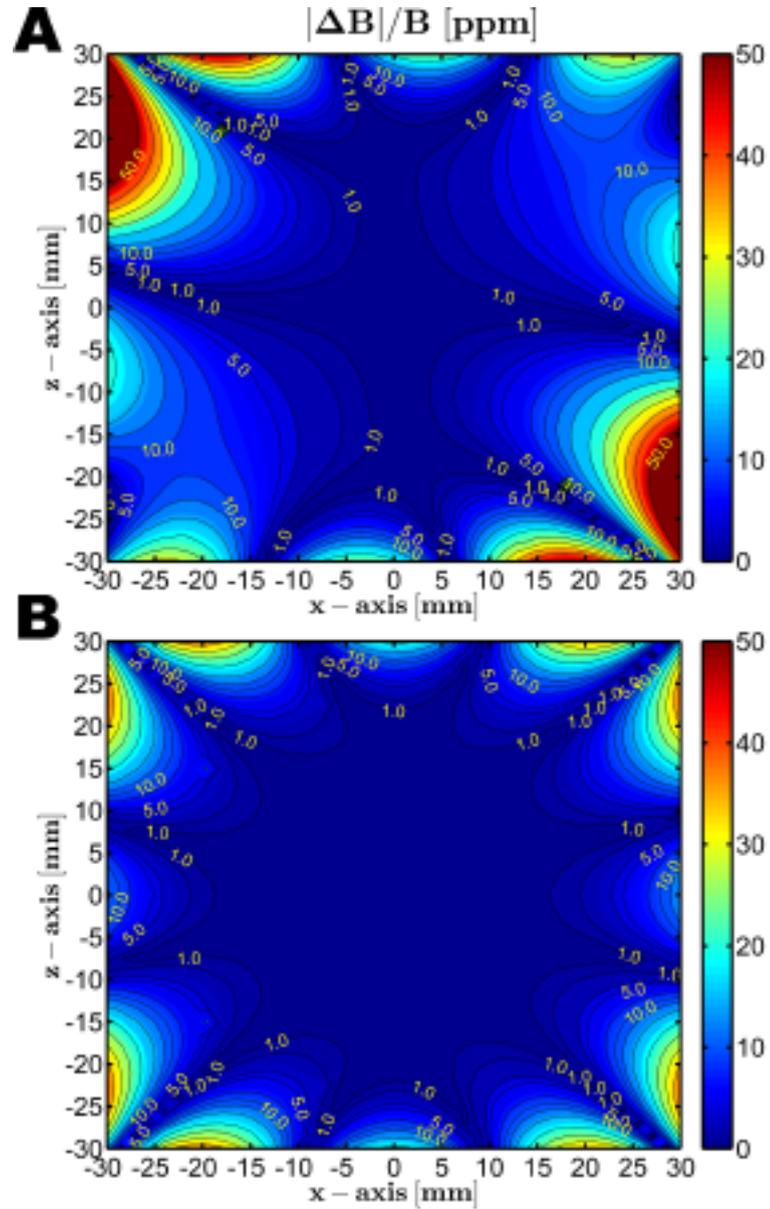


FIGURA 2.22: Valores absolutos de la homogeneidad del campo magnético  $|\Delta B|/B$  dentro del plano  $xz$  en partes por millón (ppm). A) Para el electroimán con geometría real. B) Para el caso aproximado mediante anillos.

## 2.5. Aplicación de la Ley de Biot-Savart

Como base para el cálculo de la densidad de flujo magnético utilizada en los métodos de optimización de electroimanes FFC en éste trabajo, utilizamos la ley de Biot-Savart. Esta describe la relación entre los campos magnéticos y las corrientes estacionarias que los producen. Para un volumen del conductor la formulación correcta es [61]:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV', \quad (2.41)$$

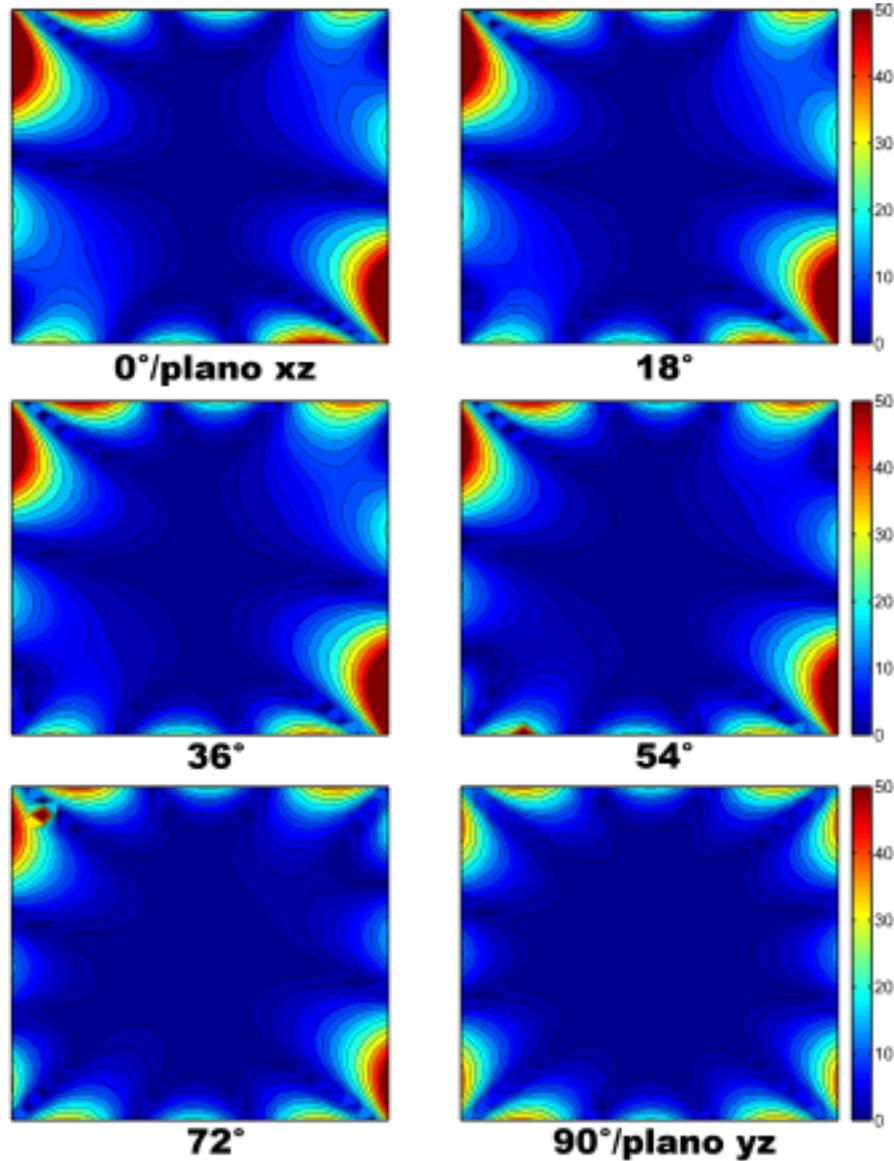


FIGURA 2.23: Valores absolutos de la homogeneidad del campo magnético  $|\Delta B|/B$  (en ppm) para electroimán con geometría helicoidal en diferentes planos de sección. El ángulo indica la inclinación del plano de la sección con respecto al plano  $xz$ .

dónde  $\mathbf{J}(\mathbf{r}')$  es la densidad de corriente,  $\mathbf{r}'$  la posición del conductor,  $\mathbf{r}$  la posición de la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  y  $dV'$  el elemento diferencial del volumen del conductor. El uso de esa fórmula no requiere una aproximación de la geometría del conductor, siendo posible su integración a través del volumen entero del conductor. Sin embargo, en la mayoría de los casos, la integración puede resultar complicada. Un tratamiento numérico de la integral de volumen puede resultar también complicado. Una solución en éste caso es la reformulación de la ecuación 2.41 de la integral de volumen a una integral de línea. Esta aproximación es considerada bajo la suposición de que el producto  $\mathbf{J}dV$

pueda estar expresado como [62]:

$$\mathbf{J}dV = \mathbf{v}\rho dV = \mathbf{v}dq = I d\mathbf{l}. \quad (2.42)$$

La ecuación reformulada 2.41 tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_C \frac{d\mathbf{l} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}, \quad (2.43)$$

donde  $I$  es la intensidad de corriente y  $d\mathbf{l}$  el elemento diferencial del camino que sigue la corriente. La reformulación de la ecuación 2.41 en 2.43 implica automáticamente una simplificación en el cálculo aproximando el volumen del conductor por el camino que lleva la corriente. Esta práctica debe ser considerada como una simplificación excesiva para cualquier método de optimización (como los otros de la sección 2.4). Sin embargo, la integral del volumen de la ecuación 2.41 requiere de una solución. Como eludir éste dilema sin introducir una simplificación drástica será discutido más tarde.

Ahora se resume la formulación de la ley de Biot-Savart de la ecuación 2.43 para conductores cilíndricos ya que todos los métodos de optimización que se presentarán en los siguientes capítulos, usan estos conductores como base de la estrategia del diseño. Primero, la ecuación 2.43 se expresa con respecto a las coordenadas espaciales  $\mathbf{r}_k$ :

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}_k) = \mu_0 I \mathbf{C}(\mathbf{r}_k) \quad (2.44)$$

dónde  $\mathbf{C}(\mathbf{r}_k)$  está definido como:

$$\mathbf{C}(\mathbf{r}_k) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{d\mathbf{l} \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'|^3}, \quad (2.45)$$

que es un análogo a los factores escalares de campo  $A_{jk}$  de la sección 2.3.3 y ya definido en la ecuación 2.9. Por simplicidad tiene sentido transformar las coordenadas cartesianas en coordenadas cilíndricas [90]. Asumiendo que el camino que sigue la corriente tiene un radio constante  $\rho_0$  y que la coordenada  $z$  puede ser expresada como una función arbitraria  $f(\varphi)$ , el vector  $\mathbf{r}'$  puede ser expresado como:

$$\mathbf{r}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_0 \cos(\varphi) \\ \pm \rho_0 \sin(\varphi) \\ f(\varphi) \end{pmatrix}. \quad (2.46)$$

La figura 2.24 ilustra la relación entre los vectores y el camino que lleva la corriente también como la posición de la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}_k)$ . El signo  $\pm$  define el sentido de la rotación del camino helicoidal. Dado que  $\mathbf{r}'$  describe las coordenadas del

camino que lleva la corriente, el elemento diferencial  $d\mathbf{l}$  puede también ser expresado en términos de  $\varphi$ . De ésta manera es posible reemplazar  $d\mathbf{l}$  de una manera más simple de  $d\varphi$  en la integral de línea de la ecuación 2.45:

$$d\mathbf{l} = \begin{pmatrix} dx' \\ dy' \\ dz' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\rho_0 \sin(\varphi) d\varphi \\ \pm \rho_0 \cos(\varphi) d\varphi \\ \frac{df(\varphi)}{d\varphi} d\varphi \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

El término faltante para reformular  $\mathbf{C}(\mathbf{r}_k)$  es la sustracción de los vectores  $\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'$ , que resulta en:

$$\mathbf{r}_k - \mathbf{r}' = \begin{pmatrix} x_k - \rho_0 \cos(\varphi) \\ y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi) \\ z_k - f(\varphi) \end{pmatrix} \quad (2.48)$$

y se obtiene el valor absoluto:

$$|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}'| = \sqrt{(x_k - \rho_0 \cos(\varphi))^2 + (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi))^2 + (z_k - f(\varphi))^2}. \quad (2.49)$$

Finalmente resolviendo el producto de vectores de la ecuación 2.45:

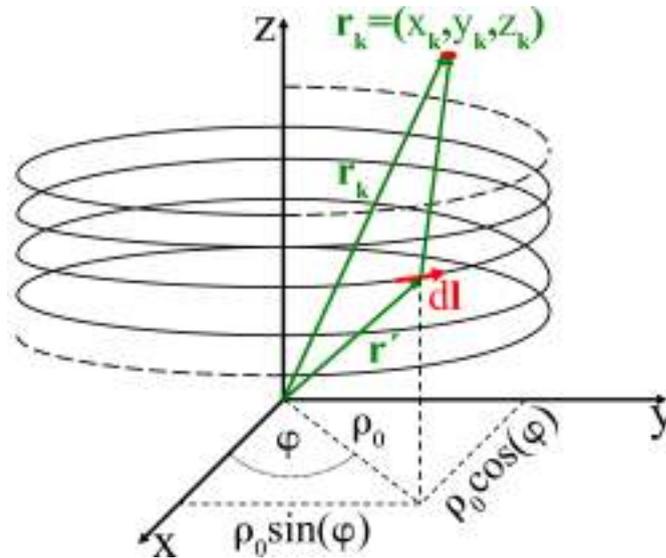


FIGURA 2.24: Definición de las coordenadas para la formulación de la ecuación 2.45 para conductores cilíndricos. Los vectores  $\mathbf{r}_k$  y  $\mathbf{r}'$  están indicados en color verde, mientras que el elemento diferencial  $d\mathbf{l}$  y la posición arbitraria de la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}_k)$  están indicados en rojo.

$$d\mathbf{l} \times (\mathbf{r}_k - \mathbf{r}') = \begin{pmatrix} \pm \rho_0 \cos(\varphi) (z_k - f(\varphi)) - \frac{df(\varphi)}{d\varphi} (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi)) \\ \rho_0 \sin(\varphi) (z_k - f(\varphi)) - \frac{df(\varphi)}{d\varphi} (x_k - \rho_0 \cos(\varphi)) \\ -\rho_0 \sin(\varphi) (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi)) \mp \rho_0 \cos(\varphi) (x_k - \rho_0 \cos(\varphi)) \end{pmatrix} d\varphi \quad (2.50)$$

lleva a la expresión final para la diferencial  $d\mathbf{C}(\mathbf{r}_k)$ :

$$\begin{pmatrix} dC_x \\ dC_y \\ dC_z \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi} \begin{pmatrix} \frac{\pm \rho_0 \cos(\varphi) (z_k - f(\varphi)) - (df(\varphi)/d\varphi) (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi))}{\left( (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))^2 + (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi))^2 + (z_k - f(\varphi))^2 \right)^{3/2}} \\ \frac{\rho_0 \sin(\varphi) (z_k - f(\varphi)) - (df(\varphi)/d\varphi) (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))}{\left( (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))^2 + (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi))^2 + (z_k - f(\varphi))^2 \right)^{3/2}} \\ \frac{-\rho_0 \sin(\varphi) (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi)) \mp \rho_0 \cos(\varphi) (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))}{\left( (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))^2 + (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi))^2 + (z_k - f(\varphi))^2 \right)^{3/2}} \end{pmatrix} d\varphi \quad (2.51)$$

que tiene que ser multiplicada con  $I$ ,  $\mu_0$  e integrada dentro de los bordes de  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$  para obtener la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}_k)$ . Si bien analíticamente resulta una tarea complicada, numéricamente no lo es. Las tres componentes del vector de  $\mathbf{C}(\mathbf{r}_k)$  se pueden resolver mediante el uso de diferentes métodos numéricos como la cuadratura adaptable de Simpson [95], la cuadratura adaptable recursiva de Lobatto [96] ( se llama- ba *Radau quadrature* en la referencia) y la cuadratura adaptable de Gauss-Kronrod [97]. Son rutinas estandarizadas y disponibles en lenguajes de programación conocidos que ofrecen aproximaciones precisas de las integrales. Sin embargo hay que verificar en todos los casos si los métodos numéricos son capaces de computar la(s) deseada(s) integral(es) en cada punto deseado  $\mathbf{r}_k = (x_k, y_k, z_k)$  para cualquier función arbitraria  $f(\varphi)$  con su correspondiente derivación  $df(\varphi)/d\varphi$ . En éste trabajo se utiliza la cuadratura adaptable de Gauss-Kronrod [97, 98] implementada en entorno MATLAB®[94]. De esta manera se logra el cálculo de las integrales dentro del volumen de interés con un error absoluto adecuado ( $\approx 10^{-8}$ ) para las densidades de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}_k)$ . Esta tolerancia fué mantenida también para polinomios con un grado hasta  $n \approx 70$  al insertar la función arbitraria  $f(\varphi)$  en la ecuación 2.51.

Para que el cómputo de las densidades de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}_k)$  en cada punto deseado  $\mathbf{r}_k$  y para una función  $f(\varphi)$  dada sea factible dentro de una tolerancia aceptable, la simplificación excesiva de considerar solo un camino que lleva la corriente en vez de el volumen del conductor, requiere de una solución adecuada. Dicha solución consta de una aproximación de la distribución de la corriente mediante una superposición de  $m \times m$  caminos que llevan la corriente, distribuidos equitativamente a lo largo del volumen del conductor [80, 82, 91, 99] (ver figura 2.25). Obviamente la aproximación mejora cuánto más alto sea el número  $m$ . Sin embargo, el aumento de  $m$  aumenta en forma cuadrática a la cantidad de integrales a resolver para cada punto dentro de volumen, incrementando el tiempo de cómputo.

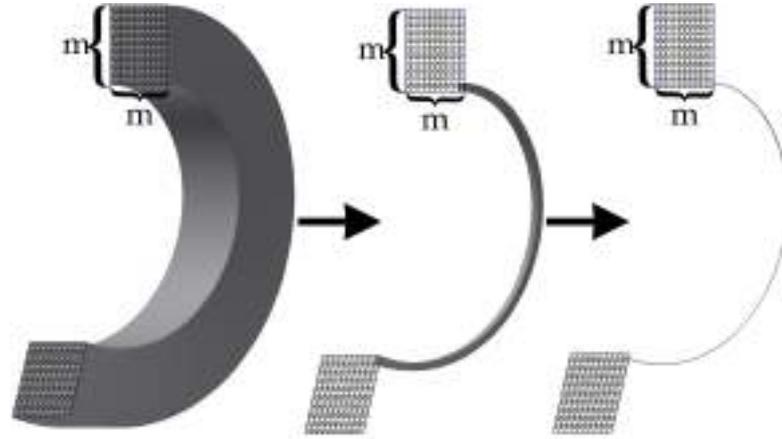


FIGURA 2.25: Aproximación de la densidad de la corriente  $\mathbf{J}$  dentro del volumen del conductor real mediante los  $m \times m$  caminos que llevan la corriente [91, 99].

## 2.6. Estimación de la inductancia

Dado que la inductancia  $L$  es un parámetro muy importante en un electroimán FFC (ya que influye directamente en la velocidad de conmutación  $dB/dt$ ), su estimación teórica es relevante. Sin embargo, tanto el cálculo de la auto inductancia  $L$  como de la inductancia mutua  $M$  en las geometrías consideradas en éste trabajo son de carácter complejo. Existen algunas fórmulas para ciertas geometrías/disposiciones de conductores con buenas aproximaciones, como la ecuación 2.4. Sin embargo, en caso de que la geometría/disposición del conductor sea más compleja, la estimación de la auto inductancia  $L$  y la inductancia mutua  $M$  se hace altamente complicada. Prueba de ello es la enorme cantidad de trabajos reportados en la literatura sobre éste problema, que es todavía hoy un tema en plena discusión, así como lo era hace más de cien años atrás [85, 100–115]. Las referencias indicadas son sólo a modo de ejemplo, e incompletas para éste tema.

En ésta tesis nos basamos en el trabajo de Babic et al. [110] y [109], dónde se considera la estimación teórica de las auto inductancias  $L$  y las inductancias mutuas  $M$  de conductores circulares coaxiales con cortes transversales rectangulares. Los trabajos proveen un marco que se basa en expresiones analíticas que dependen de los parámetros geométricos de los conductores, definiendo las integrales elípticas completas de primer y segundo orden [88].

En la figura 2.26 un dibujo esquemático de un conductor circular con un corte transversal rectangular está mostrado para indicar los parámetros geométricos importantes del conductor para la estimación de la inductancia  $L$ . La auto inductancia  $L$  de éste conductor puede ser aproximada según la siguiente formula:

$$L = \frac{\mu_0 \pi N^2 R}{2\beta} T(k_I) = \frac{\mu_0 \pi N^2 R^2}{2a} T(k_I), \quad (2.52)$$

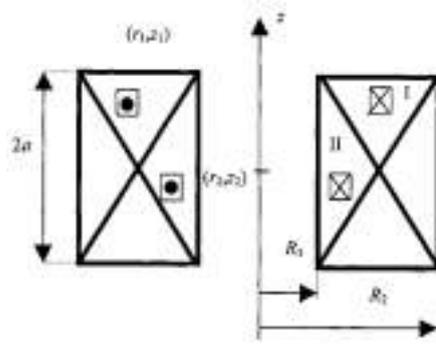


FIGURA 2.26: Dibujo esquemático de un conductor circular con un corte transversal rectangular [110].

dónde  $R$  es el radio promedio del conductor y  $T(k_I)$  un factor que contiene las integrales elípticas completas del primer y segundo orden [88] (ver la publicación [110] para mayor detalle). Aparte de esto, las dos razones, definidas mediante los parámetros geométricos, son de importancia para la estimación de la autoinductancia  $L$ :

$$\alpha = R_2/R_1 \quad \beta = a/R_1. \quad (2.53)$$

La figura 2.27 muestra la configuración del primer y segundo conductor usada para la estimación de las inductancias mutuas  $M$ . En ésta estimación, los volúmenes de los

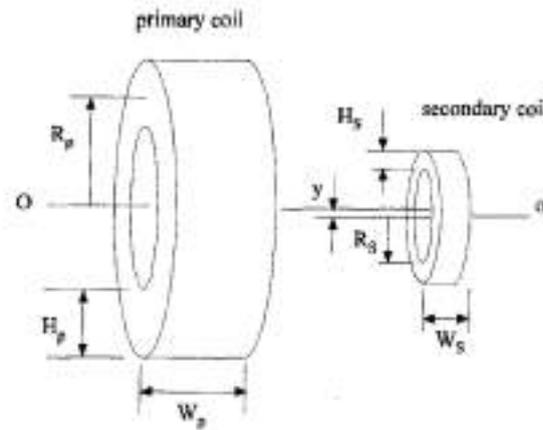


FIGURA 2.27: Dibujo esquemático de la configuración del primer y segundo conductor [109].

conductores están aproximados de manera parecida al trabajo en la sección 2.5. Así se estima la inductancia mutua entre dos conductores (ve figura 2.27) según:

$$M_{12} = \frac{N_P N_S}{(2M + 1)(2N + 1)(2m + 1)(2n + 1)} \sum_{g=-M}^M \sum_{h=-N}^N \sum_{k=-m}^m \sum_{l=-n}^n M_{ij(g,h,k,l)}, \quad (2.54)$$

donde  $N_P$ ,  $N_S$  representan las cantidades de vueltas de cada conductor y  $M$ ,  $N$ ,  $m$ ,  $n$  las cantidades de filamentos para la aproximación de los volúmenes de conductores y  $M_{ij(g,h,k,l)}$  está definida así:

$$M_{ij} = \frac{\mu_0 R_s}{2\pi r} \int_{\phi_2=0}^{2\pi} \left[ (R_p + r)^2 + z^2 \right]^{1/2} \left[ \left( 1 - \frac{1}{2}\kappa^2 \right) K(\kappa) - E(\kappa) \right] d\phi_2. \quad (2.55)$$

Esta ecuación incluye, aparte de las integrales elípticas completas del primer  $K(\kappa)$  y segundo orden  $E(\kappa)$ , un factor geométrico  $\kappa$  que depende de los parámetros de la configuración representada en la figura 2.27 y las posiciones relativas de los filamentos (ver publicación [109] para mayor detalle).

Las integrales elípticas completas del primer  $K(\kappa)$  y segundo orden  $E(\kappa)$  se puede resolver mediante el uso de los métodos numéricos de la cuadratura adaptable de Gauss-Kronrod [97] incluido en el entorno MATLAB®[94]. Además, también se utilizaron métodos de análisis de elementos finitos (FEM/FEA) para comprobar los resultados obtenidos.

## Capítulo 3

# Sistema de electroimán para RMN con ciclado rápido de campo magnético basado en bobinados múltiples individuales

### 3.1. Optimización

La idea en éste método de optimización es desarrollar un electroimán que pueda corregir variaciones en la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  y su homogeneidad  $\Delta B/B$ , causadas por cambios geométricos en los bobinados debido al estrés termo-mecánico [99]. Esta optimización permite variar las densidades de corriente  $\mathbf{J}$  a lo largo del eje longitudinal del electroimán. Esto no es posible en los sistemas de electroimanes ya presentados (sección 2.3) puesto que, una vez fabricados, la distribución de la densidad de corriente  $\mathbf{J}$  queda fija, no siendo posible ajustarla. Con el objetivo de obtener un electroimán con una "distribución ajustable en su densidad de corriente a lo largo de su longitud", se plantea la utilización de varios bobinados consecutivos alimentados en forma individual. Cada bobinado o elemento inductor está conectado a una fuente de alimentación diferente, lo que permite ajustar la densidad de corriente  $\mathbf{J}$  en cualquier momento. Esto genera un aumento en la complejidad del aparato y en los costos, debido al uso de múltiples fuentes adicionales de alimentación. Sin embargo, ésta desventaja es compensada por un diseño de imán activo, capaz de realizar compensaciones de homogeneidad y valor de campo en tiempo real.

### 3.1.1. Diseño

Además del propósito general de obtener mejores condiciones de estabilidad y homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$ , otro objetivo es lograr un diseño de baja complejidad técnica. Esto requiere una fabricación que pueda ser realizada sin la necesidad de utilizar máquinas o métodos especiales ó complejos, y con una estrategia de refrigeración que no demande consideraciones particulares (a diferencia de los casos discutidos en las secciones 2.3.4 y 2.3.3).

La base para el diseño del electroimán consta de conductores helicoidales de paso uniforme y sección transversal rectangular. Esta configuración puede obtenerse cortando tubos cilíndricos de metal en forma de hélice. Para lograr una máxima densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}_{max}$ , con una cierta potencia eléctrica  $P$ , el electroimán está compuesto por varias capas colocadas de forma coaxial organizadas convenientemente: capa(s) interna(s) y capa externa. La capa externa consta de un cierto número de pequeños conductores llamados *elementos de corrección*. La(s) capa(s) interna(s) están conectadas en serie y forman un conjunto de conductores llamados *conductores principales*. Cada uno de los *elementos de corrección* tiene un control independiente de corriente  $I$  y son responsables de la generación de un campo magnético de baja intensidad, utilizado para compensar la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés. La figura 3.1 ilustra la disposición esquemática de un electroimán con tres capas. Las zonas más oscuras simbolizan las partes conectadas en serie (*conductor principal*), las zonas más claras simbolizan los *elementos de corrección*. Cada una de las partes del *conductor principal* y de los *elementos de corrección*, son conductores helicoidales de la sección transversal rectangular con una cierta cantidad de vueltas.

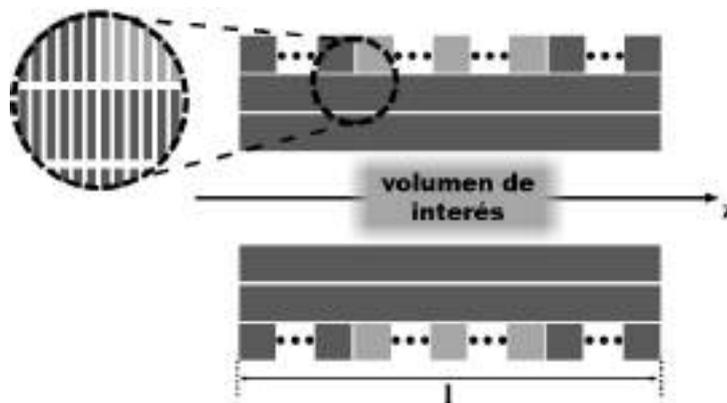


FIGURA 3.1: Vista de media sección de un electroimán con bobinas múltiples individuales. Las zonas oscuras simbolizan los conductores que están conectados a una sola fuente de alimentación (*conductor principal*) mientras las zonas más claras simbolizan los conductores que tienen fuentes de alimentación individuales (*elementos de corrección*). Se eligió un ejemplo con tres capas para lograr una mejor visualización [99].

### 3.1.2. Comportamiento Dinámico

Puesto que la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  generada en el electroimán depende directamente de la corriente  $I$  que fluye a través de él, es esencial analizar la distribución de corriente  $I(t)$  del circuito eléctrico completo en el cuál se encuentra incorporado el electroimán. Por ejemplo, en un bobinado único de inductancia  $L$  y resistencia  $R$  que se encuentra conectado a una fuente de alimentación conmutable, la evolución de la corriente en función del tiempo  $I(t)$  estará descrita por la ecuación 2.3 de la sección 2.1.1. En éste la solución sería, suponiendo que  $U$  conmuta rápidamente de  $U(0) = 0$  a  $U(t > 0) = U_{max}$  con  $I_{on}(0) = 0$ , 2.7. El cálculo se complica si el electroimán contiene más de un bobinado, y cada uno de ellos está controlado por distintas fuentes de alimentación. La Figura 3.2 muestra la disposición de distintos circuitos eléctricos para cada conductor. Los conductores  $L_1, L_2, \dots, L_n$  no necesariamente se encuentran separados como se ilustra en la figura, pueden presentarse en distintas maneras posibles, por ejemplo en forma coaxial. El análisis de los circuitos en la figura 3.2 muestra que

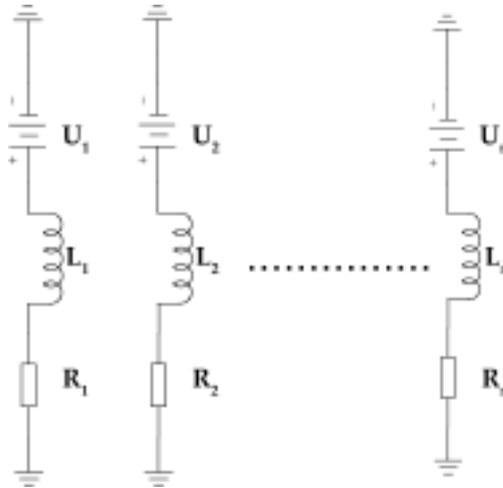


FIGURA 3.2: Circuitos eléctricos con bobinado independientes acoplados.

ellos están interconectados por un acoplamiento inductivo. Mediante la ley de Kirchhoff obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 0 &= U_1(t) - R_1 \cdot I_1(t) - L_1 \frac{dI_1(t)}{dt} - M_{21} \frac{dI_2(t)}{dt} - \dots - M_{n1} \frac{dI_n(t)}{dt} \\
 0 &= U_2(t) - R_2 \cdot I_2(t) - M_{12} \frac{dI_1(t)}{dt} - L_2 \frac{dI_2(t)}{dt} - \dots - M_{n2} \frac{dI_n(t)}{dt} \\
 &\vdots \\
 0 &= U_n(t) - R_n \cdot I_n(t) - M_{1n} \frac{dI_1(t)}{dt} - M_{2n} \frac{dI_2(t)}{dt} - \dots - L_n \frac{dI_n(t)}{dt}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

dónde  $R_1, \dots, R_n$  son las resistencias y  $L_1, \dots, L_n$  las auto-inductancias de cada bobinado.  $M_{12}, \dots, M_{nm}$  son las inductancias mutuas del par de bobinados correspondientes,

$U_1, \dots, U_n$  los voltajes e  $I_1, \dots, I_n$  las corrientes de cada circuito eléctrico. Dividiendo cada línea por su correspondiente resistencia obtenemos:

$$\begin{aligned}
 0 &= -I_1(t) + \frac{U_1(t)}{R_1} - \frac{L_1}{R_1} \cdot \frac{dI_1(t)}{dt} - \frac{M_{21}}{R_1} \cdot \frac{dI_2(t)}{dt} - \dots - \frac{M_{n1}}{R_1} \cdot \frac{dI_n(t)}{dt} \\
 0 &= -I_2(t) + \frac{U_2(t)}{R_2} - \frac{M_{12}}{R_2} \cdot \frac{dI_1(t)}{dt} - \frac{L_2}{R_2} \cdot \frac{dI_2(t)}{dt} - \dots - \frac{M_{n2}}{R_2} \cdot \frac{dI_n(t)}{dt} \\
 &\vdots \\
 0 &= -I_n(t) + \frac{U_n(t)}{R_n} - \frac{M_{1n}}{R_n} \cdot \frac{dI_1(t)}{dt} - \frac{M_{2n}}{R_n} \cdot \frac{dI_2(t)}{dt} - \dots - \frac{L_n}{R_n} \cdot \frac{dI_n(t)}{dt}.
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

Así logramos un sistema de ecuaciones diferenciales no-homogéneo de primer orden que se resuelve de la siguiente manera: el primer paso es transformarlo a la forma vectorial:

$$0 = - \begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{L_1}{R_1} & \frac{M_{21}}{R_1} & \dots & \frac{M_{n1}}{R_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{M_{1n}}{R_n} & \frac{M_{2n}}{R_n} & \dots & \frac{L_n}{R_n} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{dI_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dI_n(t)}{dt} \end{pmatrix}. \tag{3.3}$$

Luego reorganizando la ecuación 3.3, se obtiene:

$$\begin{pmatrix} \frac{dI_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dI_n(t)}{dt} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \frac{L_1}{R_1} & \dots & \frac{M_{n1}}{R_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{M_{1n}}{R_n} & \dots & \frac{L_n}{R_n} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_n(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{L_1}{R_1} & \dots & \frac{M_{n1}}{R_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{M_{1n}}{R_n} & \dots & \frac{L_n}{R_n} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix}$$

o escrito de una forma más compacta:

$$\begin{pmatrix} \frac{dI_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dI_n(t)}{dt} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_n(t) \end{pmatrix} + \mathbf{L}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix} \tag{3.4}$$

con

$$-\mathbf{L}^{-1} = \mathbf{M} \tag{3.5}$$

dónde  $\mathbf{L}$  es la matriz de inductancia del sistema completo. Se puede proceder con las soluciones de la ecuación 3.4 de la misma forma demostrada en el libro [59]. El segundo

paso es computar la matriz fundamental  $\mathbf{F}(t)$  del sistema homogéneo:

$$\begin{pmatrix} \frac{dI_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dI_n(t)}{dt} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_n(t) \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Esta matriz se encuentra calculando los autovectores  $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n$  y los autovalores  $x_1, \dots, x_n$  de  $\mathbf{M}$ , los cuáles se reorganizan de la siguiente manera:

$$\mathbf{F}(t) = \begin{pmatrix} v_{11}e^{x_1 t} & \dots & v_{1n}e^{x_n t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1}e^{x_1 t} & \dots & v_{nn}e^{x_n t} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

con

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} v_{11} \\ \vdots \\ v_{n1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_n = \begin{pmatrix} v_{1n} \\ \vdots \\ v_{nn} \end{pmatrix}.$$

La solución general del sistema homogéneo es la matriz fundamental multiplicada por una constante:  $\mathbf{F}(t)\mathbf{c}$ . Para obtener la solución del sistema no-homogéneo, la constante  $\mathbf{c}$  se toma como un vector dependiente del tiempo, que debemos encontrar:

$$\begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_n(t) \end{pmatrix} = \mathbf{F}(t) \cdot \begin{pmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

Ahora derivando el vector  $\mathbf{I}(t)$  y sustituyendo el resultado en la ecuación 3.4, se obtiene:

$$\frac{d\mathbf{F}(t)}{dt} \begin{pmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{pmatrix} + \mathbf{F}(t) \begin{pmatrix} \frac{dc_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dc_n(t)}{dt} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{F}(t) \begin{pmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{pmatrix} + \mathbf{L}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix}.$$

Debido al hecho de que la derivación de la matriz fundamental  $\mathbf{F}(t)$  está dada por [59]:

$$\frac{d\mathbf{F}(t)}{dt} = \mathbf{M} \cdot \mathbf{F}(t),$$

el vector dependiente del tiempo se encuentra integrando:

$$\begin{pmatrix} \frac{dc_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dc_n(t)}{dt} \end{pmatrix} = \mathbf{F}(t)^{-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix},$$

de la cuál se obtiene el siguiente resultado  $\mathbf{c}(t)$ :

$$\begin{pmatrix} c_1(t) \\ \vdots \\ c_n(t) \end{pmatrix} = \int \mathbf{F}(t)^{-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix} dt + \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

dónde  $\mathbf{k}$  es una constante arbitraria. Ahora, sustituyendo el vector  $\mathbf{c}(t)$  en la ecuación 3.8, obtenemos la solución para el comportamiento dinámico del sistema de electroimanes:

$$\begin{pmatrix} I_1(t) \\ \vdots \\ I_n(t) \end{pmatrix} = \mathbf{F}(t) \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix} + \mathbf{F}(t) \int \mathbf{F}(t)^{-1} \cdot \mathbf{L}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{U_1(t)}{R_1} \\ \vdots \\ \frac{U_n(t)}{R_n} \end{pmatrix} dt. \quad (3.10)$$

Las constantes dentro del vector  $\mathbf{k}$  se encuentran utilizando cualquier condición inicial. Para finalizar con el cálculo hay que fijar la distribución de voltajes  $U_1(t), \dots, U_n(t)$ , de cuyos valores dependen del conjunto de corrientes  $I_1, \dots, I_n$ . Esto se obtiene a partir del método de optimización que permite llegar a una homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ , y con las resistencias eléctricas correspondientes  $R_1, \dots, R_n$ . La determinación de todos los parámetros se presentará en la siguiente sección.

### 3.1.3. Método de Optimización

El *conductor principal* junto con los *elementos de corrección* forman un conjunto de bobinados alimentados a partir de un conjunto adecuado de corrientes  $I_1, \dots, I_N$ . Para determinar estas corrientes  $I_1, \dots, I_N$  se debe minimizar el error entre la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}(\mathbf{r}_\mathbf{k})$ , generado por el conjunto de bobinados, y una densidad asignada de flujo magnético  $\mathbf{B}^t(\mathbf{r}_\mathbf{k})$ . Las corrientes  $I_2, \dots, I_N$  corresponden a los *elementos de corrección* y la corriente  $I_1$  al *conductora principal*. Como resultado de la minimización del error del campo magnético se pueden encontrar una cantidad infinita de conjuntos de corrientes que conllevan a la misma homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$ . Esta cantidad se reduce a un solo conjunto de corrientes si se impone que la disipación de

la potencia a lo largo del electroimán también deber ser minimizada. Puesto que solo conductores cilíndricos son utilizados en el método de optimización, es suficiente con considerar la componente axial de las densidades de flujos magnéticos  $B_z(\mathbf{r}_k)$  y  $B_z^t(\mathbf{r}_k)$ . Esto nos permite expresar la definición del funcional  $W(I_1, \dots, I_N)$  [116, 117] utilizado para la determinación del conjunto de corrientes  $I_1, \dots, I_N$ , de la siguiente manera:

$$W(I_1 \dots I_N) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K w(\mathbf{r}_k) \left[ \sum_{n=1}^N B_z(\mathbf{r}_k) - B_z^t(\mathbf{r}_k) \right]^2 + \frac{\alpha}{2} \sum_{n=1}^N R_n I_n^2. \quad (3.11)$$

El mínimo entre la densidad generada por el flujo magnético  $B_z(\mathbf{r}_k) = B_z^m(\mathbf{r}_k) + B_z^h(\mathbf{r}_k)$  y la densidad de flujo magnético  $B_z^t(\mathbf{r}_k)$  está expresado en la primera parte de la ecuación 3.11, mientras que  $B_z^m(\mathbf{r}_k)$  representa la densidad generada del flujo magnético del *conductor principal* y  $B_z^h(\mathbf{r}_k)$  la densidad generada de flujo magnético de los *elementos de corrección*. La segunda parte de la ecuación describe la minimización en el consumo de potencia  $P$  dónde  $w(\mathbf{r}_k)$  es una función de ponderación que depende de la coordenada espacial  $\mathbf{r}_k$ , y  $\alpha$  un factor de ponderación para el consumo de potencia. La función de ponderación  $w(\mathbf{r}_k)$  destaca la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  mientras que el factor de ponderación  $\alpha$  acentúa la minimización del consumo de potencia  $P$ . De ésta forma, el funcional  $W(I_1, \dots, I_N)$  (ecuación 3.11) no sirve para la determinación del conjunto de corrientes  $I_1, \dots, I_N$ . Recordando que en la sección 2.5 la densidad de flujo magnético  $B_z(\mathbf{r}_k)$  se representa mediante la ecuación 2.44, podemos mostrar la densidad total de flujo magnético en coordenadas espaciales como:

$$\sum_{n=1}^N B_z(\mathbf{r}_k) = \sum_{n=1}^N \mu_0 I_n C_{zn}(\mathbf{r}_k), \quad (3.12)$$

dónde los  $C_{zn}$  son las componentes  $z$  de la ecuación 2.51. Para el método de optimización, la función  $f(\varphi)$  es reemplazada por una función lineal  $p$  constante:  $f(\varphi) = p\varphi$ . Otro motivo que cuestiona el uso de la ecuación 3.11 es las altas densidades de corriente del conjunto determinado por  $I_1, \dots, I_N$ . Esto debe ser evitado, puesto que intensidades de corriente  $I_2, \dots, I_N$  de los *elementos de corrección* que sean comparables con la intensidad de corriente  $I_1$  del *conductor principal* elevarían el consumo de las fuentes de alimentación e incrementarían la complejidad del sistema de refrigeración. Para ajustar las intensidades  $I_2, \dots, I_N$  a valores más moderados, la fórmula aditiva de la segunda parte de la ecuación 3.11, que minimiza el consumo de potencia, va de  $n = 2$  a  $N$ . Esto significa que el *conductor principal* está excluido en la adición. La figura 3.3 muestra la asignación de las corrientes a cada elemento y la ecuación 3.11 se convierte en:

$$W(I_1 \dots I_N) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K w(\mathbf{r}_k) \left[ \sum_{n=1}^N \mu_0 I_n C_{zn}(\mathbf{r}_k) - B_z^t(\mathbf{r}_k) \right]^2 + \frac{\alpha}{2} \sum_{n=2}^N R_n I_n^2. \quad (3.13)$$

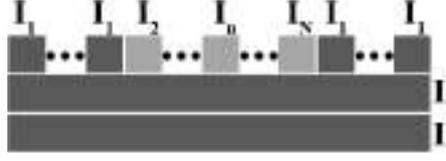


FIGURA 3.3: Asignación general de las corrientes a cada elemento [99].

De ésta ecuación es posible determinar el conjunto de las corrientes  $I_2, \dots, I_N$  derivado con respecto a cada corriente ( $\partial U / \partial I_n$ ). El resultado es el sistema de ecuaciones:

$$\begin{pmatrix} G_{11} & \cdots & \cdots & G_{1N} \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ G_{N1} & \cdots & \cdots & G_{NN} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & R_N \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ E_N \end{pmatrix}$$

dónde los coeficientes  $G_{nl}$  y  $E_n$  están definidos como:

$$G_{nl} = \sum_{k=1}^K w(\mathbf{r}_k) \mu_0 C_{zn}(\mathbf{r}_k) \mu_0 C_{zl}(\mathbf{r}_k) \quad E_n = \sum_{k=1}^K w(\mathbf{r}_k) \mu_0 C_{zn}(\mathbf{r}_k) B_z^t(\mathbf{r}_k),$$

o escrito en forma más compacta:

$$(\mathbf{G} + \alpha \cdot \mathbf{R}) \mathbf{I} = \mathbf{E}. \quad (3.14)$$

Para obtener la solución deseada o el vector  $\mathbf{I}$ , hay que invertir la ecuación 3.14. Pero antes, debemos calcular los coeficientes  $G_{nl}$  y  $E_n$ . Puesto que se eligen los parámetros  $B_z^t(\mathbf{r}_k)$ ,  $\alpha$  y  $w(\mathbf{r}_k)$ , los únicos coeficientes a calcular serán los  $C_{zn}(\mathbf{r}_k)$ . Los cálculos, junto con la aproximación de la geometría real del conductor, ya fueron presentados en la sección 2.5. Una vez finalizados solo resta invertir la matriz  $\mathbf{G}$ , y de esta forma, el conjunto de las corrientes  $\mathbf{I}$  queda determinado. Para obtener un electroimán que satisfaga los criterios deseados, el número de capas, número de *elementos de corrección*, grado de homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  y factores de ponderación  $\alpha$  y  $w(\mathbf{r}_k)$  deben ser seleccionados y modificados durante del proceso de optimización. En general, se trata de mantener un número bajo de *elementos de corrección* para no tener que utilizar tantas fuentes de alimentación. Sin embargo, dado que el grado de homogeneidad del campo magnético deseado  $\Delta B/B$  (generalmente de 1 ppm) requiere cierta cantidad de *elementos de corrección* que manejen altas intensidades de corrientes dentro del volumen de interés, hay que encontrar un equilibrio entre la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ , el número de *elementos de corrección*, las fuentes disponibles de alimentación (costo/rendimiento), el número de capas y las consideraciones de refrigeración.

## 3.2. Construcción de un prototipo de electroimán basado en conductores múltiples individuales

### 3.2.1. Configuración óptima

Con el objetivo de obtener una configuración óptima, primero se definen los parámetros geométricos iniciales. Estos parámetros son: el avance de la hélice o "pitch"  $p$  del corte, el ancho del corte  $c$  entre vueltas consecutivas, el radio interno  $r_{i/1st}, \dots, r_{i/nth}$ , el radio externo  $r_{o/1st}, \dots, r_{o/nth}$ , el espacio entre las capas  $g$ , el número de vueltas  $N_1, \dots, N_n$  de cada capa y la longitud  $l$ . Con éstos parámetros definidos, se inicia el método de optimización. El volumen de interés fue definido como una esfera con un volumen de  $V = 1 \text{ cm}^3$  que no debería superar el valor de homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B \leq 10 \text{ ppm}$  calculado mediante la ecuación 2.40. A partir de estas restricciones, se realiza el método de optimización varias veces. El conjunto de las corrientes  $I_1, \dots, I_N$  fue calculado para distintas configuraciones del prototipo del sistema de electroimán. Las configuraciones diferentes contienen la variación del número de *elementos de corrección* de 7 a 19, la variación del número de *elementos* en la capa externa conectados con el *conductor principal* de 0 a 3 y la cantidad de vueltas para cada *elemento* en la capa externa (que se tomará como constante). También el número de capas  $k$  fue llevado de 1 a 4. Para cada configuración, el valor del factor de ponderación  $\alpha$  fue variando de  $10^{-7}$  a  $10^{-18}$ . Analizando los resultados obtenidos a través de éste procedimiento, se encontró que el número mínimo de *elementos de corrección* necesarios para lograr la homogeneidad deseada dentro del volumen de interés es 11 más 2 *elementos* de los extremos de la capa externa que están conectados con las capas internas. El número total de capas es  $k = 3$ . La figura 3.4 ilustra esa configuración. Los parámetros geométricos



FIGURA 3.4: Prototipo de electroimán con conductores múltiples individuales [99].

para la configuración óptima están listados en el cuadro 3.1.

### 3.2.2. Rendimiento y realización técnica

Para verificar el rendimiento de la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés, se calculó la distribución del campo dentro de un cubo con una longitud lateral de  $a = 20 \text{ mm}$  para distintos valores de  $\alpha$ . De los dos valores obtenidos

$r_{i/1st}$	$r_{o/1st}$	13.00 mm	16.00 mm
$r_{i/2nd}$	$r_{o/2nd}$	17.00 mm	20.92 mm
$r_{i/3rd}$	$r_{o/3rd}$	21.92 mm	24.94 mm
$l$	$c$	117.24 mm	0.50 mm
$g$	$p$	1.00 mm	1.95 mm/2 $\pi$
$N_{1st}$	$N_{2nd}$	60	60
$N_{correction\ element}$	$k$	4	3

CUADRO 3.1: Parámetros geométricos del prototipo de electroimán con conductores múltiples individuales

$\alpha = 10^{-7}$  y  $\alpha = 10^{-10}$ , se obtuvieron dos distribuciones de campo magnético diferentes  $B_z(\mathbf{r}_k)$  y por consiguiente, distintos conjuntos de corrientes  $I_1, \dots, I_{12}$ . El conjunto de las corrientes para el valor más alto de  $\alpha$  condujo a una homogeneidad aceptable de campo magnético  $\Delta B/B \lesssim 10$  ppm dentro del volumen de interés, e intensidades de corrientes bajas  $I_2, \dots, I_{12}$  en los *elementos de corrección*. Del valor mas bajo de  $\alpha$  se obtuvo la homogeneidad de campo magnético  $\Delta B/B$  más alta que se pudo alcanzar, pero como desventaja, elevados valores para  $I_2, \dots, I_{12}$  ( $\approx 82$  % comparando los valores picos). La figura 3.5 muestra las distribuciones de los campos magnéticos  $B_z(\mathbf{r}_k)$  (más precisamente las homogeneidades  $\Delta B/B$ ) y las intensidades de las corrientes  $I_1, \dots, I_{12}$ : (A-C) para  $\alpha = 10^{-10}$ , y (D-F) para  $\alpha = 10^{-7}$ . La leyenda y los números de las curvas de nivel (A-B, D-E) expresan la homogeneidad  $\Delta B/B$  (ver ecuación 2.40) en ppm. Los gráficos (C, F) contienen las intensidades de corrientes  $I_1, \dots, I_{12}$ , dónde las franjas azules indican las intensidades de las corrientes de los *elementos de corrección* ( $I_2, \dots, I_{12}$ ) y los puntos rojos simbolizan la intensidad de corriente del *conductor principal* ( $I_1$ ). En todos los mapas (A-B, D-E), el volumen de interés está indicado como un círculo (línea discontinua) con un radio de  $r_{voi} = 6.204$  mm. Ambas intensidades de corriente  $I_1, \dots, I_{12}$  (C, F) para los dos valores de  $\alpha$  generan una densidad de flujo magnético de  $B_{max}(0, 0, 0) \approx 0.4$  T. Aparte del logro de una homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  razonable dentro del volumen de interés, y de los parámetros eléctricos ( $R$ ,  $L$ ) del prototipo, para estimar el rendimiento también fueron de interés la resistencia eléctrica y la resistividad  $\rho_{aluminio} = 2.826 \cdot 10^{-8}$   $\Omega\text{m}$  del aluminio utilizado. El prototipo final debería estar fabricado de éste material utilizando la formula de conductores helicoidales con sección transversal rectangular de la aproximación de resistencia eléctrica  $R$  [91]:

$$R_{layer} \approx \frac{\rho \cdot \sqrt{r^2 + p^2} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}{(2\pi \cdot p - c) \cdot (r_{outer} - r_{inner})}. \quad (3.15)$$

Las resistencias eléctricas aproximadas de las capas  $k$  individuales resultaron  $R_{1st} \approx R_{2nd} = 35.350$  m $\Omega$ . En la ecuación 3.15  $\rho$  se representa la resistividad del material,  $r$  el radio medio,  $p$  el paso del corte,  $c$  el ancho de corte,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_1$  los bordes de integración (numero de vueltas  $N$ ), el radio externo  $r_{outer}$  y el radio interno  $r_{inner}$  del conductor

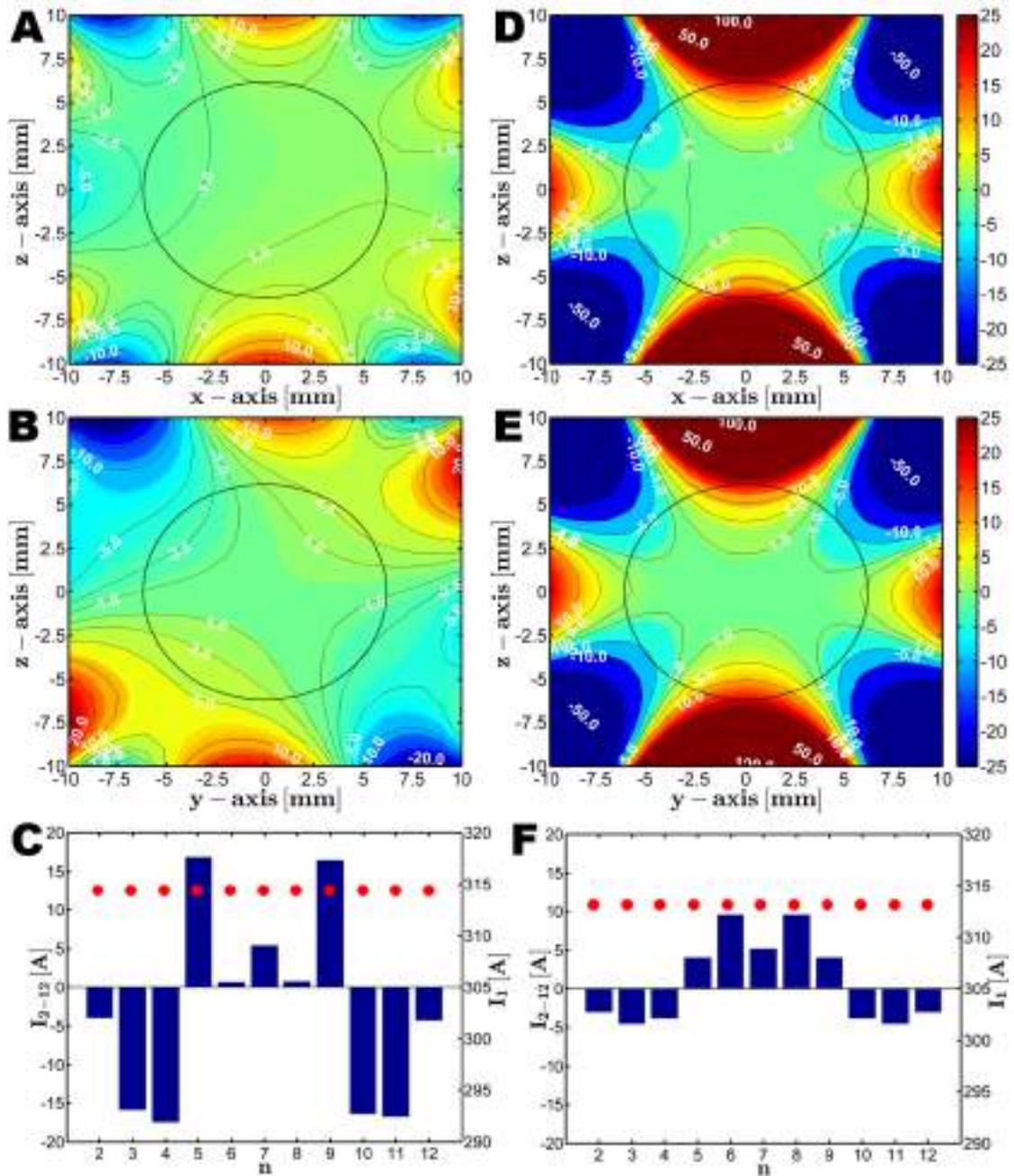


FIGURA 3.5: Resultados del prototipo óptimo para el electroimán con conductores múltiples individuales. (A-C) muestra los resultados para  $\alpha = 10^{-10}$ , (D-F) para  $\alpha = 10^{-7}$ . Los mapas muestran la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en partes por millón (ppm). Las líneas discontinuas simbolizan el volumen de interés. Ambos gráficos (C, F) contienen las intensidades de corriente  $I_2, \dots, I_{12}$  de los *elementos de corrección*, indicadas mediante franjas azules. La intensidad de corriente  $I_1$  del *conductor principal* se indica mediante puntos rojos.

helicoidal. Para lograr la configuración óptima del prototipo, la primera capa, la segunda capa y los *elementos* de cada borde de la capa externa tienen que estar conectados en serie, tal como se obtuvo en el método de optimización. La resistencia total del *conductor principal* es:

$$R_{conductor\ principal} = R_{1st} + R_{2nd} + 4 \cdot R_{element}. \quad (3.16)$$

El cálculo de la inductancia resulta complicado dado que ésta se corresponde con una matriz  $\mathbf{L}$  que contiene todas las auto-inductancias  $L$  y las inductancias mutuas  $M$  de cada conductor o bobinado del sistema. El método para calcular las inductancias teóricas se presenta brevemente en la sección 2.6. Combinando los conductores que forman el *conductor principal*, se puede obtener su auto-inductancia  $L_{conductor\ principal}$  sumando las auto-inductancias  $L$  y las inductancias mutuas  $M$  de la matriz de inductancia  $\mathbf{L}$ . De ésta forma se separa el *conductor principal* de los *conductores de corrección*. Los parámetros teóricos del prototipo están resumidos en el cuadro 3.2. Con los parámetros eléctricos

	<i>conductor principal</i>	<i>elemento de corrección</i>
$B_{max}$ (8.49 kW)	0.4 T	-
$R$	85.939 mΩ	-
$L$	153 μH	-
$P_{max}$	8.491 kW	-
$R$	-	3.805 mΩ
$L$	-	1.3 μH
$P_{max}$	-	1.155 W

CUADRO 3.2: Características teóricas del prototipo de electroimán con conductores múltiples individuales.

obtenidos y la matriz de inductancia  $\mathbf{L}$ , se puede estimar la velocidad de respuesta del dispositivo. Esta estimación involucra el cálculo de la evolución temporal de cada corriente  $I_1(t), \dots, I_{12}(t)$  durante la conmutación, cálculo realizado a partir del sistema de ecuaciones 3.10 de la sección 3.1.2. La figura 3.6 muestra la evolución temporal de cada corriente con todas las fuentes de alimentación encendidas. Las corrientes de cada par de *elementos de corrección* tienen la misma posición en direcciones opuestas al eje  $z$  (por ejemplo 3 y 11) y están indicadas con el mismo color. Parecen ser idénticas en el gráfico, pero no lo son si se compara con el gráfico de la publicación inicial [99]. Lo que tuvimos en cuenta para la corrección fue la simplificación errónea de aproximar los conductores por anillos con sección transversal rectangular para el método de optimización utilizado. Esta aproximación no es útil cuando se consideran intensidades simétricas de corriente  $I_2, \dots, I_{12}$  para los *elementos de corrección*.

Partiendo de los resultados obtenidos se encontró que, aparte de una homogeneidad razonable del campo magnético  $\Delta B/B$ , con éste prototipo de electroimán, también se

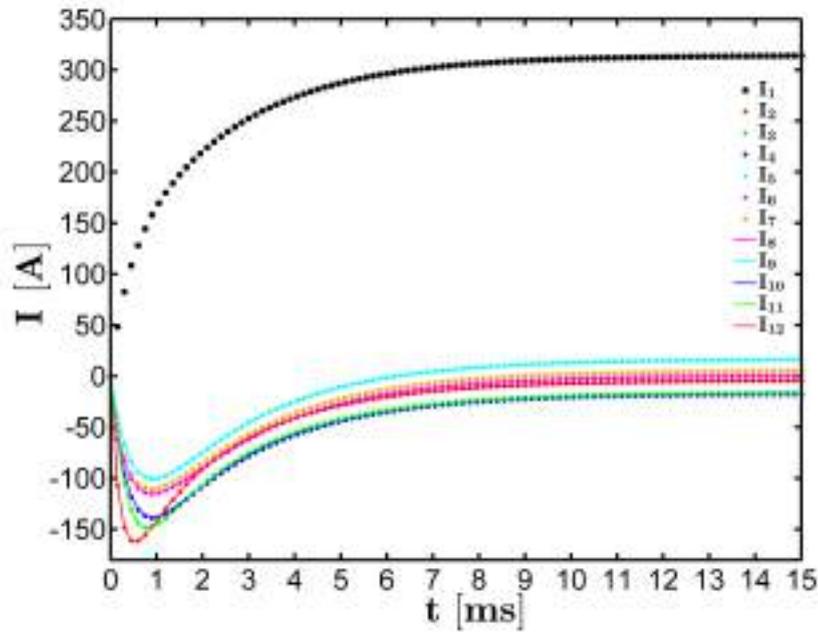


FIGURA 3.6:  $I(t)$  calculada para el prototipo de electroimán con conductores múltiples individuales. El conjunto de corrientes es el mismo, como se muestra en la figura: 3.5 para un valor de  $\alpha = 10^{-10}$  [99].

puede lograr una densidad máxima de flujo magnético adecuada  $B_{max}(P)$  y una velocidad de conmutación aceptable  $dB/dt$ . Se cumplen también los requisitos para FFC, utilizando solo fuentes de alimentación con bajas potencias para alimentar los *elementos de corrección*. Esto también facilita las consideraciones de refrigeración que se deben tener en el sistema.

La construcción de los conductores (capas) se realizó cortando un camino helicoidal de paso  $p$  dentro de los cilindros de aluminio. Una discusión detallada del proceso se encuentra en el capítulo 6. La figura 3.7 muestra el ensamblado final del prototipo con todas las partes importantes indicadas.

### 3.2.3. Comentario Final

Este prototipo no llegó a implementarse en la práctica, aunque constituyó un importante caso de estudio. Una razón fue que paralelamente se fueron analizando otras opciones, de las cuales una de ellas resultó ser favorita para la implementación final. Por otro lado, el acople inductivo entre los diferentes bobinados que componen al sistema representa una dificultad adicional a la hora de la conmutación (ver por ejemplo la figura 3.6). Vemos que las corrientes  $I_2(t)$  e  $I_{12}(t)$  alcanzan valores  $I_2 \approx I_{12} \approx -150$  debido al acople con

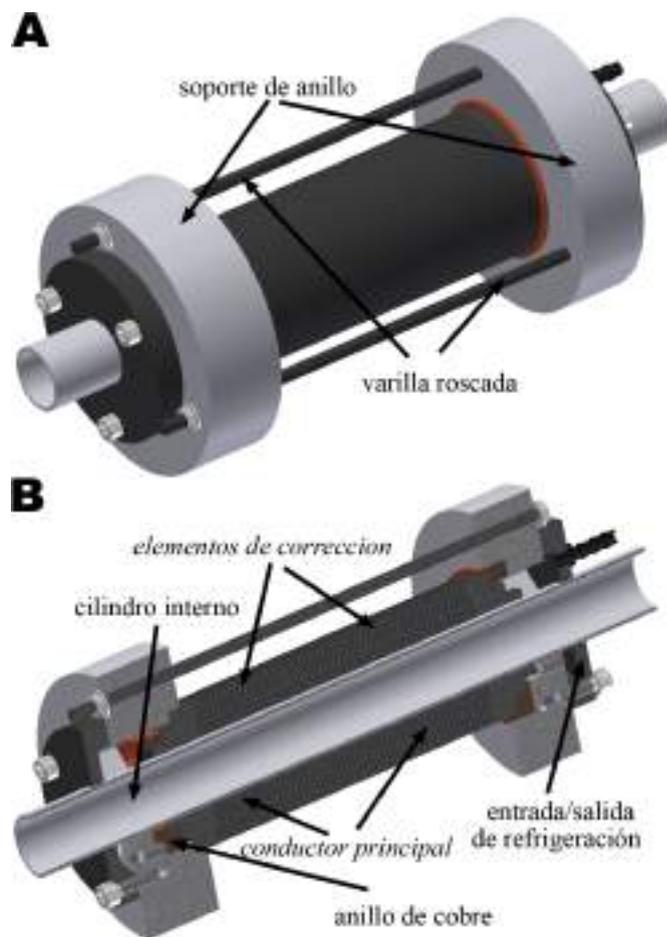


FIGURA 3.7: A) Diseño de ensamblado para el prototipo del sistema de electroimán con conductores múltiples individuales. B) Una vista de media sección del electroimán.

el *conductor principal*.

En contraste con éste diseño de geometría fija y múltiples corrientes, se optó por estudiar otra configuración basada en una geometría tipo Notch con estructura variable y corriente única (chapter 4). Esta decisión fue tomada durante la fabricación de la primera capa del prototipo de electroimán de conductores múltiples individuales. La figura 3.8 muestra la capa terminada.



FIGURA 3.8: Capa realizada del prototipo del sistema de electroimán con conductores múltiples individuales.

Sin embargo, aunque el prototipo nunca fue realizado en la práctica, ganamos con él mucha en experiencia sobre los problemas técnicos asociados a la realización mecánica del dispositivo.

## Capítulo 4

# Sistema de electroimán tipo ”Notch” con geometría variable para RMN con ciclado rápido del campo magnético

### 4.1. Método de optimización para electroimanes Notch con geometría variable

El método de optimización para éste tipo de electroimanes puede encontrarse en [91]. Los objetivos generales para el diseño de éste electroimán son, al igual que el electroimán del capítulo 3, mantener y ajustar la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  que puede estar deteriorada debido a estrés termo-mecánico o largos periodos de uso, y cumplir con los requisitos para experimentos FFC ( $B_{max}(P)$ ,  $dB/dt$ ,  $\Delta B/B$ ). En vez de utilizar electroimanes con conductores múltiples individuales alimentados a partir de fuentes independientes, la idea consiste en emplear una o varias capas alimentadas por un único alimentador, con la posibilidad de actuar sobre la geometría del dispositivo, de manera de implementar correcciones sobre la homogeneidad espacial del campo. Queda claro que un electroimán de una o varias capas con paso  $p$  constante no llega a generar una homogeneidad espacial razonable del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro de un volumen interno reducido, a menos que la longitud de los cilindros supere varias veces su diámetro (solución que conlleva a un aumento de la resistencia e inductancia). Por ésta razón, se logró la homogeneización espacial del campo magnético a partir de dos bobinados externos con posicionamiento variable. Existen otras configuraciones en la literatura

[72, 74], pero ésta geometría permite generar una densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  alta en comparación con las otras.

Al momento del mecanizado del dispositivo, la complejidad técnica de éste tipo de electroimán se reduce considerablemente en comparación con los electroimanes de la sección 2.3.4 y los de la sección 2.3.3. Esto significa que no serán necesarios métodos complejos de fabricación para elaborar éste tipo de imanes. Las consideraciones de refrigeración también se verán favorecidas puesto que, a diferencia de otros diseños (ver figura 2.15), la disipación de la potencia  $P$  se distribuye uniformemente a lo largo de la(s) capa(s) del electroimán. Esto es debido al corte helicoidal con paso uniforme  $p$ .

Se demostró en [91] que el método de optimización empleado contempla un análisis mucho más completo que los métodos ya existentes [49, 51, 55, 56].

#### 4.1.1. Estrategia de diseño

El diseño se basa en utilizar conductores cilíndricos de metal con núcleo de aire, dispuestos de forma coaxial. Así, una cantidad arbitraria de cilindros (tallados) internos  $n$  (capas) de igual longitud  $l$ , generan una densidad general de flujo magnético  $B_z^m$ . La homogeneidad del campo resultante debe ser corregida por dos elementos o cilindros más cortos (Notch), ubicados en la capa externa del electroimán. Estos elementos generan una densidad de flujo magnético  $B_z^c$  tal que equilibra la uniformidad de la densidad total de flujo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés. Solo se considera la componente axial de la densidad de flujo magnético  $B_z$ , puesto que se utilizan únicamente conductores cilíndricos. La figura 4.1 muestra la configuración esquemática del diseño, donde las capas  $1^{st}, \dots, n^{th}$  forman las capas (cilindros) internas (indicadas mediante puntos negros) y los dos elementos Notch forman la capa externa. Resulta obligatorio tener un cuidado especial al momento de elegir el número  $n$  de capas internas. Su impacto al rendimiento final del sistema de electroimanes se discutirá luego. La resistencia eléctrica  $R$  de cada capa puede ajustarse seleccionando sus dimensiones, paso de la hélice  $p$ , ancho de corte  $c$  y espesor de capa. El dimensionamiento resistivo es un aspecto crucial puesto que  $R$  es un parámetro termo-mecánico importante. Todas las capas están separadas entre sí por un espacio definido  $g$  que facilita la refrigeración efectiva del electroimán. A partir de ésta configuración, el ajuste de la homogeneidad del campo magnético en el electroimán  $\Delta B/B$  se logra fácilmente variando la distancia entre los dos conductores Notch. En principio, deben considerarse tanto un movimiento lineal a

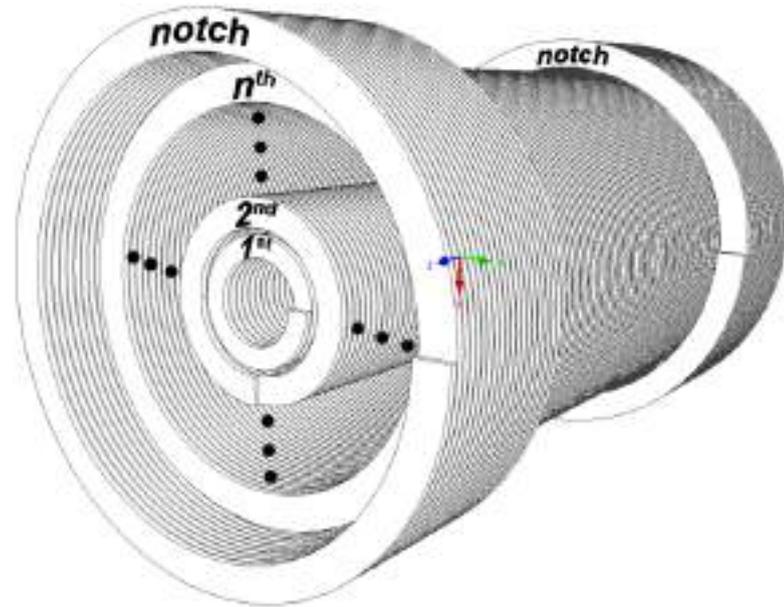


FIGURA 4.1: Vista esquemática de un electroimán con conductores Notch externos. [91]

lo largo del eje longitudinal, como un movimiento rotativo alrededor del eje. Estos grados de libertad demandan de un montaje mecánico complejo del sistema (ver capítulo 6).

Los parámetros que definen a éste electroimán se presentan en la figura 4.2. Hay que seleccionarlos con cuidado para poder utilizarlos en el método de optimización, puesto que la resistencia eléctrica  $R$ , la inductancia total  $L$  y las consideraciones de refrigeración del electroimán dependen directamente de ellos. Empezando por las capas interiores algunos de estos parámetros son: los radios internos  $r_{i/1st}, \dots, r_{i/nth}$ , los radios externos  $r_{o/1st}, \dots, r_{o/nth}$ , la longitud  $l_{inner}$  y los espacios entre capas  $g_1, \dots, g_n$ . Para los conductores externos serían el radio interno  $r_{i/notch}$  y externo  $r_{o/notch}$  de los cilindros y el espacio entre la última capa interna (la más exterior)  $g_{notch}$  y las capas externas. Estos parámetros siempre son idénticos para ambos elementos. Otro parámetro que define la distancia entre los bordes exteriores de las capas internas y los bordes exteriores de los Notch es  $l_{position}$ . Parámetros no indicados en la figura 4.2, pero que tienen relevancia, son: el paso  $p$  del corte helicoidal de todos los conductores y el número de vueltas de las capas internas  $N_{inner}$  y externas  $N_{notch}$ . Parámetros como la longitud de las capas internas  $l_{inner}$ , la longitud de las capas externas  $l_{notch}$  y el paso  $p$  del corte helicoidal están interrelacionados mediante su número de vueltas  $N_{inner}, N_{notch}$ .

#### 4.1.2. Método de Optimización

El método de optimización se describe en [91]. Tiene la ventaja de poseer una baja complejidad matemática puesto que, además de la ley de Biot-Savart, no es necesaria

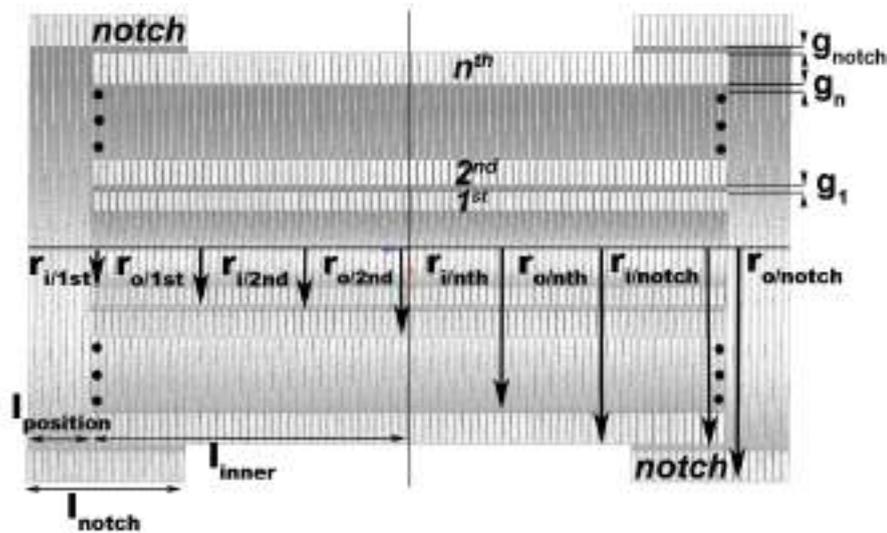


FIGURA 4.2: Vista de la sección transversal de un electroimán con elementos correctores externos tipo Notch de geometría variable. [91].

ninguna otra fórmula. En el método de optimización, el volumen de interés está definido como una malla cubica de longitud lateral  $a$ . Los nodos de la malla están ubicados a igual distancia en las coordenadas  $\mathbf{r}_k = (x_k, y_k, z_k)$ . En estos puntos, la densidad de flujo magnético  $B_z$  se calcula a partir de la ley de Biot-Savart. La homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  queda definida por la ecuación 2.40:

$$\frac{\Delta B}{B} = \frac{B_z(0, 0, 0) - B_z(\mathbf{r}_k)}{B_z(0, 0, 0)} = \frac{B_z(0, 0, 0) - B_z(x_k, y_k, z_k)}{B_z(0, 0, 0)}. \quad (2.40)$$

En éste trabajo, la ley de Biot-Savart se formula a partir de la ecuación 2.44, dónde  $\mathbf{C}(\mathbf{r}_k)$  está expresado por la ecuación 2.44, asumiendo que el camino que lleva la corriente es una hélice de alambre de diámetro infinitesimal. Esta simplificación será eliminada luego del método de optimización. Por el hecho de que las capas son cilíndricas y que poseen un corte helicoidal de paso constante  $p$ , la componente  $z$  del  $\mathbf{C}(\mathbf{r}_k)$  se expresa como 4.1 para las capas internas del electroimán, dónde la función  $f(\varphi)$  tiene la siguiente apariencia lineal  $f(\varphi) = p \cdot \varphi$ :

$$C_{z,inner}(x_k, y_k, z_k) = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \quad (4.1)$$

$$\times \frac{-r \sin \varphi \cdot (y_k \pm r \sin \varphi) \pm r \cos \varphi \cdot (x_k - r \cos \varphi)}{[(x_k - r \cos \varphi)^2 + (y_k \pm r \sin \varphi)^2 + (z_k - p \cdot \varphi)^2]^{3/2}}.$$

En la ecuación,  $r$  simboliza el radio promedio de la capa y  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  son los límites de integración. Para las capas internas se definen como:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= -\frac{N_{inner}}{2}2\pi \\ \varphi_2 &= \frac{N_{inner}}{2}2\pi\end{aligned}\tag{4.2}$$

o viceversa, dependiendo de la dirección de la corriente  $I$ . Determinando los bordes de ésta manera, el centro geométrico del electroimán se ubica en los puntos  $x_k = 0$ ,  $y_k = 0$ ,  $z_k = 0$ . El cálculo de  $C_{z,notch}$  para cada conductor externo es similar a la ecuación 4.1 con la diferencia de que las posiciones, al igual que los extremos, deben ser ajustadas.

$$\begin{aligned}C_{z,notch}(x_k, y_k, z_k) &= \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \\ &\times \frac{-r \sin \varphi \cdot (y_k \pm r \sin \varphi) \pm r \cos \varphi \cdot (x_k - r \cos \varphi)}{[(x_k - r \cos \varphi)^2 + (y_k \pm r \sin \varphi)^2 + (z_k - p \cdot \varphi + d)^2]^{3/2}}\end{aligned}\tag{4.3}$$

El parámetro adicional  $d$  es el mismo que  $l_{inner}$ . Para un Notch tiene un valor positivo y para el otro, un valor negativo. Los bordes correspondientes a los Notch para valores positivos del eje  $z$  se definen como:

$$\begin{aligned}\varphi_{1pos} &= \frac{N_{inner}}{2}2\pi \\ \varphi_{2pos} &= \left( \frac{N_{inner}}{2} - N_{notch} \right) 2\pi\end{aligned}\tag{4.4}$$

y para el lado negativo del eje  $z$  como:

$$\begin{aligned}\varphi_{1neg} &= \left( -\frac{N_{inner}}{2} + N_{notch} \right) 2\pi \\ \varphi_{2neg} &= -\frac{N_{inner}}{2}2\pi.\end{aligned}\tag{4.5}$$

El signo  $\pm$  en las ecuaciones 4.1 y 4.3 representa el sentido de rotación con el que se recorren las hélices. Este tiene que ser consecuente con la modificación de los bordes, que también pueden ser revertidos, y que se obtienen a partir de la dirección de la corriente  $I$ , de la superposición de los campos magnéticos  $B_z^m$  y  $B_z^c$  en cada coordenada espacial  $\mathbf{r}_k$  y de la densidad de flujo magnético resultante  $B_z(x_k, y_k, z_k)$ .

$$\begin{aligned}B_z(x_k, y_k, z_k) &= B_z^m(x_k, y_k, z_k) + B_z^c(x_k, y_k, z_k) \\ &= \mu_0 \cdot I \left( (C_{z,inner}(x_k, y_k, z_k) + C_{z,notch}(x_k, y_k, z_k)) \right).\end{aligned}\tag{4.6}$$

Estas ecuaciones forman el marco teórico del método de optimización. La única complejidad es el cálculo de las integrales en las ecuaciones 4.1 y 4.3. Esta tarea no resulta ser tan problemática si se evalúan numéricamente las integrales utilizando una cuadratura

adaptable de Gauss-Kronrod [97] (ver sección 2.5).

Para cada nodo  $k$  de la malla cúbica se evalúan numéricamente las ecuaciones 4.1 y 4.3, las cuáles, junto con la ecuación 4.6, nos dan la densidad espacial de flujo magnético  $B_z(\mathbf{r}_k)$ . Puesto que el método computacional aproxima el camino que lleva la corriente mediante un alambre infinitesimal y considera solo las componentes axiales de la densidad de flujo magnético  $B_z$ , el cálculo de la distribución espacial de la densidad de flujo magnético  $B_z(\mathbf{r}_k)$  no requiere muchos esfuerzos ni largos periodos computacionales. Esto permite optimizar las estrategias de diseño y ayuda a determinar la geometría más adecuada para el electroimán. También se pueden incorporar las componentes radiales ( $r$ ) y azimutales ( $\varphi$ ) de la densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  al método de optimización en caso que ser necesario. Esto, lógicamente, contraerá un aumento de los tiempos de cómputo.

Para comenzar con la optimización de un electroimán dado, primero hay que definir los parámetros necesarios: radios internos y externos de cada capa ( $r_{i/inner}$ ,  $r_{o/inner}$ ,  $r_{i/notch}$ ,  $r_{o/inner}$ ), ancho del corte entre vueltas consecutivas  $c$ , longitud de las capas internas  $2l_{inner}$  y cantidad de capas internas  $n$ . Debido a su gran influencia en la resistencia eléctrica total  $R$  y la inductancia total  $L$  del electroimán, es recomendable realizar una elección conveniente de los parámetros antes de iniciar el procedimiento de optimización. Por ejemplo, la diferencia entre el radio interno  $r_{i/nth}$  y el radio externo  $r_{o/nth}$  al igual que el ancho de corte  $c$  y el paso  $p$  de un cilindro, son inversamente proporcionales a su resistencia eléctrica  $R$ . La cantidad de capas internas del electroimán  $n$  también deben ser correctamente elegidas puesto que permiten distribuir la potencia a varias capas incrementando la densidad de flujo magnético  $B_z$  para una dada corriente  $I$ . Así mismo, su aumento incrementa de forma drástica la resistencia eléctrica  $R$  total y la inductancia total  $L$  del sistema [91].

Para una longitud fija  $2l_{inner}$  de las  $n$  capas internas y con el objetivo de considerar todas las posibles configuraciones que hubieran dado resultados destacables, el número de vueltas  $N_{inner}$  varía dentro de un rango elegido  $N_{i/inner} \leq N_{inner} \leq N_{f/inner}$ , con valor inicial  $N_{i/inner}$  y final  $N_{f/inner}$ . Cada una de las distintas configuraciones de los números de vueltas en las  $N_{inner}$  capas internas, lleva a una cierta distribución espacial de la densidad de flujo magnético  $B_z^m(x_k, y_k, z_k)$  dentro del volumen de interés. La distribución óptima de la densidad de flujo magnético de corrección  $B_z^c(x_k, y_k, z_k)$  para cada  $N_{inner}$  generada mediante los conductores Notch, es la misma para todas las capas internas del electroimán. Esto fue encontrado variando de forma independiente los

parámetros  $N_{notch}$  y  $d$  para cada valor  $N_{inner}$ . De éste modo, el número de las vueltas  $N_{notch}$  es idéntico para ambos conductores externos, mientras que, para cada uno de ellos,  $d$  puede estar variando arbitrariamente. Ver figura 4.3 para los casos simétrico y asimétrico. A medida que se varía el parámetro  $d$  a través de un cierto rango  $d_i \leq d \leq d_f$

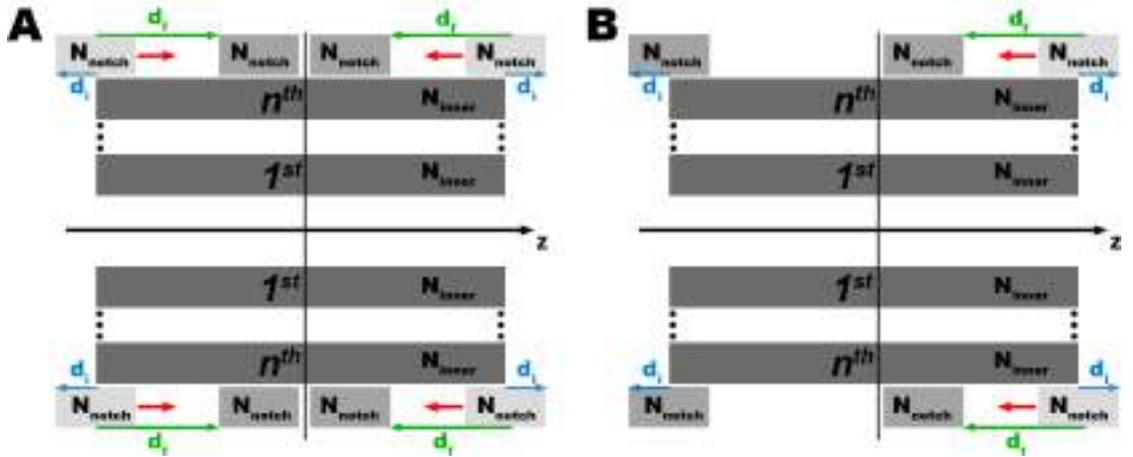


FIGURA 4.3: Caso simétrico (A) y asimétrico (B) para una variación independiente de  $d$ . Las flechas rojas indican la dirección del movimiento de los conductores externos, las flechas azules el valor inicial  $d_i$  y las flechas verdes el valor final  $d_f$  de su posición. El resto de los parámetros permanecen iguales.

para un cierto número  $N_{notch}$ , el número de vueltas de los conductores de Notch  $N_{notch}$  va cambiado a distintos valores y el parámetro  $d$  varía nuevamente dentro de su rango  $d_i \leq d \leq d_f$ . El rango  $N_{i/notch} \leq N_{notch} \leq N_{f/notch}$  y el tamaño del paso se eligen en forma arbitraria. Los valores de  $N_{notch}$  que no sean enteros se consideran de forma particular, puesto que generan desplazamientos rotativos en las conexiones eléctricas de los conductores [91]. El tamaño del paso y el rango de los parámetros  $d$  y  $N_{notch}$  pueden ser elegidos arbitrariamente.

Para encontrar la configuración óptima  $(d, N_{notch})$  para cada configuración de las capas internas  $(N_{inner})$ , se introduce un parámetro que indica la calidad en la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés. Este parámetro se denomina cobertura porcentual del volumen  $PVC$ , y se define como la razón (en porcentaje) entre los puntos  $k_{\leq homogeneity}$  que estén por debajo o sean iguales a un valor predefinido de homogeneidad, y la cantidad total de puntos  $k_{total}$  dentro de la malla cúbica:

$$PVC = \frac{k_{\leq homogeneity}}{k_{total}}. \quad (4.7)$$

Para cada configuración de las capas internas  $(N_{inner})$ , la distribución de conductores externos  $(d, N_{notch})$  que da el valor más alto de  $PVC$ , queda determinada trazando el valor máximo de  $PVC$  para cada configuración  $(d, N_{notch})$  en función de la cantidad de vueltas de las capas internas  $N_{inner}$ . Luego, es posible elegir la configuración que

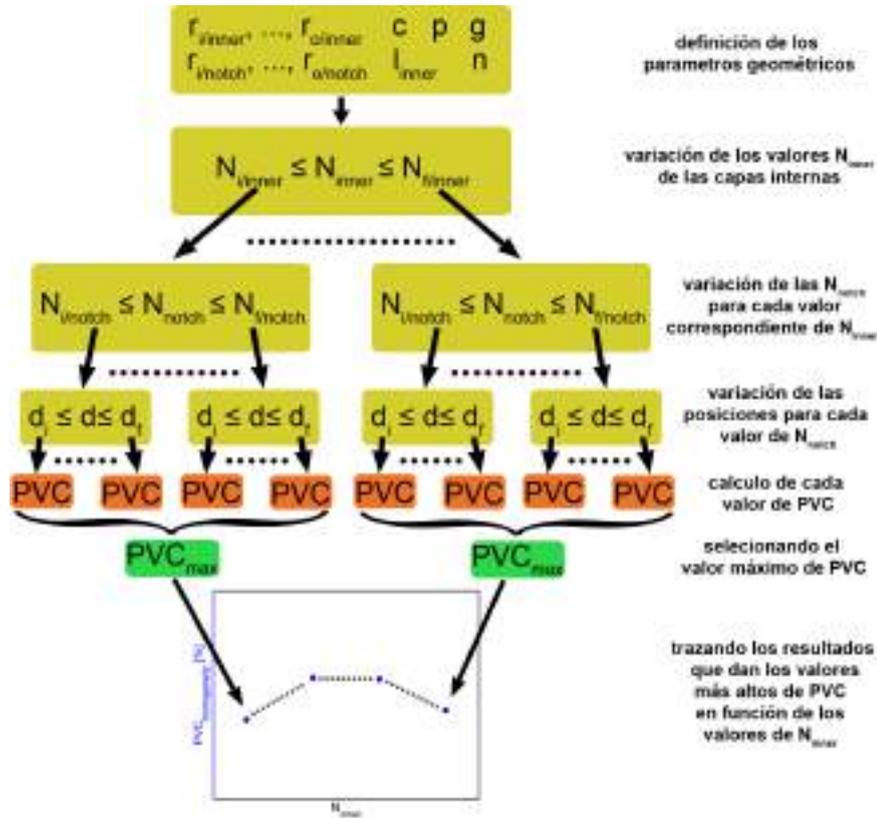


FIGURA 4.4: Esquema del método de optimización para electroimanes con elementos correctores tipo Notch externos. Los puntos negros simbolizan el rango de valores en sus intervalos.

resulte óptima para la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ . La figura 4.5 a partir de las cuales, se puede seleccionar la configuración con el valor de  $PVC$  más altos. Debemos notar que cuando se cambia la cantidad de nodos  $k$  de la malla dentro del volumen de interés, cambiará también el valor  $PVC$  para una configuración dada. Sin embargo, aunque se puede obtener la configuración en la que resulta de la mejor homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ , el método de optimización exhibe su máximo potencial cuando se calcula la máxima densidad de flujo magnético  $B_{max}(P)$  que se puede alcanzar a una potencia dada  $P$  para cada una de las configuraciones que se muestran en el gráfico  $PVC(N_{inner})$  (ver el gráfico de la figura 4.4). Cuando se trazan los valores  $PVC$  y  $B_{max}(P)$  en función de  $N_{inner}$  en un gráfico de doble eje  $y$ , como se muestra en la figura 4.5, obtenemos la información de como se combinan para cada configuración los tres requisitos ( $B_{max}(P)$ ,  $\Delta B/B$ ,  $dB/dt$ ). La ordenada de color azul nos indica cómo se puede satisfacer el requisito de homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ . La ordenada de color verde nos informa acerca del valor que tendrá la máxima densidad de flujo magnético  $B_{max}(P)$  a una dada potencia  $P$ . El objetivo es obtener valores máximos para cada ordenada. La abscisa nos informa indirectamente acerca de la rapidez del electroimán  $dB/dt$ . Puesto que el número de vueltas  $N_{inner}$

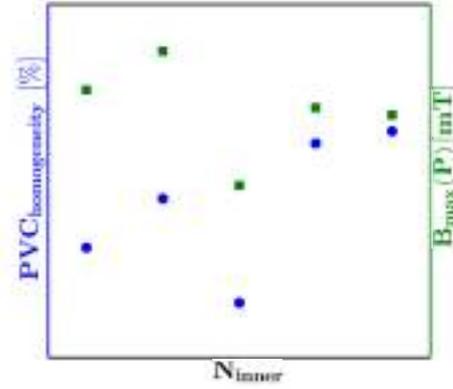


FIGURA 4.5: Gráfico que ejemplifica resultados arbitrarios del método de optimización utilizando el doble eje  $y$ . Los círculos representan el valor de  $PVC$  en porcentaje mientras que los cuadrados representan el valor de  $B_{max}(P)$  para cada valor de  $N_{inner}$ .

tiene un gran impacto en la inductancia  $L$  del electroimán (ver ecuación 2.4), el objetivo es mantener éste número tan bajo como sea posible, al tiempo de ser compatible con los otros requisitos. La resistencia eléctrica se calcula de la misma manera que la presentada en la sección 3.2.2.

$$R_{layer} \approx \frac{\rho \cdot \sqrt{r^2 + p^2} \cdot (\varphi_2 - \varphi_1)}{(2\pi \cdot p - c) \cdot (r_o - r_i)} \quad (3.15)$$

dónde  $\rho$  es la resistividad del material,  $r$  el radio promedio,  $p$  la pendiente constante,  $c$  el ancho del corte,  $\varphi_2$  y  $\varphi_1$  los bordes ( $N_{inner}$  o  $N_{notch}$ ) y  $r_o$ ,  $r_i$  los radios externo e interno de la capa. Es importante calcular la resistencia eléctrica  $R$ , debido a su utilización en el cálculo de  $B_{max}(P)$ .

Para evitar simplificar el camino que lleva la corriente por un alambre infinitesimal, el método de optimización incluye un procedimiento adicional. Luego de obtener el conjunto óptimo de parámetros ( $d$ ,  $N_{notch}$ ) con los valores máximos de  $PVC$ , se calcula nuevamente la distribución espacial de la densidad de flujo magnético  $B_z(\mathbf{r}_k)$ . La distribución de corriente se aproximará mediante la superposición de  $m \times m$  filamentos de corriente [80, 82, 91] como se presentó en la sección 2.5. Este procedimiento genera escasos cambios en la posición  $d$  de los parámetros optimizados ( $N_{inner}$ ,  $N_{notch}$ ).

## 4.2. Implementación de un prototipo

### 4.2.1. Configuración óptima

Aunque con éste método de optimización sea posible obtener electroimanes que puedan competir con los sistemas de electroimanes ya existentes [49–51, 53, 55, 56], el objetivo de éste trabajo es generar un impacto en el método de ciclado rápido de campo más allá de las aplicaciones relaxométricas, como son por ejemplo los casos de imágenes por resonancia magnética (MRI) [17–21], polarización dinámica nuclear (DNP) [22] y resonancia cuadrupolar (NQR) [23]. Con éste fin, se optimizó un prototipo que puede ser utilizado con muestras de grandes dimensiones (volumen cilíndrico con radio de  $r = 14.5$  mm y una longitud de  $h = 63.5$  mm) y que ofrezca un diámetro interno accesible de  $d = 70$  mm. Estas modificaciones proveen la posibilidad de incorporar sondas más sofisticadas, bobinas de gradientes, resonadores, etc.

La configuración básica para el prototipo, además de los parámetros  $r_{i/nth}$ ,  $r_{o/nth}$ ,  $r_{i/notch}$ ,  $r_{o/notch}$ ,  $g$ ,  $c$ ,  $p$  y  $l_{inner}$ , queda determinada por una sola capa interna ( $n = 1$ ). Se optó por ésta configuración para lograr un electroimán de baja inductancia total y un proceso de fabricación simplificado. Así obtenemos una cantidad total de tres cilindros (una capa interna y dos correctores externos) lo que facilita las pruebas rápidas del método de optimización y simplifica la resolución de problemas técnicos que pueden surgir durante la construcción.

El método de optimización fue realizado utilizando los siguientes valores: el parámetro  $PVC$  se fijó en  $\Delta B/B \leq 10$  ppm. Para el cálculo de las densidades de flujo magnético  $B_z(x_k, y_k, z_k)$ , las posiciones se establecieron en  $11^3 = 1331$  nodos  $k$  de la malla cúbica con una longitud lateral de  $a = 70$  mm. Se seleccionó una longitud de  $2l_{inner} \approx 200$  mm para la capa interna. El método de optimización fue realizado en un rango de  $80 \leq N_{inner} \leq 120$  utilizando un paso de  $\Delta N_{inner} = 2$ . Los parámetros de  $d$  y  $N_{notch}$  se ajustaron de manera tal que los conductores externos no se intersecaran entre sí. Se utilizaron tamaños de pasos de  $\Delta d = 125 \mu\text{m}$  y  $\Delta N_{notch} = 1$ . Estos tamaños fueron seleccionados porque reflejaban las tolerancias de construcción y posicionamiento disponibles. Además, la elección de un valor entero para  $\Delta N_{notch}$  evitaría un aumento en la complejidad del ensamblado del electroimán. La figura 4.6 muestra los resultados obtenidos por el método de optimización para el prototipo. En la figura, el rectángulo rojo indica la configuración seleccionada de  $N_{inner} = 104$  que se llevará acabo en la práctica. La potencia eléctrica para el cálculo fue puesta en  $P = 10$  kW. Otro factor decisivo en la elección de  $N_{inner} = 104$  fue la intensidad de corriente  $I$  necesaria para

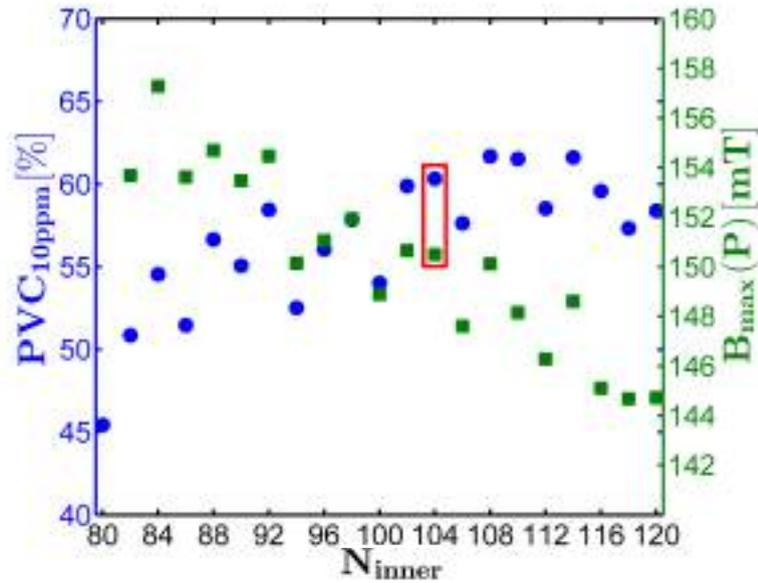


FIGURA 4.6: Resultados del método de optimización para el prototipo. Los círculos representan los valores de  $PVC_{10ppm}$  en porcentaje y los cuadrados los valores de  $B_{max}(P)$  para cada valor de  $N_{inner}$ . La potencia eléctrica  $P$  utilizada para realizar el cálculo fue  $P = 10$  kW. La configuración seleccionada está indicada por el rectángulo rojo ( $N_{inner} = 104$ ).

llegar a la densidad de flujo magnético  $B_{max}(10kW)$  indicada. Esta densidad es considerablemente más baja que la obtenida para otras configuraciones, como por ejemplo la de  $N_{inner} = 92$ . Esto también afecta las consideraciones de refrigeración y puesto que se necesita ganar experiencia en este campo, la decisión fue tomada a favor de reducir las consideraciones de refrigeración en vez de obtener una mejor combinación para cumplir con los requisitos de FFC ( $B_{max}(P)$ ,  $dB/dt$ ,  $\Delta B/B$ ). Los parámetros que describen el prototipo optimizado de una capa interna y  $N_{inner} = 104$  vueltas están dados en el cuadro 4.1.

$r_{i/1st}$	$r_{o/1st}$	35.50 mm	42.50 mm
$r_{i/notch}$	$r_{o/notch}$	43.50 mm	52.20 mm
$l_{notch}$	$l_{position}$	35.17 mm	72.92 mm
$c$	$2l_{inner}$	0.50 mm	203.22 mm
$g$	$p$	1.00 mm	1.95 mm/ $2\pi$
$N_{inner}$	$N_{notch}$	104	18

CUADRO 4.1: Parámetros calculados para el prototipo.

### 4.2.2. Rendimiento teórico del prototipo

El aluminio fue elegido como material base para la realización práctica. Información más detallada del por qué se seleccionó éste material y no otro más adecuado se dará en el capítulo 6. La estimación para el rendimiento teórico del prototipo se obtuvo a partir de la ecuación 3.15 para la resistencia eléctrica  $R$ . Se utilizó  $\rho \approx 5.2 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ . Este valor se estimó midiendo la resistencia  $R$  de una geometría sencilla del material conductor que se tenía disponible. Lamentablemente la resistividad  $\rho$  encontrada para éste material resultó bastante alta para una aleación de aluminio si se le compara con el valor para el aluminio puro ( $\rho(T = 293K) = 2.650 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$  [118]). Sin embargo, no fue posible obtener en esa etapa del proyecto una aleación que tuviera mejores características eléctricas. Por otro lado, la mayor dureza del aluminio utilizado facilitó el proceso de maquinado y corte de los cilindros. La estimación de la inductancia total  $L$  se realizó, como ya se ha mencionado en la sección 2.6, a partir del trabajo de Babic et al. [110], y utilizando programas de elementos finitos (FEM/FEA) [119]. Los resultados teóricos del prototipo de electroimán se presentan en el siguiente cuadro 4.2. Teniendo en cuenta técnicas como

$B_{max}(10 \text{ kW})$	150.5 mT
$R$	175.0 m $\Omega$
$L$	192.6 $\mu\text{H}$
$V_{interest}$	41.95 cm <sup>3</sup>
$PVC_{10ppm}$	60.3 %

CUADRO 4.2: Características calculadas del prototipo.

imágenes por resonancia magnética utilizando ciclado rápido de campo (FFC-MRI), se consideró que un volumen de interés  $V_{interest}$  cilíndrico para la muestra con radio de  $r = 14.5 \text{ mm}$  y longitud de  $63.5 \text{ mm}$  ofrecería suficiente espacio para realizar las experiencias. En éste volumen de interés de  $V_{interest} \approx 42 \text{ cm}^3$ , la homogeneidad espacial teórica del campo magnético  $\Delta B/B$  no excede el valor de  $\Delta B/B = \pm 50 \text{ ppm}$ . Esta homogeneidad espacial  $\Delta B/B$  se puede observar en la figura 4.7 para el plano  $xz$  y  $yz$  en partes por millón (ppm), dónde el volumen cilíndrico de la muestra está representado como un rectángulo en líneas discontinuas en ambos mapas.

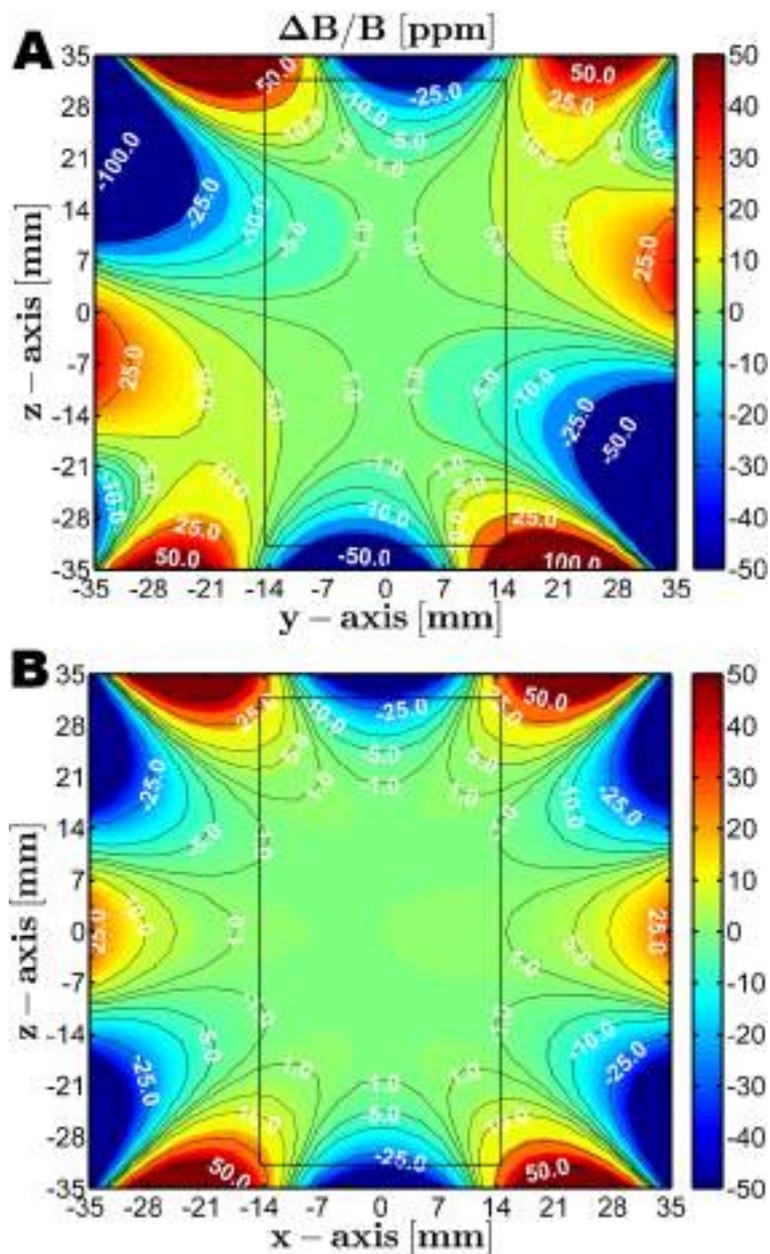


FIGURA 4.7: Mapas de contorno de la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en partes por millón (ppm) del prototipo. Para A) el plano  $yz$  y B) el plano  $xz$ . El rectángulo trazado en líneas discontinuas representa el volumen máximo de la muestra.

## Capítulo 5

# Extensión del método de optimización para electroimanes con hélices no-uniformes

Ya se ha mencionado que el algoritmo utilizado en imanes de paso fijo puede ser extendido a electroimanes con hélices no-uniformes. El algoritmo original [51, 52] (y otros basados en él) fué discutido en la sección 2.3.3. Durante éste trabajo, el objetivo fue reproducir el algoritmo original, para luego mejorarlo. Esto fué posible haciendo uso de la información disponible en la literatura, en particular, el trabajo de K.-H. Schweikert y del grupo pionero en éste tipo de electroimanes en la Universidad de Stuttgart [51]. No está de más enfatizar que el algoritmo original es complejo, como se puede observar en la sección 2.3.3, y por lo tanto su reproducción no resultó sencilla. Además, se lograron mejoras que fueron plasmadas en diferentes programas de cómputo, disponibles en el laboratorio para el desarrollo de nueva instrumentación.

El algoritmo original para la optimización de electroimanes con hélices no-uniformes, todavía hoy considerado como el algoritmo más completo para la optimización de electroimanes FFC, contiene simplificaciones excesivas e ideas equivocadas que reducen el rendimiento teórico del dispositivo (por ejemplo, la homogeneidad). El algoritmo de extensión desarrollado, resuelve éstos problemas y manifiesta mejoras apreciables en la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  en comparación con las obtenidas por el método de optimización original.

## 5.1. Análisis de los aspectos críticos del algoritmo de Schweikert

Cómo ya se discutió en la sección 2.3.3, se pueden señalar tres puntos críticos del algoritmo original para el método de optimización de electroimanes:

- se considera únicamente la distribución del campo magnético  $B_0$  a lo largo del eje longitudinal (eje  $z$ ) del electroimán.
- la homogeneidad del campo magnético obtenida a través del algoritmo original  $\Delta B/B$  se logra aplicando corrientes variables  $I_j$  a los elementos del conductor  $j$ . Sin embargo, en la práctica éste método se lleva a cabo aplicando una única intensidad de corriente fija  $I_0$  a todos los elementos conductores.
- la geometría del conductor está conformada por anillos circulares en vez de una hélice continua. Se asume que el campo magnético generado  $B_0$  se conserva después de llevar ésta estructura de anillos a una estructura helicoidal [55]

Las referencias encontradas en [51, 56] nos proveen de una estimación para la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ . Las homogeneidades  $\Delta B/B$  de dos de los tres electroimanes construidos a partir del algoritmo original, difieren de los valores teóricos en un factor  $10^2$ . Las razones atribuidas a éste comportamiento son: imperfecciones mecánicas en el maquinado y ensamblado del conjunto, y expansiones térmicas en los materiales de conducción durante las experiencias [56]. Estas razones afectan la homogeneidad del campo magnético final  $\Delta B/B$  para cualquier electroimán realizado. Se mostrará que las razones que diferencian los dos métodos (original y extensión) se diferencia en el mapa de homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$ , y que en la teoría, surgen en gran medida del algoritmo original en sí mismo.

Un análisis de ésta situación se obtuvo reemplazando la formula 2.32, utilizada para el cálculo de los factores escalares  $A_{jk}$  de cada arco circular  $j$  al punto  $k$ , en el eje  $z$ :

$$A_{jk} = \frac{1}{p} \cdot \frac{\mu}{2(a_{2j} - a_{1j}) \ln(r_{2j}/r_{1j})} \cdot \ln \left( \frac{\left[ (a_{2j} - z_k) + \sqrt{r_{1j}^2 + (a_{2j} - z_k)^2} \right] \left[ (a_{1j} - z_k) + \sqrt{r_{2j}^2 + (a_{1j} - z_k)^2} \right]}{\left[ (a_{2j} - z_k) + \sqrt{r_{2j}^2 + (a_{2j} - z_k)^2} \right] \left[ (a_{1j} - z_k) + \sqrt{r_{1j}^2 + (a_{1j} - z_k)^2} \right]} \right). \quad (2.32)$$

Utilizando la formula 2.51, junto con el método descrito en la sección 2.5:

$$dC_z = \frac{1}{4\pi} \frac{-\rho_0 \sin(\varphi) (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi)) \mp \rho_0 \cos(\varphi) (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))}{\left( (x_k - \rho_0 \cos(\varphi))^2 + (y_k \mp \rho_0 \sin(\varphi))^2 + (z_k - f(\varphi))^2 \right)^{3/2}} d\varphi. \quad (2.51)$$

La ecuación 2.32 conlleva a excesivas simplificaciones a la hora de calcular los factores escalares  $A_{jk}$  para los conductores circulares de la sección transversal rectangular. En la publicación original [51], la referencia [65] que provee la fórmula, especifica ciertas simplificaciones necesarias para su derivación. Aunque resulta necesario calcular los factores de campo  $C_z(x_k, y_k, z_k)$  en todo el volumen de interés, y no únicamente en una dimensión como en el eje  $z$ , no se consideró apropiada la utilización de la ecuación 2.32 para llevarlo a cabo.

Las consecuencias de considerar la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  solamente a lo largo del eje  $z$  ya fueron discutidas en detalle en la sección 2.4. Sin embargo, las referencias [51, 52] suponen que los valores de  $\Delta B/B$  fuera del eje  $z$  no difieren de forma insignificativa respecto a los valores correspondientes al eje  $z$ . Para demostrar lo desacertado de esta suposición, se proseguirá con el ejemplo de la sección 2.3.3 continuando con la optimización de un electroimán, con radio interno de  $r_i = 13$  mm, radio externo de  $r_o = 16$  mm, longitud de  $l = 60$  mm y compuesto de  $n = 14$  conductores con  $p = 24$  segmentaciones ( $j = n \cdot p = 336$  arcos circulares). La homogeneidad espacial  $\Delta B/B$  a lo largo de eje  $z$ , calculada mediante la ecuación 2.51, que se utiliza como base para optimizar la geometría del conductor, se muestra en la figura 5.1. La homogeneidad

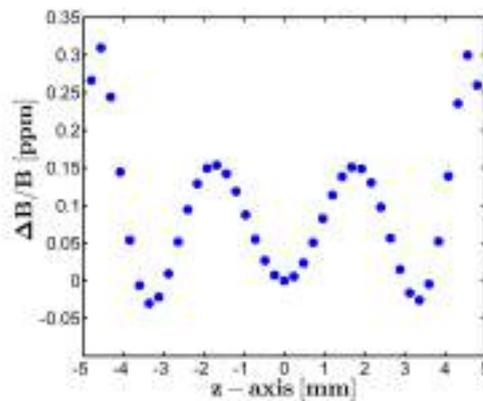


FIGURA 5.1: Homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en partes por millón (ppm) a lo largo de eje  $z$  del electroimán optimizado de la sección 2.3.3.

espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  a lo largo del eje  $z$  se encuentra dentro del rango de  $\Delta B/B \approx 10^{-7}$  lo que es más que suficiente para la detección de las señales de RMN. Ahora, si se examina la homogeneidad espacial dentro de todo el volumen de interés,

solo una pequeña parte tendrá los valores de homogeneidad indicados en la figura 5.1. Para demostrarlo, la homogeneidad fue calculada dentro de un volumen de interés cúbico de longitud lateral  $a = 10$  mm. La figura 5.2 muestra los resultados obtenidos para el plano  $xz$  y  $yz$  del electroimán optimizado. Los diferentes mapas en los planos  $xz$  y  $yz$

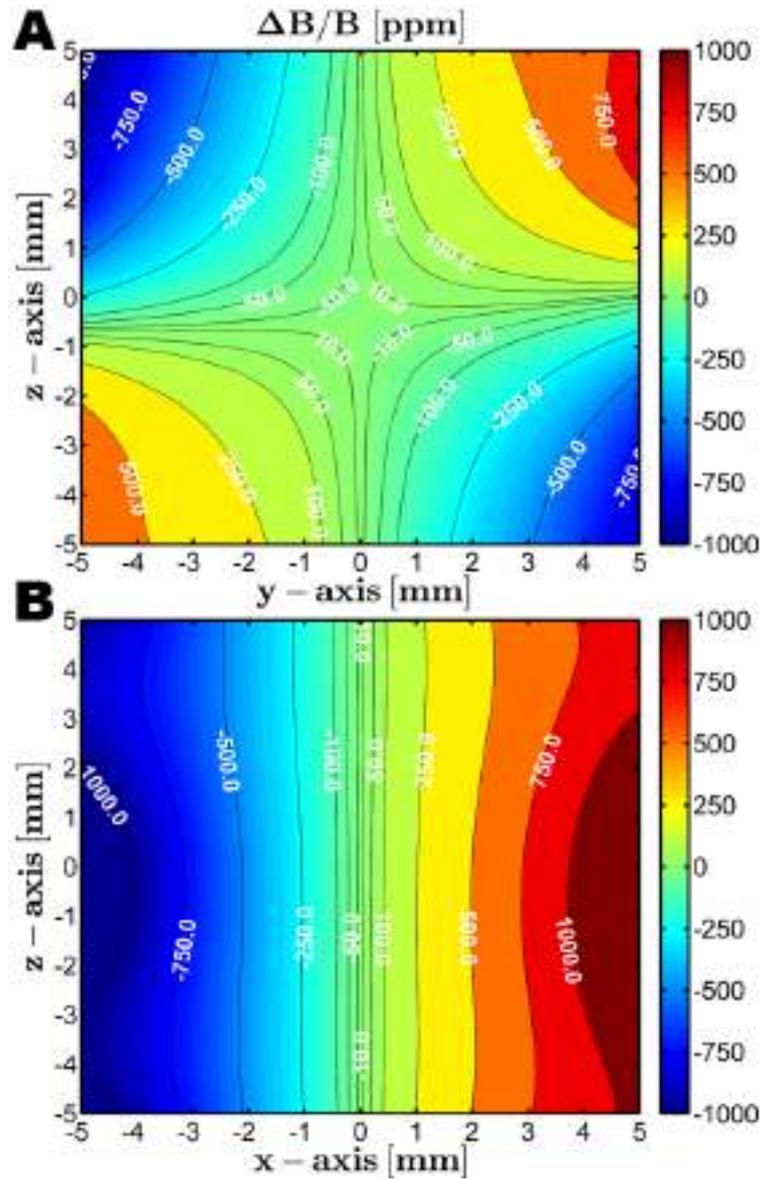


FIGURA 5.2: Homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en partes por millón (ppm) generado a partir de diferentes intensidades de corrientes  $I_j$  aplicadas a cada elemento conductor  $j$  del electroimán optimizado. A) en el plano  $yz$ , B) en el plano  $xz$ .

surgen de la geometría no-simétrica del conductor (ver sección 2.4). A partir del gráfico se puede aproximar la homogeneidad espacial a un rango de  $\Delta B/B \approx 10^{-3}$ . Vemos que es cuatro órdenes de magnitud más alto que el rango calculado anteriormente a lo largo de eje  $z$ . Esto nos muestra el primer error que generan las simplificaciones excesivas que utiliza el algoritmo original. Por consiguiente, para obtener resultados más confiables, es conveniente considerar la homogeneidad en todo el volumen de interés. La llamativa

diferencia entre los dos planos en la figura 5.2, resultó de la optimizada geometría que forman los  $j$  elementos lo cuales están cada uno asignados a su propia intensidad de corriente  $I_j$ .

La homogeneidad del electroimán optimizado que se muestra en la figura 5.2, solo representa el campo magnético generado  $B_0$  cuando cada elemento del conductor  $j$  está alimentado por su correspondiente intensidad de corriente  $I_j$ . Esta intensidad de corriente es más significativa para los segmentos de la primera y última vuelta del electroimán. En la práctica sólo existe una intensidad de corriente  $I_0$  aplicada a todos los elementos del conductor  $j$ . Como consecuencia, la homogeneidad es diferente a la deducida a partir de las figuras 5.1 y 5.2. La figura 5.3 muestra la homogeneidad en los planos  $yz$ ,  $xz$  y a lo largo del eje  $z$  cuando se aplica una única intensidad de corriente  $I_0$  a todos los elementos del conductor  $j$  del electroimán. Esta comparación sugiere que hay que considerar como válido el segundo punto crítico del algoritmo original de optimización.

El tercer punto crítico plantea la cuestión de que si transformando la geometría idealizada del conductor (arcos circulares) en una geometría continua (estructura helicoidal) esto no afectaría el resultado final de la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ . Fue demostrado que la homogeneidad final  $\Delta B/B$  no corresponde a la predicha por el algoritmo original (figure 5.1). Para poder mejorar el algoritmo original, es necesario conocer como afecta ésta transformación de la geometría a la homogeneidad espacial. En general, se linealizan las transiciones entre los elementos del conductor  $j$ , lo que conlleva a un electroimán optimizado de estructura helicoidal continua. El recorrido de la corriente se puede representar mediante las funciones  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  [55]. A la hora de llevarlo a la práctica, éstas dos funciones se utilizan para que el corte del cilindro de metal del electroimán tenga la estructura helicoidal deseada. Dado que de momento nos interesa solamente la homogeneidad lograda mediante una geometría continua, el cálculo para determinar el corte del cilindro se presentará luego. Las dos funciones  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  se utilizan para el cálculo del corte, y también definen la función  $z(\varphi)$  que es de gran importancia para el cálculo de la homogeneidad espacial  $\Delta B/B$ . Esta se define como:

$$z(\varphi) = h_1(\varphi) + \frac{h_2(\varphi) - h_1(\varphi)}{2} = \frac{h_1(\varphi) + h_2(\varphi)}{2} \quad (5.1)$$

y representa la línea central entre las dos funciones de límite. Para aproximar de forma apropiada la geometría del conductor a partir del método discutido en la sección 2.5, se introducen otras funciones. Una de ellas es como la de la ecuación 5.1 pero desplazada de forma equidistante respecto a las funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ . La figura 5.4 ilustra las dos funciones de límite  $h_1(\varphi)$ ,  $h_2(\varphi)$  y  $z(\varphi)$  del electroimán optimizado. Fueron obtenidas a partir del algoritmo original junto con el corte calculado para realizar la estructura

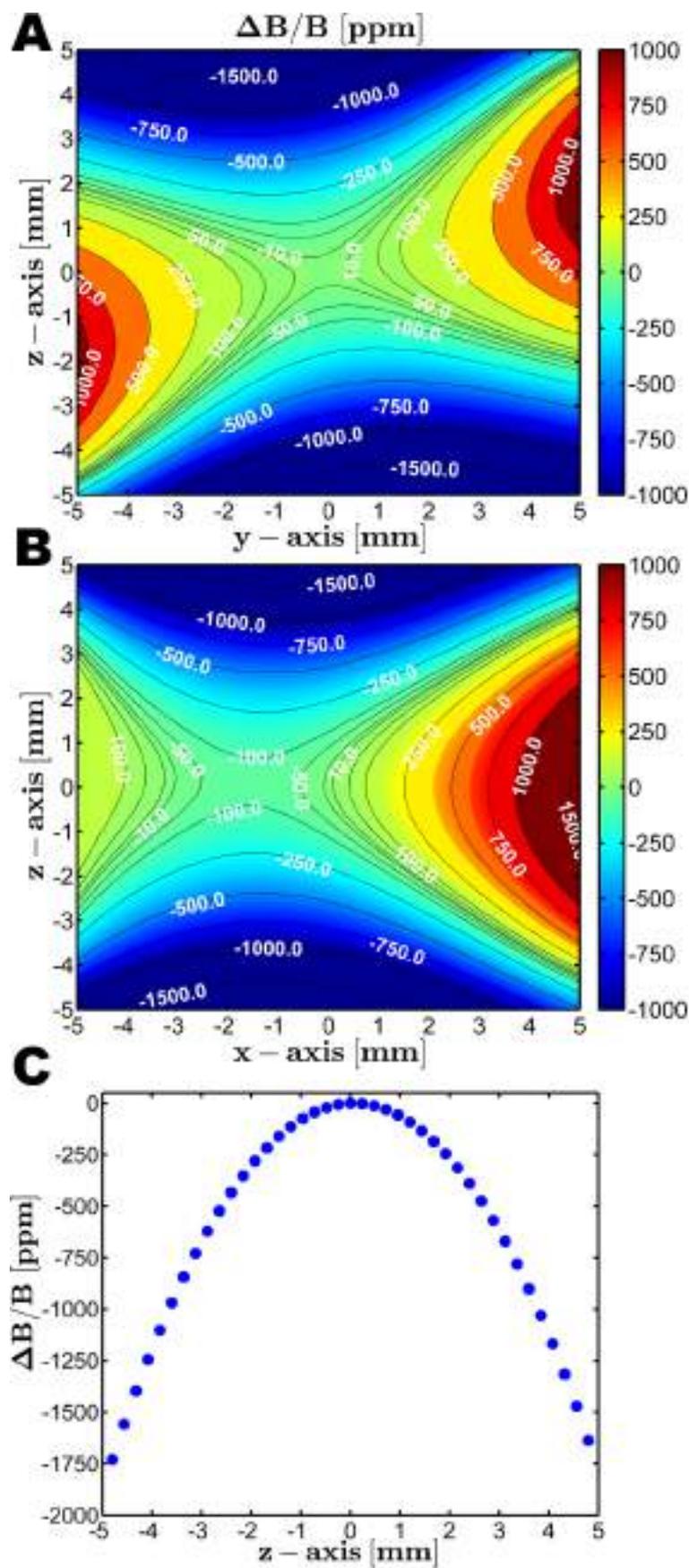


FIGURA 5.3: Homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  del electroimán optimizado, generada a partir de una única intensidad de corriente  $I_0$  aplicada a todos los elementos del conductor  $j$ . A) en el plano  $yz$ , B) en el plano  $xz$  y C) a lo largo de eje  $z$ .

helicoidal. El cálculo de la distribución espacial de la densidad de flujo magnético  $B_z$

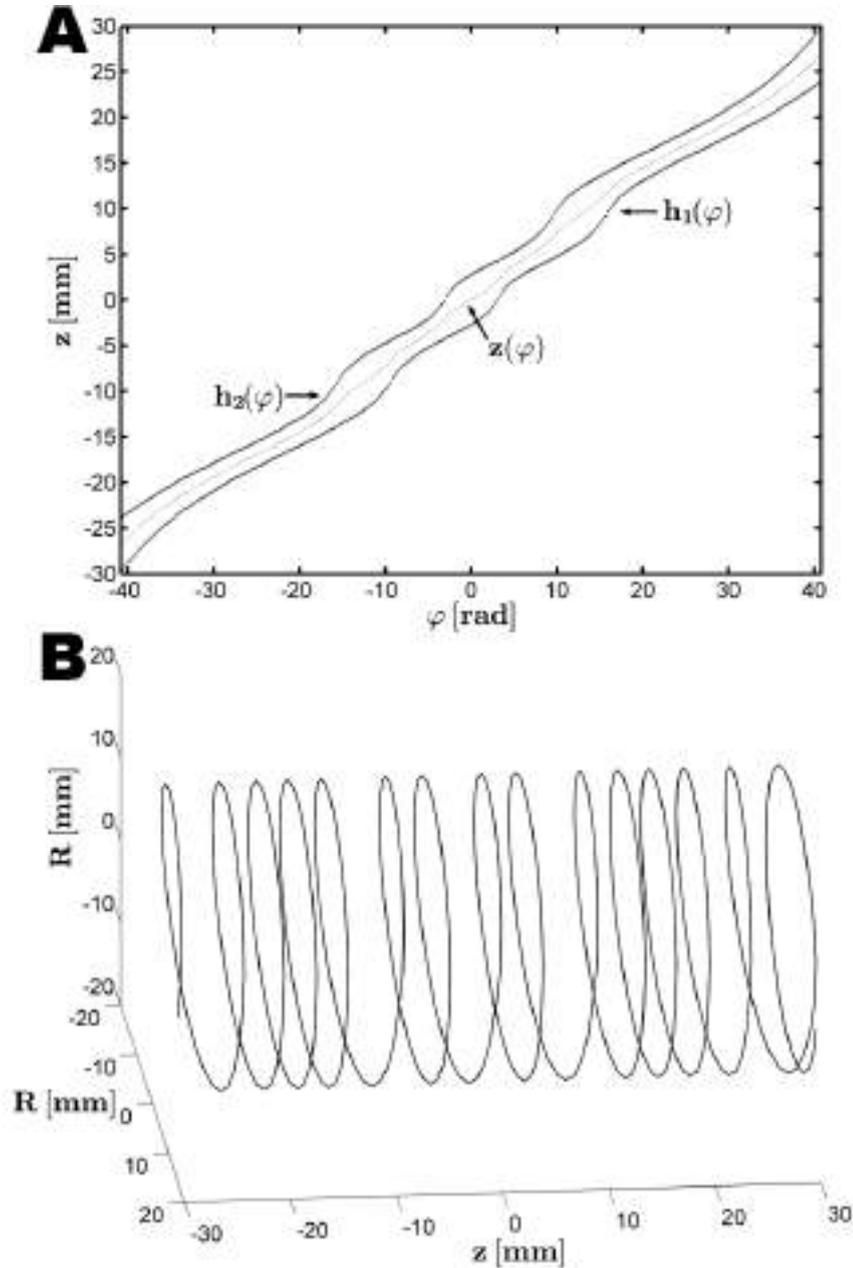


FIGURA 5.4: Geometría del electroimán obtenida a partir del algoritmo original de optimización de la sección 2.3.3. A) Las funciones límite  $h_1(\varphi)$ ,  $h_2(\varphi)$  que delimitan el recorrido de la corriente, y la función  $z(\varphi)$ , determinada a partir de ellas. B) Una ilustración de la trayectoria del corte que se realiza en un cilindro metálico para obtener la estructura helicoidal.

se puede lograr reemplazando la función  $f(\varphi)$  de la ecuación 2.51 por la función  $z(\varphi)$ . Es decir, la homogeneidad se puede calcular dentro de un volumen de interés a partir del recorrido optimizado de la corriente. Detalles de éste cálculo se presentan en la próxima sección. La homogeneidad espacial resultante corresponde a la geometría final del electroimán optimizado de la figura 5.4. Comparándolo con la figura 5.5 nos lleva a la

conclusión de que la transformación de la geometría de arcos circulares a una estructura helicoidal continua no afecta significativamente la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ . Por lo tanto, el tercer punto crítico no tiene un impacto significativo y puede ser considerado como un punto de menor relevancia.

En resumen, el algoritmo original [51, 52] nos provee electroimanes con hélices no-uniformes cuya homogeneidad espacial no está optimizada en el volumen de interés. Esto se debe al primer y segundo punto crítico del algoritmo original, mientras que el tercer punto crítico [55] es el de menor importancia. Sin embargo, el algoritmo original de optimización provee de electroimanes con buenas características eléctricas [91] y trayectorias de corte realizables de implementar. Por éste motivo, se plantea una modificación del algoritmo original que permita mejorar el cálculo de la homogeneidad (significativamente disminuida por los puntos críticos discutidos), de manera de conservar las bondades del método en cuanto a características eléctricas y mecánicas.

## 5.2. Algoritmo de Schweikert modificado

El algoritmo propuesto se basa en la aproximación de las funciones de borde calculadas  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  (calculadas mediante el algoritmo de Schweikert) por una función de ajuste. Esto permite el cálculo de la distribución espacial de la densidad de flujo magnético  $B_0(\mathbf{r}_k)$  dentro del volumen de interés, considerando un recorrido real de la corriente y compatible con los tiempos de cómputo razonables. Esta circunstancia habilita la aplicación de un algoritmo genético [120] para la optimización de la geometría original del conductor. Los nuevos datos, obtenidos mediante el algoritmo genético, serán utilizados para determinar la nueva geometría optimizada del conductor ( $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ ). Esta nueva geometría genera una mejora en la homogeneidad espacial. En éste proceso, se mantienen las características eléctricas originales. En el resto de la sección se explica como funciona el algoritmo mejorado propuesto.

### 5.2.1. Aproximación de los datos originales

Los datos originales del camino que lleva la corriente ( $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ ), obtenidos a partir el algoritmo original, se aproximan mediante un ajuste de curvas. Esto es necesario puesto que nos permite calcular la densidad de flujo magnético  $B_0(\mathbf{r}_k)$  en un cierto punto  $\mathbf{r}_k$  a través de un solo integral (más preciso *mm* integrales) y no a través de  $j$  integrales, reduciendo drásticamente los tiempos de cómputo. También facilita una aproximación real del camino que lleva la corriente. Siguiendo este procedimiento, el primer punto

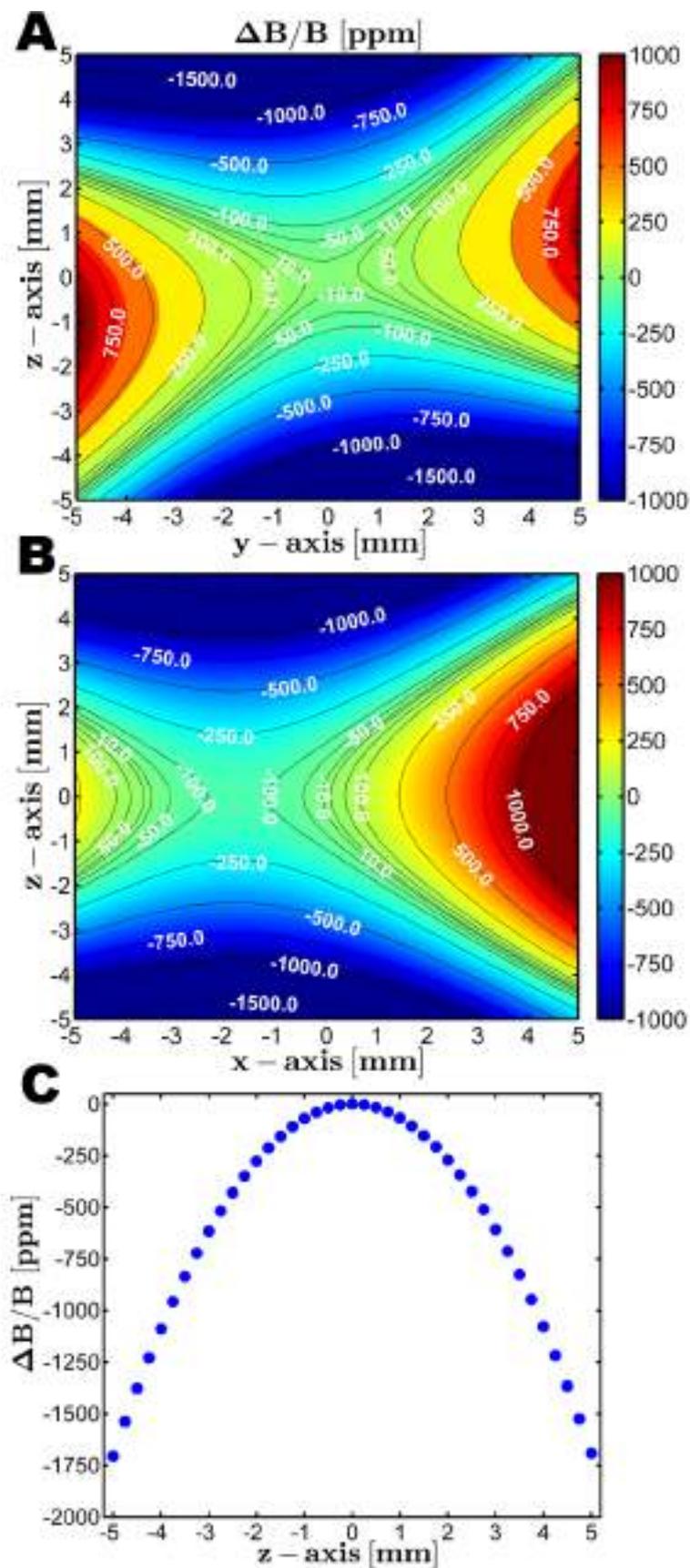


FIGURA 5.5: Homogeneidad espacial en ppm correspondiente a la optimización ilustrada en la figura 1.4, luego de la transformación a una estructura helicoidal continua. A) en el plano  $yz$ , B) en el plano  $xz$  y C) a lo largo de eje  $z$ .

crítico de la sección 5.1 queda completamente corregido.

Se utilizan polinomios de alto orden para ajustar las curvas de las funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  obtenidas a partir del algoritmo original. Las funciones de polinomios se representan de la siguiente manera:

$$p(\varphi) = b_u \varphi^u + b_{u-1} \varphi^{u-1} + \dots + b_1 \varphi + b_0 = \sum_{i=0}^u b_i \varphi^i \quad (5.2)$$

donde  $b_u, \dots, b_0$  son los coeficientes y  $u$  el grado del polinomio. Se utilizó el ajuste polinomial de curvas del programa MATLAB <sup>®</sup>[94]. De éste ajuste se obtiene el valor de los coeficientes  $b_u, \dots, b_0$ . Siempre se selecciona el grado  $u$  de la función polinomial que tiene el valor más bajo en la suma de los residuos del ajuste de la curva (que resulte el mejor ajuste de la función de límite). Se pudo observar que los valores típicos para el grado del polinomio que se encuentran entre  $20 \leq u \leq 70$  resultan ser los mejores ajustes para las funciones de límite. Después de determinar los coeficientes  $b_u, \dots, b_0$  de cada función polinomial  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ , el conjunto de funciones  $z_g(\varphi)$ , determinadas mediante los polinomios, se utilizan para el cálculo de la densidad de flujo magnético  $B_0(\mathbf{r}_k)$ . La cantidad de funciones  $z_g(\varphi)$  da un conjunto que depende del número  $m$  seleccionado para aproximar el recorrido de la corriente como fue presentado en la sección 2.5 (ver figura 2.25). De ésta manera,  $g$  denota la posición de la función  $z_g(\varphi)$  entre las correspondientes curvas ajustadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ . La disposición del conjunto de funciones se muestra en la ecuación 5.3 dependiendo del número  $m$  (ver figura 2.25) que determina la fracción  $g$ .

$$\begin{aligned} z_{1/(m+1)}(\varphi) &= \frac{1 \cdot p_1(\varphi) + m \cdot p_2(\varphi)}{m+1} \\ z_{2/(m+1)}(\varphi) &= \frac{2 \cdot p_1(\varphi) + (m-1) \cdot p_2(\varphi)}{m+1} \\ &\vdots \\ z_{m-1/(m+1)}(\varphi) &= \frac{(m-1) \cdot p_1(\varphi) + 2 \cdot p_2(\varphi)}{m+1} \\ z_{m/(m+1)}(\varphi) &= \frac{m \cdot p_1(\varphi) + 1 \cdot p_2(\varphi)}{m+1}. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Para ilustrar el método de ajuste de la curva y la aproximación del recorrido de la corriente mediante el conjunto de funciones  $z_g(\varphi)$ , los datos originales  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  de la figura 5.4 se muestran en la figura 5.6 junto con sus correspondientes ajustes  $p_1(\varphi)$ ,  $p_2(\varphi)$  y el conjunto  $z_g(\varphi)$  para el número seleccionado  $m = 3$ . La aproximación del recorrido de la corriente está hecho por  $m = 3$  funciones en la dirección radial (ver figura 2.25) y por  $m = 3$  funciones en la dirección longitudinal (ver figura 5.6) donde resulta que  $m \cdot m = 9$  funciones en total. Cada función  $z_g(\varphi)$  reemplaza la función  $f(\varphi)$  en

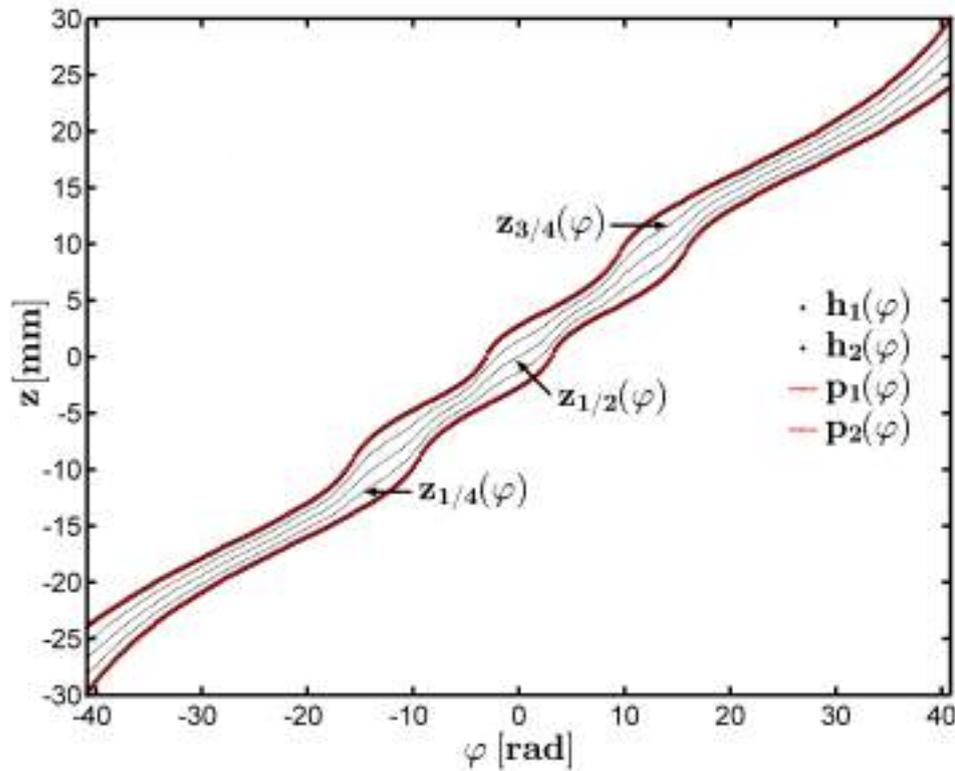


FIGURA 5.6: Las funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  del electroimán optimizado de la figura 5.4 junto con sus correspondientes ajustes  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ , determinan el conjunto de  $m = 3$  funciones  $z_{1/4}(\varphi), \dots, z_{3/4}(\varphi)$  según las ecuaciones 5.3, que se utilizan para el cálculo de  $B_0(\mathbf{r}_k)$ . Notar que la función  $z_{1/2}(\varphi)$  tiene un índice incorrecto, el correcto debería ser  $z_{2/4}(\varphi)$  según la ecuación 5.3.

la ecuación 2.51, así obtenemos diferentes factores de campo  $C_z(\mathbf{r}_k)$  en cada posición espacial  $\mathbf{r}_k$ . A través de la superposición de esos factores de campo  $C_z(\mathbf{r}_k)$  se obtiene la densidad de flujo magnético  $B_0(\mathbf{r}_k)$  para cualquier punto  $\mathbf{r}_k$  dentro del volumen de interés. El conjunto de funciones  $z_{1/4}(\varphi), \dots, z_{3/4}(\varphi)$  en la figura 5.6 se utilizó para calcular la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  del electroimán de la figura 5.5. El hecho de que los gráficos de las curvas de nivel en la figura 5.3 sean similares a los de la figura 5.5 demuestra que, el método para la aproximación del camino que lleva la corriente del electroimán, se puede considerar apropiado. Este método, junto con la utilización de una única intensidad de corriente  $I_0$  para el cálculo de  $B_0(\mathbf{r}_k)$ , corrigen todos los problemas de los puntos críticos y nos permiten obtener estimaciones reales de la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  generado a partir de un conductor de geometría continua.

La posibilidad de calcular la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés permite introducir parámetros que identifican su calidad. Uno de

éstos parámetros, la cobertura porcentual del volumen  $PVC$ , ya fue introducido en el capítulo 4.1.2:

$$PVC = \frac{k_{\leq \text{homogeneity}}}{k_{\text{total}}}. \quad (4.7)$$

Este parámetro nos provee los puntos  $k_{\leq \text{homogeneity}}$  que están por debajo o son iguales a un valor definido de homogeneidad con respecto a la cantidad total  $k_{\text{total}}$  de puntos dentro del volumen de interés. Este parámetro ya fue utilizado en la optimización de electroimanes con bobinados Notch. Otro parámetro para estimar la homogeneidad espacial puede ser definido como:

$$\sigma = \left( \frac{1}{k_{\text{total}}} \sum_{k=1}^{k_{\text{total}}} \left( \frac{B_z(0,0,0) - B(\mathbf{r}_k)}{B_z(0,0,0)} \right)^2 \right)^{1/2}. \quad (5.4)$$

Este parámetro representa el valor cuadrático medio de todas las desviaciones del campo magnético  $B_0$  en cada punto  $\mathbf{r}_k$  con respecto al campo magnético del electroimán  $B_0$  con centro en  $(0,0,0)$ . Los parámetros  $PVC$  y sigma permiten cuantificar la homogeneidad espacial de manera conveniente, a través de factores numéricos posibles de comparar fácilmente.  $\sigma$  indica en que rango (en ppm) se puede estimar  $\Delta B/B$ , mientras que  $PVC$  indica la distribución de  $\sigma$  dentro del volumen de interés. Para ejemplificar tomamos el electroimán del algoritmo original de optimización, cuya homogeneidad espacial se ilustra en la figura 5.5 y, estimando en  $11 \cdot 11 \cdot 11 = 1331$  los puntos equidistantes dentro de la malla cúbica que forma el volumen de interés, los parámetros de calidad llegan a valores de  $PVC_{10ppm} = 1.13\%$  y  $\sigma = 923.5$ .

### 5.2.2. Re-optimización del recorrido de la corriente

Luego de obtener los coeficientes  $b_u, \dots, b_0$  para cada función de límite  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ , se calcula la homogeneidad espacial a partir de éstas dos funciones. Con éste resultado se pueden estimar los parámetros de calidad  $PVC$  y  $\sigma$ , los que dan una medida directa de la calidad de la homogeneidad generada por la geometría original del conductor obtenida mediante los ajustes  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ . Hay que tener en cuenta que, los dos parámetros de calidad, solo producen resultados idénticos cuando el número de puntos equidistantes y sus posiciones en la malla cúbica, a partir de la cual se calcula  $B_0(\mathbf{r}_k)$ , sean idénticos. La re-optimización del camino original que lleva la corriente se logra variando sistemáticamente los coeficientes  $b_u, \dots, b_0$  de cada función de límite ajustada  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ . Esta variación se realiza multiplicando cada coeficiente por un factor de ponderación  $w_u, \dots, w_0$ :

$$p(\varphi) = w_u b_u \varphi^u + w_{u-1} b_{u-1} \varphi^{u-1} + \dots + w_1 b_1 \varphi + w_0 b_0 = \sum_{i=0}^u w_i b_i \varphi^i. \quad (5.5)$$

Cada vez que los factores de ponderación adoptan nuevos valores de  $w_u, \dots, w_0 \neq 1$ , las funciones de límite  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  cambian su apariencia y se obtienen nuevos recorridos para la corriente, generando así una diferente homogeneidad espacial  $\Delta B/B$ . De éste modo, existe la posibilidad de variar los factores de ponderación  $w_u, \dots, w_0$  de manera que sus variaciones re-optimicen la solución inicial. Analíticamente, el problema en éste paso se reduce a una optimización de los valores de  $w_u, \dots, w_0$  que converjan a un valor mínimo de  $\sigma$ , y a un valor máximo de  $PVC$ . Puesto que es más conveniente minimizar ambos parámetros de calidad, el parámetro  $PVC$  será reemplazado por:

$$PVC' = 1 - \frac{k_{\leq \text{homogeneity}}}{k_{\text{total}}}, \quad (5.6)$$

así mantenemos la idea general pero aplicando una minimización de los dos parámetros.

En general, los problemas de optimización con parámetros múltiples no conducen a una única solución óptima, llevan a varias soluciones (soluciones pareto-óptimas) que ofrecen la mejor combinación entre los múltiples parámetros [120, 121]. El objetivo aquí es encontrar el conjunto de soluciones óptimas, a partir de los factores de ponderación  $w_u, \dots, w_0$  del método de optimización multiobjetivo, que supongan buenas combinaciones entre los parámetros de calidad  $PVC'$  y  $\sigma$ . El método de optimización multiobjetivo seleccionado para la optimización es el algoritmo genético (NSGA-II) [120]. Fue elegido porque es bien conocido y ampliamente utilizado como método de optimización multiobjetivo que opera en forma autónoma. Puesto que no se requiere conocimiento previo para su aplicación, es una herramienta práctica para cualquier problema de optimización multiobjetivo. Existen varios códigos disponibles para el programa MATLAB ®[94]. Se utiliza el código de Song Lin (Aerospace Structural Dynamics Research Laboratory College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, China), desarrollado y distribuido con propósitos académicos, puesto que plantea buscar las soluciones optimizadas de los factores de ponderación  $w_u, \dots, w_0$  e incorporarlas al problema de optimización. La re-optimización del camino que lleva la corriente, o mejor dicho, el algoritmo NSGA-II junto con el problema de optimización que busca los parámetros óptimos de calidad  $PVC'$  y  $\sigma$  para un conjunto de factores de ponderación  $w_u, \dots, w_0$ , se explicará en detalle en el apéndice A. Así ilustramos la re-optimización del camino que lleva la corriente de manera clara para el lector en una de las capas de un electroimán de dos capas ya presentado en la sección 5.3.

Durante las diferentes etapas del algoritmo NSGA-II, mejor dicho durante las generaciones  $\kappa$  que realiza este algoritmo, busca la mejor combinación de los parámetros de calidad  $\sigma$  y  $PVC'$  para  $N$  posibles caminos que llevan la corriente resumidos en una población  $\mathbf{R}_\kappa$ . Esa población  $\mathbf{R}_\kappa$  lleva a un conjunto de  $\mathbf{Y}_\kappa$  soluciones combinadas de  $\sigma$  y  $PVC'$ . La figura 5.7 muestra una evolución de la optimización de los dos parámetros de calidad  $\sigma$  y  $PVC'$  durante varias generaciones  $\kappa$  junto con la combinación inicial

de  $\sigma$  y  $PVC'_{10ppm}$  del recorrido de la corriente. Es obvio que el algoritmo original logró en-

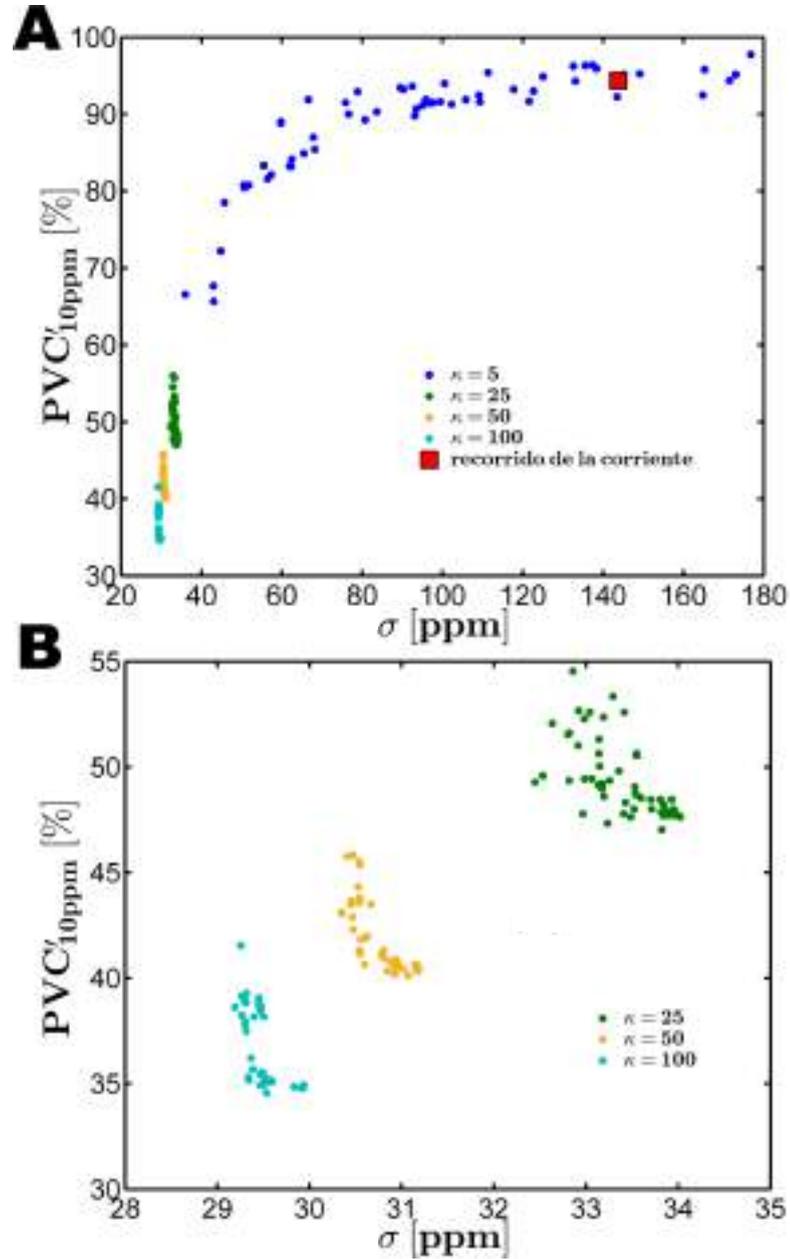


FIGURA 5.7: Resultados  $\mathbf{Y}_\kappa$  para distintas generaciones  $\kappa = 5$ ,  $\kappa = 25$ ,  $\kappa = 50$  y  $\kappa = 100$  de la re-optimización de una capa del electroimán de la sección 5.3 a partir del algoritmo NSGA-II. Los valores de  $\sigma$  y  $PVC'_{10ppm}$  correspondientes al recorrido de la corriente están indicados a través del rectángulo rojo en A) y B) es una escala reducida de los ejes para lograr una mejor visualización de las generaciones  $\kappa = 25$ ,  $\kappa = 50$  y  $\kappa = 100$ . Ver apéndice A para mejor detalle.

contrar mejores recorridos alternativos para la corriente que permiten lograr una mayor homogeneidad del campo. A partir de la selección de una combinación de parámetros de calidad mejorada, se obtienen los nuevos factores de ponderación  $w_u, \dots, w_0$ , y a través de éstos, las funciones optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ .

Hay que tener en cuenta que la re-optimización del recorrido de corriente del electroimán, utilizando el procedimiento de NSGA-II, genera resultados que difieren significativamente de una capa a la otra. Esto se debe a que cada una de las capas de éste tipo de electroimanes poseen una geometría específica. Por lo tanto, lógicamente se obtendrán resultados distintos aplicando el procedimiento de NSGA-II por el mismo hecho de que los algoritmos genéticos como el NSGA-II son altamente no-lineales [122]. En la práctica, vemos que la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  para cualquier capa de éste tipo de electroimán mejora notablemente con el procedimiento descrito. Esto se podrá observar en los resultados presentados en la sección 5.3.

### 5.2.3. Cálculo del recorrido de corriente re-optimizado

Este es el último paso del algoritmo propuesto en ésta tesis, y surge de la necesidad de lograr una geometría consistente en el proceso de maquinado, es decir, en el corte que definirá el recorrido o "pista" de la corriente a lo largo de un cilindro metálico. Por lo tanto, las funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  (ver figura 5.4 y 5.6) deben satisfacer las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} c &= h_1(\varphi) - h_2(\varphi - 2\pi) \\ c &= h_1(\varphi + 2\pi) - h_2(\varphi) \end{aligned} \tag{5.7}$$

donde  $b$  es el espesor del corte (constante). Estas condiciones se implementan dentro del algoritmo original y siempre se obtienen recorridos consistentes para conducir la corriente. Luego de la re-optimización, las condiciones de la ecuación 5.7 pueden ser violadas, puesto que el procedimiento de NSGA-II no las considera. Esto conlleva a un pequeño cambio en el ancho del corte  $c$  para cada ángulo  $\varphi$  cuando se escriben las funciones de límite mediante las funciones polinomiales re-optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ . Por esta razón, es necesario ajustar las funciones de límite re-optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  para que formen un recorrido factible de ser llevado a la práctica. La figura 5.8 ilustra las condiciones de la ecuación 5.7, para una sola capa de un electroimán helicoidal con paso no-uniforme calculado a partir del algoritmo original. Para obtener las funciones de límite re-optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ , se necesitarán las funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  del cálculo original. Esto puede parecer un poco extraño, puesto que esas funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  fueron las que se re-optimizaron. No serán necesarias las funciones de límite  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  enteras, solo una pequeña parte de ambas será utilizada. Exactamente, se utilizará solo una vuelta del camino original que llevaba la corriente. En esta parte, las limitaciones prácticas tales como la tolerancia de fabricación, juegan un papel determinante: si las nuevas funciones de límite re-optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  no difieren de las funciones de límite originales  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  dentro de la precisión del maquinado

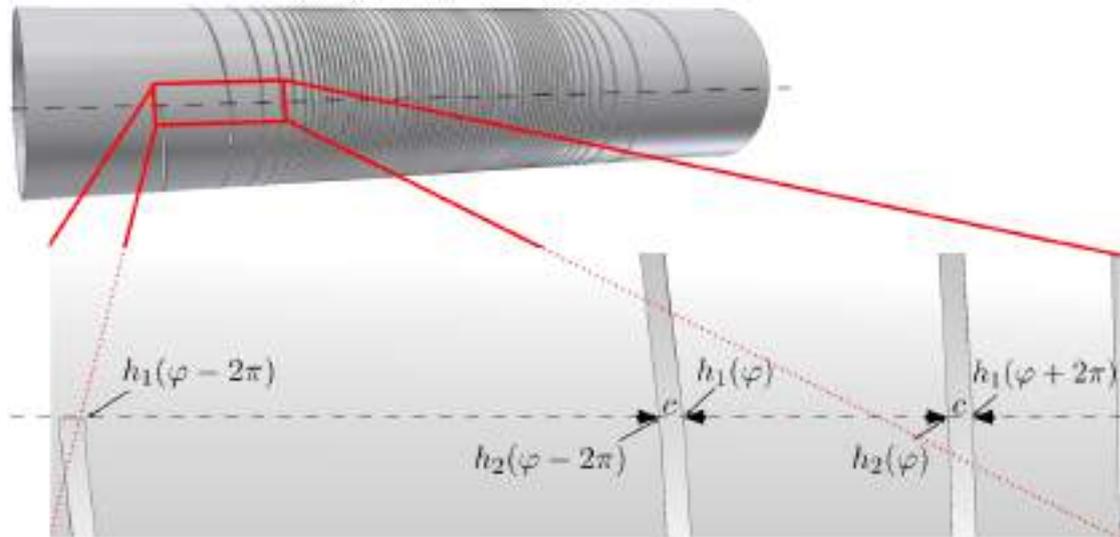


FIGURA 5.8: Demostración de las condiciones que debe cumplir la ecuación 5.7 para realizar un recorrido consistente de corriente.

y del corte, el algoritmo propuesto no aporta una mejor solución.

La re-optimización del recorrido comienza por el cálculo de la línea central  $z(\varphi)$  correspondiente a las funciones de límite originales  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  a partir de la ecuación 5.1. Luego, la línea central  $z_{1/2}(\varphi)$  de las funciones de límite re-optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  se calcula mediante la ecuación 5.3. Ambas funciones,  $z(\varphi)$  y  $z_{1/2}(\varphi)$  se comparan en cada punto  $\varphi$ , lo que significa tomar la diferencia entre las dos  $d(\varphi) = z_{1/2}(\varphi) - z(\varphi)$ . Ahora, el algoritmo busca puntos consecutivos  $\varphi_k$ , para  $k = 1, \dots, m$ , con los valores absolutos más bajos de  $d(\varphi)$  que formen una vuelta entera ( $\varphi_m - \varphi_1 = 2\pi$ ) del recorrido de la corriente. En estos puntos  $m$  los valores de las funciones de límite originales  $h_1(\varphi_k)$  y  $h_2(\varphi_k)$  se utilizan para el nuevo camino re-optimizado que llevará la corriente. Generalmente, el rango de los valores absolutos  $|d(\varphi_k)|$  se encuentra en el rango de  $10^{-7}\text{m} \leq |d(\varphi_k)| \leq 10^{-6}\text{m}$ . Este valor es mucho más bajo que las tolerancias de fabricación existentes y por lo tanto, se justifica el uso de las funciones de límite originales  $h_1(\varphi_k)$  y  $h_2(\varphi_k)$  en los puntos  $m$  de  $\varphi_k$ . A partir de los datos de una sola vuelta del camino original que lleva la corriente de  $h_1(\varphi_1), \dots, h_1(\varphi_m)$  y  $h_2(\varphi_1), \dots, h_2(\varphi_m)$ , junto con la línea central  $z_{1/2}(\varphi)$  de las funciones de límite re-optimizadas  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  se puede calcular el camino que lleva la corriente. Las nuevas funciones de límites que forman el camino re-optimizado se les denota como:  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$ .

Para esos valores de  $\varphi_k = \varphi_1, \dots, \varphi_m$ , las funciones de límite originales  $h_1(\varphi_k)$  y  $h_2(\varphi_k)$  se utilizan para las nuevas funciones de límites  $H_1(\varphi_k)$  y  $H_2(\varphi_k)$ . Ahora, asumiendo que el camino que lleva la corriente tiene un cierto sentido de rotación para los valores de  $\varphi > \varphi_m$ , el primer paso es calcular la función de límite inferior  $H_1(\varphi > \varphi_m)$  mediante

la ecuación modificada 5.7:

$$H_1(\varphi > \varphi_m) = h_2(\varphi - 2\pi) + c. \quad (5.8)$$

De esos valores de  $H_1(\varphi > \varphi_m)$ , se puede calcular la función de límite superior  $H_2(\varphi > \varphi_m)$  para el mismo punto  $\varphi$  mediante:

$$H_2(\varphi > \varphi_m) = 2 \cdot z_{1/2}(\varphi) - H_1(\varphi). \quad (5.9)$$

Así, para la próxima vuelta consecutiva  $\varphi_1 + 2\pi \leq \varphi \leq \varphi_m + 2\pi$  se obtiene el camino re-optimizado que lleva la corriente. Para las siguientes vueltas  $\varphi < \varphi_m + 2\pi$  los dos pasos del cálculo son similares, pero la ecuación del primer paso está modificada según:

$$H_1(\varphi > \varphi_m + 2\pi) = H_2(\varphi - 2\pi) + c. \quad (5.10)$$

A partir de éste procedimiento el camino re-optimizado que lleva la corriente se obtiene para valores ascendentes de  $\varphi$  en las funciones originales de límites  $h_1(\varphi_1), \dots, h_1(\varphi_m)$  y  $h_2(\varphi_1), \dots, h_2(\varphi_m)$ .

Para valores descendentes de  $\varphi$ , el procedimiento es análogo. En éste caso, el primer paso es calcular la función de límite superior  $H_2(\varphi < \varphi_1)$  para la siguiente vuelta consecutiva  $\varphi_1 - 2\pi \leq \varphi \leq \varphi_m - 2\pi$  al otro lado de las funciones de límite originales  $h_1(\varphi < \varphi_1)$  y  $h_2(\varphi < \varphi_1)$  mediante:

$$H_2(\varphi < \varphi_1) = h_1(\varphi + 2\pi) - c. \quad (5.11)$$

Para los valores de  $H_2(\varphi < \varphi_1)$  la función de límite  $H_1(\varphi < \varphi_1)$  se calcula en el segundo paso:

$$H_1(\varphi < \varphi_1) = 2 \cdot z_{1/2}(\varphi) - H_2(\varphi). \quad (5.12)$$

Para las vueltas subsecuentes  $\varphi < \varphi_1 - 2\pi$ , la ecuación 5.11 del primer paso se modifica únicamente:

$$H_2(\varphi < \varphi_1 - 2\pi) = H_1(\varphi + 2\pi) - c. \quad (5.13)$$

Repetiendo éste procedimiento para el rango completo de  $\varphi$  se obtiene el camino re-optimizado que lleva la corriente. La figura 5.9 ilustra los dos pasos de cálculo que requiere éste procedimiento para un camino re-optimizado de cinco vueltas. Para completar la idea, la definición de  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$  se utiliza en cada intervalo  $\varphi$  para un

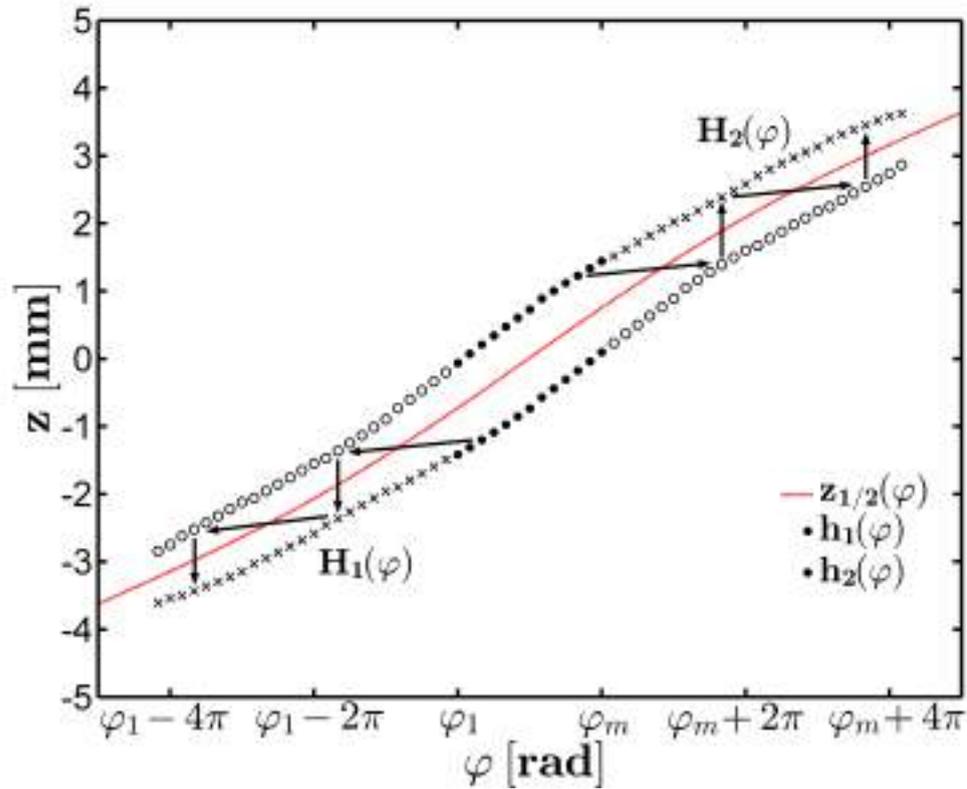


FIGURA 5.9: Ilustración del cálculo del camino re-optimizado que lleva la corriente. Las flechas horizontalmente alineadas indican los puntos calculados en el primer paso del cálculo (ecuaciones 5.8, 5.10, 5.11, 5.13). Estos puntos calculados están indicados mediante círculos blancos. Las flechas verticalmente alineadas indican los puntos calculados del segundo paso del cálculo (ecuaciones 5.9, 5.12). Estos puntos se indican mediante cruces.

recorrido con un cierto sentido de rotación:

$$H_1(\varphi) = \begin{cases} 2 \cdot z_{1/2}(\varphi) - H_2(\varphi) & \varphi < \varphi_1 \\ h_1(\varphi) & \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_m \\ h_2(\varphi - 2\pi) + c & (\varphi_1 + 2\pi) \leq \varphi \leq (\varphi_m + 2\pi) \\ H_2(\varphi - 2\pi) + c & \varphi > (\varphi_m + 2\pi) \end{cases} \quad (5.14)$$

$$H_2(\varphi) = \begin{cases} H_1(\varphi + 2\pi) - c & \varphi < (\varphi_1 - 2\pi) \\ h_1(\varphi + 2\pi) - c & (\varphi_1 - 2\pi) \leq \varphi \leq (\varphi_m - 2\pi) \\ h_2(\varphi) & \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_m \\ 2 \cdot z_{1/2}(\varphi) - H_1(\varphi) & \varphi > \varphi_m \end{cases}$$

En el caso de que tenga un sentido de rotación contrario, las funciones de límite  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$  serán invertidas, por lo tanto  $H_1(\varphi)$  pasa a ser la función de límite superior

y  $H_2(\varphi)$  la inferior. El procedimiento de cálculo también se modifica, por lo que estas funciones se deben redefinir:

$$H_2(\varphi) = \begin{cases} H_1(\varphi + 2\pi) - c & \varphi < (\varphi_1 - 2\pi) \\ h_1(\varphi + 2\pi) - c & (\varphi_1 - 2\pi) \leq \varphi \leq (\varphi_m - 2\pi) \\ h_2(\varphi) & \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_m \\ 2 \cdot z_{1/2}(\varphi) - H_1(\varphi) & \varphi > \varphi_m \end{cases} \quad (5.15)$$

$$H_1(\varphi) = \begin{cases} 2 \cdot z_{1/2}(\varphi) - H_2(\varphi) & \varphi < \varphi_1 \\ h_1(\varphi) & \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_m \\ h_2(\varphi - 2\pi) + c & (\varphi_1 + 2\pi) \leq \varphi \leq (\varphi_m + 2\pi) \\ H_2(\varphi - 2\pi) + c & \varphi > (\varphi_m + 2\pi) \end{cases}$$

donde las funciones originales de límites  $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$  también están invertidas. Luego de obtener las funciones de límite  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$  mediante el procedimiento previo, la trayectoria de corte  $p_{cut}(\varphi)$  necesaria para el tallo de un cilindro, se puede calcular a partir de las siguientes relaciones geométricas:

$$p_{cut}(\varphi) = \begin{cases} H_2(\varphi) + c/2 & \varphi_{min} + 2\pi < \varphi \leq \varphi_{max} \\ H_1(\varphi) - c/2 & \varphi_{min} \leq \varphi \leq \varphi_{min} + 2\pi \end{cases} \quad (5.16)$$

o de otra manera:

$$p_{cut}(\varphi) = \begin{cases} H_1(\varphi) - c/2 & \varphi_{min} \leq \varphi < \varphi_{max} - 2\pi \\ H_2(\varphi) + c/2 & \varphi_{max} - 2\pi \leq \varphi \leq \varphi_{max}. \end{cases} \quad (5.17)$$

En caso de que el sentido de rotación sea contrario, las funciones de límites  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$  deben ser invertidas.

El algoritmo propuesto finaliza con el corte  $p_{cut}(\varphi)$ . Ya se pueden utilizar los datos para la realización práctica del electroimán. Pero antes, el camino re-optimizado que lleva la corriente se prueba otra vez para comprobar si la homogeneidad espacial del campo magnético generada  $\Delta B/B$ , es idéntica a la obtenida mediante el procedimiento de NSGA-II. Por el uso limitado de las funciones de límite originales  $h_1(\varphi_1), \dots, h_1(\varphi_m)$  y  $h_2(\varphi_1), \dots, h_2(\varphi_m)$ , solamente se desvían las funciones de límite  $p_1(\varphi_1), \dots, p_1(\varphi_m)$  y  $p_2(\varphi_1), \dots, p_2(\varphi_m)$  en una magnitud insignificante. Junto con la nueva línea central  $z_{1/2}(\varphi)$  (obtenida mediante  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$ ), el camino re-optimizado que lleva la corriente (determinado a partir de  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$ ) genera una homogeneidad espacial que tiene una diferencia insignificante respecto al obtenido en el procedimiento de NSGA-II. Las

mejoras para  $\Delta B/B$ , mediante la re-optimización del camino que conduce la corriente, dependen en gran medida de la geometría original del conductor. De ésta manera, la homogeneidad espacial de una capa o cilindro puede mejorar, mientras que la de otra capa no mejora sustancialmente. Otro hecho a considerar es el cambio geométrico que realiza la re-optimización del camino que lleva la corriente en el conductor, respecto al camino original.

En la siguiente sección se presentará un electroimán re-optimizado con dos capas cilíndricas helicoidales de paso no-uniforme. Se demostraran los distintos grados de mejoras en  $\Delta B/B$  para distintas geometrías del conductor. También se verá que el recorrido re-optimizado de la corriente supera las precisiones ordinarias del corte, produciendo una mejora real del electroimán.

### 5.3. Electroimán optimizado de dos cilindros con corte helicoidal de paso no-uniforme

Se plantea como ejemplo mejorar un electroimán de dos cilindros mediante el algoritmo descrito. El diseño original fué optimizado utilizando el algoritmo de Schweikert [51, 52] (ver sección 2.3.3).

Los parámetros eléctricos y la geometría están resumidos en los cuadros 5.1 y 5.2. Para

	<b>1ª capa</b>	<b>2ª capa</b>
$r_i$	11 mm	14.2 mm
$r_o$	13.5 mm	17.5 mm
$l$	70 mm	
$c$	0.16 mm	
$g$	0.7 mm	

CUADRO 5.1: Parámetros geométricos del electroimán que se re-optimizará utilizando el algoritmo desarrollado en ésta tesis.

el modelo de partida, se consideraron las opciones que producen la mejor combinación de una cierta cantidad de vueltas  $N_{1st}$  en la primera capa y una cierta cantidad de vueltas  $N_{2nd}$  en la segunda capa. Como criterio para ésta determinación, se utilizó la combinación de vueltas que minimiza la potencia  $P$  necesaria para generar una densidad de flujo magnético  $B_{max}(P) = 250$  mT.

El algoritmo original [51, 52] fue utilizado para hacer los cálculos en varios tipos de geometrías de capas variando el número de vueltas en el rango de  $20 \leq N \leq 120$  para la primera y la segunda capa del electroimán. Luego, se calculó la potencia necesaria

$U$	6 V
$I$	130 A
$P$	780 W
$B_{max}(P_{max} = 900 \text{ W})$	250 mT
$\rho_{silver}$	$1.591 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$
$\Delta B_z/B(0,0,0)$	100 ppm

CUADRO 5.2: Parámetros eléctricos del electroimán a re-optimizar.

$P$  para generar la máxima densidad de flujo magnético  $B_{max}(P) = 250$  mT para cada una de estas posibles combinaciones de primera y segunda capa. Finalmente, de esas  $100 \cdot 100 = 10000$  combinaciones, se eligió la configuración que necesita una mínima potencia  $P$  para generar una densidad de flujo magnético  $B_{max}(P) = 250$ . Puesto que el algoritmo original solo calcula la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B_z/B$  a lo largo del eje longitudinal (eje  $z$ ) del electroimán, el procedimiento para determinar la mejor combinación de  $N_{1st}$  y  $N_{2nd}$  necesita cortos periodos de computación. Hay que enfatizar que no se utilizó como criterio la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B_z/B$  a lo largo del eje longitudinal, puesto que para cada combinación de  $N_{1st}$  y  $N_{2nd}$  siempre se produce  $\Delta B_z/B \ll 1$  ppm que, como ya se ha discutido en la sección 5.1, no representa la homogeneidad final del campo magnético  $\Delta B/B$  del electroimán. La mejor combinación de  $N_{1st}$  y  $N_{2nd}$ , que se determinó mediante éste procedimiento, fue  $N_{1st} = 46$  y  $N_{2nd} = 47$ .

Luego de determinar los recorridos óptimos que llevarán la corriente ( $h_1(\varphi)$  y  $h_2(\varphi)$ ) en ambas capas del electroimán, se procede a aproximarlos por capa mediante las funciones de límites  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  (ver sección 5.2.1). La homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés de  $V = (10 \text{ mm})^3$  en los  $11^3 = 1331$  nodos de la malla cúbica se calcula para cada capa y también para la superposición de ambas. También se dedujeron los parámetros de calidad  $\sigma$  y  $PVC$ . El cuadro 5.3 resume los parámetros eléctricos, los parámetros geométricos y los parámetros de calidad para el electroimán optimizado, obtenidos a partir del algoritmo original [51, 52]. Debido a la concordancia entre la máxima densidad de flujo magnético  $B_{max}(P = 900 \text{ W}) = 259$  mT que se puede obtener mediante un electroimán de dos capas y la densidad de flujo magnético  $B_{max}(P = 900 \text{ W}) = 250$  mT predefinida, se asumió que la geometría obtenida con  $N_{1st} = 46$  y  $N_{2nd} = 47$  vueltas es la más apropiada. Sin embargo, los parámetros de calidad de  $\sigma = 203.0$  ppm y  $PVC'_{10ppm} = 95.5\%$  indican que la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés, generado mediante el electroimán de dos capas, no alcanza el valor esperado para este tipo de electroimanes. Esto no es sorprendente en términos de la discusión de la sección 5.1).

	1 <sup>a</sup> capa	2 <sup>a</sup> capa
$N$	46	47
$B(I = 130 \text{ A})$	124 mT	105 mT
$R$	21.9 m $\Omega$	19.6 m $\Omega$
$\sigma$	278.5 ppm	143.8 ppm
$PVC'_{10ppm}$	93.8 %	94.4 %
ambas capas		
$B(I = 130 \text{ A})$	229 mT	
$B_{max}(P = 900 \text{ W})$	259 mT	
$R$	41.5 m $\Omega$	
$\sigma$	203.0 ppm	
$PVC'_{10ppm}$	95.5 %	

CUADRO 5.3: Parámetros del electroimán de dos capas obtenidos a partir del algoritmo original [51, 52]

Los resultados obtenidos en la re-optimización de la segunda capa ya fueron mostrados en la figura 5.7. Los resultados para la primera capa no serán mostrados por ser irrelevante en el contexto de ésta discusión. Solo el resultado final se presentará. El grado de las funciones polinomiales  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  para la segunda capa es  $u_{2nd} = 51$ . Se utilizó un tamaño de población  $N$  que no afecta considerablemente el tiempo de cómputo (para ambas  $N = 98$ ). El número de generaciones  $\kappa$  fue puesto a  $\kappa = \infty$  y detenido de forma manual cuando no se identificaron mejoras en el procedimiento de NSGA-II. Luego, se eligió la solución que resultó la mejor combinación de los parámetros  $\sigma$  y  $PVC'_{10ppm}$  para cada capa, y fueron calculados los caminos re-optimizados que llevan la corriente. Para poder comparar los resultados finales de las homogeneidades espaciales  $\Delta B/B$ , obtenidas mediante el nuevo algoritmo, se ilustran ambas homogeneidades: las originales y las re-calculadas (figuras 5.10, 5.11 y 5.12). En las figuras se puede observar como las homogeneidades espaciales del campo magnético  $\Delta B/B$  de dos capas, en forma individual ó superpuestas, mejoran visiblemente debido a la re-optimización del camino que conduce la corriente por medio del algoritmo propuesto. Esto también se puede observar comparando los parámetros eléctricos y los parámetros de calidad en el cuadro 5.4 del electroimán original y el re-optimizado. Cuántitativamente, el parámetro de calidad  $PVC'_{10ppm}$  mejora de un valor de  $PVC'_{10ppm} = 95.5\%$  a  $PVC'_{10ppm} = 60.3\%$ . Es decir, aproximadamente un 35 por ciento menos que el valor original. También mejora el parámetro  $\sigma$ , de un valor  $\sigma = 203.0$  ppm a  $\sigma = 141.2$  ppm. Los valores de los parámetros de calidad  $PVC'_{10ppm}$  y  $\sigma$  de cada capa muestran que la re-optimización de cada una produce una mejora en la segunda capa. Esto se debe a las diferentes geometrías subyacentes de cada capa, como se explicó en la última sección. Sin embargo, es difícil comprender de donde procede el valor de  $\sigma_{1st} = 238.6$  ppm de la primer capa re-optimizada, cuando se analiza su homogeneidad espacial  $\Delta B/B$  dentro de los planos

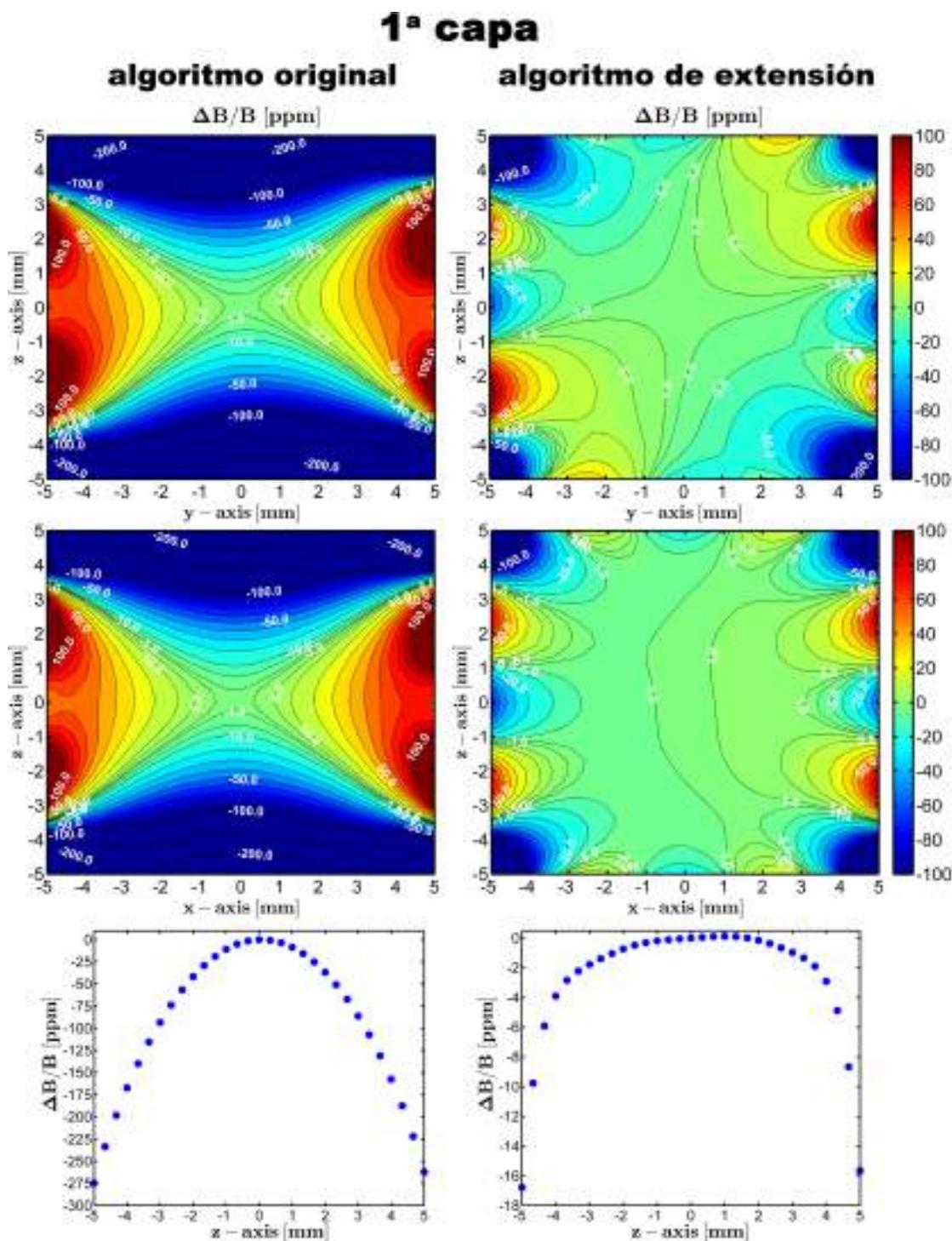


FIGURA 5.10: Homogeneidades espaciales del campo magnético  $\Delta B/B$  de la primera capa generadas dentro del volumen de interés (en ppm). La distribución dentro de los planos  $xz$ ,  $yz$  y a lo largo de eje  $z$  se muestra para la primera capa del electroimán re-optimizado: algoritmo original (a la izquierda) y algoritmo propuesto (a la derecha).

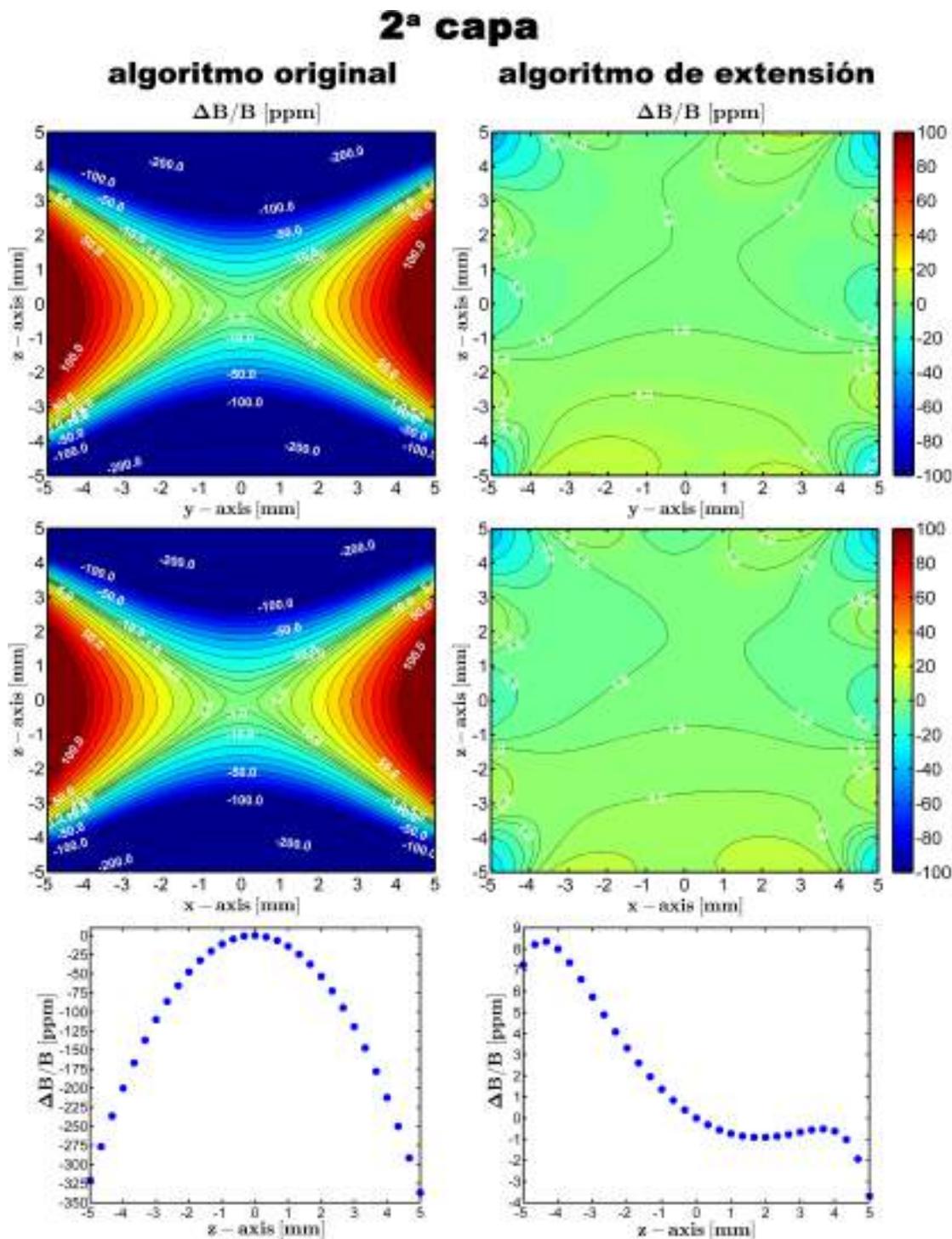


FIGURA 5.11: Homogeneidades espaciales del campo magnético  $\Delta B/B$  de la segunda capa generadas dentro del volumen de interés (en ppm). Se puede observar la distribución dentro de los planos  $xz$ ,  $yz$  y a lo largo de eje  $z$  para la segunda capa: algoritmo original (a la izquierda) y algoritmo propuesto (a la derecha).

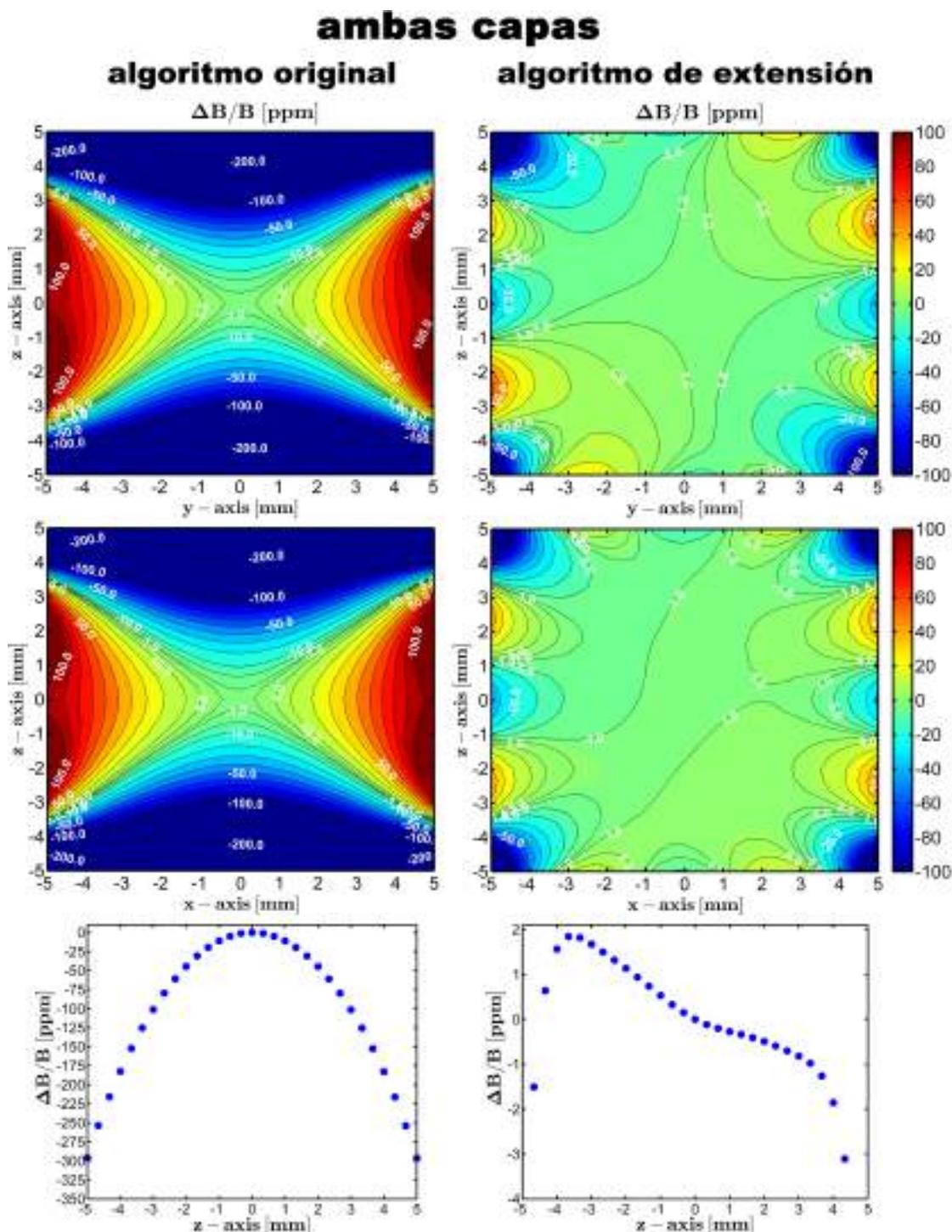


FIGURA 5.12: Homogeneidades espaciales del campo magnético  $\Delta B/B$  de ambas capas generadas dentro del volumen de interés (en ppm). Se puede observar la distribución dentro de los planos  $xz$ ,  $yz$  y a lo largo de eje  $z$  para ambas capas del electroimán optimizado: algoritmo original (a la izquierda) y algoritmo propuesto (a la derecha).

	algoritmo original		algoritmo de extensión	
	1 <sup>a</sup> capa	2 <sup>a</sup> capa	1 <sup>a</sup> capa	2 <sup>a</sup> capa
$B(I = 130 \text{ A})$	124 mT	105 mT	124 mT	106 mT
$R$	21.9 mΩ	19.6 mΩ	22.3mΩ	20.7 mΩ
$\sigma$	278.5 ppm	143.8 ppm	238.6 ppm	28.6 ppm
$PVC'_{10ppm}$	93.8 %	94.4 %	67.9 %	34.0 %
	ambas capas		ambas capas	
$B(I = 130 \text{ A})$	229 mT		230 mT	
$B_{max}(P = 900 \text{ W})$	259 mT		256 mT	
$R$	41.5 mΩ		43.0 mΩ	
$\sigma$	203.0 ppm		141.2 ppm	
$PVC'_{10ppm}$	95.5 %		60.3 %	

CUADRO 5.4: Comparación de los parámetros del electroimán de dos capas obtenido mediante el algoritmo original y el algoritmo propuesto.

$yz$  y  $xz$  de la figura 5.10. Para demostrar el origen de éste valor de  $\sigma$ , se ilustra su homogeneidad espacial  $\Delta B/B$  en la figura 5.13. Allí se puede observar la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en el plano diagonal del volumen de interés cúbico. Podemos ver también que, en los extremos del volumen cúbico, las homogeneidades espaciales llegan a valores de  $\Delta B/B > 500$  ppm. Esta circunstancia nos demuestra la importancia de analizar la homogeneidad espacial  $\Delta B/B$  dentro de todo el volumen de interés cuando se esté buscando una geometría óptima del conductor para cualquier tipo de electroimán.

Además de mostrar una mejora significativa en la homogeneidad espacial del cam-

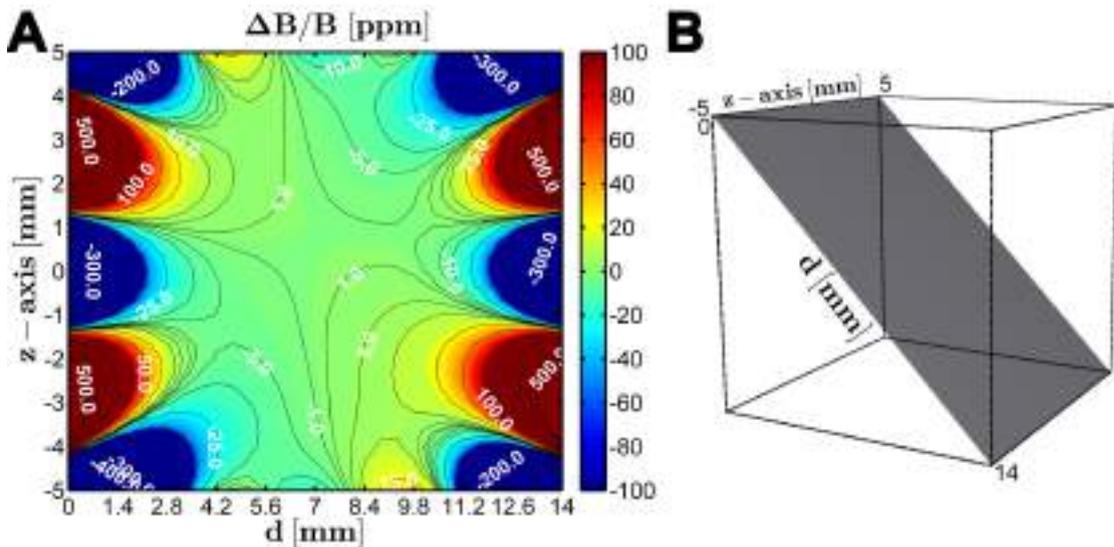


FIGURA 5.13: A) Homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en partes por millón (ppm) de la primera capa re-optimizada en el plano diagonal del volumen cúbico de interés. B) Visualización del plano diagonal  $dz$  dentro de volumen cúbico de interés.

po magnético  $\Delta B/B$ , los parámetros en el cuadro 5.4 revelan otra diferencia entre el

electroimán original de dos capas y el re-optimizado. Se puede ver un aumento en la resistencia eléctrica  $R$ , lo que genera una densidad de flujo magnético  $B_{max}(P)$  menor para la misma potencia aplicada  $P$ . Este aumento de la resistencia eléctrica  $R$  es de aproximadamente 3.5% y se considera como la única consecuencia negativa al obtener una mejor homogeneidad espacial  $\Delta B/B$ . Sin embargo, éste aumento en la resistencia eléctrica  $R$  es despreciable comparado con las mejoras obtenidas de homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ .

Finalmente, se presentan los recorridos de la corriente para mostrar como las nuevas geometrías optimizadas del conductor difieren de las originales. En la figura 5.14 y 5.15 se presentan las funciones de límites  $h_1(\varphi)$ ,  $h_2(\varphi)$  de las capas originales y  $H_1(\varphi)$ ,  $H_2(\varphi)$  de las capas re-optimizadas. Para todo el intervalo de  $\varphi$  de ambas capas, se trazan solo un décimo de los puntos (datos) con el objetivo de lograr una mejor visualización. Las

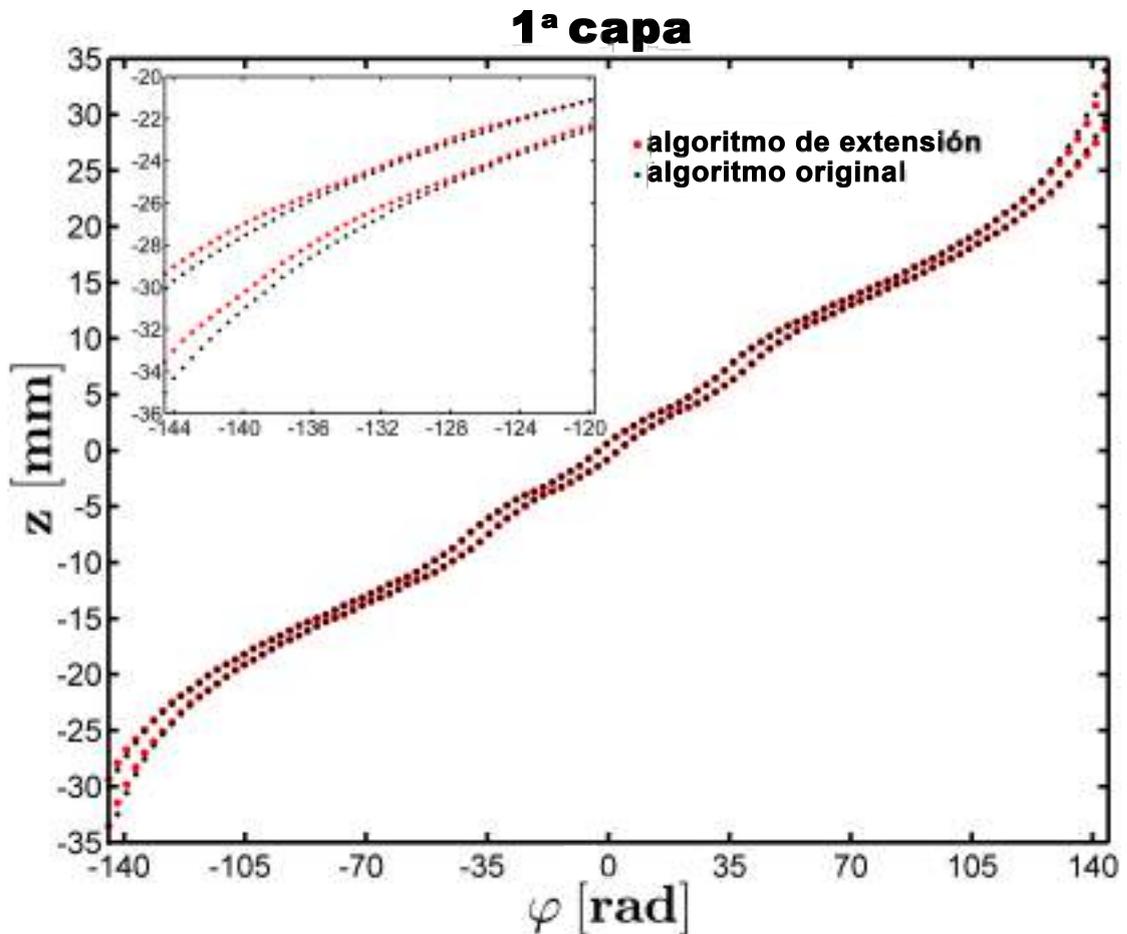


FIGURA 5.14: Límites para el camino que lleva la corriente de la primera capa, obtenidos a partir del algoritmo original (negro) y el algoritmo de extensión (rojo). Solo se muestra un décimo de los puntos (datos) para lograr una mejor visualización del rango de  $\varphi$ . Dentro de las zonas aumentadas figuran la mayor cantidad de puntos (datos) para una mejor ilustración de las diferencias geométricas.

zonas aumentadas dentro de los gráficos, representan las primeras cuatro vueltas de cada

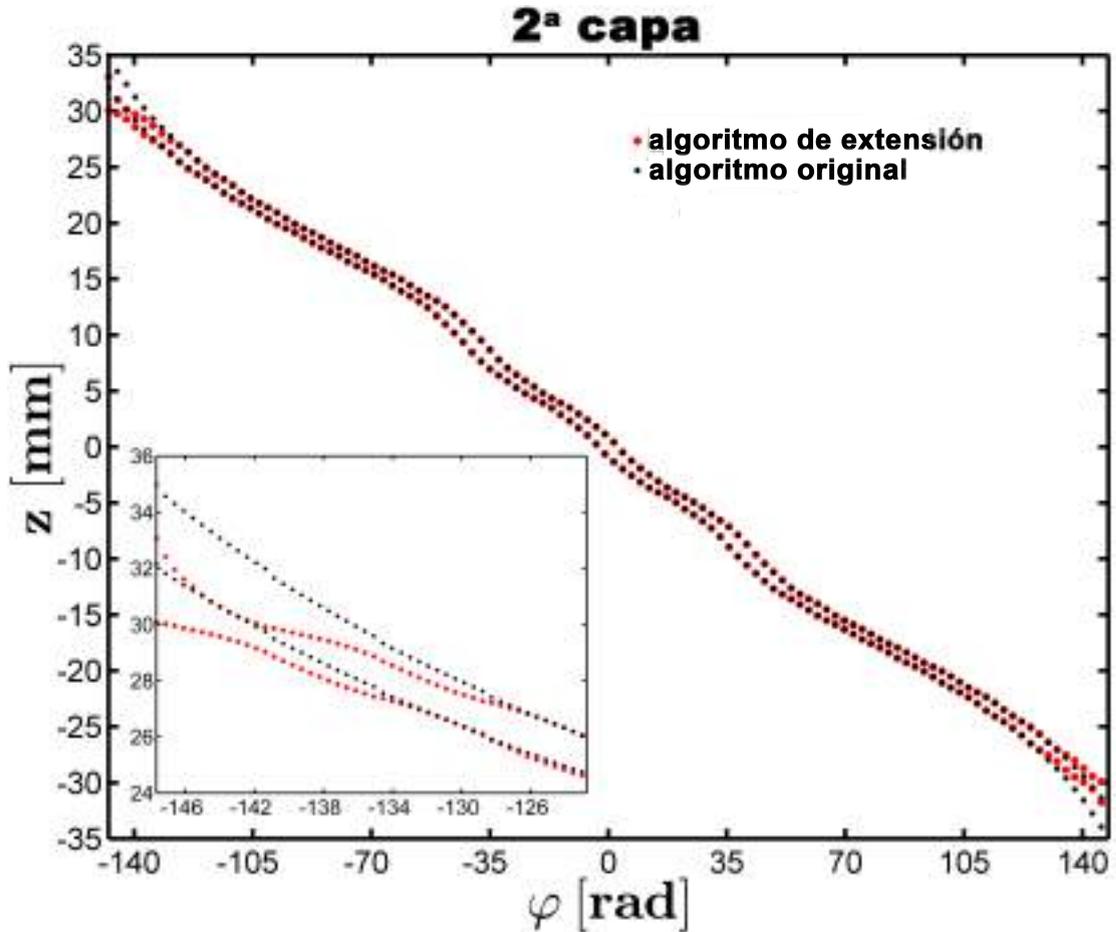


FIGURA 5.15: Límites para el camino que lleva la corriente de la segunda capa obtenidos a partir del algoritmo original (negro) y el algoritmo de extensión (rojo). Solo se muestra un décimo de los puntos (datos) para lograr una mejor visualización del rango de  $\varphi$ . Dentro de las zonas aumentadas figuran la mayor cantidad de puntos (datos), logrando así una mejor ilustración de las diferencias geométricas.

par de capas y exhiben la cantidad de puntos (datos) reales obtenidos en las funciones de límites  $h_1(\varphi)$ ,  $h_2(\varphi)$ ,  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$ . De ambas figuras 5.14 y 5.15, especialmente en las zonas aumentadas, se observa que los caminos que llevan la corriente obtenidos mediante el algoritmo original difieren de los obtenidos mediante la re-optimización. Estas diferencias, especialmente en los bordes de cada capa, superan ampliamente la precisión ordinaria del corte ( $\geq 0.1$  mm). Esto demuestra que las geometrías re-optimizadas son factibles y potencialmente realizables en la práctica. Las funciones de límites  $H_1(\varphi)$  y  $H_2(\varphi)$  determinan recorridos de corriente que terminan en capas con geometrías reducidas, donde la longitud de la primera capa se redujo de  $l = 70.0$  mm a  $l = 67.0$  y de la segunda capa de  $l = 70.0$  mm a  $l = 66.7$  mm. Esta circunstancia no afecta en la realización práctica del electroimán, pero puede modificar levemente las características eléctricas.

## 5.4. Resumen

Se demostró que una de las razones que limita el rendimiento de electroimanes calculados con el algoritmo de Schweikert tiene su origen en el algoritmo de Schweikert en sí mismo, y no únicamente en el proceso de fabricación, como se había asumido en el pasado [49, 56]. Por ésta razón, se propone un algoritmo que mejora la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés en electroimanes con hélices no-uniformes obtenidos a partir del algoritmo de Schweikert. Se ejemplificó éste resultado en un electroimán de dos capas. Se muestran detalles de un electroimán re-optimizado con una homogeneidad mejorada. Parámetros como la respuesta al transitorio  $dB/dt$  y la densidad de flujo magnético  $B_{max}(P)$  permanecen prácticamente inalterados.

## Capítulo 6

# Construcción y caracterización de un prototipo de electroimán tipo Notch de geometría variable

En éste capítulo se presenta la construcción, el montaje y el rendimiento de un prototipo de electroimán tipo Notch de geometría variable. El contenido se encuentra ordenado cronológicamente a medida que se fue ejecutando en el marco del proyecto, luego de haberse elegido el diseño óptimo (ver sección 4.2). Los detalles de la construcción pueden resultar de mucha utilidad si se está buscando un procedimiento óptimo para realizar éste tipo de electroimanes o se pretende realizar mejoras en su construcción.

### 6.1. Construcción de los conductores cilíndricos metálicos

La construcción de los conductores helicoidales se realizó en cooperación con el Dr. Germán D. Farrher y con la ayuda del Técnico Daniel Vicente del taller mecánico de la facultad de Matemática, Astronomía y Física (FaMAF) en Córdoba, Argentina. Dentro de los resultados esperados en el procedimiento de elaboración de los conductores cilíndricos metálicos, nos referimos a las capas o cilindros presentados en la sección 4.2 con las dimensiones allí especificadas. La figura 4.1 representa la forma de los conductores helicoidales para el procedimiento de optimización. Como no es conveniente llevar este modelo a la práctica, fue modificado. El nuevo diseño permite mover los bobinados externos asegurando conexiones eléctricas apropiadas que soporten altas intensidades de corriente  $I$ , garantizando a su vez la estabilidad mecánica del conjunto, y facilitando una refrigeración efectiva en todo el electroimán. La modificación en la geometría incluye una extensión  $e_{inner}$  y  $e_{notch}$  de los conductores cilíndricos en el borde de cada capa,

dejando los caminos helicoidales intactos. La figura 6.1 muestra esquemáticamente esta geometría. Para el prototipo, la dimensión de las extensiones se fijaron en  $e_{inner} = 20$



FIGURA 6.1: Vista esquemática del cilindro o capa interna con una capa Notch correspondientes al prototipo elaborado.

mm y  $e_{notch} = 15$  mm. Una vez establecidas todas las dimensiones (ver tabla 4.1) y las dimensiones adicionales presentadas recientemente, la forma geométrica de los conductores estuvo definida y lista para ser llevada a la práctica.

### 6.1.1. Materiales para los conductores

Posibles materiales para éste tipo de electroimanes son la plata, el cobre y el aluminio. Sus propiedades se muestran en la tabla 6.1. La resistividad  $\rho$  debe ser lo más baja

	resistividad $\rho(T = 293K)$	coeficiente de temperatura $\alpha(T = 298K) \cdot 10^6$	conductividad de temperatura $\sigma(T = 300K)$	procesabilidad mecánica
plata	$1.587 \cdot 10^{-8} \Omega m$ [118]	$18.9 K^{-1}$ [118]	$429 Wm^{-1}K^{-1}$ [118]	difícil [49]
cobre	$1.678 \cdot 10^{-8} \Omega m$ [118]	$16.5 K^{-1}$ [118]	$401 Wm^{-1}K^{-1}$ [118]	muy difícil [49]
oro	$2.214 \cdot 10^{-8} \Omega m$ [118]	$14.2 K^{-1}$ [118]	$317 Wm^{-1}K^{-1}$ [118]	muy difícil [49]
aluminio	$2.650 \cdot 10^{-8} \Omega m$ [118]	$23.1 K^{-1}$ [118]	$237 Wm^{-1}K^{-1}$ [118]	simple [49, 56]

CUADRO 6.1: Propiedades eléctricas, térmicas y mecánicas de la plata, el cobre, el oro y el aluminio.

posible, esto minimizaría la resistencia eléctrica total  $R$ . El coeficiente de temperatura

$\alpha$  debe ser lo más bajo posible también porque así disminuye la expansión térmica de los conductores. Una alta conductividad térmica  $\sigma$  favorece la refrigeración. Para la construcción del electroimán, los materiales considerados tienen que poder ser procesados a partir de las posibilidades existentes. Que los materiales más apropiados sean la plata y el cobre resulta una desventaja, puesto que sus propiedades mecánicas demandan el uso de mucha experiencia y de máquinas especial(es). Otra desventaja, no desde un punto de vista científico, son los costos y la disponibilidad de éstos materiales. Después del cobre y la plata, el oro y el aluminio son los materiales más apropiados para fabricar los conductores. No se elige el oro porque su utilización elevaría los costos del proyecto y es un material muy dúctil/maleable. El material seleccionado fue el aluminio. La facilidad para procesarlo y su bajo costo permitió realizar diversas pruebas de maquinado para poner a punto la técnica de corte. Se utilizó una aleación de aluminio de pureza no certificada (figura 6.2). Su procesamiento fue satisfactorio, pero su resistividad  $\rho$  resultó ser mayor que el aluminio puro. Se le estimó a partir de una simple medición de resistencia eléctrica  $R$  de una geometría dada con dimensiones conocidas. El valor estimado resultó  $\rho \approx 5.2 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ .



FIGURA 6.2: Foto del cilindro de aluminio antes de ser maquinado.

### 6.1.2. Realización del corte helicoidal en los cilindros metálicos

Una de las primeras ideas consistía en hacer un corte helicoidal dentro de los cilindros metálicos, con una sierra de metal de espesor fino ( $c \leq 0.5$  mm). Para lograrlo, se utilizó un torno común (torno paralelo convencional de ARMEX, con distancia entre puntas: 1500 mm, diámetro del plato: 450 mm y con 12 velocidades (EILA, Córdoba - Argentina)), que permitía el avance por rotación necesario para obtener el paso definido  $p$ . La rotación de la sierra y el movimiento del torno facilitó el procedimiento de corte. La figura 6.3 ilustra las partes importantes en ésta disposición y los grados de libertad de sus movimientos. Se intentó utilizar sierras de pequeño espesor para obtener un ancho mínimo de corte posible  $c$ , pero solo se disponía de sierras con un espesor mínimo

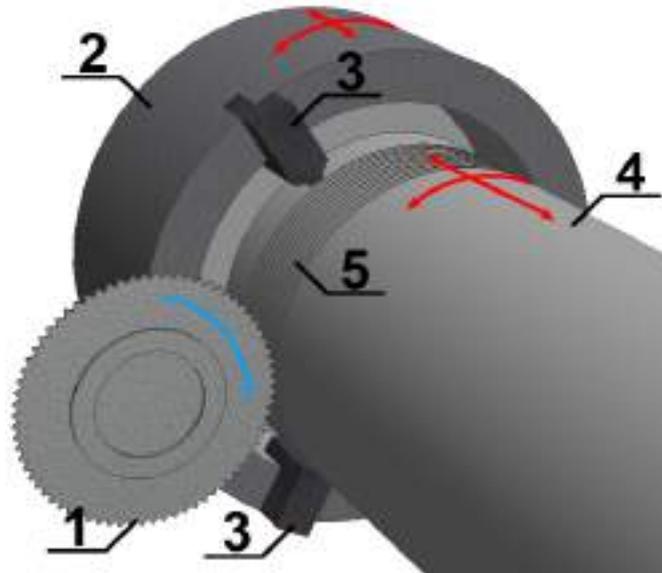


FIGURA 6.3: Vista esquemática de la disposición de la sierra, el cilindro metálico y el torno durante el procedimiento de corte de las hélices. Las flechas rojas indican los movimientos de rotación y traslación del torno y del cilindro metálico montados. Las flechas azules indican el movimiento de la sierra (rotación). La cuál consta de las siguientes partes: 1. Sierra, 2. Plato del torno, 3. Garra del plato, 4. Cilindro metálico, 5. corte helicoidal. Solo se ilustraron las partes más importantes.

de 0.5 mm (SINPAR, Quilmes - Argentina). Con sierras de espesor más fino se pueden mejorar notablemente los resultados, puesto que el espesor del corte genera un impacto directo en proporción inversa a la resistencia  $R_{layer}$  de las capas. Otro punto importante es la inclinación de la sierra respecto al plano de la base del cilindro, imprescindible si se quiere lograr un corte helicoidal continuo. Además, para lograr un corte adecuado, la sierra debe rotarse con una velocidad angular y un par de torsiones apropiadas. Con ésta finalidad se diseñó un montaje especial para el corte basado en un motor eléctrico 2CW5187-2 220V, de SIEMENS (Alemania). Con éstas herramientas obtuvimos las necesidades de ajuste del ángulo de ataque con respecto al plano de la base del cilindro necesarias, y una distribución adecuada de la velocidad angular. El montaje consiste en conectar el electromotor con la sierra mediante un accionamiento por correa y ruedas dentadas. El montaje se realiza sobre una plancha principal, ubicada por encima de la plancha de inclinación. El ángulo de la sierra, con respecto al plano de la base del cilindro, puede ajustarse cambiando la posición de la plancha principal en las direcciones del movimiento del torno. La figura 6.4 muestra un dibujo de la herramienta montada en el torno y el cilindro. Las ruedas dentadas y las ruedas de accionamiento se diseñaron para obtener una velocidad angular de 150 – 700 rpm (rotaciones por minuto) en el procedimiento de corte. En una instancia posterior, el accionamiento por correa fue modificado, ya que causó frecuentes bloqueos en la sierra debido a una insuficiente transmisión de potencia.

El primer corte helicoidal utilizando ésta técnica fue realizado en la capa interna del

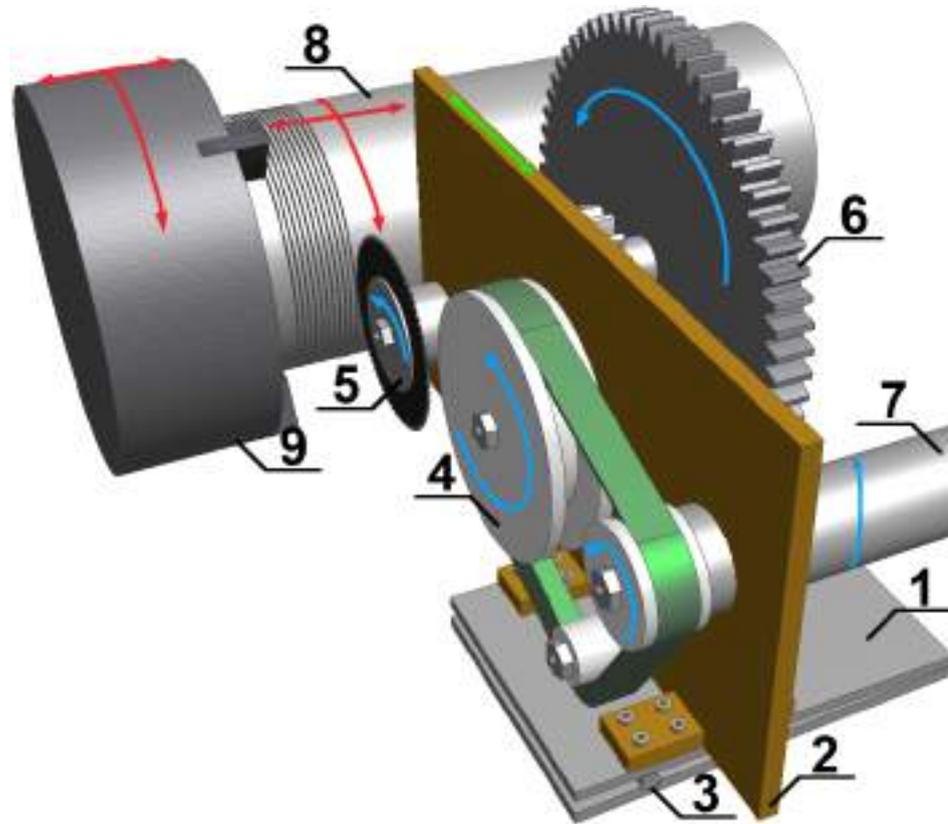


FIGURA 6.4: Vista esquemática del montaje que sostiene la sierra para el procedimiento de corte. Las flechas rojas indican los movimientos posibles (rotación, traslación) del torno y del cilindro montado, las flechas azules los movimientos (rotación) de la sierra y de la transmisión. Las flechas verdes (traslación) los movimientos posibles del carro transversal del torno. Las partes son: 1. Plancha principal, 2. Planchuela de soporte, 3. Plancha de inclinación con barra, 4. Accionamiento por correa, 5. Sierra, 6. Accionamiento por ruedas dentadas, 7. Barra de conexión al electromotor/acccionamiento por ruedas dentadas, 8. Cilindro metálico, 9. Plato de torno y garra del plato. Solo las partes importantes fueron ilustradas en ésta figura.

electroimán con conductores múltiples individuales del capítulo 3 (figura 3.8). La experiencia ganada fue utilizada luego para el maquinado del prototipo que se describe en éste capítulo. El carro transversal del torno permitió un avance con una precisión de 0.1 mm. Los mejores resultados, considerando la precisión y el consumo de tiempo, se obtuvieron cortando primero la hélice deseada con una profundidad de 0.1 mm dentro del cilindro metálico. Esta marca luego se utilizó como guía para las siguientes pasadas del corte. En cada pasada, se profundizó el corte en 0.25 mm, hasta alcanzar la profundidad necesaria, que se fijó en 2 mm más del espesor deseado para el cilindro. Luego del sellado de los cortes helicoidales (incluyendo la profundidad extra), se procedió a maquinar el interior del cilindro, hasta llevar el espesor del mismo al valor pre-determinado. Entre cada pasada de corte, se procedió a limpiar la canaleta helicoidal con solvente industrial. De ésta manera se disminuyeron los bloqueos de la sierra de corte durante el procedimiento. En la figura 6.5 se muestran los cortes realizados en los conductores Notch para

un solo cilindro metálico. También se ilustran fotos obtenidas durante el procedimiento de corte del cilindro interno.

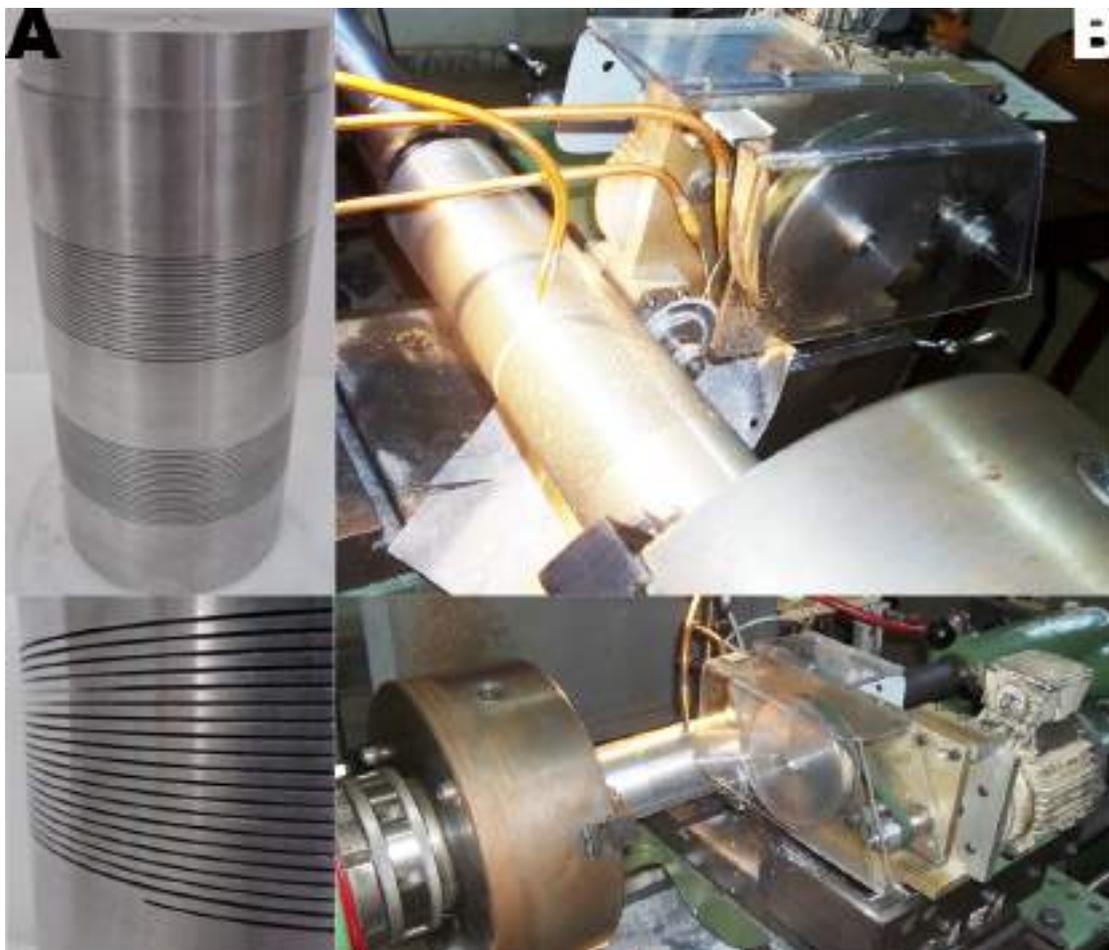


FIGURA 6.5: A) Foto de los cortes helicoidales de los cilindros Notch. B) Fotos tomadas durante el procedimiento de corte del cilindro interno.

### 6.1.3. Sellado de los cortes helicoidales

Luego de realizar los cortes helicoidales dentro de los cilindros de aluminio estos se sellan con un pegamento de base epoxy (Poxipol). Esto debería dar a las capas finales una estabilidad más alta y minimizar posibles deformaciones en la geometría. También debería proveer un mejor flujo de líquido refrigerante entre las capas. A diferencia de otro sistema de electroimán [55], se consideró un flujo axial entre las capas como una forma eficiente de refrigerar el electroimán. El problema de rellenar de manera adecuada los cortes helicoidales con el viscoso pegamento de base epoxy se resolvió utilizando el siguiente método no convencional. Primero se realizó una perforación en la dirección axial del cilindro. Puesto que el pegamento debe fluir desde la perforación a través de todas las vueltas del corte helicoidal, éste se localizaba en el cilindro con el fin de conectar



FIGURA 6.6: Visualización de la configuración para el procedimiento de sellado. Los números simbolizan: 1. Cilindro de aluminio, 2. Perforación, 3. Cilindro plástico, 4. Corte helicoidal, 5. Parte móvil, 6. Abrazaderas. La flecha roja indica el movimiento de la parte móvil durante el proceso de sellado.

el corte helicoidal con el interior de la perforación. Para asegurar que el pegamento atravesara uniformemente todas las vueltas, se cubrió el cilindro de aluminio con un cilindro plástico comprimido por abrazaderas comunes. El cilindro plástico poseía una cavidad en dirección axial que se abría y cerraba a partir de una parte móvil. La figura 6.6 muestra la configuración para el proceso de sellado. Debido a la alta viscosidad del pegamento, fue necesaria la aplicación de una alta presión. Para lograrla se fabricó una boquilla de metal que podía soportar esta presión, y se le conectó a un cilindro que tenía un pistón interno. El cilindro se rellenó con el pegamento mezclado y la boquilla de metal fue conectada a la perforación. Con una prensa de 10 t, CINAR (Rosario, Argentina), se empujó el pistón hacia abajo del cilindro. Esto generó un flujo de pegamento a través de la perforación y de las vueltas del corte. La parte movible se corría hacia abajo en la misma medida que el flujo del pegamento, eso aseguró que el corte helicoidal del cilindro de aluminio se sellaba sucesivamente de manera uniforme. La figura 6.7 muestra ésta configuración junto con la boquilla y el cilindro.



FIGURA 6.7: Foto de la configuración para el procedimiento de sellado del corte helicoidal.

#### 6.1.4. Acabado de los cilindros conductores helicoidales

Para completar el proceso, los cilindros de aluminio con sus cortes helicoidales sellados son maquinados a manera de generar la estructura tubular del cilindro (perforación interna longitudinal que debe llegar al diámetro interno del cilindro). Las realizó un trabajador experimentado montando los cilindros sellados en un torno, y aumentando el diámetro de las perforaciones paso a paso hasta lograr las dimensiones deseadas. Luego, se ajustaron las longitudes de cada cilindro. En la figura 6.8 se pueden ver los cilindros ya maquinados con sus respectivos cortes helicoidales.

## 6.2. Montaje del conjunto

Aparte de la fabricación de los conductores eléctricos, resulta obligatorio generar un diseño adecuado de montaje para el electroimán con el objetivo de proveer una refrigeración apropiada, un alineamiento exacto, y conexiones eléctricas adecuadas. Además, hay que asegurar los movimientos propios de los cilindros externos. La última demanda representa una complicación extra en contraste con electroimanes sin piezas móviles (ver capítulo 2) [49, 51, 55, 56].

Para asegurar la refrigeración de los cilindros, se les encapsuló dentro de una cámara de vidrio cerrada por ambos lados mediante dos planchas: una plancha superior y una



FIGURA 6.8: Cilindros que conforman el electroimán tipo Notch de geometría variable. A) Cilindro Notch, B) Sistema desarmado.

plancha inferior. En éstas, se proveen las entradas y salidas del líquido refrigerante, las conexiones eléctricas y los sistemas que permiten el desplazamiento de los cilindros externos o Notchs. Para la fabricación de las planchas se utilizaron cuatro piezas crudas de policarbonato. En dos de las cuatro se perforaron los accesos para el fluido y se maquinaron los recorridos del mismo. Luego, las piezas correspondientes se pegaron juntas con cloroformo. Se hicieron las perforaciones de las conexiones eléctricas, de las entradas y salidas de líquidos, las perforaciones de montaje y las perforaciones para las varillas roscadas de bronce que sujetan el conjunto ensamblado. También se perforaron las cavidades para el alineamiento exacto. Estas tres partes contienen el resto del ensamblaje del electroimán. El conjunto sella la cámara mediante un cilindro interno fabricado con polioximetileno (POM), el cuál encastra en cavidades realizadas en las planchas superior e inferior. Este cilindro tiene un diámetro interno de  $d = 66$  mm. El espacio entre los cilindros es de 1 mm. En ambos extremos de la capa interna, se localizan otros cilindros que permiten gestionar el flujo del líquido refrigerante. Son cilindros que tienen el mismo radio interno  $r_i$  y radio externo  $r_o$  que la capa interna y encastran en cavidades maquinadas a tal fin en las planchas. Entre los Notch y la capa interna queda un espacio de 1 mm para la circulación del líquido refrigerante. Los conductores Notch se sostienen con cápsulas diseñadas a tal fin. Cada cápsula consta de dos partes atornilladas que contienen al conductor Notch correspondiente. Poseen cavidades de entrada, salida y

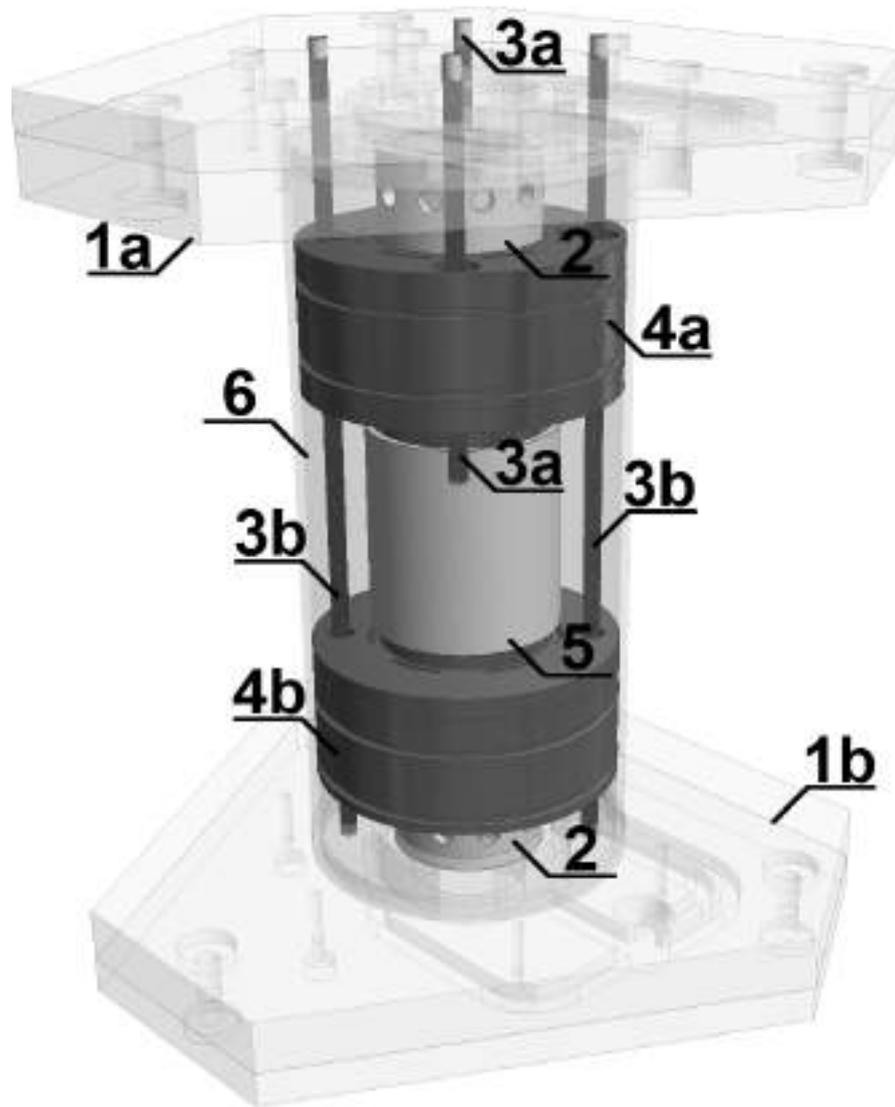


FIGURA 6.9: Vista esquemática del montaje del prototipo. Los números indican: 1a. Plancha superior, b. Plancha inferior, 2. Entrada/salida del fluido refrigerante del cilindro metálico interior, 3. Barra roscada del a. Sistema que sujeta al Notch superior, b. Sistema que sujeta al Notch inferior, 4a. Cápsula de montaje del Notch superior, b. Cápsula de montaje del Notch inferior, 5. Cilindro de cierre interno, 6. Cilindro de vidrio de la cámara de montaje y refrigeración.

perforaciones roscadas diseñadas para que el líquido de refrigeración pueda fluir dentro y fuera de los conductores. También constan de soportes que se asientan en la capa interna o en la entrada y salida del líquido. Se utilizan dos varillas roscadas para ajustar la posición de cada uno en la dirección axial del electroimán. Las varillas roscadas están conectadas a perillas que facilitan su manipulación. Otro cilindro, que se ubica entre las cápsulas de montaje de los Notch, asegura un flujo de líquido de refrigeración entre el exterior de la capa interna y el interior de los conductores Notch. Con un paso de rosca de 1 mm/vuelta, las perillas permiten 24 posiciones claramente distinguibles por

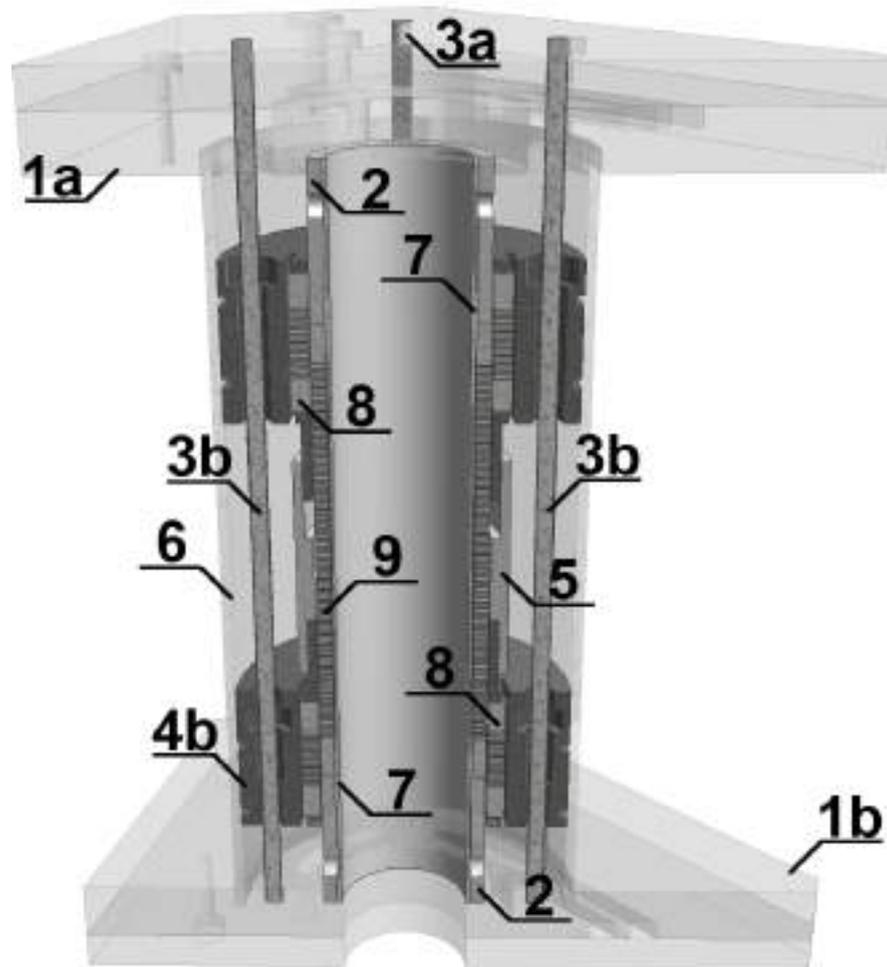


FIGURA 6.10: Vista en corte transversal del montaje. Los números indican: 1a. Plancha superior, b. Plancha inferior, 2. Entrada/salida del líquido de la capa interna, 3. Varilla roscada del a. Cápsula de montaje del Notch superior, b. Cápsula de montaje del Notch inferior, 4a. Cápsula de montaje del Notch superior, b. Cápsula de montaje del Notch inferior, 5. Cilindro de bloqueo de fluido, 6. Cilindro de vidrio, 7. Cilindro de sellado interno de la cámara de refrigeración, 8. Notch, 9. Cilindro metálico interno del electroimán.

vuelta, lo que provee una resolución en el desplazamiento de los cilindros Notch de aproximadamente  $41.66 \mu\text{m}$ . Todas las partes se sellaron con anillos de goma. Las cápsulas de montaje de los cilindros Notch se cierran por fuera mediante tres anillos de goma, para que el refrigerante pueda fluir a través de los caminos designados y no entre éstos y el cilindro de vidrio. Las conexiones eléctricas se fabricaron de cobre. Las conexiones directas de las capas se unieron a una cinta flexible de cobre mediante tornillos de cobre. Su flexibilidad soporta los movimientos de los cilindros conductores externos. Las figuras 6.9, 6.10 y 6.11 muestran un esquema del montaje final y de todas las partes no ensambladas. La figura 6.12 muestra una imagen del prototipo. La mayoría de las piezas de montaje (ver apéndice B) fueron maquinadas empleando maquinaria CNC en la empresa Del Bel [123].



FIGURA 6.11: Desmonte del conjunto. Los números indican: 1a. Plancha superior, b. Plancha inferior, 2. Entrada y salida del líquido de la capa interna, 3. Varilla roscada del a. Cápsula de montaje del Notch superior, b. Cápsula de montaje del Notch inferior, 4a. Cápsula de montaje del Notch superior, b. Cápsula de montaje del Notch inferior, 5. Cilindro de bloqueo del fluido, 6. Cilindro de vidrio, 7. Cilindro de sellado interno de la cámara de refrigeración, 8. Notch, 9. Capa interna, 10. Conexiones eléctricas, 11. Anillos aislantes, 12. Varillas roscadas de bronce, 13. Conexiones para la entrada y salida del líquido, 14. Perillas de comando para la posición de los Notch.

La temperatura del electroimán se controla a través de un sensor de estado sólido KT 110/TO-92 Mini (Infineon Technologies, Alemania) localizado sobre la pared del Notch superior.

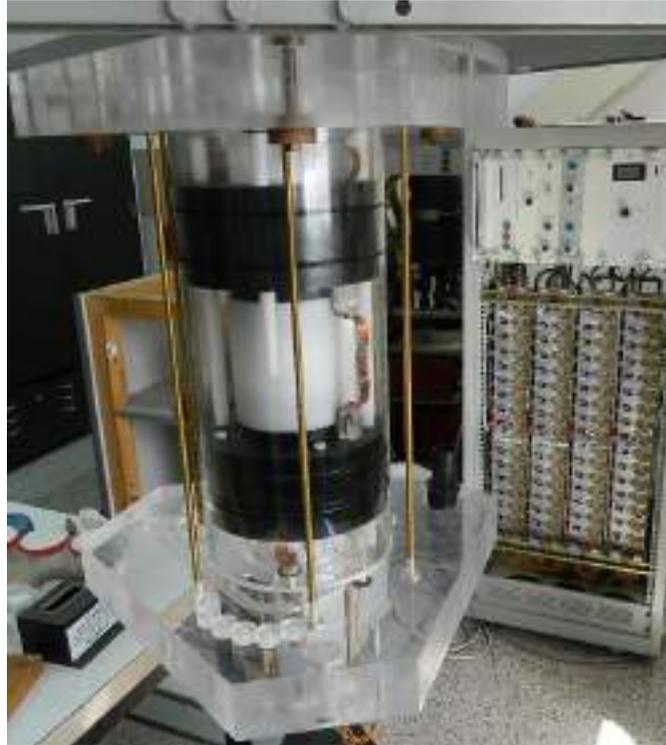


FIGURA 6.12: Imagen del prototipo ensamblado e instalado en el aparato FFC que se utilizó para caracterizar al sistema. En la parte posterior, banco de transistores MOSFET de potencia del alimentador de prueba.

## 6.3. Caracterización del sistema

### 6.3.1. Calibración

Para las pruebas de rendimiento, se utilizó un aparato FFC fabricado por la empresa Stelar (Spinmaster) correspondiente a la primera generación [56]. Para ello se reemplazó el electroimán original por el prototipo desarrollado. Este reemplazo demandó de una nueva calibración del aparato, es decir, de una conversión de los valores de campo generados desde la consola del instrumento. Se midió la densidad de flujo magnético  $B_0$  generada a partir del prototipo y luego se le convirtió a la frecuencia correspondiente  $f_0$ . Como resultado, se esperaba una dependencia lineal entre los dos parámetros. La figura 6.13 muestra que los resultados obtenidos coincidieron con la expectativa y se estableció un factor de conversión de  $f_0/B_{relax} = 0.342$ . La densidad de flujo magnético  $B_0$  de ésta calibración se midió con un gaussímetro comercial (Lake Shore 475 DSP hall meter equipado con una sonda HMNA-1904-VR) durante un pulso del campo de 4 s.

Luego de identificar el factor de conversión entre las configuraciones de la consola del aparato y el prototipo del electroimán, resulta relevante descubrir la relación entre el

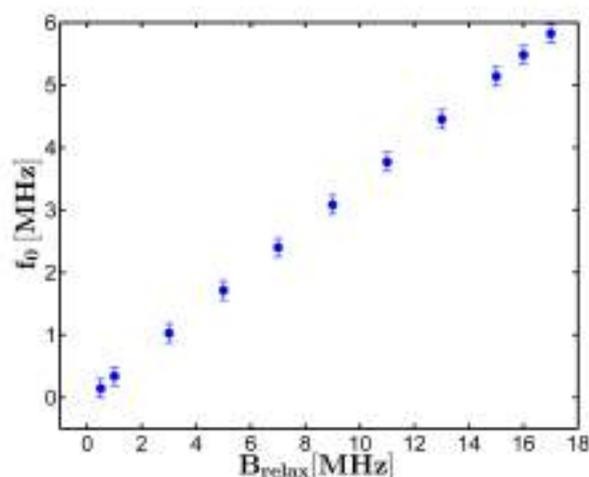


FIGURA 6.13: Conversión lineal entre el campo magnético generado por el prototipo ( $f_0$ ) y la configuración de la consola ( $B_{relax}$ ) del aparato utilizado.

campo magnético  $B_0$  y la corriente  $I$ . Para lograrlo, se añadió una resistencia con un valor bajo en serie con el electroimán. La resistencia eléctrica se realizó a partir de alambres con aleación de cromo-hierro-aluminio de tubos de cuarzo puestos en paralelo. Se midió simultáneamente la densidad de flujo magnético resultante  $B_0$  y la caída del potencial en la resistencia eléctrica con un multímetro (Agilent U1252A). A partir de estas mediciones, se obtuvo el comportamiento lineal del campo magnético  $B_0$  en función de la corriente aplicada  $I$ , como se muestra en la figura 6.14. La razón resultante de éstas mediciones nos da la constante de la bobina  $B_0/I = 0.728$  mT/A o  $f_0/I = 0.031$  MHz/A.

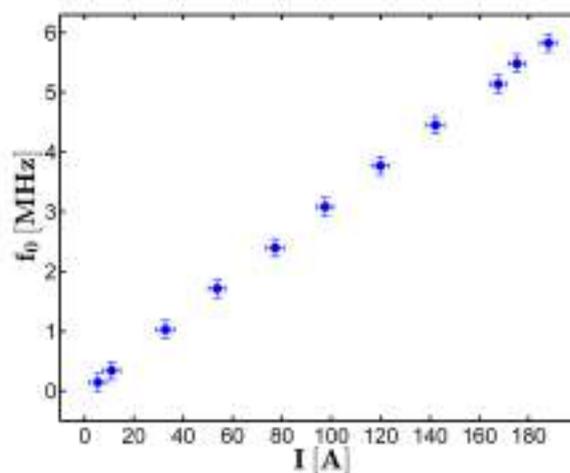


FIGURA 6.14: Determinación de la constante  $f_0/I$  del prototipo.

### 6.3.2. Comportamiento térmico

Un comportamiento significativo en cualquier electroimán de FFC es la respuesta térmica. Durante el ciclado del campo magnético, el electroimán sufre saltos térmicos bruscos debido a los pulsos aplicados de diferentes intensidades de corriente  $I$ . Estos saltos térmicos causan dilataciones del electroimán, y a través de éstas, cambios en la densidad de flujo magnético  $B_0$ . Este fenómeno se debe compensar, pues posee un efecto negativo en la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  y conlleva a un deterioro en las señales. Se ha dado una explicación más detallada de éste fenómeno en nuestro trabajo y aparece también en otros [15, 49, 56, 91, 99]. Para minimizar los efectos ocurridos en el funcionamiento, es de importancia determinar la respuesta térmica del electroimán.

Para medir el comportamiento térmico del electroimán, se utiliza un sensor instalado durante el montaje. Las mediciones fueron realizadas con el electroimán conectado al circuito de refrigeración del sistema Spinmaster, utilizando como refrigerante DEX-Cool.

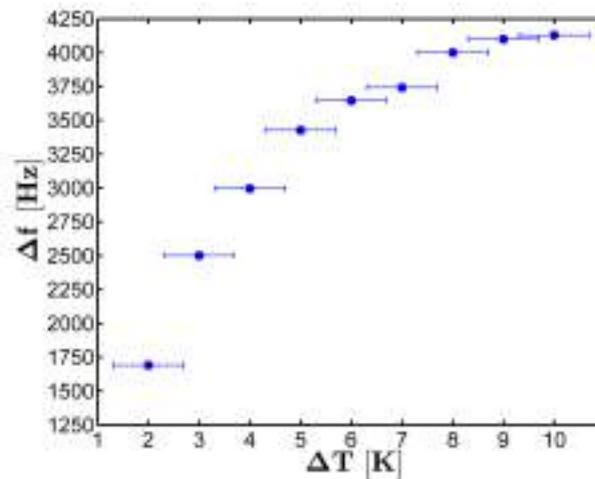


FIGURA 6.15: Corrimiento relativo de la frecuencia  $\Delta f$  del prototipo en función del cambio relativo de temperatura  $\Delta T$ .

Primero, se estimó el corrimiento relativo de la frecuencia  $\Delta f$  en función del aumento relativo de la temperatura  $\Delta T$  (ver figura 6.15). La estimación se obtuvo incrementando el periodo  $t_{relax}$  del campo magnético fijo  $B_{relax}$  en una secuencia NP. Después de ese periodo  $t_{relax}$ , se adquirió la señal y se obtuvo el corrimiento relativo de la frecuencia  $\Delta f$  con respecto a la frecuencia de resonancia  $f_0$  inicial. Conocer la respuesta térmica del prototipo del electroimán permite reaccionar a esos corrimientos de frecuencia  $\Delta f$  y compensar éste efecto para minimizar su impacto negativo en los experimentos.

Debido a que el problema de los saltos térmicos causa modificaciones en la geometría (pudiendo destruir el electroimán en el peor de los casos), se probó el prototipo del electroimán junto con sus posibilidades de refrigeración aplicando varios pulsos de corriente  $I$  de intensidades y duraciones variadas. Por razones de seguridad, y para proteger el prototipo del electroimán, se eligió como máximo umbral de funcionamiento un salto térmico de  $\Delta T \leq 35 \text{ C}^\circ$ . La figura 6.16 ilustra el comportamiento térmico del prototipo del electroimán para diferentes pulsos de corriente  $I$  a tiempos variados e intensidades. Los resultados se obtuvieron alterando la magnitud del campo magnético de relajación  $B_{relax}$  y su periodo  $t_{relax}$  en una secuencia NP. De la figura se puede deducir que el

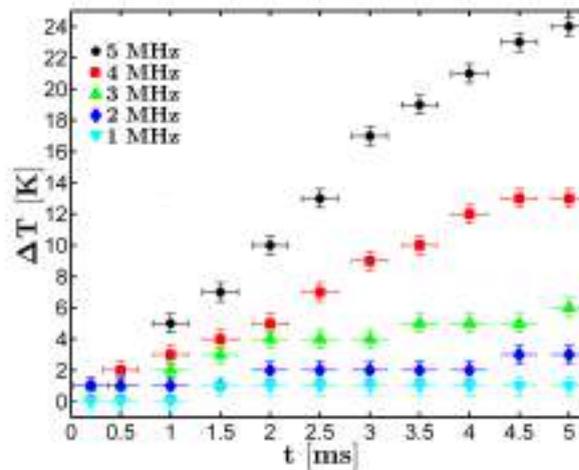


FIGURA 6.16: Saltos térmicos  $\Delta T$  del prototipo del electroimán luego de aplicar pulsos de corriente  $I$  con duraciones  $t$  e intensidades variadas ( $B_{relax}$ ).

máximo parámetro de salto térmico permitido  $\Delta T \leq 35 \text{ C}^\circ$  siempre queda por debajo cuando se aplica la potencia máxima  $P$ . Se pudo ver también que el sistema de refrigeración funciona adecuadamente. El comportamiento térmico tiende a saturarse cuando se aplican altas intensidades de corriente  $I$  por largos periodos de tiempo. Este comportamiento también se puede observar en otros sistemas de electroimanes [56].

En síntesis, el sistema de refrigeración y el diseño de los caminos para el refrigerante, facilitan la refrigeración de las capas, permitiendo que funcionen razonablemente bien cuando se aplica la potencia máxima disponible  $P$  bajo condiciones experimentales.

### 6.3.3. Rendimiento del prototipo

Se examinó el prototipo para verificar el método de optimización y el de construcción. Sus parámetros eléctricos fueron medidos con un puente  $LCR$  electrónico (LCR-819 GW INSTEK) con el objetivo de determinar la resistencia eléctrica total  $R$  y la inductancia

total  $L$ .

Para la adquisición y detección de la señal de RMN se construyó una sonda optimizada para el volumen de muestra y frecuencia de resonancia  $f_0$ . La construcción y diseño de la sonda fueron ejecutada principalmente por el Dr. rer. nat Germán Farrher. El cual consta de un circuito resonante  $LC$ , para ajustar la frecuencia de resonancia  $f_0$ , con un condensador de matching en serie (ver figura 6.17). Tanto el condensador de tuning, el condensador de matching como la bobina de radio-frecuencia (RF) tipo saddle de éste circuito eléctrico se construyeron en el laboratorio. Para la construcción de la bobina saddle se utilizó un cilindro de polioximetileno (POM) con diámetro interno de  $d_i = 26.5$ . Para sostener los alambres de la bobina se les pegó en el exterior del cilindro cortando los caminos ( $d_o = 28.5$  mm) mediante la ayuda de un torno. Esto aseguró la obtención de la geometría exacta de la bobina. La sonda fue diseñada para que la temperatura de la muestra se pueda controlar a través de soportes que suministren un flujo turbulento de gas alrededor de la muestra. La bobina de RF fue instalada en la parte superior de la sonda, mientras que los condensadores, las tuberías de soporte y las conexiones eléctricas se ubicaron dentro del cilindro metálico que conforma el cuerpo de la sonda. En su parte inferior fueron montadas las perillas para ajustar las capacidades de los condensadores y un conector tipo BNC para el acople de la sonda al receptor. La figura 6.17 muestra una imagen de la construcción de la sonda y su circuito eléctrico  $LC$ . Entre la sonda y el "bore" del electroimán se dejó suficiente espacio para incorporar un conjunto de bobinas de gradiente. Dicha unidad de gradientes fue desarrollada e implementada en el marco de otra tesis del laboratorio. Después de finalizar la construcción de la sonda, se ajustó su frecuencia a la frecuencia de detección de  $f_{det} = 5$  MHz con un analizador espectral (Agilent 8712ET Network Analyzer).

Las pruebas realizadas se basan en la captura de señales  $^1\text{H}$  RMN de muestras de agua (levemente dopada con sulfato de cobre) bajo diferentes configuraciones experimentales. Los parámetros que quedaron fijos en los experimentos fueron la frecuencia de detección de  $f_{det} = 5$  MHz y la frecuencia de relajación  $f_{relax} = 4.975$  MHz. En éstos experimentos se utilizó  $t_{relax} = 0.1$  s antes de la excitación de la señal mediante un pulso de RF de frecuencia  $f_{det}$ . Todos los experimentos se realizaron a temperatura ambiente.

Los primeros experimentos lo realizamos para probar la detección de los decaimientos de inducción libre (FIDs) para distintos volúmenes de muestra. Para ello se ubicó a los conductores Notch en su posición óptima  $d_{opt}$ , es decir, en la posición dónde se obtuvo la homogeneidad espacial más alta del campo magnético  $\Delta B/B$ . Esta posición  $d_{opt}$  coincide bien con la calculada. La misma se verificó detectando y grabando las señales de RMN a medida que se iba variando la posición de cada cilindro externo. La posición óptima  $d_{opt}$

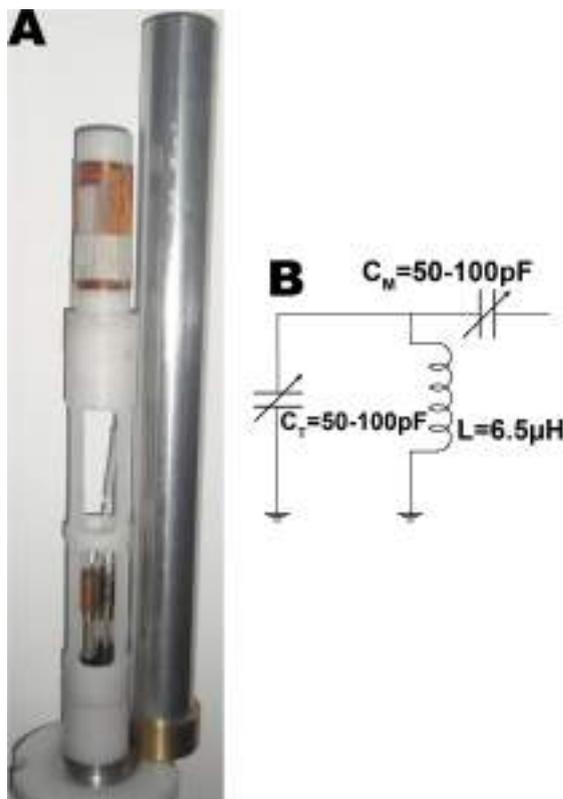


FIGURA 6.17: A) Imagen de la sonda para excitación y detección de señales  $^1\text{H}$  RMN. El cilindro de aluminio del lado derecho se puede montar de forma coaxial para reducir el ruido en las señales. B) Diagrama del circuito eléctrico de la sonda.

resultante a partir de subsiguientes búsquedas mediante éste método puede variar dentro de cierta tolerancia ( $\approx 85 \mu\text{m}$ ). Dicha imprecisión responde a los juegos de las piezas que intervienen en el proceso de posicionamiento de los cilindros Notch. El volumen de la muestra utilizado para determinar la posición óptima  $d_{opt}$  fué un volumen cilíndrico con diámetro  $d = 26.5 \text{ mm}$  y una longitud  $h \approx 45.3$ , de lo que resultó un volumen de muestra de  $V \approx 25 \text{ cm}^3$ . En la figura 6.18 se observa la señal correspondiente a éste volumen de muestra para la posición óptima  $d_{opt}$ . La señal en la posición óptima se puede observar hasta 6 ms después de promediar  $N = 64$  adquisiciones. Con el objetivo de comparar la calidad de la señal para el volumen de muestra máximo, se utilizó una muestra de volumen cilíndrico con un diámetro de  $d = 26.5 \text{ mm}$  y una longitud de  $h \approx 63.5 \text{ mm}$ . Las dimensiones de éste volumen de muestra  $V \approx 35 \text{ cm}^3$  cubre el volumen de interés predefinido para el método de optimización del capítulo 4. Este volumen corresponde al rectángulo indicado con las líneas no-continuas en la figura 4.7. La señal se muestra en la figura 6.18 B y se puede observar bien hasta 4 ms después de  $N = 1$  adquisición. A partir de éstas señales (figura 6.18 A y B) resulta complicado determinar con precisión la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés. Esto responde al hecho de que las variaciones del campo magnético  $\Delta B/B$  son del orden de partes por millón (ppm). Es decir, cuando el electroimán genera un campo magnético

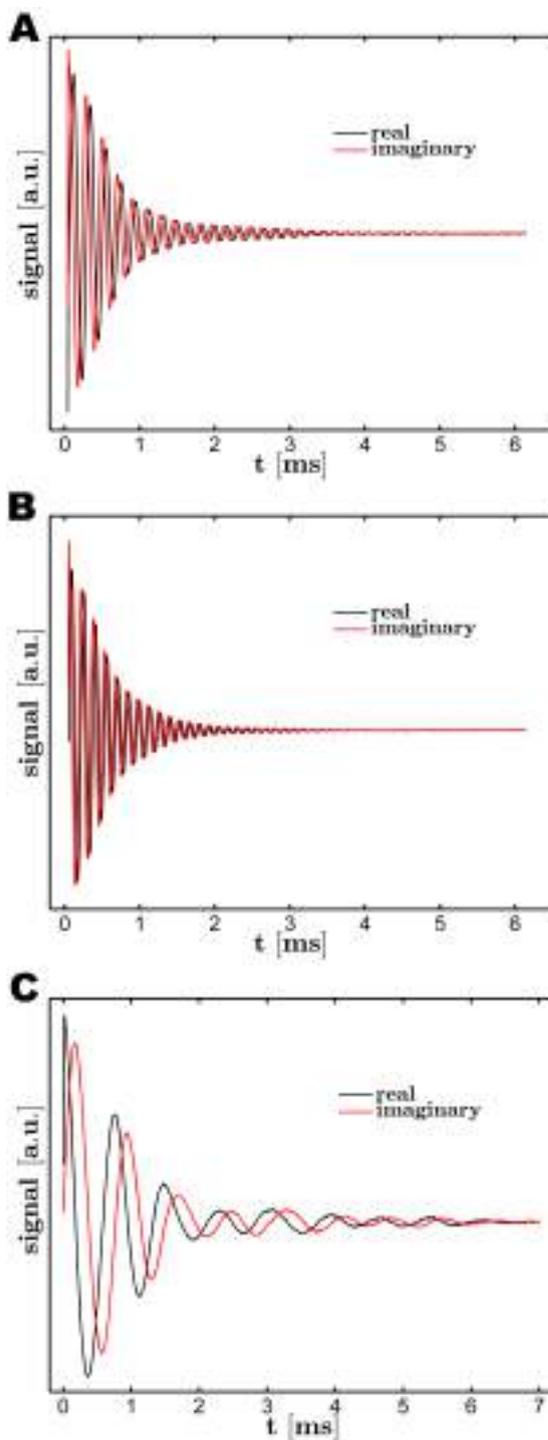


FIGURA 6.18: Señales de  $^1\text{H}$  RMN obtenidas para muestras de agua dopada con sulfato de cobre utilizando A) el prototipo con volumen de muestra de  $V \approx 25 \text{ cm}^3$ , B) el prototipo con volumen de muestra de  $V \approx 35 \text{ cm}^3$  y C) otro aparato comercial Spinmaster FFC2000 1T C/DC Fast Field-Cycling NMR Relaxometer [24] disponible en el laboratorio con volumen de muestra de  $V \approx 1 \text{ cm}^3$ .

equivalente a  $f_0 = 5$  MHz y una densidad de flujo magnético de  $B_0 = 0.117$  T, la precisión necesaria para determinar el rango de la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  tendría que ser  $\Delta B = 117$  nT. Una medición exacta de éstos cambios tan pequeños en las densidades de flujo magnético  $B_0$  requieren, en caso de ser posible, técnicas de medición muy sofisticadas que no estaban disponibles en nuestro proyecto. A partir de las señales (figura 6.18 A y B) se dedujo una homogeneidad espacial efectiva del campo magnético de  $\Delta B/B \approx 80$  ppm medida con el volumen de muestra de  $V \approx 25$  cm<sup>3</sup>, y una homogeneidad espacial efectiva del campo magnético de  $\Delta B/B \approx 130$  ppm medida con el volumen de muestra de  $V \approx 35$  cm<sup>3</sup>. Para tener una comparación directa de los FIDs de las figuras 6.18 A) y B), se grabó una señal <sup>1</sup>H RMN con densidad de flujo magnético de  $B_{det} = 0.333$  T y de  $B_{rel} = 0.327$  T en un aparato comercial de Spinmaster FFC2000 1T C/DC Fast Field-Cycling NMR Relaxometer [24] (electroimán con hélices no-uniformes de cuatro capas [49]) con la misma muestra de agua dopada y un volumen de muestra de  $V \approx 1$  cm<sup>3</sup> con  $N = 4$  adquisiciones. La figura 6.18 C) muestra ésta señal. La comparación nos llevó a la conclusión de que el prototipo genera señales que compiten con un aparato nuevo (recientemente adquirido) que define el estado del arte, aunque con un volumen de muestra notablemente mayor y con una densidad de flujo magnético  $B_0$  tres veces menor. En conclusión, el rendimiento del prototipo de electroimán realizado considerando la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ , es satisfactorio y coincide con los cálculos efectuados.

Además de las pruebas de homogeneidad espacial para grandes volúmenes de muestra, se realizaron otras pruebas para identificar el rango de aplicación del prototipo. Una de ellas es la influencia de la posición de los cilindros externos en la calidad de la señal. Para determinar esta influencia, se utilizó nuevamente el volumen de muestra de  $V = 25$  cm<sup>3</sup> y se realizaron las mediciones con una sola adquisición ( $N = 1$ ), mientras se movía la posición fuera de su valor óptimo  $d_{opt}$ . Esto se realizó en dos direcciones, una en la cuál los conductores externos se acercaron ( $d < d_{opt}$ ) y otra en la cual se alejaron ( $d > d_{opt}$ ). La figura 6.19 muestra las señales correspondientes a distintas posiciones de los elementos Notch. La cinta multicolor de cada señal representa su valor absoluto calculado para lograr una mejor visualización de intensidad y duración. Los cambios en la frecuencia de cada señal se generaron por variaciones en la densidad de flujo magnético  $B_0$ , causada por los cambios en las posiciones de los Notch. En la figura, es claramente visible que un cambio en la posición fuera de su posición óptima  $d_{opt}$ , cualquiera que sea la dirección, deteriora la señal notablemente. Sin embargo, se puede observar una señal dentro de un rango de  $d = d_{opt} \pm 3.15$  mm. La figura 6.20 muestra en adición, para una mejor visualización de la posible homogeneidad sintonizable, los anchos de líneas y las intensidades de las señales de la figura 6.19. En éste gráfico, cero representa la posición óptima  $d_{opt}$  de los conductores de Notch y los otros valores las distintas posiciones relativas A-D y F-I de la figura anterior.

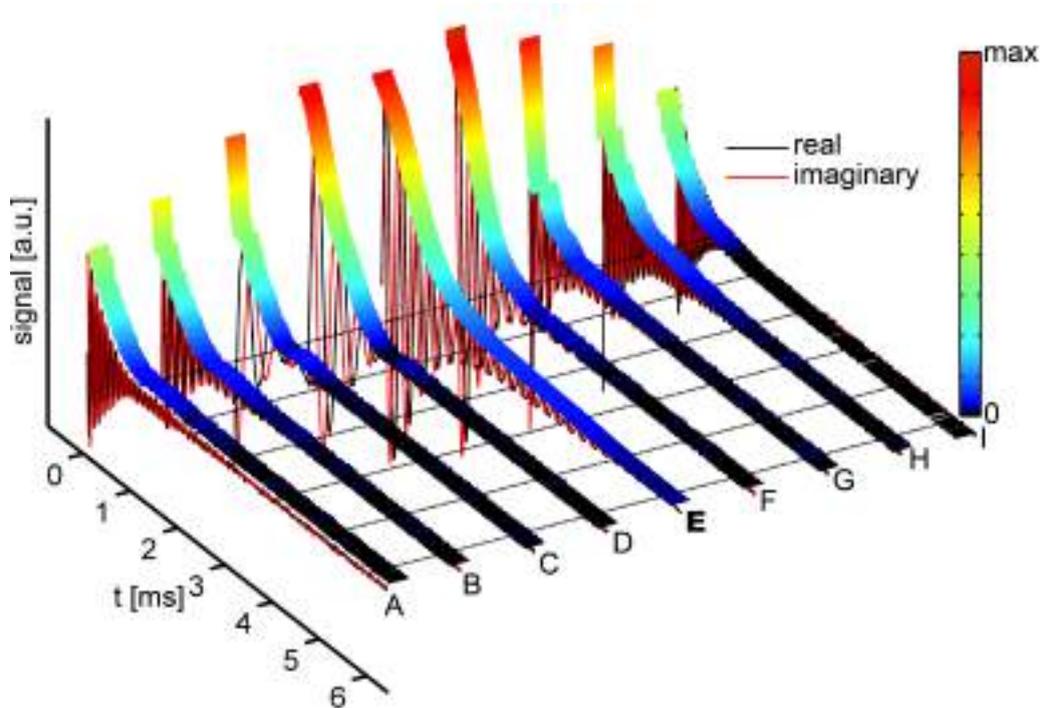


FIGURA 6.19: Señales obtenidas en muestras de agua dopada con volumen  $V \approx 25 \text{ cm}^3$  y una posición de los conductores de Notch de: A)  $d = d_{opt} + 3.15 \text{ mm}$ , B)  $d = d_{opt} + 1.89 \text{ mm}$ , C)  $d = d_{opt} + 0.84 \text{ mm}$ , D)  $d = d_{opt} + 0.21 \text{ mm}$ , E)  $d = d_{opt}$  (figura 6.18 A), F)  $d = d_{opt} - 0.21 \text{ mm}$ , G)  $d = d_{opt} - 0.84 \text{ mm}$ , H)  $d = d_{opt} - 1.89 \text{ mm}$ , I)  $d = d_{opt} - 3.15 \text{ mm}$ . La cinta multicolor de cada señal indica su valor absoluto en unidades arbitrarias.

Para verificar que la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés a lo largo de eje  $z$  es razonable para los experimentos de RMN, como predijo el método de optimización, se utilizó una muestra de agua dopada con diámetro de  $d_i = 26.5 \text{ mm}$  y una longitud de  $h = 2 \text{ mm}$ . La idea detrás de todo esto es que, debido a las dimensiones de la muestra, se le puede considerar como una muestra bidimensional. Variando la posición de la muestra a lo largo del eje de simetría del electroimán, en conjunto con la sonda de RF, se debería obtener una estimación de la longitud  $h$  del volumen de interés. Para éstos experimentos, los conductores externos se ubicaron en su posición óptima  $d_{opt}$ . La figura 6.21 presenta los resultados obtenidos. Debido al reducido volumen de muestra se disminuye significativamente la intensidad y la duración de la señal (figura 6.21 C) cuando la sonda y la muestra están localizados en la posición correcta ( $z = 80 \text{ mm}$ ). Las señales se deterioran aún más si la sonda y la muestra se mueven fuera de la posición correcta. Sin embargo, aún ubicando la muestra en sus posiciones extremas: mínima ( $z = 55 \text{ mm}$ ) y máxima ( $z = 105 \text{ mm}$ ) se puede observar una señal.

La última prueba de rendimiento, para la cuál fue necesaria la adquisición de las señales, es para verificar que realmente se puede ajustar la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  dentro del volumen de interés ante la presencia de un gradiente externo. Esto

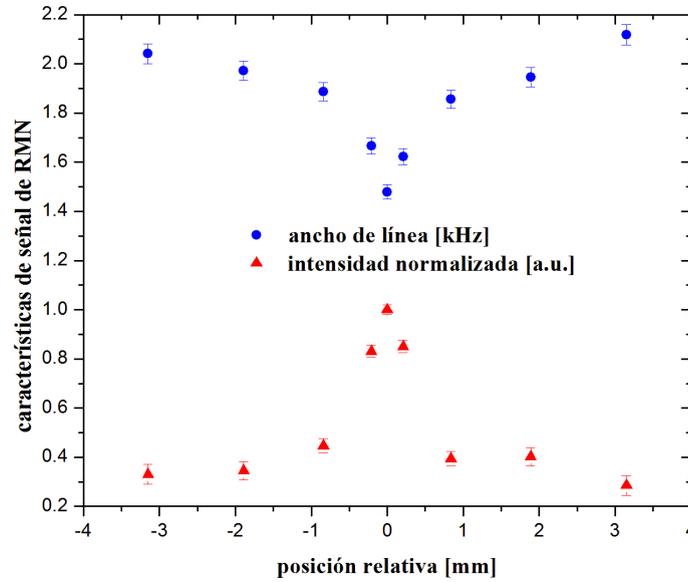


FIGURA 6.20: Anchos de línea e intensidades de las señales  $^1\text{H}$  RMN obtenidas en muestras de agua dopada con volumen  $V \approx 25 \text{ cm}^3$  en función de las posiciones de los conductores de Notch. En éste gráfico, cero representa la posición óptima  $d_{opt}$  de los conductores de Notch. Los valores positivos de la posición relativa representan los casos A-D, mientras los valores negativos de la posición relativa representan los casos F-I de la figura 6.19. Las intensidades de las señales están normalizadas con respecto a la amplitud del FID obtenido en la posición óptima [124].

tiene como ventaja el hecho de recuperar la homogeneidad del campo magnético  $\Delta B/B$  que pueda estar deteriorada por cualquier distorsión (campo magnético externo  $B_{ext}$ , cambios en la geometría del electroimán, etc.). Para verificar ésta posibilidad, se aplicó un campo magnético externo  $B_{ext}$  sumado al campo magnético  $B_0$  del electroimán. El campo magnético externo  $B_{ext}$  se generó a partir de un solenoide simple, bobinado alrededor del cilindro externo de vidrio del ensamblaje del prototipo al centro de su eje  $z$ . Solo tenía diez vueltas y era alimentado por una corriente máxima de  $I = \pm 5 \text{ A}$ . El campo magnético externo  $B_{ext}$  no se estimó ni experimentalmente, ni teóricamente, se consideró únicamente como una fuente arbitraria de deterioro. La figura 6.22 muestra los resultados de estos experimentos en una muestra con volumen de  $V \approx 25 \text{ cm}^3$  y  $N = 1$  adquisición. Las cintas coloridas en cada señal simbolizan su valor absoluto calculado en unidades arbitrarias. Se puede observar que las señales se deterioran notablemente cuando se aplica la distorsión externa (figura 6.22 B y D). La distorsión, sin embargo, se puede compensar (figura 6.22 A y E) variando la posición de los cilindros Notch fuera de su posición óptima  $d_{opt}$ . así se cumple la demanda de ajustar/recuperar la homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  en cualquier momento.

Hasta ahora, las pruebas de rendimiento del prototipo se realizaron considerando la

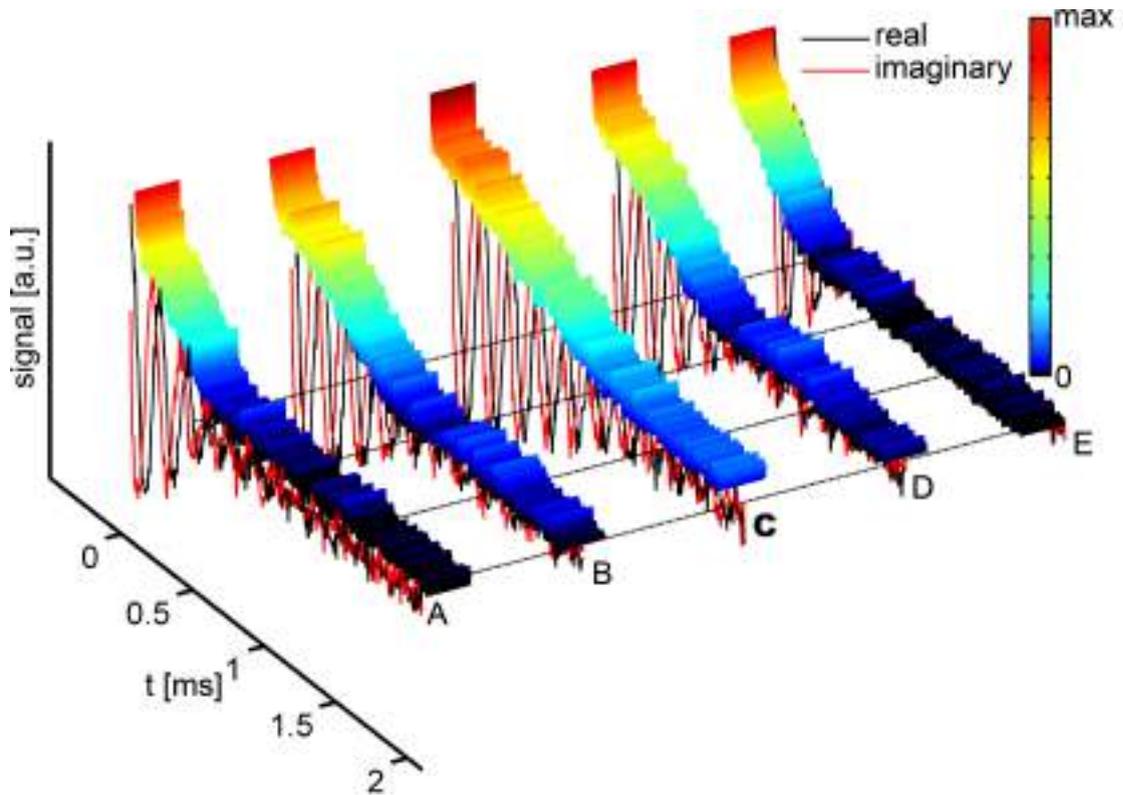


FIGURA 6.21: Señales correspondientes a un volumen cilíndrico de  $d_i = 26.5$  y  $h = 2$  mm. Las posiciones de la sonda y la muestra de agua son: A)  $z = 105$  mm. B)  $z = 92$  mm. C)  $z = 80$  mm (posición correcta para la detección de señales). D)  $z = 68$  mm. E)  $z = 55$  mm.

homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$ , demostrando resultados satisfactorios. Queda pendiente conocer sus características eléctricas y su velocidad de conmutación  $dB/dt$ . La resistencia eléctrica  $R$  y la inductancia total  $L$  del prototipo, estimadas con el analizador de inductancias  $LCR$  ya mencionado son:  $R = (181.4 \pm 0.2)$  m $\Omega$  y  $L = (177 \pm 1)$   $\mu$ H. Estos valores resultan coincidentes con los valores teóricos estimados del método de optimización (ver cuadro 4.2). La versatilidad del prototipo para conmutación se probó controlando la evolución temporal del voltaje de "shunt" disponible en la unidad de control de corriente del aparato FFC, durante la conmutación de la densidad de flujo magnético  $B_{relax}$ . El voltaje de shunt, observado con un osciloscopio digital (Textronix TDS 2001 C), es directamente proporcional a la intensidad de corriente  $I$  que fluye a través del electroimán. Conociendo éste valor de voltaje, se puede identificar la velocidad de conmutación  $s_R$  ( $dB/dt$ ) del sistema. La figura 6.23 muestra la evolución temporal del voltaje de shunt, durante la conmutación del electroimán desde un campo magnético nulo  $B_{relax} = 0$  MHz hasta un campo magnético  $B_{relax} = 5$  MHz. Estos datos permiten observar la velocidad de conmutación característica posible de lograr con el prototipo. Cabe aclarar que no se sintonizó el sistema de control del instrumento

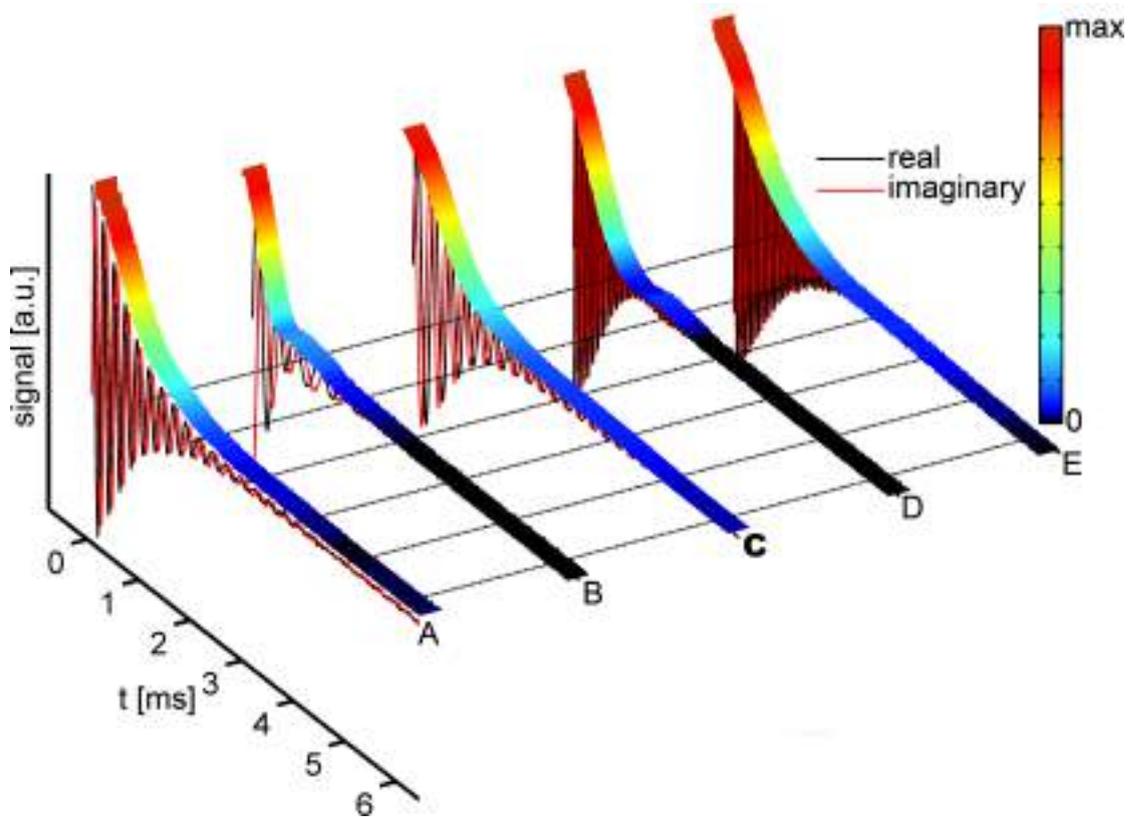


FIGURA 6.22: Señales adquiridas con un volumen  $V \approx 25 \text{ cm}^3$ . La posición de los elementos correctores Notch y la corriente aplicada en el solenoide externo fueron: A)  $d = d_{opt} + 0.500 \text{ mm}$ ;  $I = 5 \text{ A}$ . B)  $d = d_{opt}$ ;  $I = 5 \text{ A}$ . C)  $d = d_{opt}$ ;  $I = 0 \text{ A}$  (figura 6.18 A). D)  $d = d_{opt}$ ;  $I = -5 \text{ A}$ . E)  $d = d_{opt} - 0.375 \text{ mm}$ ;  $I = -5 \text{ A}$ . Las cintas coloridas en cada señal muestran sus valores absolutos en unidades arbitrarias.



FIGURA 6.23: Evolución temporal del voltaje de "shunt" durante la conmutación del campo magnético del electroimán de  $B_{relax} = 0 \text{ MHz}$  a  $B_{relax} = 5 \text{ MHz}$ .

para optimizar el transitorio ni el tiempo mínimo de conmutación. De la figura es posible estimar una velocidad de conmutación  $s_R \approx \frac{5}{1.97} \text{ MHz}\cdot\text{ms}^{-1} = 2.538 \text{ MHz}\cdot\text{ms}^{-1}$  o  $s_R = 59.6 \text{ mT}\cdot\text{ms}^{-1}$ . Esta velocidad de conmutación  $s_R$  es bastante lenta en comparación a otros electroimanes FFC existentes. Sin embargo, el prototipo realizado posee, a diferencia de los otros electroimanes, un diámetro interno  $d_i$  significativamente más ancho (hasta 263 %) y un volumen de muestra más grande (hasta 3500 %). Para mayor claridad, en el cuadro 6.2 se resumen los parámetros eléctricos y la velocidad típica que puede obtenerse por conmutación  $s_R$ .

$R$	$(181.4 \pm 0.2) \text{ m}\Omega$
$L$	$(177 \pm 1) \mu\text{H}$
$s_R$	$59.6 \text{ mT/ms} \equiv 2.538 \text{ MHz/ms}$

CUADRO 6.2: Parámetros eléctricos del prototipo de electroimán realizado.

Las pruebas efectuadas revelan que el prototipo de electroimán tipo Notch de geometría variable es un concepto que funciona, permitiendo lograr un rendimiento adecuado para experimentos de RMN con campo magnético ciclado. Con la metodología empleada, se logra una homogeneidad espacial del campo magnético  $\Delta B/B$  razonable para el volumen de interés, la cuál puede ser ajustada en respuesta a variaciones en la misma. Las características eléctricas concuerdan razonablemente con lo predicho, y las características de conmutación  $dB/dt$  son más que aceptables para volúmenes de muestra como los empleados en estos experimentos.

## Capítulo 7

# Conclusiones

Dentro del enfoque de éste trabajo, se investigaron y desarrollaron nuevos conceptos y métodos para el cálculo de electroimanes para RMN con ciclado rápido de campo magnético. Estas tareas incluyeron primeramente el desarrollo de un algoritmo básico que permitió calcular las densidades de flujo del campo magnético  $\mathbf{B}$  dentro de un volumen de interés deseado, generado mediante distribuciones de corriente dispuestas en geometrías cilíndricas. Se trató de lograr un algoritmo básico que considerara dichas geometrías lo más reales posible, atendiendo el proceso de cálculo en los menores tiempos de cómputo. Uno de los errores más graves detectados en los algoritmos utilizados anteriormente, fué la simplificación de no-considerar el volumen de interés durante el proceso de optimización [50, 51, 55, 57].

Los nuevos conceptos explorados incluyen dos diseños de electroimanes, posibles para ser llevados a la práctica. Uno de ellos basado en la idea de conductores múltiples individuales, presentado en el capítulo 3. Se utilizó un método de optimización para éste caso, con el objetivo de mejorar las características de éstos electroimanes con respeto a los requisitos de FFC [99]. Se identificó un diseño prototipo de sistema de electroimán con tres capas, que exhibe un prometedor rendimiento teórico. Se inició la fabricación de un prototipo, aunque la idea fué descartada a favor de otro concepto que presentaba ciertas ventajas. Este consistía en una configuración tipo Notch, con geometría variable, presentado en el capítulo 4. La principal diferencia entre ellos es, que en el caso Notch el electroimán se alimenta de una sola corriente, mientras que en el anterior, son necesarias múltiples fuentes de alimentación, algunas de ellas de potencias considerables.

Se desarrolló un método de optimización específico para la configuración tipo Notch [91]. El algoritmo fué empleado en el cálculo de un electroimán para ser llevado a la

práctica, teniendo en cuenta ciertos experimentos que observamos en el laboratorio, que muestran un mayor volumen que los habituales. Los detalles de construcción junto con la caracterización experimental de éste prototipo se presentó en el capítulo 6. Se logró un electroimán apto para experimentos FFC, cumpliendo con las prestaciones requeridas para un instrumento de imágenes FFC en fase de desarrollo [124], que será utilizado en posteriores investigaciones y desarrollos del LaRTE.

Como otros aportes adicionales en los nuevos conceptos de sistemas de electroimanes, se logró reproducir también en detalle el complejo algoritmo de Schweikert-Lips empleado hasta la fecha para el cálculo de electroimanes con hélices de paso no-uniforme [51]. Vale aclarar que el algoritmo de Schweikert es todavía hoy utilizado por la empresa italiana Stelar, mientras que la versión de Lips es usada por SpinScope [125] en sus respectivos productos. Por ésta razón, su reproducción posee un gran valor estratégico (es justamente el electroimán una de las partes centrales de éste tipo de aparatos, y dónde se genera la mayor dependencia tecnológica). No obstante, en el trabajo realizado en ésta tesis, se reveló que dichos algoritmos invocan simplificaciones excesivas, que conducen a resultados poco reales (capítulo 5). Además, se propuso un nuevo proceso de optimización basado en un algoritmo genético [120], que permite corregir parcialmente dichas simplificaciones excesivas, conduciendo a una geometría mejorada.

Finalmente, en ésta tesis se hizo un esfuerzo por determinar el estado del arte en la materia, se encontraron las limitaciones en la tecnología actual y se evaluaron diseños alternativos, capaces de lograr resultados equivalentes, pero con herramientas de maquinado más simples, con mejores prestaciones térmicas, e introduciendo por primera vez el concepto de electroimán de geometría variable en el campo. Incorporando motores paso a paso para actuar sobre la posición de los elementos correctores (Notch) y un sistema de control adecuado (ya desarrollado [126]), también se introduce por primera vez el concepto de electroimán activo.

## Apéndice A

# Apéndice: Algoritmo NSGA-II

En éste apéndice se explica el algoritmo NSGA-II junto con el problema de optimización donde se buscan los parámetros óptimos de calidad  $PVC'$  y  $\sigma$  para un conjunto de factores de ponderación  $w_u, \dots, w_0$ , o mejor dicho la re-optimización del camino que lleva la corriente de la sección 5.2.2. Se utiliza como ejemplo la re-optimización del camino que lleva la corriente en una de las capas de un electroimán de dos capas ya presentado en la sección 5.3.

La ilustración de la re-optimización del camino que lleva la corriente empieza a partir de la ecuación 5.5. Después de determinar los coeficientes  $b_u, \dots, b_0$  de cada función  $p_1(\varphi)$  y  $p_2(\varphi)$  mediante ajustes de curvas, el procedimiento de optimización se inicia con el conjunto  $\mathbf{X}_\kappa$  de vectores de ponderación aleatorios  $\mathbf{w}_N$ . El rango  $[u_{low}, u_{up}]$ , del cual se tomarán los valores aleatorios, se selecciona antes del inicio del procedimiento de optimización y debe elegirse dentro de un intervalo que permita al algoritmo encontrar diversas soluciones para  $PVC'$  y  $\sigma$ . Esto significa que el intervalo  $[u_{low}, u_{up}]$  debe ser comprobado, de forma individual, para cada capa del electroimán antes de iniciar el algoritmo de optimización. El numero  $N$  también debe especificarse antes del inicio de la optimización puesto que determina la cantidad de individuos dentro de una población  $\mathbf{R}_\kappa$  para cada generación  $\kappa$  del algoritmo NSGA-II. Si se elige un valor muy alto de  $N$ , el algoritmo obtendrá un número alto de soluciones, pero el esfuerzo computacional que requiere aumentaría de forma drástica. Por lo tanto, se debe encontrar un equilibrio entre el número de soluciones óptimas requeridas  $N$  y periodos de cómputo razonables para llevarlos a cabo. Esto es válido tanto para el algoritmo NSGA-II como para el cálculo de las  $N$  diferentes distribuciones de la densidad de flujo magnético  $B_0(\mathbf{r}_k)$ . El conjunto  $\mathbf{X}_\kappa$  está definido como:

$$\mathbf{X}_\kappa = (\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N)_\kappa \quad (\text{A.1})$$

con cada vector de ponderación  $\mathbf{w}_N$ :

$$\mathbf{w}_1 = (w_{u1}, \dots, w_{01}), \quad \mathbf{w}_N = (w_{uN}, \dots, w_{0N}). \quad (\text{A.2})$$

De este conjunto, las funciones modificadas de límite  $p_{11}(\varphi), \dots, p_{1N}(\varphi)$  y  $p_{21}(\varphi), \dots, p_{2N}(\varphi)$  se calculan de la siguiente manera:

$$\mathbf{p}_1 = \begin{pmatrix} p_{11}(\varphi) \\ \vdots \\ p_{1N}(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{b}_{1u} \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N \cdot \mathbf{b}_{1u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (w_{u1}, \dots, w_{01}) \cdot \begin{pmatrix} b_{1u}\varphi^u \\ \vdots \\ b_{10}\varphi^0 \end{pmatrix} \\ \vdots \\ (w_{uN}, \dots, w_{0N}) \cdot \begin{pmatrix} b_{1u}\varphi^u \\ \vdots \\ b_{10}\varphi^0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^u w_{i1} b_{1i} \varphi^i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^u w_{iN} b_{1i} \varphi^i \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

y

$$\mathbf{p}_2 = \begin{pmatrix} p_{21}(\varphi) \\ \vdots \\ p_{2N}(\varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{b}_{2u} \\ \vdots \\ \mathbf{w}_N \cdot \mathbf{b}_{2u} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (w_{u1}, \dots, w_{01}) \cdot \begin{pmatrix} b_{2u}\varphi^u \\ \vdots \\ b_{20}\varphi^0 \end{pmatrix} \\ \vdots \\ (w_{uN}, \dots, w_{0N}) \cdot \begin{pmatrix} b_{2u}\varphi^u \\ \vdots \\ b_{20}\varphi^0 \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=0}^u w_{i1} b_{2i} \varphi^i \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^u w_{iN} b_{2i} \varphi^i \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Hay que enfatizar que los vectores con coeficientes  $\mathbf{b}_{1u}$  y  $\mathbf{b}_{2u}$  quedan idénticos para cada función de límite ajustada  $\mathbf{p}_1$  y  $\mathbf{p}_2$  durante el procedimiento de optimización. Inicialmente, se crea un conjunto aleatorio de  $N$  vectores de ponderación  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N$  [120]. Este conjunto se llama población de progenitores  $\mathbf{P}_\kappa$ , denotados de forma más correcta por  $\mathbf{P}_0$  puesto que es la primera generación (ie. para  $\kappa = 0$ ). Con los vectores de ponderación elegidos de forma aleatoria  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N$ , se modifica cada par de funciones de límite asociadas  $p_{1N}$  y  $p_{2N}$ . Estas funciones se utilizan para calcular las  $N$  homogeneidades espaciales dentro del volumen de interés, a partir del método presentado en la sección 5.2.1. En otras palabras, la geometría original del conductor se modifica de forma aleatoria en un total de  $N$  veces donde, para cada modificación, son calculados los  $N$  pares de  $\sigma$  y  $PVC'$  correspondientes. Esto lleva a un conjunto de  $N$  soluciones

dentro de la primera generación  $\kappa = 0$  de  $\mathbf{Y}_0$ , donde  $\mathbf{Y}_\kappa$  se define como:

$$\mathbf{Y}_\kappa = \begin{pmatrix} \sigma_1, PVC'_1 \\ \vdots \\ \sigma_N, PVC'_N \end{pmatrix}_\kappa. \quad (\text{A.5})$$

La ecuación A.6 muestra esquemáticamente los pasos del cálculo desde los  $N$  vectores de ponderación  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N$  hasta obtener las soluciones de los  $N$  pares de  $\sigma$  y  $PVC'$ . Cada flecha indica un paso en el procedimiento de cálculo:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_\kappa = (\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N)_\kappa &\rightarrow \begin{pmatrix} p_{11}(\varphi), p_{21}(\varphi) \\ \vdots \\ p_{1N}(\varphi), p_{2N}(\varphi) \end{pmatrix}_\kappa \rightarrow \begin{pmatrix} z_{11/(m+1)}(\varphi), \dots, z_{m1/(m+1)}(\varphi) \\ \vdots \\ z_{1N/(m+1)}(\varphi), \dots, z_{mN/(m+1)}(\varphi) \end{pmatrix}_\kappa \\ &\xrightarrow{(\Delta B/B)_N} \mathbf{Y}_\kappa = \begin{pmatrix} \sigma_1, PVC'_1 \\ \vdots \\ \sigma_N, PVC'_N \end{pmatrix}_\kappa. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Luego de obtener las soluciones  $\mathbf{Y}_0$ , el algoritmo NSGA-II calcula dos parámetros que permiten una rápida clasificación no-dominio (fast nondomination sorting) de las  $N$  soluciones [120]. Uno es el contador de dominancia (domination count)  $n_p$  y el otro un conjunto de soluciones  $\mathbf{S}_p$  controladas mediante la solución  $p$ . La figura A.1 se utilizará para explicar los dos parámetros. Esta imagen nos muestra los resultados  $\mathbf{Y}_0$  en la re-optimización del camino original de la corriente sobre una de las capas del electroimán de dos capas que aparece en la sección 5.3. Este resultado se obtuvo para la primera generación  $\kappa = 0$ , donde los puntos indican las  $N$  soluciones de la población de progenitores  $\mathbf{P}_0$  obtenidas a partir de los vectores de ponderación aleatorios  $\mathbf{w}_1, \dots, \mathbf{w}_N$  (ver ecuación A.6). Puesto que, lo que se busca son soluciones que tengan valores mínimos por lo menos en un parámetro ( $\sigma$  ó  $PVC'$ ), el punto rojo es la solución óptima (pareto-óptimo) de la población  $N$  en la generación  $\kappa = 0$  y por eso se dice que es la única solución no-dominada. La solución verde es la siguiente solución dominante, solo está dominada por la solución pareto-óptima (rojo). La solución amarilla es la siguiente y es dominada por las soluciones roja y verde. Todas las soluciones siguientes, las azules, están dominadas por las tres primeras soluciones. Esto se repite para el resto de las  $N$  soluciones. A la solución roja se le asigna un contador de dominancia  $n_p = 0$ , a la verde un  $n_p = 1$ , a la amarilla  $n_p = 2$  y así. De esta forma, el conjunto  $\mathbf{S}_p$  correspondiente a la solución roja contiene todas las soluciones  $p = N - 1$  que domina. En caso que haya varias soluciones que tengan un contador de dominancia  $n_p = 0$ , sus conjuntos  $\mathbf{S}_p$  deben contener las  $p$  soluciones que tienen un  $n_p > 0$ . Luego se mostrará que éstas soluciones

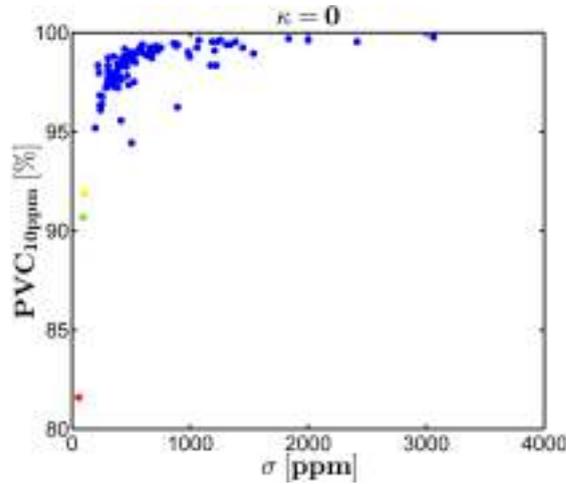


FIGURA A.1:  $\mathbf{Y}_0$  de la primera población de progenitores  $\mathbf{P}_0$ . La solución no-dominada aparece en color rojo y es la única solución pareto-óptima de la generación  $\kappa = 0$ . Las soluciones verde y amarilla son las siguientes soluciones dominantes. Las soluciones en color azul, son dominadas por las tres primeras.

forman la frontera no-dominada (primera pareto-frontera). Las siguientes soluciones, con contador  $n_p = 1$ , contienen dentro de su conjunto  $\mathbf{S}_p$  a todas las soluciones  $p$  que tienen contador  $n_p > 1$ . Eso se repite hasta caracterizar todos los contadores  $n_p$  y los conjuntos  $\mathbf{S}_p$  para las  $N$  soluciones. Esto se logra comparando todas las soluciones entre sí. El objetivo de la clasificación de no-dominio es identificar todas las pareto-fronteras dentro de una población  $N$ . Para lograrlo, las  $p$  soluciones que se encuentran dentro de los conjuntos  $\mathbf{S}_p$  y que tienen un contador  $n_p = 0$  son revisadas y sus contadores de dominancia  $n_p$  se van reduciendo de a uno. Siguiendo éste procedimiento, si el contador de dominancia  $n_p$  para algún miembro  $p$  se hace cero, se la ubica en el conjunto separado  $\mathbf{O}$ . Estas soluciones pertenecerán a la segunda pareto-frontera. El mismo procedimiento se aplica a todos los miembros  $p$  de  $\mathbf{O}$  y se obtiene la tercera pareto-frontera. Continuando con el procedimiento, se identifican todas las pareto-fronteras. Así, cada solución queda asignada a un rango de adecuación (contador de dominancia  $n_p$ , o rango  $p_{rank} = 1 + n_p$ ) igual a su nivel de no-dominancia ( $p_{rank} = 1$  el mejor,  $p_{rank} = 2$  el mejor del siguiente nivel, y así) [120].

Además de asignar un rango de adecuación  $p_{rank}$  a cada solución  $N$  de una cierta generación  $\kappa$ , se introduce otro parámetro de adecuación para mantener separadas las diversas soluciones [120]. Este parámetro se llama distancia de multitud  $p_{distance}$  (crowding-distance). Las soluciones de  $p_{rank} = 1$  forman la primera frontera  $\mathbf{F}_1$ , las soluciones de  $p_{rank} = 2$  la segunda frontera  $\mathbf{F}_2$  y así queda caracterizada hasta la última frontera  $\mathbf{F}_1$ .

La frontera  $\mathbf{F}_1$  contiene todos los miembros  $p$  de un cierto rango  $p_{rank}$ :

$$\mathbf{F}_1 = \begin{pmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_i \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

Para identificar la mejor solución entre todas las soluciones en la misma frontera  $\mathbf{F}_1$ ,

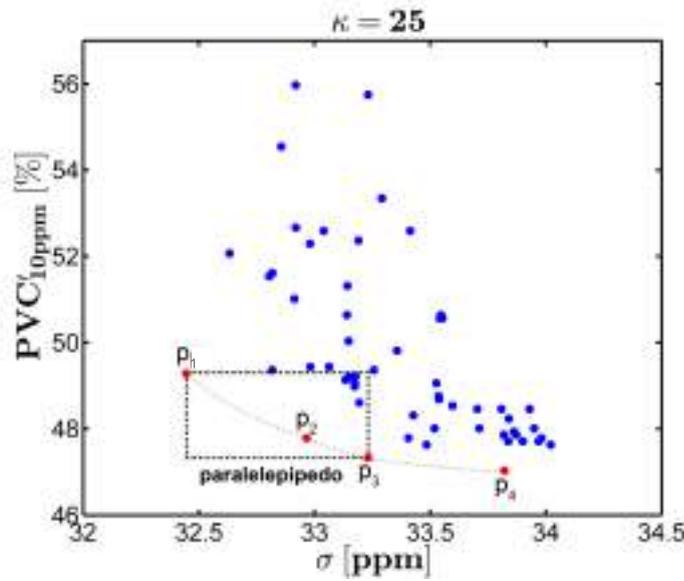


FIGURA A.2: El conjunto de las soluciones  $\mathbf{Y}_{25}$  después de  $\kappa = 25$  generaciones. Las cuatro soluciones no-dominadas de  $p_{rank} = 1$  son las de color rojo y forman la primera pareto-frontera  $\mathbf{F}_1$  (indicada mediante la línea gris discontinua). Para el miembro  $p_2$  de la primera frontera  $\mathbf{F}_1$ , el paralelepípedo (línea negra discontinua) que conecta las soluciones circundantes  $p_1$  y  $p_3$ , dentro de la misma frontera, se muestra para ilustrar el cálculo del parámetro de distancia de multitud  $p_2 distance$ .

el algoritmo NSGA-II calcula la distancia de multitud  $p_{distance}$  para cada miembro  $p$  en  $\mathbf{F}_1$ . El procedimiento se explica a partir de la figura A.2. Se presenta el conjunto de soluciones  $\mathbf{Y}_{25}$  de la generación  $\kappa = 25$  para la única capa re-optimizada del electroimán de la sección 5.3. En la imagen se considera que las soluciones no-dominadas forman la primera pareto-frontera  $\mathbf{F}_1$  (línea gris discontinua) y están coloreadas en rojo. Vale aclarar que la escala de los ejes ha cambiado significativamente en comparación con la figura A.1. Para el miembro  $p_2$  de la frontera  $\mathbf{F}_1$  se genera un paralelepípedo si se le conecta con las soluciones adyacentes  $p_1$  y  $p_3$ . La longitud lateral normalizada de éste paralelepípedo representa la distancia de multitud  $p_{distance}$  del miembro  $p_2$  en la frontera  $\mathbf{F}_1$ . El mismo procedimiento se repite para todos los otros miembros  $p$ , y los miembros que poseen las soluciones de contorno (valor más grande y valor más pequeño de  $PVC'$  y  $\sigma$  dentro de  $\mathbf{F}_1$ ). Para las soluciones de frontera  $\mathbf{F}_1$  con soluciones de contorno  $PVC'$  y  $\sigma$ , la distancia de multitud se asigna a  $p_{distance} = \infty$ . Este es el caso de la figura A.2 para los miembros  $p_1$  y  $p_4$ . Este procedimiento requiere la clasificación en orden

ascendente de las magnitudes de los miembros  $p$  en  $\mathbf{F}_1$  según los parámetros  $\sigma$  y  $PVC'$ . De hecho, las longitudes laterales de cada paralelepípedo  $p_i^\sigma$ ,  $p_i^{PVC'}$  de los dos parámetros  $PVC'$  y  $\sigma$  están normalizadas a través de los valores mínimos  $f_{min}^\sigma$ ,  $f_{min}^{PVC'}$  y valores máximos  $f_{max}^\sigma$ ,  $f_{max}^{PVC'}$  de la población entera  $\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_1$ . Para cada miembro  $p$  dentro de  $\mathbf{F}_1$  que no tiene soluciones de contorno de  $PVC'$ ,  $\sigma$ , la longitud lateral de su paralelepípedo se calculada mediante:

$$p_i^\sigma = \frac{f_{i+1}^\sigma - f_{i-1}^\sigma}{f_{max}^\sigma - f_{min}^\sigma} \quad (\text{A.8})$$

para el parámetro  $\sigma$  y:

$$p_i^{PVC'} = \frac{f_{i+1}^{PVC'} - f_{i-1}^{PVC'}}{f_{max}^{PVC'} - f_{min}^{PVC'}} \quad (\text{A.9})$$

para el parámetro  $PVC'$ , donde las funciones  $f_{i+1}^{PVC'}$ ,  $f_{i-1}^{PVC'}$ ,  $f_{i+1}^\sigma$ ,  $f_{i-1}^\sigma$  denotan los valores de los parámetros  $\sigma$  y  $PVC'$  de las soluciones vecinas a cada lado del  $i^{\text{th}}$  miembro  $p$  dentro la frontera  $\mathbf{F}_1$ . El promedio de los dos valores  $p_i^\sigma$  y  $p_i^{PVC'}$  asignados al  $i^{\text{th}}$  miembro  $p$  será el valor final de su distancia de multitud  $p_i$  [120, 122, 127]. A partir de los parámetros  $p_{rank}$  y  $p_{distance}$  asignados a cada miembro de la  $N^{\text{th}}$  población, el algoritmo NSGA-II identifica las mejores soluciones. En éstas soluciones, el miembro  $p$  con el valor más bajo de  $p_{rank}$  se ve favorecido, y en caso que sea necesario elegir entre miembros con el mismo  $p_{rank}$ , el miembro que tenga el valor más alto de  $p_{distance}$  será seleccionado [120, 122, 127].

Regresando a los resultados  $\mathbf{Y}_0$  de la generación  $\kappa = 0$ , los  $N$  resultados de la población de progenitores  $\mathbf{P}_0$  se ordenan por sus rangos de no-dominancia  $p_{rank}$  y sus distancias de multitud  $p_{distance}$ . Después se realiza una selección (binary tournament selection) para determinar el grupo de cruce (mating pool)  $\mathbf{S}_0$  de tamaño  $N$  que se utilizará para crear una población  $\mathbf{Q}_0$ . Figura A.3 muestra la creación del grupo de cruce  $\mathbf{S}_0$  mediante la selección binaria. La selección binaria escoge dos soluciones arbitrarias de la población de progenitores  $\mathbf{P}_0$ , la solución que presente el parámetro  $p_{rank}$  más bajo será elegida para el grupo de cruce  $\mathbf{S}_0$ . En caso de que las soluciones arbitrarias elegidas tengan el mismo valor de  $p_{rank}$ , será elegida la solución que tenga el valor más alto del parámetro  $p_{distance}$ . Esto se realiza  $N$  veces hasta llenar el grupo de cruce  $\mathbf{S}_0$ . De ésta manera es posible representar la  $N^{\text{th}}$  solución de múltiples formas dentro del grupo de cruce  $\mathbf{S}_0$  [122]. De los  $N$  individuos del grupo de cruce  $\mathbf{S}_0$ , se selecciona pares de soluciones  $i_{parent}$ ,  $j_{parent}$  para crear dos nuevos descendientes  $i_{child}$  y  $j_{child}$ . Esto se realiza para los  $N$  individuos hasta crear la generación  $\mathbf{Q}_0$ . La creación de nuevos descendientes involucra un sistemático cambio aleatorio de los factores de ponderación  $w_{u_i}, \dots, w_{0_i}$  del primer progenitor  $i_{parent}$  y los factores de ponderación  $w_{u_j}, \dots, w_{0_j}$  del segundo progenitor  $j_{parent}$ . Pero solo se

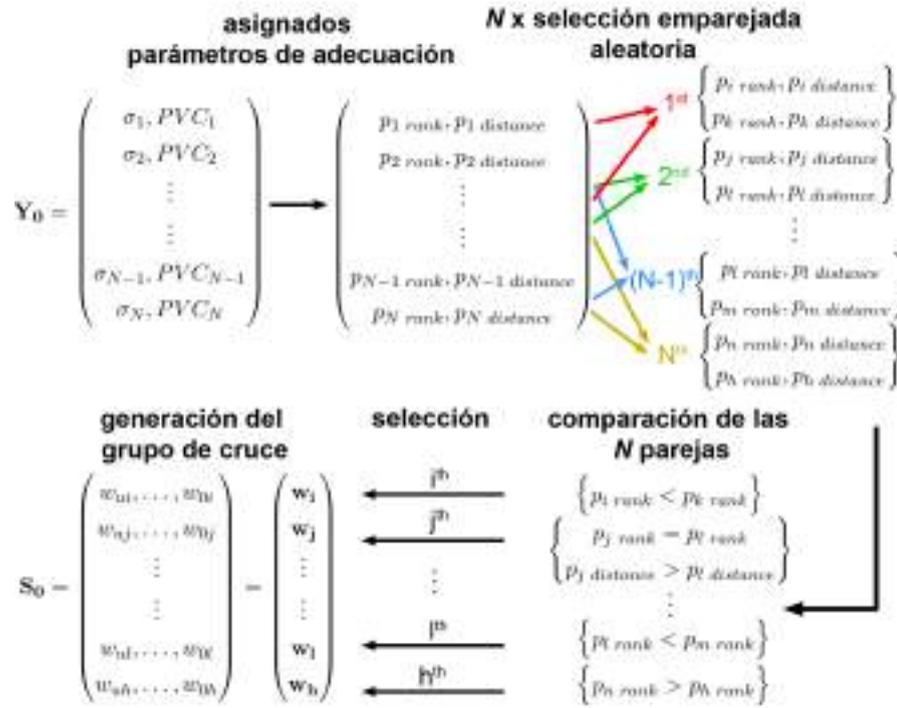


FIGURA A.3: Creación del grupo de cruce  $S_0$  mediante selección binaria. Las letras  $i, j, k, l, m, n, h$  denotan los miembros arbitrariamente seleccionados del intervalo  $[1, N]$

cambiará una fracción  $\chi$  de los  $u + 1$  factores de ponderación de cada progenitor. La fracción  $\chi$ , fracción híbrida (crossover fraction), está definida como  $\chi = 2/(u + 1)$ . Para dar un ejemplo, pensemos en una función polinomial de grado  $u = 9$ , si se cambian dos de los diez factores de ponderación  $w_{9i}, \dots, w_{0i}$  del progenitor  $i_{parent}$ , los otros ocho quedarán idénticos para el descendiente  $i_{child}$ . Lo mismo cuenta para el progenitor  $j_{parent}$  y el descendiente  $j_{child}$ . Los  $\chi = 2/(u + 1)$  factores de ponderación para los dos descendientes  $i_{child}$  y  $j_{child}$ , que están seleccionados arbitrariamente, se cambian según:

$$\begin{aligned}
 w'_{ki \text{ child}} &= w_{ki \text{ parent}} + 1.2 \cdot g(w_{kj \text{ parent}} - w_{ki \text{ parent}}) \\
 w'_{kj \text{ child}} &= w_{kj \text{ parent}} - 1.2 \cdot g(w_{kj \text{ parent}} - w_{ki \text{ parent}})
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

donde  $k$  denota un factor de ponderación arbitrariamente seleccionado  $w_k$  y  $g$  representa un numero arbitrario en el intervalo  $[0, 1]$ . La creación de los descendientes a partir de los progenitores, o mejor dicho, el operador híbrido (crossover operator) se ilustra en la figura A.4. Luego de formar la generación  $Q_0$  mediante el operador híbrido, todos los individuos en  $Q_0$  son alterados una vez más. De éste modo, solo una fracción de sus factores de ponderación ya cambiados  $w'_N = (w_{kN}, \dots, w_{0N})$  serán variados otra vez. Esa fracción, la fracción de mutación  $\mu$ , está definida como  $\mu = 2/(u + 1)$  en analogía al operador híbrido. Así, para cada miembro  $N$  en  $Q_0$  la cantidad de  $\mu$  factores de ponderación  $w_{kN}, \dots, w_{0N}$  se seleccionan de manera aleatoria y se modifican mediante

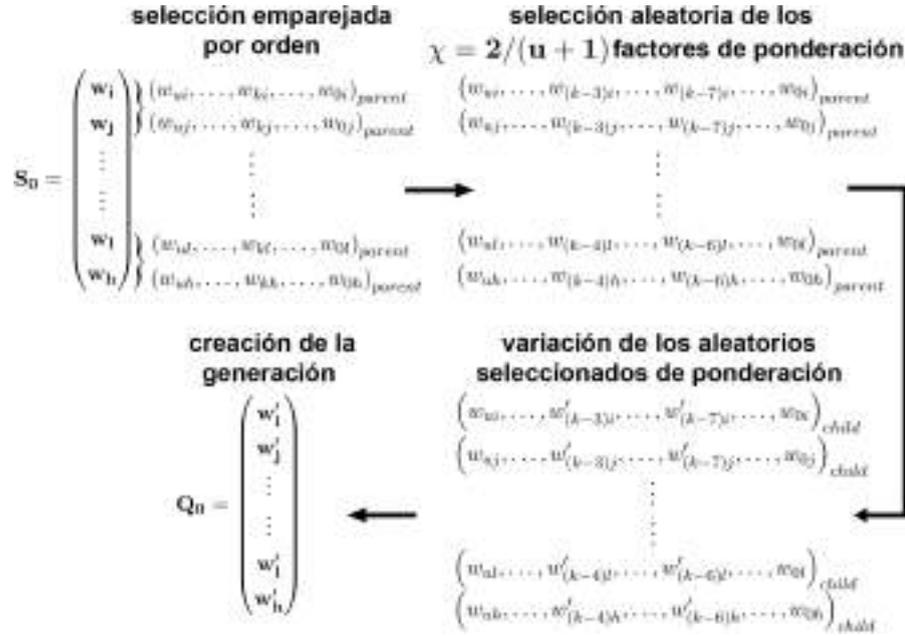


FIGURA A.4: Ilustración del operador híbrido para la creación de la nueva generación  $Q_0$  del grupo de cruce  $S_0$ . La variación de los factores de ponderación  $w_{kN}$ , seleccionados de forma arbitraria, se realiza mediante la ecuación A.10.

una mutación gaussiana. Esto significa, regresando al ejemplo anterior, que si el grado de la función polinomial es  $u = 9$ , dos de los diez factores de ponderación  $w_{kN}, \dots, w_{0N}$  de un miembro en  $Q_0$  serán seleccionados y variados mediante el operador de mutación, mientras que los ochos restantes quedarán idénticos. La variación para un factor de ponderación arbitrariamente seleccionado por medio del operador híbrido, se realiza según:

$$w''_{ki \ child} = w_{ki \ child} + S \cdot g(u_{up} - u_{low}) \quad (A.11)$$

donde  $g$  representa un número arbitrario en el intervalo  $[0, 1]$ ,  $u_{up}$  y  $u_{low}$  el borde superior e inferior del intervalo inicialmente elegido  $[u_{low}, u_{up}]$  y  $S$  un factor que se define como:

$$S = 0.1 \left( 1 - \frac{s \cdot \kappa}{\kappa_{total}} \right) \quad (A.12)$$

con  $\kappa$  el número de la generación actual,  $\kappa_{total}$  el número de las generaciones totales definido inicialmente y  $s$  un número aleatorio del intervalo  $[0.5, 1]$ . Hay que notar que la función de ponderación  $w_{ki \ child}$  de la ecuación A.11 también puede ser una función de ponderación ajustada  $w'_{ki \ child}$  según la selección aleatoria del operador híbrido anterior. Luego, todos los  $N$  miembros en  $Q_0$  serán modificados mediante el operador de mutación, y de ésta forma se dará por terminada la nueva generación  $Q_0$  de la población de progenitores  $P_0$ . La figura A.5 ilustra el concepto del operador de mutación.

La selección binaria, la creación del grupo de cruce  $S_0$  y la creación de la generación

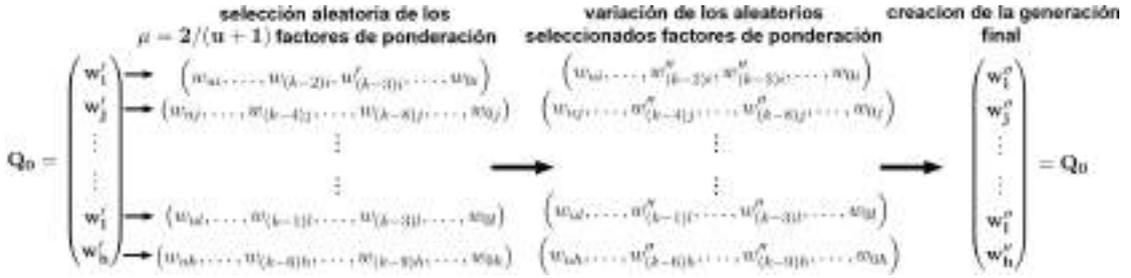


FIGURA A.5: Ilustración del operador de mutación para la variación de la generación de especies  $\mathbf{Q}_0$ . La variación de factores de ponderación seleccionados arbitrariamente  $w_{kN}$  se realiza mediante la ecuación A.11.

$\mathbf{Q}_0$  mediante el operador híbrido y el operador de mutación será explicada para la generación  $\kappa = 0$ . Para otras generaciones  $\kappa$ , el procedimiento es idéntico. De esta forma, la creación del grupo de cruce  $\mathbf{S}_\kappa$  de la población de progenitores  $\mathbf{P}_\kappa$  es luego utilizada para generar una población  $\mathbf{Q}_\kappa$ .

La generación  $\mathbf{Q}_0$  se evalúa de la forma indicada en la ecuación A.6. Cada miembro  $N$  de  $\mathbf{Q}_0$  será asignado después a los dos parámetros  $p_{rank}$  y  $p_{distance}$ . Luego, los  $N$  miembros de cada población de progenitores  $\mathbf{P}_0$  y los  $N$  miembros de la población  $\mathbf{Q}_0$  se combinan en la población  $\mathbf{R}_0$  de tamaño  $2N$  [120]. El nuevo objetivo es crear una nueva población de progenitores  $\mathbf{P}_1$  de tamaño  $N$  de la población  $\mathbf{R}_0$ . Dicha población  $\mathbf{R}_0$  está ordenada según el nivel de no-dominancia  $p_{rank}$  donde se enfatiza en las soluciones que pertenecen al mejor conjunto no-dominado  $\mathbf{F}_1$  de las soluciones combinadas de  $\mathbf{P}_0$  y  $\mathbf{Q}_0$ . En el caso que, el mejor conjunto  $\mathbf{F}_1$  sea menor que  $N$ , todos sus miembros serán seleccionados para la población  $\mathbf{P}_1$ . Los miembros ausentes de  $\mathbf{P}_1$  serán seleccionados para el siguiente conjunto  $\mathbf{F}_2$  de  $\mathbf{R}_0$ , seguidos por los miembros de  $\mathbf{F}_3$ , y así sucesivamente. Se continúa con éste procedimiento hasta que no puedan entrar más conjuntos en  $\mathbf{P}_1$ . Si  $\mathbf{F}_1$ , el último conjunto no-dominado pueda entrar parcialmente en  $\mathbf{P}_1$ , porque excede su capacidad de miembros  $N$ , solo las soluciones con los valores más altos de distancia de multitud  $p_{distance}$  serían seleccionadas para rellenar los puestos restantes de  $\mathbf{P}_1$ . Luego de determinar los nuevos miembros de la población de progenitores  $\mathbf{P}_1$ , la selección binaria, el operador híbrido y el operador de mutación serán utilizados para crear una nueva generación  $\mathbf{Q}_1$ . Este procedimiento se repite hasta llegar al numero total de generaciones elegido inicialmente  $\kappa_{total}$ . La figura A.6 muestra esquemáticamente el procedimiento del algoritmo NSGA-II [120, 122, 127].

El algoritmo NSGA-II permite re-optimizar el camino original que lleva la corriente del electroimán obtenido mediante el algoritmo original de optimización presentado en la sección 2.3.3. En el mejor de los casos, es posible encontrar  $N$  caminos re-optimizados que conducen la corriente y que son determinados a partir de los vectores de coeficientes  $\mathbf{b}_{u1}$  y  $\mathbf{b}_{u2}$ . Estos vectores quedan idénticos durante el procedimiento de re-optimización,

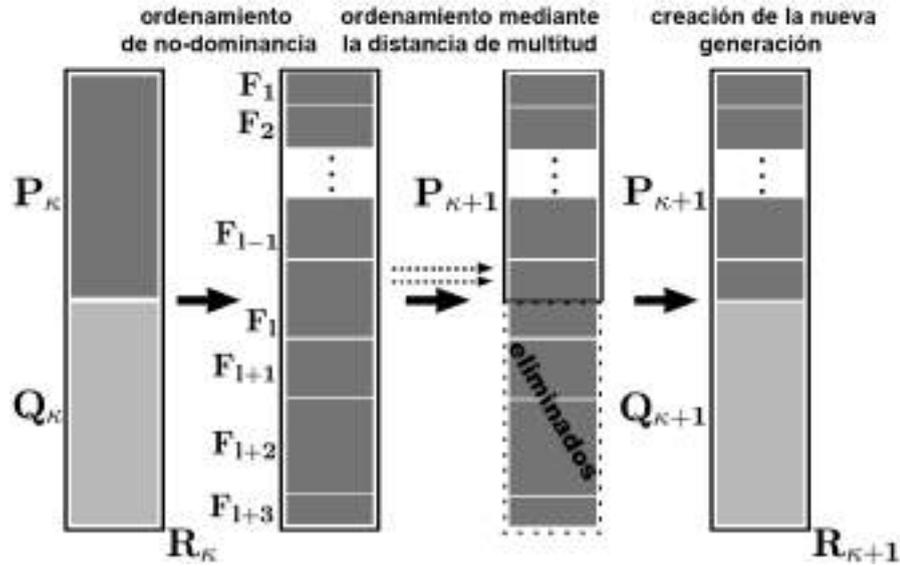


FIGURA A.6: Ilustración general del procedimiento del algoritmo NSGA-II. Es repetido hasta llegar al número total de generaciones elegido inicialmente  $\kappa_{total}$  [120].

así como los conjuntos de vectores de ponderación optimizados  $\mathbf{X}_{\kappa_{total}}$  que se encuentran a partir del algoritmo NSGA-II. Debido al orden de no-dominancia y a la selección binaria, el algoritmo NSGA-II asegura que solo las mejores soluciones para el conjunto  $\mathbf{X}_\kappa$  de cada generación  $\kappa$  serán utilizadas para una subsecuente modificación aleatoria mediante el operador híbrido y el operador de mutación. En caso de que los operadores híbrido y de mutación produzcan soluciones  $\mathbf{X}_{\kappa+1}$  que no sean mejores que las soluciones previas  $\mathbf{X}_\kappa$ , estas serán automáticamente eliminadas por el ordenamiento de no-dominancia durante el procedimiento de creación de la siguiente generación  $\kappa + 2$ . Aplicando este procedimiento  $\kappa = \kappa_{total}$  veces, el algoritmo resulta, en el mejor de los casos, en soluciones  $\mathbf{X}_{\kappa_{total}}$  que forman una sola Pareto-frontera (todas las soluciones tienen el valor  $p_{rank} = 1$ ). De estos  $N$  miembros de  $(\mathbf{F}_1)_{\kappa_{total}}$ , hay que elegir una sola solución  $w_{uN}, \dots, w_{0N}$  basándose en los parámetros del objetivo  $(\sigma_N, PVC'_N)_{\kappa_{total}}$ . Para demostrar como el procedimiento de NSGA-II logra determinar la mejor combinación de factores de ponderación  $w_{uN}, \dots, w_{0N}$ , se muestran en la figura A.7 los resultados  $\mathbf{Y}_\kappa$  para algunas generaciones seleccionadas  $\kappa$  de la re-optimización de una sola capa del electroimán de la sección 5.3 junto con los valores de  $\sigma$  y  $PVC'_{10ppm}$  del camino original que llevaba la corriente. En la figura se puede observar como el procedimiento de NSGA-II logra la minimización de los dos parámetros  $\sigma$  y  $PVC'$  encontrando mejores combinaciones de los factores de ponderación  $w_{uN}, \dots, w_{0N}$  con avanzados números de generaciones  $\kappa$ . El resultado final  $\kappa_{total} = 100$  no tiene una única Pareto-frontera, esto significa que sus miembros tienen diferentes valores de  $p_{rank}$ . En éste caso, para re-optimizar el camino que lleva la corriente, solo se consideran los  $p$  miembros de la primera frontera  $(\mathbf{F}_1)_{100}$ . Luego de elegir una combinación de factores de ponderación  $w_{uN}, \dots, w_{0N}$  para la solución  $p$  más apropiada, se ejecuta el último paso del algoritmo,

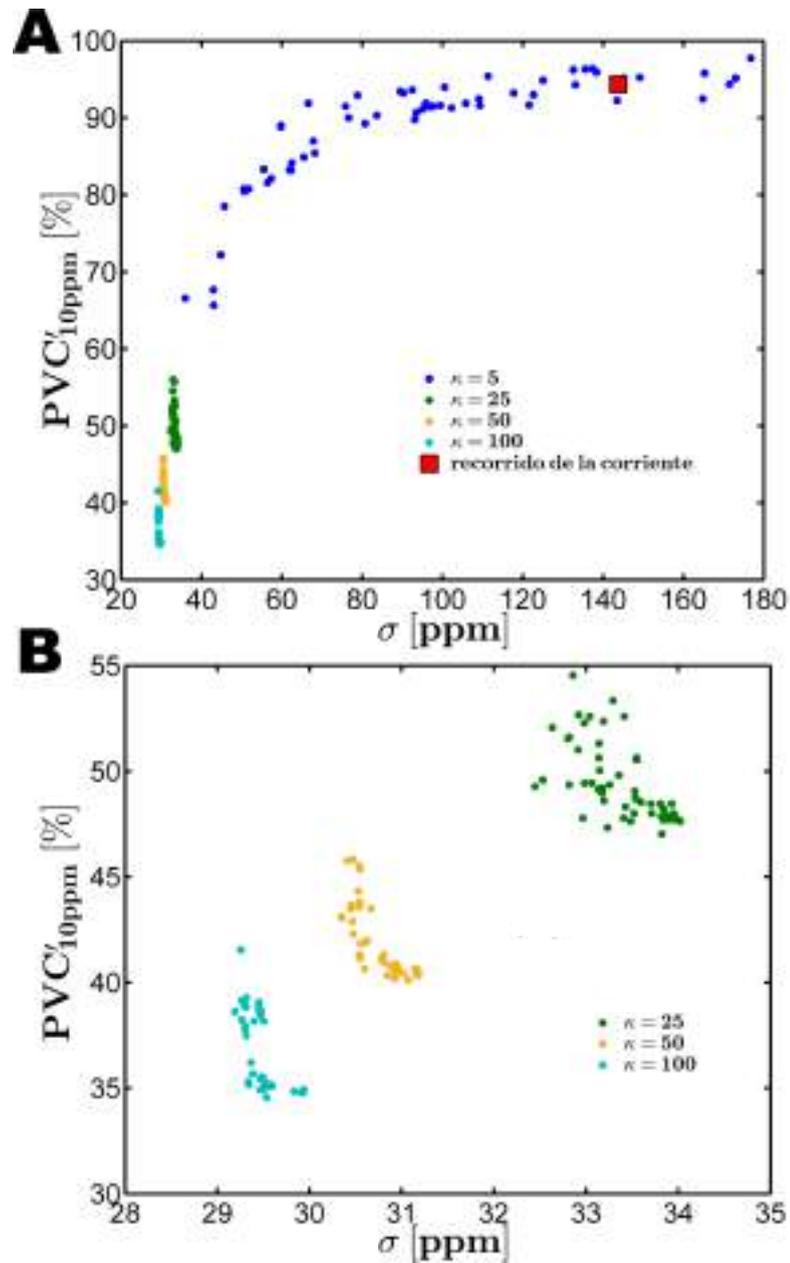


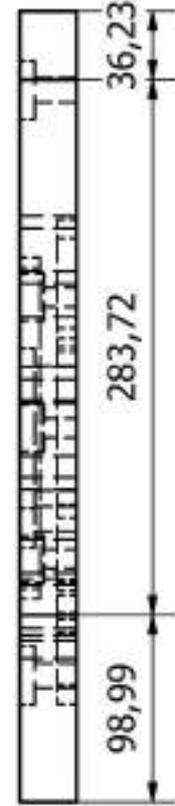
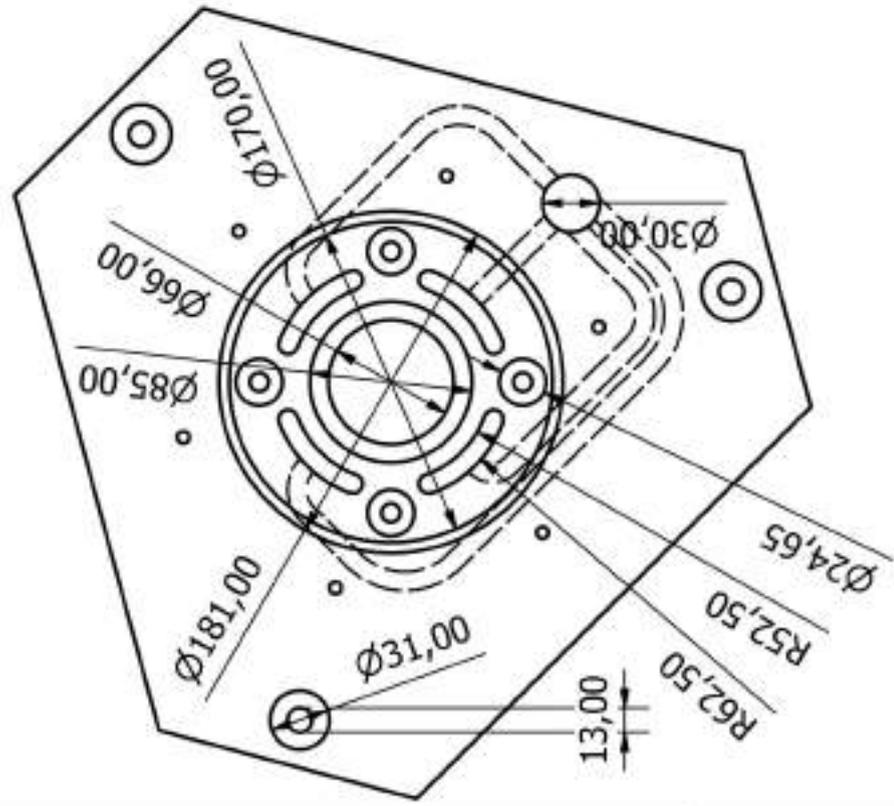
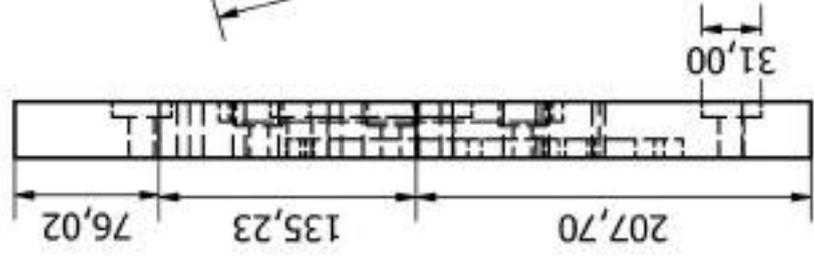
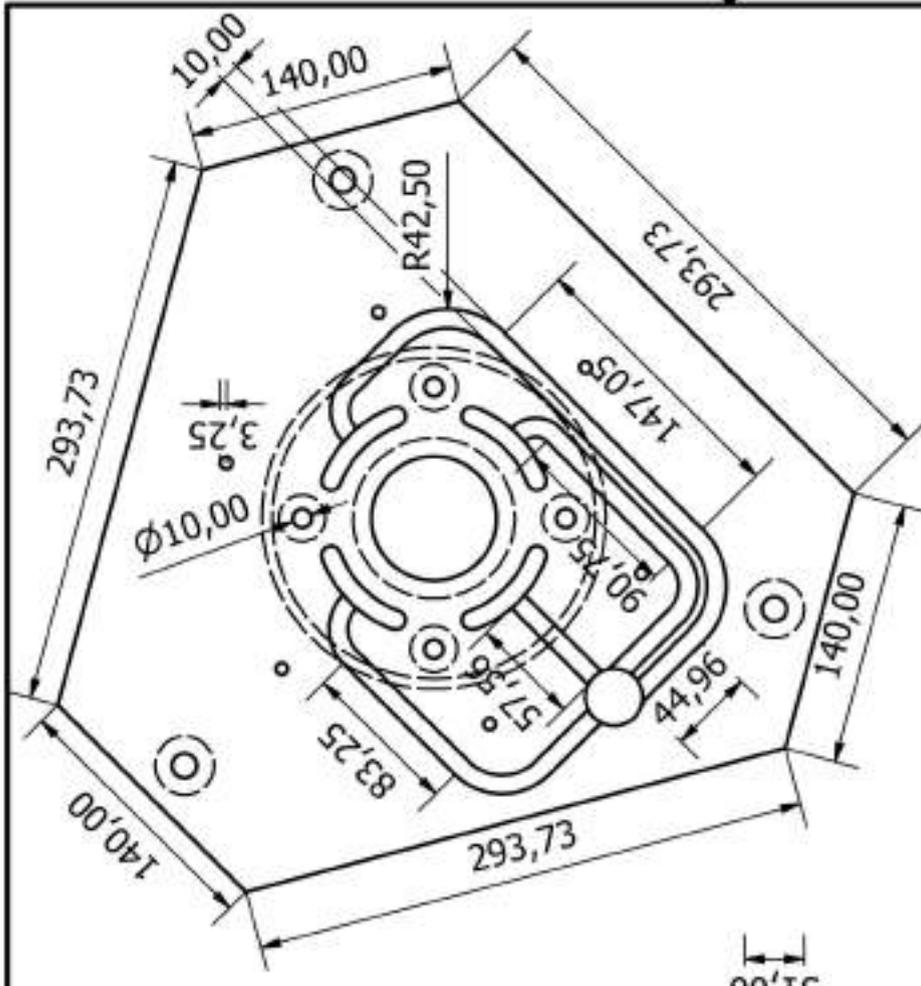
FIGURA A.7: Resultados  $Y_{\kappa}$  para distintas generaciones  $\kappa = 5$ ,  $\kappa = 25$ ,  $\kappa = 50$  y  $\kappa = 100$  de la re-optimización de una capa del electroimán de la sección 5.3 a partir del algoritmo NSGA-II. Los valores de  $\sigma$  y  $PVC'_{10ppm}$  correspondientes al recorrido de la corriente están indicados a través del rectángulo rojo en A) y B) es una escala reducida de los ejes para lograr una mejor visualización de las generaciones  $\kappa = 25$ ,  $\kappa = 50$  y  $\kappa = 100$ .

---

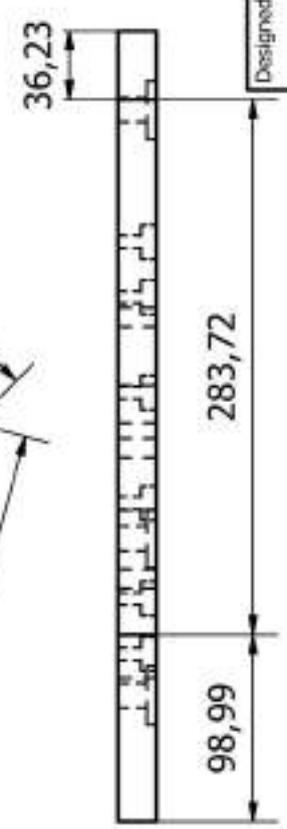
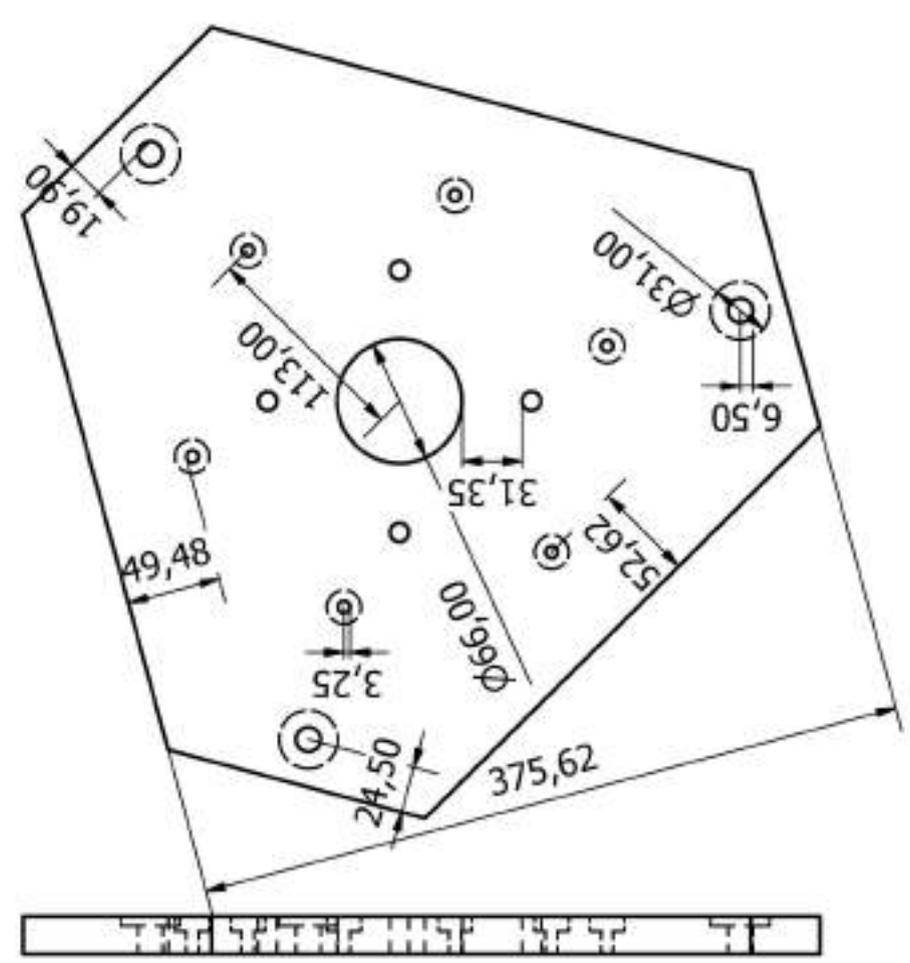
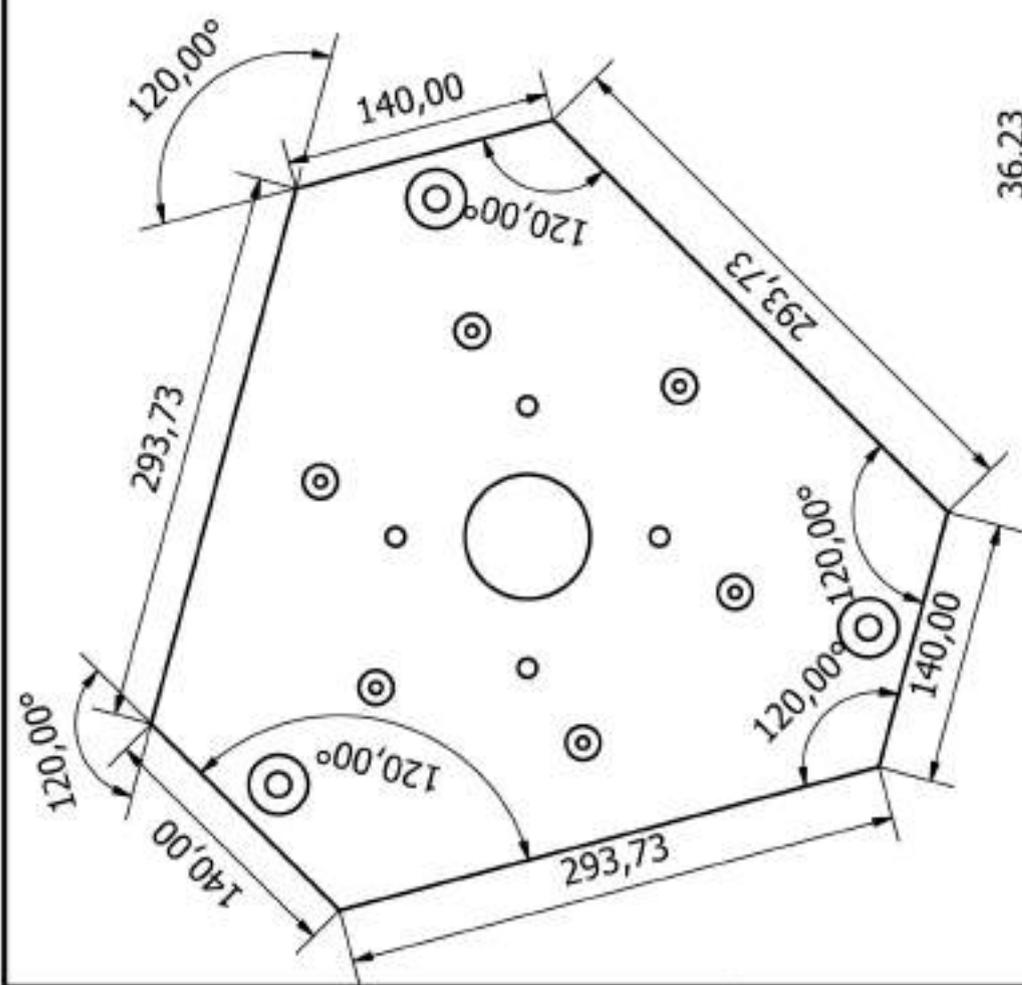
que consiste en calcular el camino final re-optimizado que conducirá la corriente en la capa.

## Apéndice B

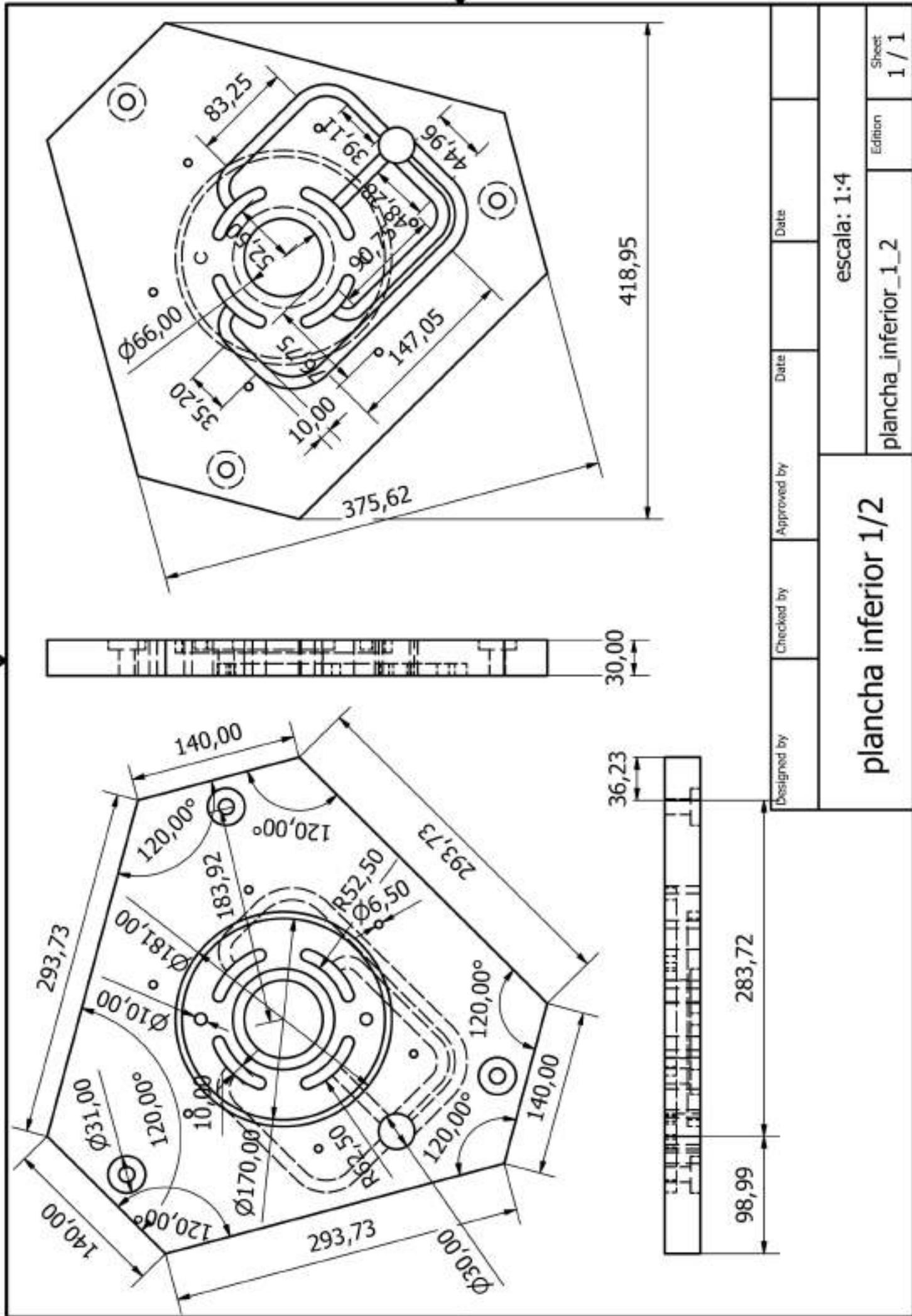
# Apéndice: Dibujos de construcción



Designed by	Checked by	Approved by	Date	Date
<b>plancha superior 1/2</b>			<b>escala: 1:4</b>	
			Top1_1_2	Sheet 1 / 1



Designed by	Checked by	Approved by	Date	Date
plancha superior 2/2			escala: 1:4	
Top1_2_2			Edition	Sheet
				1 / 1



Designed by

Checked by

Approved by

Date

Date

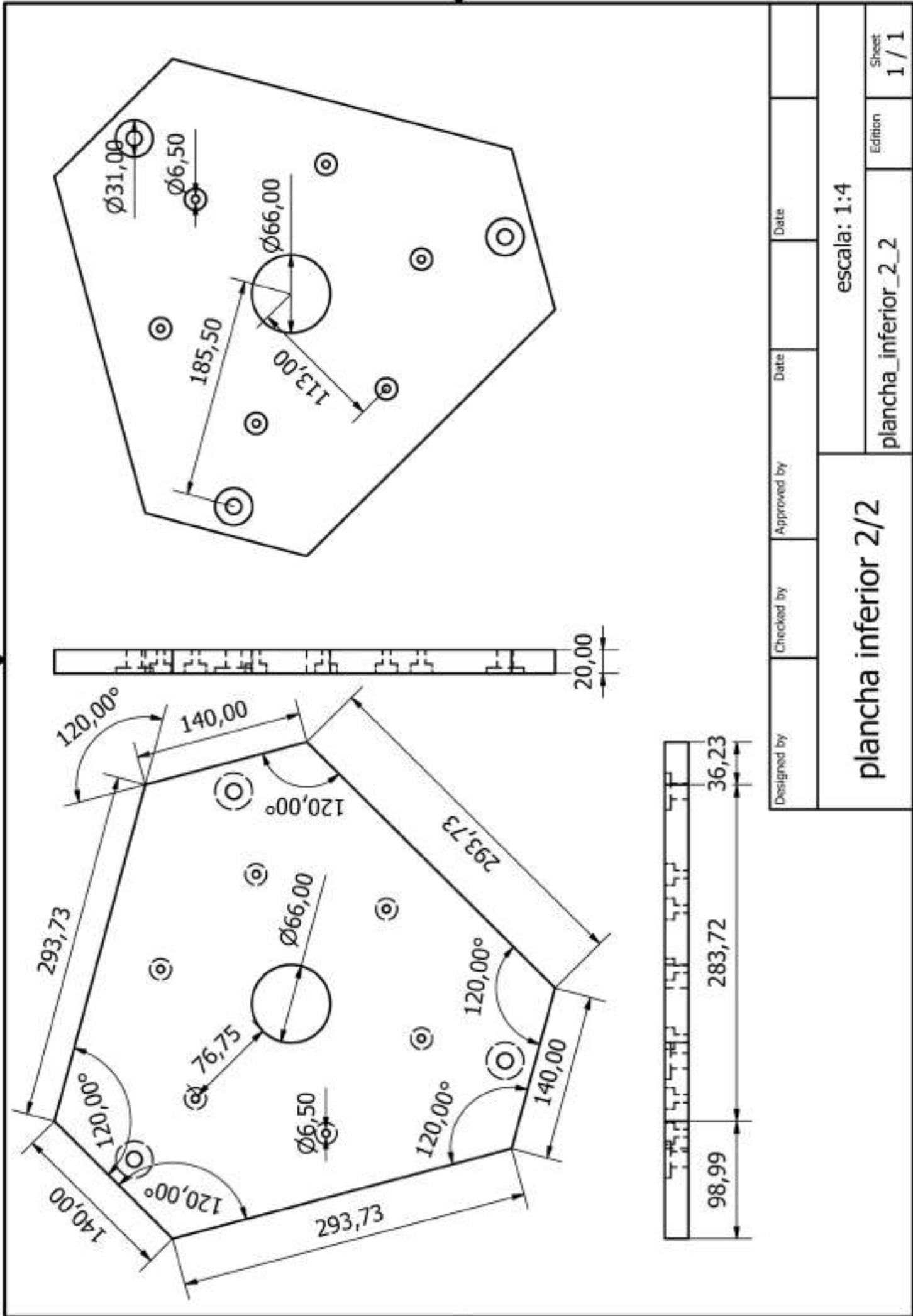
plancha inferior 1/2

escala: 1:4

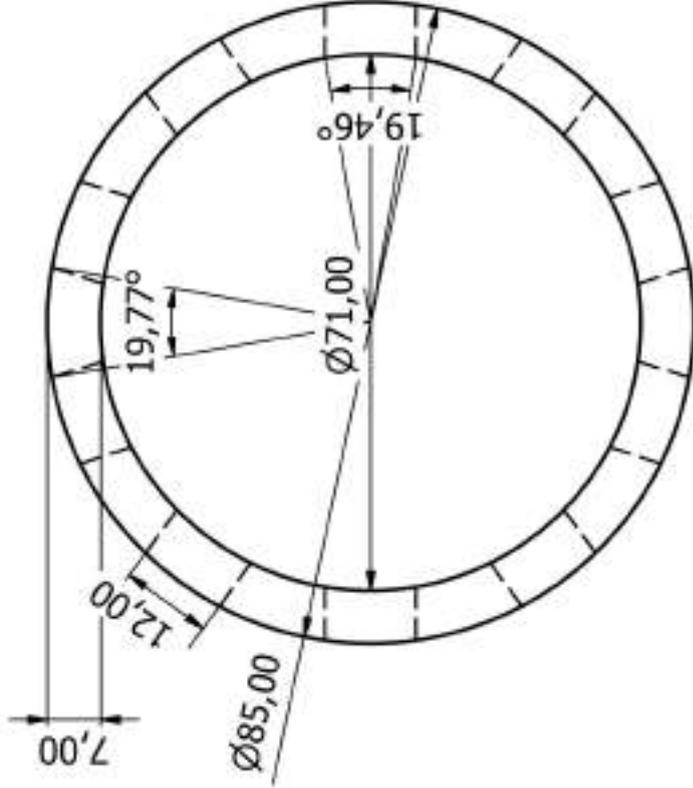
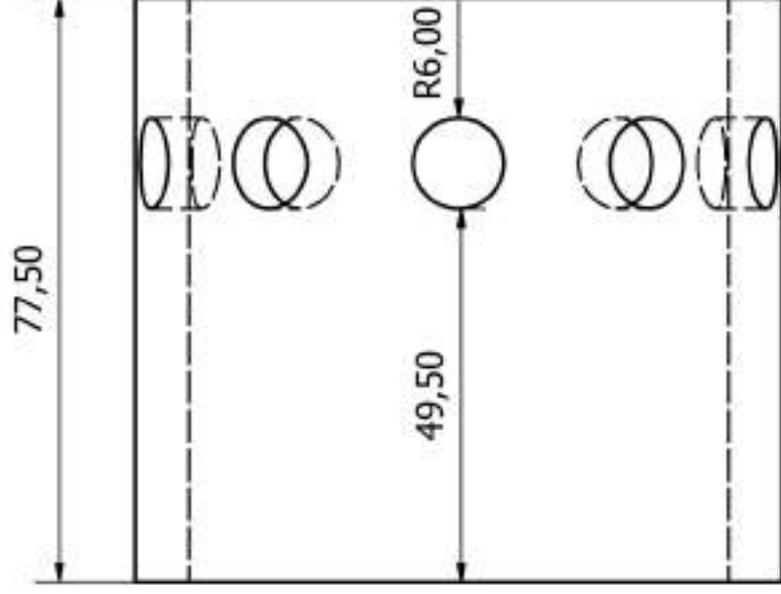
plancha\_inferior\_1\_2

Edition

Sheet  
1 / 1



Designed by	Checked by	Approved by	Date	Date
<b>plancha inferior 2/2</b>			<b>escala: 1:4</b>	
			<b>plancha_inferior_2_2</b>	
			Edition	
			Sheet	
			<b>1 / 1</b>	



Designed by

Checked by

Approved by

Date

Date

2x

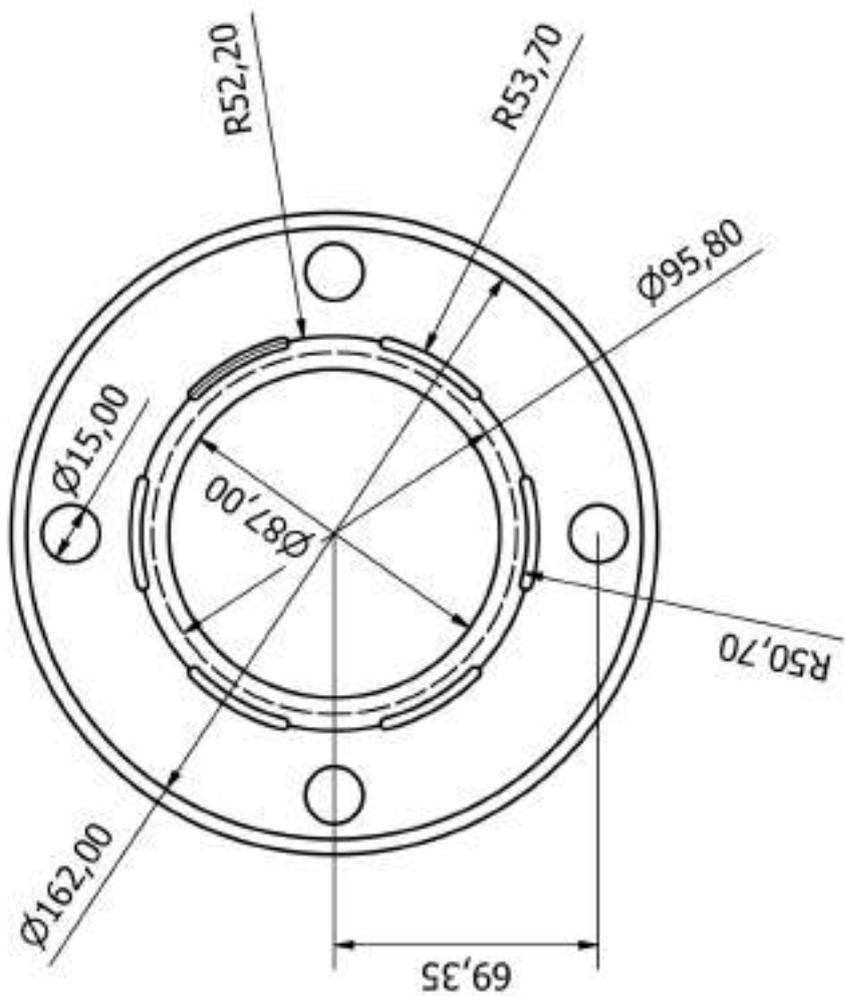
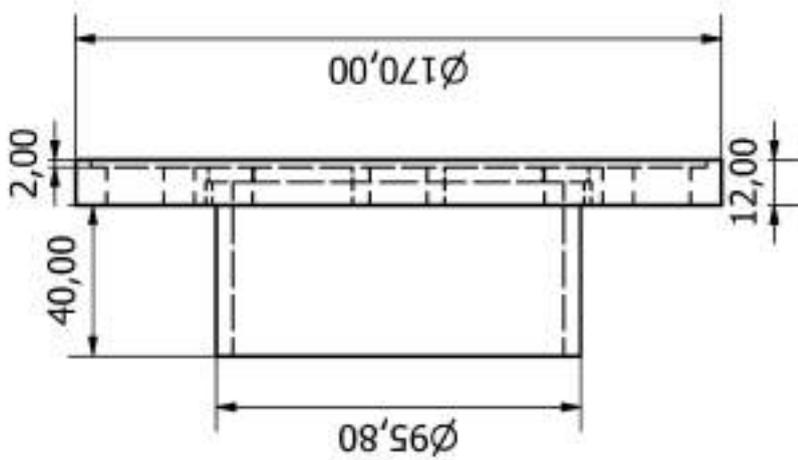
entrada/salida del  
líquido de la capa interna

escala: 1:1

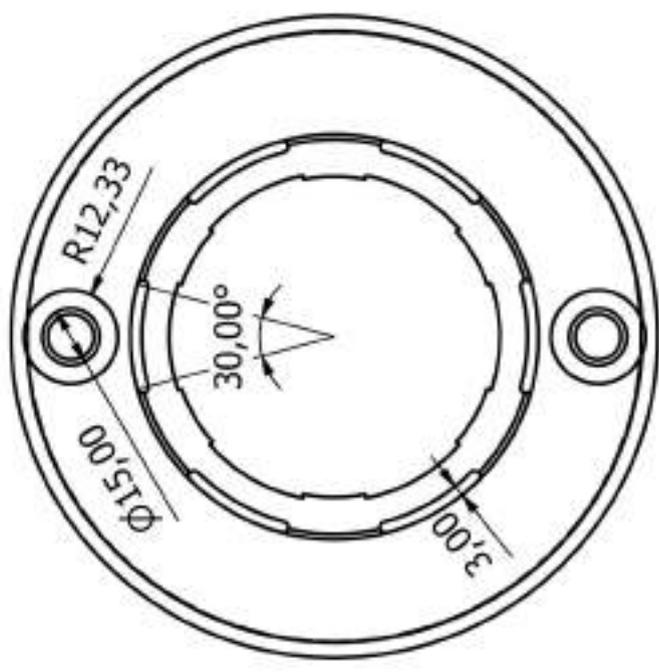
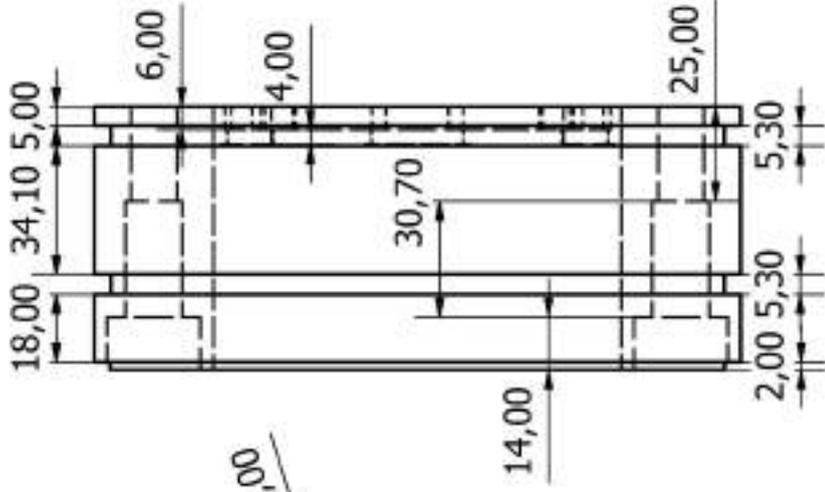
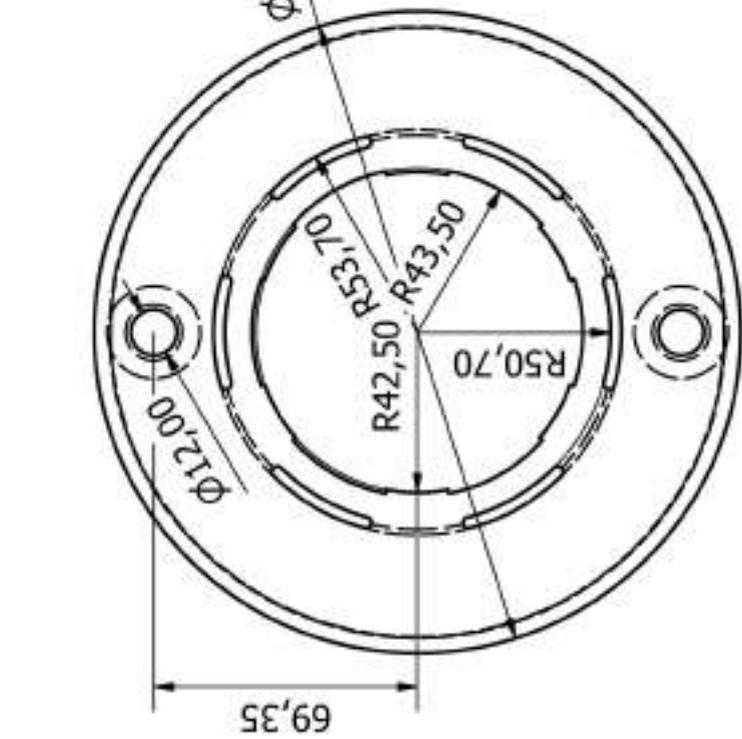
salida\_entrada

Edition

Sheet  
1 / 1



Designed by	Checked by	Approved by	Date	Date	2x
capsula de montaje del Notch 1/2			escala: 1:2		
capsula_del_Notch_1_2			Edition		Sheet 1 / 1



Designed by  
krubi

Checked by

Approved by

Date

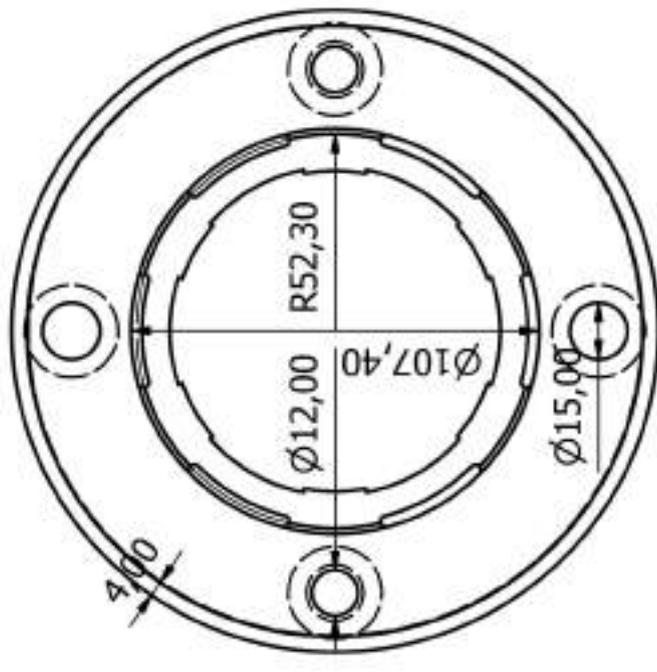
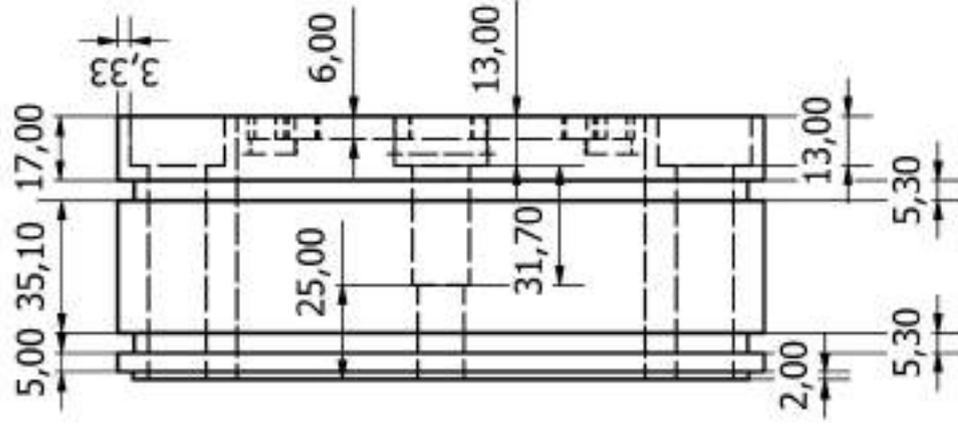
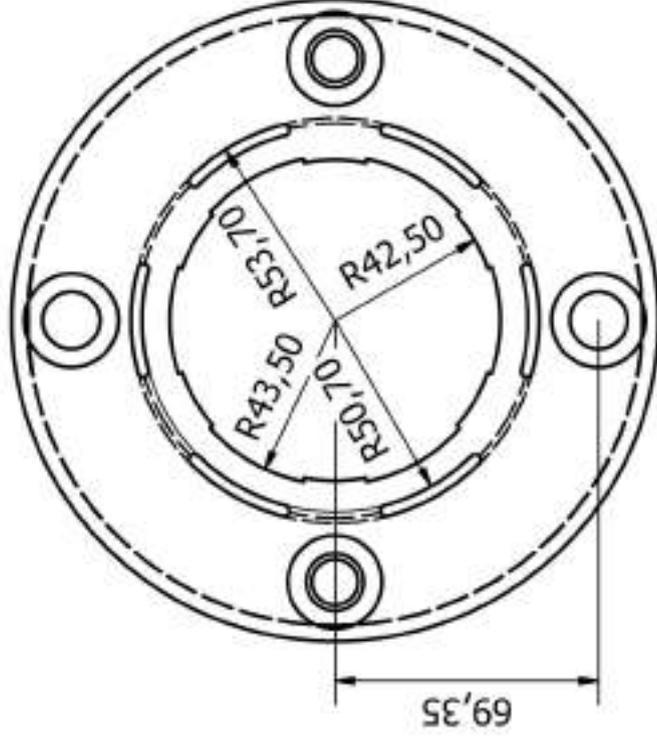
Date  
03.11.2015

capsula de montaje  
del Notch inferior 2/2

escala: 1:2

Edition

Sheet  
1 / 1



Designed by

Checked by

Approved by

Date

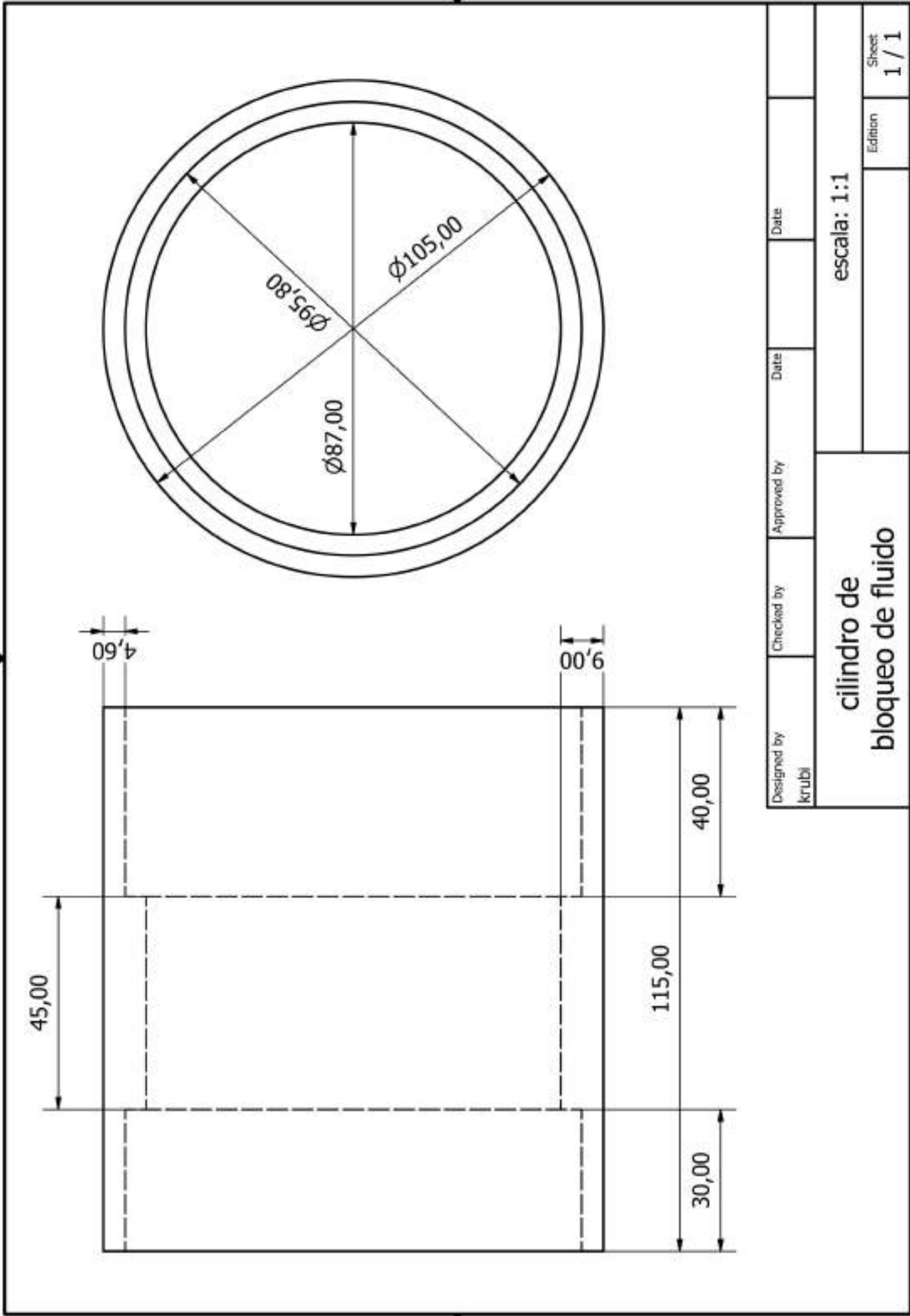
Date

capsula de montaje del  
Notch superior 2/2

escala: 1:2

Edition

Sheet  
1 / 1



400,00

15,00

1,52

2,50

30,00

12,33

12,33

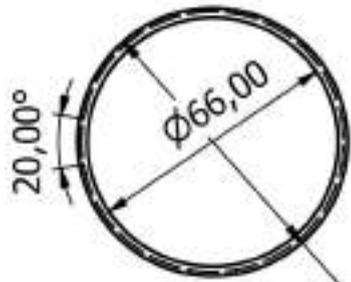
30,00

47,50

215,00

47,50

15,00



69,00

Designed by

Checked by

Approved by

Date

Date

cilindro de sellado interno  
de la cámara de refrigeración

escala: 1:2

Edition

Sheet

1 / 1

# Bibliografía

- [1] F. Bloch, W. W. Hansen, and Martin Packard. Nuclear Induction. *Phys. Rev.*, **69**:127–127, Feb 1946. doi: 10.1103/PhysRev.69.127.
- [2] E. M. Purcell, H. C. Torrey, and R. V. Pound. Resonance Absorption by Nuclear Magnetic Moments in a Solid. *Phys. Rev.*, **69**:37–38, Jan 1946. doi: 10.1103/PhysRev.69.37.
- [3] R.A. de Graaf. *In Vivo NMR Spectroscopy: Principles and Techniques*. Wiley, 2008. ISBN 9780470512951.
- [4] F. Bloch, W. W. Hansen, and M. Packard. The Nuclear Induction Experiment. *Phys. Rev.*, **70**:474–485, Oct 1946. doi: 10.1103/PhysRev.70.474.
- [5] V.I. Bakhmutov. *Practical Nuclear Magnetic Resonance Relaxation for Chemists*. Practical NMR Relaxation for Chemists. Wiley, 2005. ISBN 9780470094457.
- [6] R.R. Ernst and W.A. Anderson. Application of Fourier transform spectroscopy to magnetic resonance. *Review of Scientific Instruments*, **37**(1):93–102, 1966.
- [7] R.S. Macomber. *A Complete Introduction to modern NMR Spectroscopy*. Wiley-Interscience publication. Wiley, 1998. ISBN 9780471157366.
- [8] J.B. Lambert and E.P. Mazzola. *Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy: An Introduction to Principles, Applications, and Experimental Methods*. Pearson Education, 2004. ISBN 9780130890665.
- [9] P. C. Lauterbur et al. Image formation by induced local interactions: examples employing nuclear magnetic resonance. *Nature*, **242**(5394):190–191, 1973.
- [10] P. T. Callaghan. *Principles of Nuclear Magnetic Resonance Microscopy*. Oxford Science Publications. Clarendon Press, 1993. ISBN 9780198539971.
- [11] M. R. Thompson E. M. Haacke, R. W. Brown. *Magnetic resonance imaging : physical principles and sequence design*. J. Wiley & Sons, New York, Chicester, Weinheim, 1999. ISBN 0-471-35128-8.

- [12] B. Blümich, J. Perlo, and F. Casanova. Mobile single-sided NMR. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, **52**(4):197 – 269, 2008. ISSN 0079-6565. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.pnmrs.2007.10.002>.
- [13] P.M. Glover, P.S. Aptaker, J.R. Bowler, E. Ciampi, and P.J. McDonald. A novel high gradient permanent magnet for the profiling of planar films and coatings. *Journal of Magnetic Resonance*, **139**(1):90–97, 1999.
- [14] R. Kimmich. *NMR: Tomography, Diffusometry, Relaxometry*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [15] R. Kimmich; E. Anoardo. Field-cycling NMR relaxometry. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, **44**:257–320, 2004.
- [16] F. Fujara, D. Kruk, and A. F. Privalov. Solid state Field-Cycling NMR relaxometry: Instrumental improvements and new applications. *Progress in Nuclear Magnetic Resonance Spectroscopy*, **82**(0):39 – 69, 2014. ISSN 0079-6565. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.pnmrs.2014.08.002>.
- [17] D. M. Carlson, J. W. and Goldhaber, A. Brito, and L. Kaufman. MR Relaxometry Imaging. Work in progress. *Radiology*, **184**(3):635–639, 1992.
- [18] N. I. Matter, G. C. Scott, T. Grafendorfer, A. Macovski, and S. M. Conolly. Rapid polarizing field cycling in magnetic resonance imaging. *Medical Imaging, IEEE Transactions on*, **25**(1):84–93, 2006.
- [19] D. J Lurie, M. A. Foster, D. Yeung, and J. Hutchison. Design, construction and use of a large-sample field-cycled PEDRI imager. *Physics in medicine and biology*, **43**(7):1877–1886, 1998.
- [20] D. J. Lurie, G. R. Davies, M. A. Foster, and J. Hutchison. Field-cycled PEDRI imaging of free radicals with detection at 450 mT. *Magnetic resonance imaging*, **23**(2):175–181, 2005.
- [21] D. J. Lurie, S. Aime, S. Baroni, N. A. Booth, L. M. Broche, C.-H. Choi, G. R. Davies, S. Ismail, K. J. Pine, et al. Fast field-cycling magnetic resonance imaging. *Comptes Rendus Physique*, **11**(2):136–148, 2010.
- [22] O. Neudert, H.-P. Raich, C. Mattea, S. Stapf, and K. Münnemann. An alderman–grant resonator for s-band dynamic nuclear polarization. *Journal of Magnetic Resonance*, **242**:79–85, 2014.
- [23] J. Seliger and V. Žagar. Double resonance experiments in low magnetic field: Dynamic polarization of protons by  $^{14}\text{N}$  and measurement of low NQR frequencies. *Journal of Magnetic Resonance*, **199**(2):199–207, 2009.

- [24] Stelar s.r.l., Via Enrico Fermi, 4 - 27036 Mede Pavia, (PV) - Italy, [www.stelar.it](http://www.stelar.it) .
- [25] F. Noack. NMR Field-Cycling Spectroscopy: Principles and Applications. *Progress in NMR Spectroscopy*, **18**:171–276, 1986.
- [26] A. Abragam. *The Principles of Nuclear Magnetism*. International series of monographs on physics. Clarendon Press, 1961. ISBN 9780198520146.
- [27] F.A. Bovey and P.A. Mirau. *NMR of Polymers*. Elsevier Science, 1996. ISBN 9780080537580.
- [28] M.H. Levitt. *Spin Dynamics: Basics of Nuclear Magnetic Resonance*. Wiley, 2001. ISBN 9780471489221.
- [29] O. Neudert. *Implementation, optimization and application of unconventional diffusion measurement techniques for single-sided NMR*. Master Thesis, Ilmenau University of Technology, 2011.
- [30] R. Kimmich. Field Cycling in NMR Relaxation Spectroscopy Applications in Biological, Chemical and Polymer Physics. *Bull.Magn.Reson.*, **1**(4):195–218, 1979.
- [31] N. Bloembergen, E. M. Purcell, and R. V. Pound. Relaxation Effects in Nuclear Magnetic Resonance Absorption. *Phys. Rev.*, **73**:679–712, Apr 1948. doi: 10.1103/PhysRev.73.679.
- [32] H. D. W. Hill and R. E. Richards. Limits of measurement in magnetic resonance. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **1**(10):977, 1968.
- [33] D. I. Hoult and R.E. Richards. The Signal-to-Noise Ratio of the Nuclear Magnetic Resonance Experiment. *Journal of Magnetic Resonance (1969)*, **24**(1):71–85, 1976.
- [34] R. V. Pound. Nuclear Spin Relaxation Times in Single Crystals of LiF. *Phys. Rev.*, **81**:156–156, Jan 1951. doi: 10.1103/PhysRev.81.156.
- [35] A. Abragam and W. G. Proctor. Spin Temperature. *Phys. Rev.*, **109**:1441–1458, Mar 1958. doi: 10.1103/PhysRev.109.1441.
- [36] R. T. Schumacher. Dynamics of Interacting Spin Systems. *Phys. Rev.*, **112**:837–842, Nov 1958. doi: 10.1103/PhysRev.112.837.
- [37] A. G. Anderson and A. G. Redfield. Nuclear Spin-Lattice Relaxation in Metals. *Phys. Rev.*, **116**:583–591, Nov 1959. doi: 10.1103/PhysRev.116.583.
- [38] P. S. Pershan. Cross Relaxation in LiF. *Phys. Rev.*, **117**:109–116, Jan 1960. doi: 10.1103/PhysRev.117.109.

- [39] A. G. Redfield. Pure Nuclear Electric Quadrupole Resonance in Impure Copper. *Phys. Rev.*, **130**:589–595, Apr 1963. doi: 10.1103/PhysRev.130.589.
- [40] B. C. Johnson and W. I. Goldberg. Nuclear-Magnetic-Resonance Spin-Lattice Relaxation in High and Low Fields. *Phys. Rev.*, **145**:380–390, May 1966. doi: 10.1103/PhysRev.145.380.
- [41] H. Sprinz. Protonenrelaxation in  $Mn^{2+}$ -Lösungen, Einfluss der Hyperfeinkopplung. ii. Experimente. *Annalen der Physik*, **475**(3-4):168–186, 1967. ISSN 1521-3889. doi: 10.1002/andp.19674750306.
- [42] A. G. Redfield, W. Fite, and H. E. Bleich. Precision High Speed Current Regulators for Occasionally Switched Inductive Loads. *Review of Scientific Instruments*, **39**(5):710–715, 1968. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1683481>.
- [43] M. Minier. Measurement of Electric Field Gradient Around Impurities in Certain Alloys of Aluminum. *Phys. Rev.*, **182**:437–445, Jun 1969. doi: 10.1103/PhysRev.182.437.
- [44] K. Hallenga and S. H. Koenig. Protein rotational relaxation as studied by solvent proton and deuteron magnetic relaxation. *Biochemistry*, **15**(19):4255–4264, 1976. doi: 10.1021/bi00664a019.
- [45] D.T. Edmonds. Nuclear quadrupole double resonance. *Physics Reports*, **29**(4): 233 – 290, 1977. ISSN 0370-1573. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573\(77\)90062-X](http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(77)90062-X).
- [46] M. Stohrer and F. Noack. Molecular motion in solid odd-numbered paraffin  $C_{19}H_{40}$ : Proton spin relaxation spectroscopy from 5.8 kHz to 86 MHz. *The Journal of Chemical Physics*, **67**(8):3729–3738, 1977. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.435313>.
- [47] R.G. Bryant, R.D. Brown III, and S.H. Koenig. Nuclear magnetic relaxation dispersion in monoclinic lysozyme crystals. *Biophysical Chemistry*, **16**(2):133 – 137, 1982. ISSN 0301-4622. doi: [http://dx.doi.org/10.1016/0301-4622\(82\)85014-X](http://dx.doi.org/10.1016/0301-4622(82)85014-X).
- [48] C. C. Fraenza, C. J. Meledandri, E. Anoardo, and D. F. Brougham. The Effect of Cholesterol on Membrane Dynamics on Different Timescales in Lipid Bilayers from Fast Field-Cycling NMR Relaxometry Studies of Unilamellar Vesicles. *ChemPhys-Chem*, **15**(3):425–435, 2014.
- [49] G. Ferrante and S. Sykora. Technical Aspects of Fast Field Cycling. volume **57** of *Advances in Inorganic Chemistry*, pages 405 – 470. Academic Press, 2005. doi: 10.1016/S0898-8838(05)57009-0.

- [50] C. Grossl, F. Winter, and R. Kimmich. Optimisation of magnetic coils for NMR field-cycling experiments. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **18**(4):358, 1985.
- [51] K.-H. Schweikert, R. Krieg, and F. Noack. A high-field air-cored magnet coil design for fast-field-cycling NMR. *Journal of Magnetic Resonance*, **78**(1):77 – 96, 1988. ISSN 0022-2364. doi: 10.1016/0022-2364(88)90158-8.
- [52] K.-H. Schweikert. *Aufbau und Erprobung eines Feldzyklus NMR Spektrometers für Deuteronen-Relaxationsuntersuchungen an Flüssigkristallen*. PhD thesis, Universität Stuttgart, 1990.
- [53] R.-O. Seitter and R. Kimmich. Magnetic Resonance: Relaxometers. *J.C. Lindon, G.E. Tranter, J.L. Holmes (Eds.), Encyclopedia of Spectroscopy and Spectrometry, London*, pages 2000–2008, 1999.
- [54] D.M. Sousa and G.D. Marques. Coil by coil optimization algorithm for the design of a nuclear magnetic resonance fast field cycling air cored magnet. pages FE–12, Toronto, Ont, Can, 2000. IEEE, Piscataway, NJ, United States.
- [55] O. Lips, A.F. Privalov, S.V. Dvinskikh, and F. Fujara. Magnet Design with High  $B_0$  Homogeneity for Fast-Field-Cycling NMR Applications. *Journal of Magnetic Resonance*, **149**(1):22 – 28, 2001. ISSN 1090-7807. doi: 10.1006/jmre.2000.2279.
- [56] E. Anoardo, G. Galli, and G. Ferrante. Fast-field-cycling NMR: Applications and Instrumentation. *Applied Magnetic Resonance*, **20**:365–404, 2001. ISSN 0937-9347.
- [57] D. Plendl, M. Fujara, A. F. Privalov, and F. Fujara. Energy efficient iron based electronic field cycling magnet. *Journal of Magnetic Resonance*, **198**(2):183 – 187, 2009. ISSN 1090-7807. doi: 10.1016/j.jmr.2009.02.004.
- [58] C. Gerthsen. *Gerthsen Physik : mit 94 Tabellen, 105 durchgerechneten Beispielen und 1074 Aufgaben mit vollständigen Lösungen und Visualisierungen der Relativitätstheorie auf CD-ROM*. Springer-Lehrbuch. Springer, Berlin [u.a.], 23., Überarb. aufl. edition, 2006. ISBN 9783540254218.
- [59] W. E. Boyce and R. C. DiPrima. *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*. John Wiley & Sons, Inc., 7th edition, New York 2001.
- [60] D. Mesquita Sousa, G. Domingos Marques, J. M. Cascais, and P. J. Sebastião. Desktop fast-field cycling nuclear magnetic resonance relaxometer. *Solid State Nuclear Magnetic Resonance*, **38**(1):36 – 43, 2010. ISSN 0926-2040. doi: 10.1016/j.ssnmr.2010.07.001.

- [61] D. J. Griffiths. *INTRODUCTION to ELECTRODYNAMICS, Third Edition*. Prentice-Hall, Inc. Upper Saddle River, New Jersey 07458, 1999, ISBN 0-13-805326-X.
- [62] C. R. Paul. *Inductance: Loop and Partial*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey 2010, ISBN 978-0-470-46188-4.
- [63] D. Meschede. *Gerthsen Physik: 23. Auflage*. Springer, Berlin Heidelberg New York, 2004, ISBN-13 978-3-540-25421-8.
- [64] F. Gaume, H. Kolm, B. Lax, F. Bitter, and R. Mills. High Magnetic Fields. *Eds. Kolm, H*, 1962.
- [65] D. B. Montgomery and R. J. Weggel. *Solenoid magnet design*. Krieger, Malabar, FL, 1969.
- [66] C. Fabry. Sur le champ magnetique au centre d'une bobine cylindrique et la construction de bobines de galvanostats. *L'Eclairage Electrique, tome XVII 6ieme annee*, (43):133–141, 1898.
- [67] C. Fabry. Production de champs magnetiques intenses au moyen de bobines sans fer. *J. Phys. Theor. Appl.*, 9(1):129–134, 1910.
- [68] T. J. Schaeper and K. Schaeper. *Rhodes Scholars, Oxford, and the Creation of an American Elite*. Berghahn Books, 2010.
- [69] M. W. Garrett. Axially Symmetric Systems for Generating and Measuring Magnetic Fields. Part i. *Journal of Applied Physics*, 22(9):1091–1107, sep 1951. ISSN 0021-8979. doi: 10.1063/1.1700115.
- [70] M.W. Garrett. High Magnetic Fields. *New York: Wiley*, pages 14–26, 1962.
- [71] M. W. Garrett. Thick cylindrical coil systems for strong magnetic fields with field or gradient homogeneities of the 6th to 20th order. *Journal of Applied Physics*, 38(6):2563–2586, 1967.
- [72] H.L. Marshall and H.E. Weaver. Application of the Garrett Method to Calculation of Coil Geometries for Generating Homogeneous Magnetic Fields in Superconducting Solenoids. *Journal of Applied Physics*, 34 (11):3175–3178, 1963.
- [73] L. Cesnak and D. Kabat. A cylindrical coil with graduated current density for very homogeneous magnetic fields. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, 5(9):944, 1972.

- [74] D. Kabat, L. Cesnak, and J. Kokavec. Optimisation of inner-notch-corrected highly homogeneous superconducting solenoids and their comparison with other coil configurations. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **12**(7):652, 1979.
- [75] S. Noguchi and A. Ishiyama. An optimal design method for high field superconducting magnets. *Physica B: Condensed Matter*, **216**(3):212–214, 1996.
- [76] S. Noguchi and A. Ishiyama. An optimal design method for high-field superconducting magnets with ferromagnetic shields. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, **7**(2):439–442, 1997.
- [77] F. Campelo, S. Noguchi, and H. Igarashi. A new method for the robust design of high field, highly homogenous superconducting magnets using an immune algorithm. *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*, **16**(2):1316–1319, 2006.
- [78] M. W. Garrett. Calculation of Fields, Forces, and Mutual Inductances of Current Systems by Elliptic Integrals. *Journal of Applied Physics*, **34**(9):2567–2573, 1963. doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.1729771>.
- [79] C.J. McCauley, R. Saunders, and A. Zisserman. Prolate harmonics and axisymmetric conductor systems. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **24**(1):70–73, Jan 1988. ISSN 0018-9464. doi: 10.1109/20.43859.
- [80] R. Saunders, A. Zisserman, and C. J. McCauley. The calculation of magnetostatic fields from axisymmetric conductors. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **29**(3):533, 1996.
- [81] H. Saint-Jalmes, J. Taquin, and Y. Barjhoux. Optimization of homogeneous electromagnetic coil systems: Application to whole-body nmr imaging magnets. *Review of Scientific Instruments*, **52**(10):1501–1508, 1981.
- [82] R. Turner. Minimum inductance coils. *Journal of Physics E: Scientific Instruments*, **21**(10):948, 1988.
- [83] P.J.Sebastiao J.M.Cascais D.M.Sousa, G.D.Marques, Patent -PT 103705 B 2007.
- [84] A.E. Marble, I.V. Mastikhin, B.G. Colpitts, and B.J. Balcom. An analytical methodology for magnetic field control in unilateral NMR. *Journal of Magnetic Resonance*, **174**(1):78–87, 2005.
- [85] E. B. Rosa. *Calculation of the self-inductance of single-layer coils*. US Government Printing Office, 1906.
- [86] Radio Engineers Handbook. F. E. Terman, 1943.

- [87] F. W. Grover. *Inductance calculations: working formulas and tables*. Courier Dover Publications, 1962.
- [88] A. G. Greenhill. *The applications of elliptic functions*. 1892.
- [89] R. Turner. A target field approach to optimal coil design. *Journal of Physics D: Applied Physics*, **19**(8):L147, 1986.
- [90] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, and G. Musiol. *Taschenbuch der Mathematik, m. CD-ROM*. Deutsch (Harri), 2008. ISBN 3817120176.
- [91] S. Kruber, G. D. Farrher, and E. Anoardo. Comparative study of helical-cut notch-coil magnets for fast-field-cycling nuclear magnetic resonance. *Canadian Journal of Physics*, **92**(11):1430–1440, 2014. doi: 10.1139/cjp-2013-0655.
- [92] A.F. Privalov, S.V. Dvinskikh, and H.-M. Vieth. Coil Design for Large-Volume High- $B_1$  Homogeneity for Solid-State NMR Applications. *Journal of Magnetic Resonance, Series A*, **123**(2):157 – 160, 1996. ISSN 1064-1858. doi: 10.1006/jmra.1996.0229.
- [93] J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, **7**(4):308–313, 1965. doi: 10.1093/comjnl/7.4.308.
- [94] MATLAB ®, <http://www.mathworks.com>, The MathWorks, Inc. 3 Apple Hill Drive Natick, Massachusetts 01760 USA .
- [95] G. F. Kuncir. Algorithm 103: Simpson’s rule integrator. *Commun. ACM*, **5**(6):347, June 1962. ISSN 0001-0782. doi: 10.1145/367766.368179.
- [96] S. Chandrasekhar. *Radiative Transfer*. Dover Books on Intermediate and Advanced Mathematics. Dover Publications, 1960. ISBN 9780486605906.
- [97] A.S. Kronrod. *Nodes and weights of quadrature formulas: Sixteen-place tables. Authorized translation from the Russian*. Consultants Bureau, 1966.
- [98] L.F. Shampine. Vectorized adaptive quadrature in MATLAB. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **211**(2):131 – 140, 2008. ISSN 0377-0427. doi: 10.1016/j.cam.2006.11.021.
- [99] S. Kruber, G. Farrher, and E. Anoardo. New magnet design for fast-field-cycling nuclear magnetic resonance. *Latin America Transactions, IEEE (Revista IEEE America Latina)*, **11**(1):251–256, 2013.
- [100] E. B. Rosa and F. W. Grover. *Formulas and tables for the calculation of mutual and self-inductance*. US Dept. of Commerce and Labor, Bureau of Standards, 1912.

- [101] H. A. Wheeler. Simple inductance formulas for radio coils. 1928.
- [102] F. W. Grover. Tables for the calculation of the mutual inductance of any two coaxial single-layer coils. *Radio Engineers, Proceedings of the Institute of*, **21**(7): 1039–1049, 1933.
- [103] H. A. Wheeler. The spherical coil as an inductor, shield, or antenna. *Proceedings of the IRE*, **46**(9):1595–1602, 1958.
- [104] T. H. Fawzi and P.E. Burke. The accurate computation of self and mutual inductances of circular coils. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, (2):464–468, 1978.
- [105] H. A. Wheeler. Inductance formulas for circular and square coils. *Proceedings of the IEEE*, **70**(12):1449–1450, 1982.
- [106] R. Lundin. A handbook formula for the inductance of a single-layer circular coil. *Proceedings of the IEEE*, **73**(9):1428–9, 1985.
- [107] Dingan Y. and K. Han. Self-inductance of air-core circular coils with rectangular cross section. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **23**(6):3916 – 3921, nov 1987. ISSN 0018-9464. doi: 10.1109/TMAG.1987.1065777.
- [108] M. T. Thompson. Inductance calculation techniques—approximations and handbook methods. *Power Control Intelligent Motion*, 1991.
- [109] K.-B. Kim, E. Levi, Z. Zabar, and L. Birenbaum. Mutual inductance of noncoaxial circular coils with constant current density. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **33**(5):4303 –4309, sep 1997. ISSN 0018-9464. doi: 10.1109/20.620439.
- [110] S. Babic and C. Akyel. Improvement in calculation of the self- and mutual inductance of thin-wall solenoids and disk coils. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **36**(4):1970 – 1975, july 2000. ISSN 0018-9464.
- [111] S. Babic, Sheppard S., and C. Akyel. The mutual inductance of two thin coaxial disk coils in air. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **40**(2):822–825, 2004.
- [112] S. I. Babic and C. Akyel. Calculating mutual inductance between circular coils with inclined axes in air. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **44**(7):1743–1750, 2008.
- [113] C. Akyel, S. I. Babic, and M.-M. Mahmoudi. Mutual inductance calculation for non-coaxial circular air coils with parallel axes. *Progress In Electromagnetics Research*, **91**:287–301, 2009.

- [114] J. T. Conway. Inductance calculations for circular coils of rectangular cross section and parallel axes using bessel and struve functions. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **46**(1):75–81, 2010.
- [115] S. Babic, F. Sirois, C. Akyel, G. Lemarquand, V. Lemarquand, and R. Ravaud. New formulas for mutual inductance and axial magnetic force between a thin wall solenoid and a thick circular coil of rectangular cross-section. *Magnetics, IEEE Transactions on*, **47**(8):2034–2044, 2011.
- [116] M. Poole and R. Bowtell. Novel gradient coils designed using a boundary element method. *Concepts in Magnetic Resonance Part B: Magnetic Resonance Engineering*, **31B**(3):162–175, 2007. ISSN 1552-504X. doi: 10.1002/cmr.b.20091.
- [117] M. Poole. *Improved Equipment and Techniques for Dynamic Shimming in High Field MRI*. PhD thesis, The University of Nottingham, 2007.
- [118] D. R. Lide and W. M. Haynes. *CRC handbook of chemistry and physics: a ready-reference book of chemical and physical data*. Boca Raton, Fla: CRC, 2009.
- [119] ANSYS 13, <http://www.ansys.com/Products/ANSYS+13.0+Release+Highlights> ANSYS Inc., Southpointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317 .
- [120] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *Evolutionary Computation, IEEE Transactions on*, **6**(2):182–197, 2002.
- [121] K. Deb and T. Goel. Controlled elitist non-dominated sorting genetic algorithms for better convergence. In *Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, volume **1993** of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 67–81. Springer Berlin Heidelberg, 2001. ISBN 978-3-540-41745-3. doi: 10.1007/3-540-44719-9\_5.
- [122] K. Deb. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, USA, 2001. ISBN 047187339X.
- [123] Del Bel, BOULEVARD CANGALLO 3897, Córdoba, Argentina .
- [124] S. Kruber, G. D. Farrher, and E. Anoardo. Air core notch-coil magnet with variable geometry for fast-field-cycling NMR. *Journal of Magnetic Resonance*, pages–, 2015. ISSN 1090-7807. doi: <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmr.2015.08.015>.
- [125] Spinscope UG, Am Pfaffenberg 17, 64367 Mühlthal, Germany, [www.spinscope.com](http://www.spinscope.com) .
- [126] H.H. Segnorile, G.O. Forte, G.D. Farrher, and E. Anoardo. NMR-SSC Magnetic Field Profiler Applied to Magnetic Field Shimming. *Latin America Transactions*,

- 
- IEEE (Revista IEEE America Latina)*, **11**(1):257–262, Feb 2013. ISSN 1548-0992. doi: 10.1109/TLA.2013.6502813.
- [127] K. Deb, S. Agrawal, A. Pratap, and T. Meyarivan. A Fast Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization: NSGA-II. In *Parallel Problem Solving from Nature PPSN VI*, volume **1917** of *Lecture Notes in Computer Science*, pages 849–858. Springer Berlin Heidelberg, 2000. ISBN 978-3-540-41056-0. doi: 10.1007/3-540-45356-3\_83.