

## Capítulo 6

# Convección húmeda

En este capítulo mostraremos los resultados de aplicar el método pseudo-espectral del Capítulo 4 a las ecuaciones de Oberbeck–Boussinesq para convección húmeda en una celda rectangular (3.133)–(3.136) y triangular (3.109)–(3.112). Destacamos nuevamente que, si bien el primer problema es de interés por sí mismo, no es parte de los objetivos de esta Tesis, y sólo lo hemos utilizado como otro paso de prueba para los códigos numéricos desarrollados.

### 6.1. Celda rectangular

Las simulaciones de convección húmeda en una celda rectangular constituyen un último paso intermedio, cuyo objetivo es esencialmente poner a prueba el funcionamiento del modelo termodinámico desarrollado en el Apéndice A y expuesto resumidamente en la Sección 3.1. El sistema de ecuaciones a resolver es el sistema WOB (3.133)–(3.136), sobre una grilla  $N \times (N/2)$  análoga a la de la Sección 5.1. Las CC para velocidad, temperatura y concentración de agua son periódicas libres en los lados y homogéneas en la base y el techo. Para el campo de velocidad estas últimas corresponden a CC *no-slip*; para el campo de temperatura a contacto térmico perfecto con la base (caliente) y el techo (frío); y para la concentración de agua, a equilibrio de saturación con cada interfase, a la temperatura correspondiente.

Las elecciones de resolución temporal y espacial, y las escalas, son también los mismos de la Sección 5.1, y por los mismos motivos. En particular, el ancho y alto de la celda son de 1 m y 0,5 m, respectivamente.

Una diferencia fundamental con el caso de convección seca es que ahora tenemos dos parámetros de control, la temperatura de referencia  $\bar{T}$  y la diferencia de temperatura  $\Delta T$ ; para convección seca sólo teníamos  $\Delta T$ , ya que el aire seco se trataba como gas ideal, y todas sus propiedades se asumían a 25°C. Esto amplía el espacio de parámetros a explorar, pero debe recordarse que no pretendemos realizar un estudio de este caso de por sí,

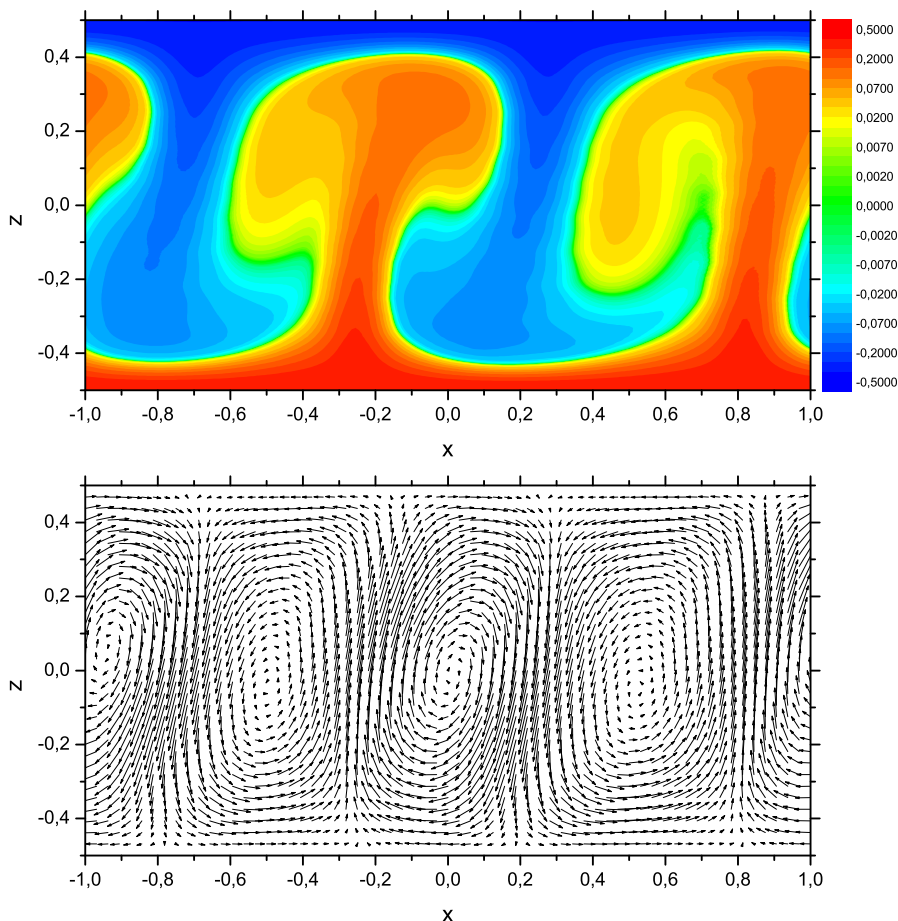


Figura 6.1: Campo de temperatura (arriba) y velocidad (abajo) para convección húmeda en la celda rectangular a  $\bar{T} = 18^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 0,005^\circ\text{C}$  y  $t = 0,3t_c$  sobre una grilla de  $64 \times 32$  puntos.

sino sólo como un caso de prueba para el modelo termodinámico. Por ello presentaremos resultados solamente para un par de casos que consideramos relevantes a este propósito. Debe notarse también que todos los coeficientes termodinámicos ya no toman valores fijos, sino que para cada simulación son calculados usando el modelo termodinámico de la Sección 3.1.

En cuanto a comparaciones con la literatura, si bien hay disponibles diversos resultados [46, 47, 49, 50, 51] éstos corresponden a convección tridimensional en condiciones típicas de la atmósfera terrestre. La gran diferencia con las condiciones dentro del destilador, que son mucho más calientes y húmedas, y la diferente dimensionalidad de las simulaciones, hacen que toda comparación resulte en el mejor de los casos cualitativa.

La figura 6.1 muestra los campos de temperatura y velocidad a  $t =$

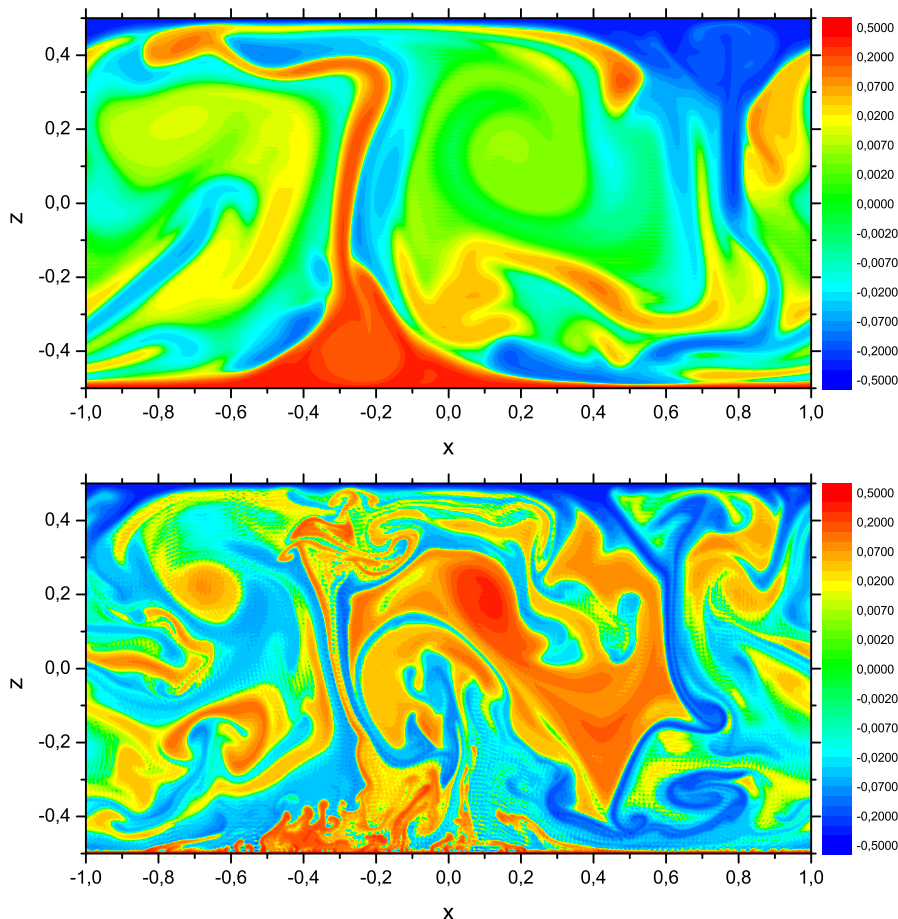


Figura 6.2: Campo de temperatura para convección seca (arriba) y húmeda (abajo) en la celda rectangular a  $\bar{T} = 54^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 12^\circ\text{C}$  y  $t = 0,01t_c$  sobre una grilla de  $512 \times 256$  puntos.

$0,3t_c$  (en estado de régimen) para convección húmeda con  $\bar{T} = 18^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 0,005^\circ\text{C}$ . Estos valores corresponden a  $R_{T-} \sim 0,8 \times 10^5 \sim 47R_c$  y  $R_{T+} \sim 10^5 \sim 58R_c$ , y fueron seleccionados por ser un caso directamente comparable con el de convección seca para  $R = 50R_c$ , que se muestra en la figura 5.2, en un régimen estacionario y ordenado. Resulta evidente la influencia de la humedad sobre los patrones convectivos, que en este régimen sabemos [46] que debería manifestarse en un notable estrechamiento lateral (aproximadamente en un factor 2) de las columnas ascendentes y descendentes y de los vórtices asociados; nótese a este respecto que en convección húmeda la celda contiene cuatro columnas (dos ascendentes y dos descendentes) y cuatro vórtices, exactamente el doble que para convección seca. Este efecto es entonces bien reproducido por nuestro modelo.

En la figura 6.2 se muestra el campo de temperatura para  $\bar{T} = 54^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 12^\circ\text{C}$ , valores similares a los más elevados que encontraremos en las simulaciones de la Sección 6.2. Las dos imágenes corresponden al resultado de evolucionar hasta  $t = 0,01t_c$ , sobre una grilla de  $512 \times 256$  puntos, y partiendo de exactamente la misma condición inicial, el sistema seco y el húmedo. Como puede apreciarse, si bien las principales estructuras convectivas (una gran columna ascendente de base ancha situada aproximadamente en  $x = -0,2$ ,  $z = -0,5$  y una descendente con base en  $x = 0,7$ ,  $z = 0,5$ ) están presentes en ambos casos e incluso guardan cierta similaridad, la estructura es mucho más rica para convección húmeda. En particular la base de la columna ascendente, que para convección seca es esencialmente una gran zona caliente indiferenciada, en convección húmeda se ha fragmentado en una multitud de columnas más pequeñas, lo que muestra la inestabilidad mucho mayor introducida por la presencia de agua y el gran calor latente liberado o absorbido en sus transiciones de fase [46].

Si bien se realizaron varios experimentos numéricos adicionales sobre la línea de los ya expuestos, todos con resultados satisfactorios, la escasez de situaciones comparables en la literatura conocida por nosotros impide avanzar mucho más por esta vía. Una validación completa del modelo termohidrodinámico del Capítulo 3 deberá esperar entonces hasta la Sección 6.2, donde compararemos los resultados de las simulaciones con resultados experimentales.

## 6.2. Celda triangular

Llegamos aquí a la serie de simulaciones que constituyen el objetivo central de esta Tesis: modelar numéricamente la termohidrodinámica en el interior de un destilador solar de batea, con un grado de detalle que permita reproducir los resultados experimentales obtenidos con un modelo de laboratorio [1]. Procederemos entonces a explicar en detalle los experimentos numéricos realizados y los resultados obtenidos.

### 6.2.1. Ciclo diario experimental

En los experimentos realizados con el modelo de laboratorio, se intentó reproducir el ciclo diario de calentamiento y enfriamiento de un destilador en condiciones de campo [1]. Para ello el agua de la batea fue calentada según un protocolo periódico de 24 hs, a lo largo de cinco días consecutivos. En el panel superior de la figura 6.3 se muestran los valores de  $\bar{T}$  y  $\Delta T$  experimentales, promediados sobre los cinco ciclos diarios a fin de disminuir el ruido inherente a las mediciones. De allí extraeremos los valores de los parámetros de control para las simulaciones numéricas.

Una primera serie de experimentos numéricos mostró que simular el ciclo completo con una resolución temporal aceptable llevaría varios años de

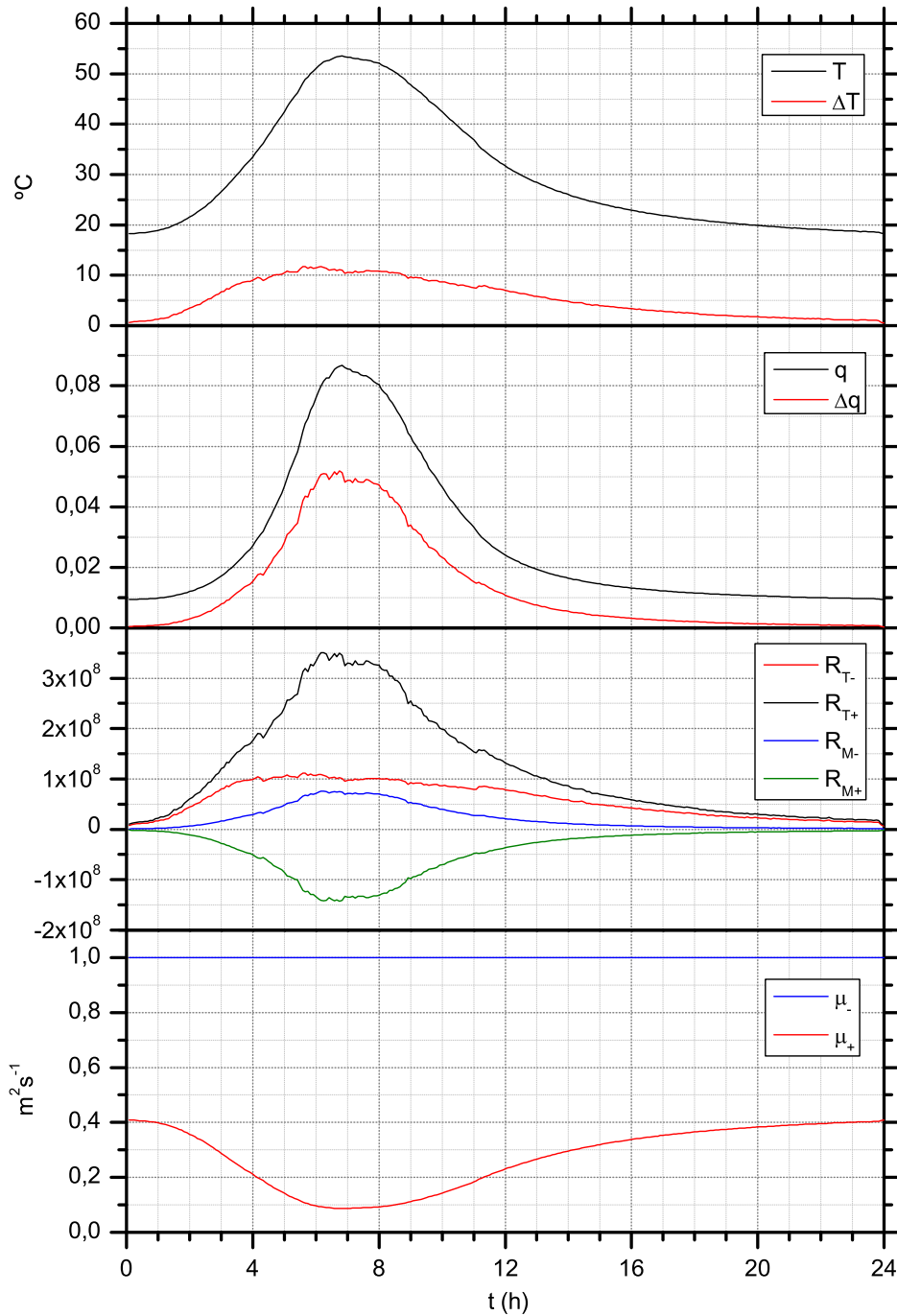


Figura 6.3: Ciclo diario de los parámetros y coeficientes de las ecuaciones WOB para convección húmeda en la celda triangular. De arriba a abajo:  $\bar{T}$  y  $\Delta T$  en  $^{\circ}\text{C}$ ;  $q$  y  $\Delta q$ ;  $R_{T-}$ ,  $R_{T+}$ ,  $R_{M-}$  y  $R_{M+}$ ;  $\mu_-$  y  $\mu_+$  en  $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ; en función de  $t$  en horas (con cero arbitrario).

## CAPÍTULO 6. CONVECCIÓN HÚMEDA

---

Tabla 6.1: Parámetros de control, tamaños de grilla y valores de  $q$ ,  $\Delta q$ ,  $R_{T-}$ ,  $R_{T+}$ ,  $R_{M-}$  y  $R_{M+}$  y  $\mu_+$  para las simulaciones de convección húmeda en la celda triangular ( $\mu_- = 1$  por definición).

$\bar{T}$ °C	$\Delta T$ °C	$N$	$q$ $\times 10^{-4}$	$\Delta q$ $\times 10^{-4}$	$R_{T+}$ $\times 10^6$	$R_{T-}$ $\times 10^6$	$R_{M+}$ $\times 10^6$	$R_{M-}$ $\times 10^6$	$\mu_+$ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
18.0	0.6	192	93.9	4.1	10.0	7.8	-1.6	0.9	0.41
20.0	2.3	256	106.4	17.6	38.6	29.4	-6.7	4.0	0.38
25.0	5.5	256	153.8	61.2	101.0	69.9	-21.9	13.0	0.31
30.0	8.6	384	215.9	116.1	152.6	94.5	-39.5	23.2	0.25
35.0	9.6	512	296.3	175.8	190.8	104.0	-56.9	33.0	0.20
40.0	10.0	512	406.8	241.6	220.8	103.4	-74.4	42.3	0.16
45.0	10.5	512	537.9	325.3	260.7	104.6	-96.0	53.5	0.13
48.2	11.7	512	650.1	421.0	312.7	111.7	-120.8	66.0	0.11
50.0	11.6	768	720.9	458.2	327.7	109.4	-129.5	70.0	0.10
52.0	11.4	768	815.9	510.4	350.4	107.5	-141.7	75.4	0.09
52.6	11.4	768	826.3	508.7	347.7	105.7	-141.0	74.8	0.09
53.5	11.0	768	867.8	512.5	345.0	101.3	-141.0	74.3	0.09

tiempo de procesamiento. Sin embargo los mismos experimentos mostraron que partiendo de una CI como la de la Sección 5.3, el sistema entraba en régimen en un tiempo varios órdenes de magnitud más corto (de menos de un minuto en todos los casos). Por ello decidimos seleccionar una serie de valores de los parámetros de control que juzgamos representativos de las condiciones en diferentes puntos del ciclo, y simular el comportamiento del destilador para cada uno, manteniendo en cada caso constantes los valores de dichos parámetros. Los valores seleccionados se muestran en la Tabla 6.1.

### 6.2.2. Ecuaciones, CC y resolución

En todos los casos las ecuaciones simuladas corresponden al sistema WOB (3.109)–(3.112), en una celda cuadrada de dimensiones  $\ell \times \ell$ . Las CC para los campos adimensionales de velocidad  $\mathbf{u}$ , temperatura  $\theta$  y concentración  $\chi$  son homogéneas de Dirichlet en los cuatro lados de esta celda.

La celda triangular y el campo gravitatorio son los descritos en la Sección 3.2.12, y los campos dentro de ella se obtienen por el método de las imágenes y usando las condiciones de simetría de la Sección 4.6, lo que da CC homogéneas de Dirichlet para velocidad normal, temperatura y concentración en la base de la celda triangular, y CC homogéneas de Neumann para velocidad tangencial.

El campo adimensional estacionario  $\tau$ , solución de la ecuación de Laplace adimensional con CC  $\tau = \frac{1}{2}$  en la base  $z = x$  de la celda triangular y  $\tau = -\frac{1}{2}$

en sus techos  $x = 0$  y  $z = \ell$ , se construye analíticamente como se describe en la Sección 4.6.

Físicamente, las CC para el sistema así construido son: *no-slip* en los techos y *free-slip* en la base para velocidad; contacto térmico perfecto en la base (caliente, a temperatura  $\frac{1}{2}$ ) y los techos (fríos, a temperatura  $-\frac{1}{2}$ ) para temperatura; y equilibrio de saturación a la temperatura de la interfase para concentración. Las CC *free-slip* en la base de la celda triangular son consecuencia directa del uso del método de las imágenes. Sin embargo en este caso la base de la celda triangular es la superficie del agua de la batea, por lo que el contacto allí es entre dos fluidos, y no entre un fluido y una pared rígida. Estas CC, sin ser exactas, son entonces una aproximación mucho mejor a las CC reales [77] que las CC *no-slip*.

Discretizado sobre una grilla directa isotrópica  $N \times N$ , y representado en la grilla conjugada, el sistema de ecuaciones resultante es el (4.125)–(4.128). En cada caso el tamaño  $N$  de la grilla se elige de modo de obtener una buena resolución de la capa límite, pero no mucho más grande. Es decir, trabajamos lo más cerca posible de la resolución espacial óptima. Los tamaños resultantes para cada valor de los parámetros de control que simularemos se muestran en la Tabla 6.1.

Una breve serie de experimentos numéricos exigiendo al integrador temporal precisiones relativas de  $10^{-2}$  a  $10^{-5}$ , confirmó la validez en este caso del resultado discutido en la Sección 5.1.1. Adoptamos entonces como antes una precisión relativa de  $10^{-3}$  como nuestro standard para la integración temporal.

### 6.2.3. Escalas y parámetros

El modelo de laboratorio del destilador [1] en la configuración 2 descrita en la Sección 2.1.2, tiene una base rectangular y un techo a dos aguas con ángulos de  $45^\circ$ . La altura de la cúspide sobre la base es  $H = 0,65$  m, que será entonces la unidad de longitud en el proceso de adimensionalización de las ecuaciones WOB en la Sección 3.2.9, y es la unidad de longitud para las variables adimensionales. La longitud de la base será entonces  $L = 1,30$  m.

Nótese que ninguna de estas dos cantidades es en este caso el lado  $\ell$  de la celda cuadrada sobre la que discretizamos en la grilla directa. En cambio tendremos  $\ell = \sqrt{2}H = 0,92$  m. Es decir, en variables adimensionales los lados de la celda cuadrada tienen longitud  $\sqrt{2}$ .

Los parámetros de control  $\bar{T}$  y  $\Delta T$  son los únicos que podemos elegir libremente en este caso, aparte de la presión ambiente  $p$ . El modelo termodinámico de la Sección 3.1 provee los valores de todas las funciones y coeficientes termodinámicos a partir de ellos. Las expresiones relevantes de los coeficientes termodinámicos a la presión de saturación son las resumidas en el apéndice A.13, y la linealización óptima de la concentración de saturación  $q_s$  será la provista en el Apéndice A.14. El estado de referencia

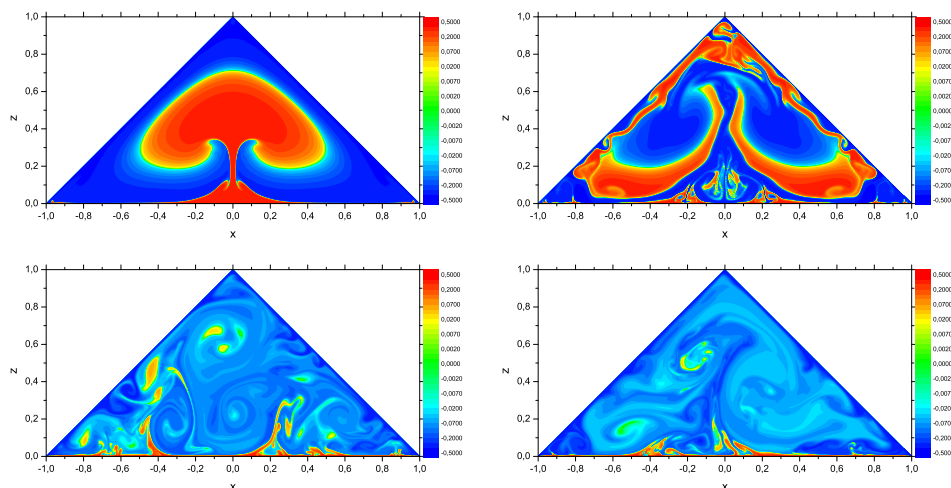


Figura 6.4: Campo de temperatura para convección húmeda en la celda triangular a  $\bar{T} = 35^\circ\text{C}$  y  $\Delta T = 9,6^\circ\text{C}$ , a tiempos  $t = 0,00025t_c$  (arriba izquierda),  $t = 0,00050t_c$  (arriba derecha),  $t = 0,00100t_c$  (abajo izquierda) y  $t = 0,00200t_c$  (abajo derecha), sobre una grilla de  $512 \times 512$  puntos.

será entonces, en todas las simulaciones, el *perfil conductivo saturado estático* descrito en la Sección 3.2.7.

No hemos elegido aún la presión ambiente  $p$  a la que realizaremos las simulaciones, y muchas de las funciones del modelo termodinámico dependen de ella. Extrañamente, aunque la ciudad de Salta se encuentra aproximadamente a 1200 m sobre el nivel del mar, en la fecha de realización del experimento (8 al 13 de mayo de 2006) la presión ambiente se mantuvo apenas por debajo de los 1000 mb [1, 22]. Realizaremos entonces todas nuestras simulaciones para una presión  $p = 1000$  mb. Los valores resultantes de los coeficientes  $q$ ,  $\Delta q$ ,  $R_{T-}$ ,  $R_{T+}$ ,  $R_{M-}$  y  $R_{M+}$  y  $\mu_+$  para cada simulación se muestran en la Tabla 6.1; debe recordarse que  $\mu_- = 1$  por definición.

Finalmente, diremos que para todos los valores seleccionados de los parámetros de control la escala de tiempos definida por el tiempo de difusión térmica vertical justo por debajo de la saturación  $t_c = H^2/\kappa_-$ , resulta aproximadamente la misma,  $\sim 19000$  s. Este es un tiempo muy largo (más de cinco horas), pero debemos recordar que la dinámica convectiva se desarrolla sobre tiempos mucho más cortos, como veremos enseguida.

#### 6.2.4. Condiciones iniciales

Las CI utilizadas en todas las simulaciones son las mismas, y corresponden al perfil conductivo saturado estacionario de la Sección 3.2.7. Dado que el perfil conductivo no es una solución hidrostática, esta CI resulta poco realista (y difícilmente realizable) desde un punto de vista físico. Sin embar-



go en las simulaciones tiene dos ventajas: por un lado garantiza un rápido comienzo de la corriente convectiva, como se muestra en la figura 6.4, que no se conseguiría partiendo desde CI más realistas como igualar inicialmente el campo de temperaturas a la CC “fría”; y por otra parte proveen un conveniente estado conductivo de referencia para el cálculo de los números de Nusselt [88] y Sherwood [89].

La inexistencia de un perfil conductivo hidrostático hace innecesario desestabilizar la condición inicial; sin embargo, para evitar que la simetría bilateral de la celda triangular origine patrones convectivos con un sesgo sistemático, igualmente se sumó al perfil conductivo un campo de fluctuaciones Gaussianas de temperatura, de amplitud comparable a la del ruido térmico [44] para construir la CI de las simulaciones.

### 6.2.5. Fenomenología

En las figuras 6.5 a 6.16 se muestran los campos de temperatura, contenido de agua, humedad relativa y velocidad para convección húmeda en la celda triangular, para los valores de  $\bar{T}$ ,  $\delta T$  y  $t$  indicados al pie de cada una. Los tiempos son los finales de cada simulación, ya que algunas simulaciones aún estaban corriendo al momento de la escritura de esta Tesis, pero en todos los casos son bastante mayores al necesario para la entrada en régimen del sistema, es decir para que desaparezca la memoria de las CI.

Por claridad, en todas las figuras el campo de velocidades se muestra sobre una grilla de  $64 \times 64$  puntos, decimando la grilla original. Los campos de temperatura, concentración y humedad relativa, en cambio, se muestran a resolución completa. En todos los casos los ejes coordenados se hallan etiquetados en unidades adimensionales, normalizadas al alto de la celda.

Debe notarse que el campo de temperatura mostrado es  $\tau + \theta$ , para facilitar la interpretación. La escala de colores va de azul (CC fría,  $\tau + \theta = -\frac{1}{2}$ ) a rojo (CC caliente,  $\tau + \theta = \frac{1}{2}$ ), y no es uniforme sino logarítmica tanto en sentido creciente como decreciente a partir de  $\tau + \theta = 0$ ; esta elección pretende facilitar la visualización de las estructuras convectivas que involucran temperaturas apenas por encima y por debajo de cero, que con una escala lineal resultarían imperceptibles. Análogamente, para el campo de concentración de agua se muestra  $\tau + \chi$ , y la escala de colores tiene un significado similar, con  $\tau + \chi = -\frac{1}{2}$  correspondiente a saturación a la temperatura fría y  $\tau + \chi = \frac{1}{2}$  a saturación a la temperatura caliente.

El campo de humedad relativa se define [39] como

$$h_R = \frac{q(1 - q_s)}{q_s(1 - q)} \quad (6.1)$$

y se calcula a partir de los campos  $\theta$ ,  $\chi$  y  $\tau$  de acuerdo a las transformaciones de adimensionalización de la Sección 3.2.9. Este campo no es una variable

dinámica en las simulaciones, y en realidad es redundante, pero su visualización es de gran ayuda en la interpretación fenomenológica. La escala de colores es nuevamente logarítmica en ambas direcciones a partir de  $h_R = 1$ , que corresponde a saturación, yendo de azul (aire seco,  $h_R = 0$ ) a rojo (aire sobresaturado con la misma proporción de agua líquida que vapor,  $h_R = 2$ ). Se ha añadido una delgada línea gris marcando el valor  $h_R = 1$ , que separa el aire sobresaturado donde las gotas de agua forman niebla, del aire claro subsaturado.

La fenomenología hallada es extremadamente rica en detalles, y una descripción completa sería casi imposible. Notaremos solamente algunos rasgos sobresalientes.

A temperaturas bajas (figuras 6.5 y 6.6) resulta evidente un estado de régimen mas o menos ordenado, consistente en dos vórtices contrarrotantes con una columna caliente, húmeda y sobresaturada ascendente en el centro. Si bien el estado de régimen se desordena a temperaturas mayores, este rasgo permanece en general invariante, y aunque a temperaturas altas (figuras 6.12 a 6.16) la columna central puede desaparecer transitoriamente, eventualmente vuelve a formarse. Correspondientemente, la dominancia de los vórtices principales disminuye al aumentar la temperatura, y a temperaturas altas pierden simetría y pueden llegar a desaparecer por completo para ser reemplazados transitoriamente por otras estructuras (ver por ejemplo la figura 6.13).

La persistencia de este esquema de circulación general puede explicarse cualitativamente por la geometría y las CC: los techos fríos e inclinados favorecen la formación de corrientes frías descendentes justo debajo de ellos, y la circulación que éstas inducen no se ve obstaculizada al llegar a la base, debido a las CC *free-slip*. Las columnas ascendentes incipientes son entonces arrastradas hacia el centro de la base, reuniéndose en una sola columna relativamente alta y estrecha que asciende aproximadamente hacia (y hasta) la cúspide, estableciendo una circulación general que se autorrefuerza.

Otro rasgo persistente y notable, sobre todo a temperaturas altas, es la formación de una “burbuja” estancada, fría y sobresaturada justo bajo la cúspide del techo. Esta burbuja tiende a crecer y eventualmente se desestabiliza, liberando columnas descendentes de aire frío y extremadamente sobresaturado, las que a veces caen directamente y otras deslizan por la cara interna del techo antes de desprenderse. Este fenómeno es visible sobre todo en el campo de humedad relativa (ver figuras 6.11, 6.12, 6.14, 6.15 y 6.16).

La presencia y dinámica de esta burbuja puede también entenderse cualitativamente como resultado de la formación de una zona de estancamiento justo bajo la cúspide debido a las CC *no-slip*. Esta región estancada es naturalmente muy fría, al estar en estrecho contacto con ambos techos, y es frecuentemente “empujada” desde abajo por la corriente ascendente caliente que, si bien no logra desplazarla, le transfiere por difusión cantidades apreciables de agua. La saturación de la burbuja va entonces aumentando hasta

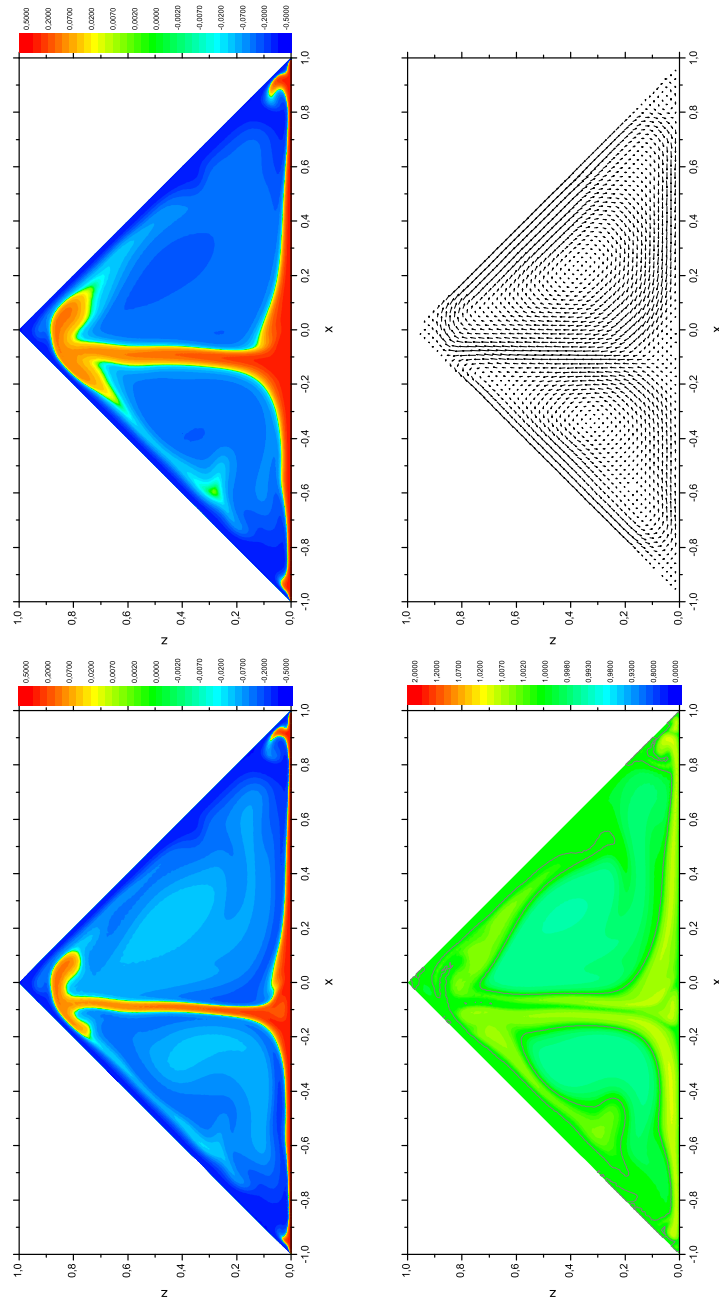


Figura 6.5: Campos de temperatura (arriba izquierda), contenido de agua (arriba derecha), humedad relativa (abajo izquierda) y velocidad (abajo derecha) para convección húmeda en la celda triangular, para  $\bar{T} = 18^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 0,6^\circ\text{C}$ ,  $t = 0,01t_c$ .

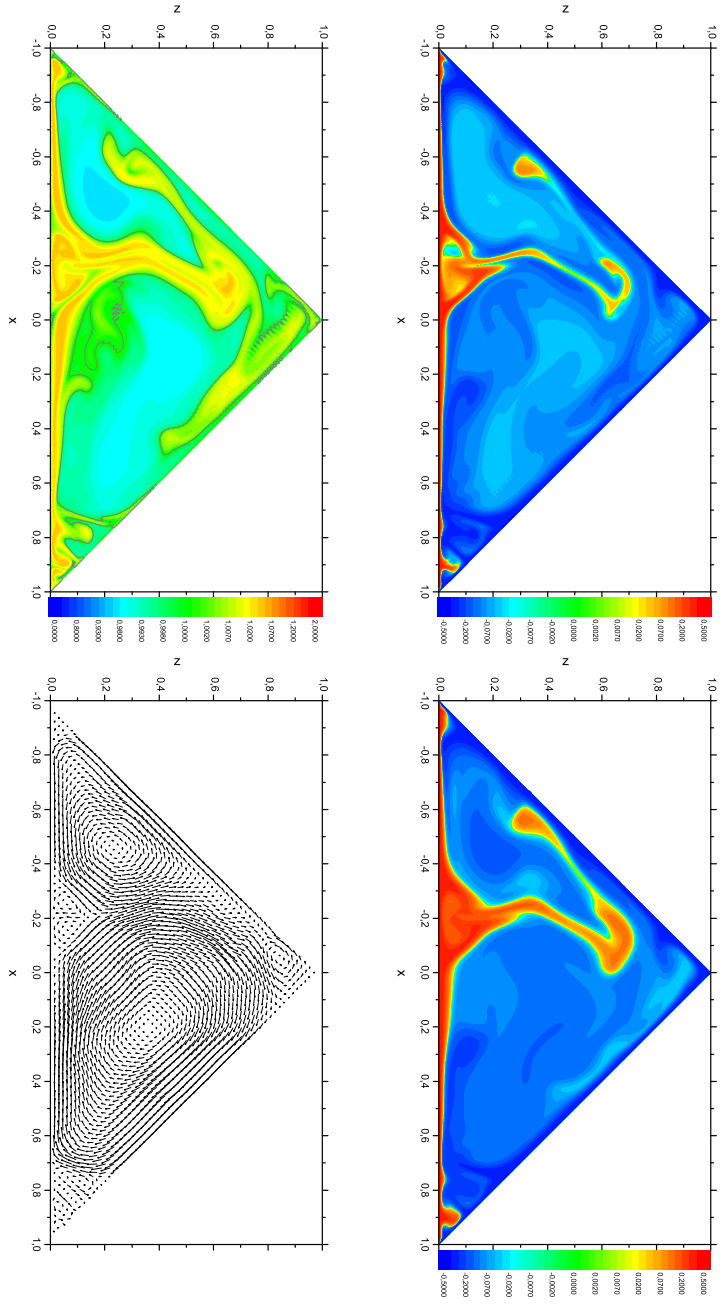


Figura 6.6: Campos de temperatura (arriba izquierda), contenido de agua (arriba derecha), humedad relativa (abajo izquierda) y velocidad (abajo derecha) para convección húmeda en la celda triangular, para  $T = 20^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 2,3^\circ\text{C}$ ,  $t = 0,01t_c$ .

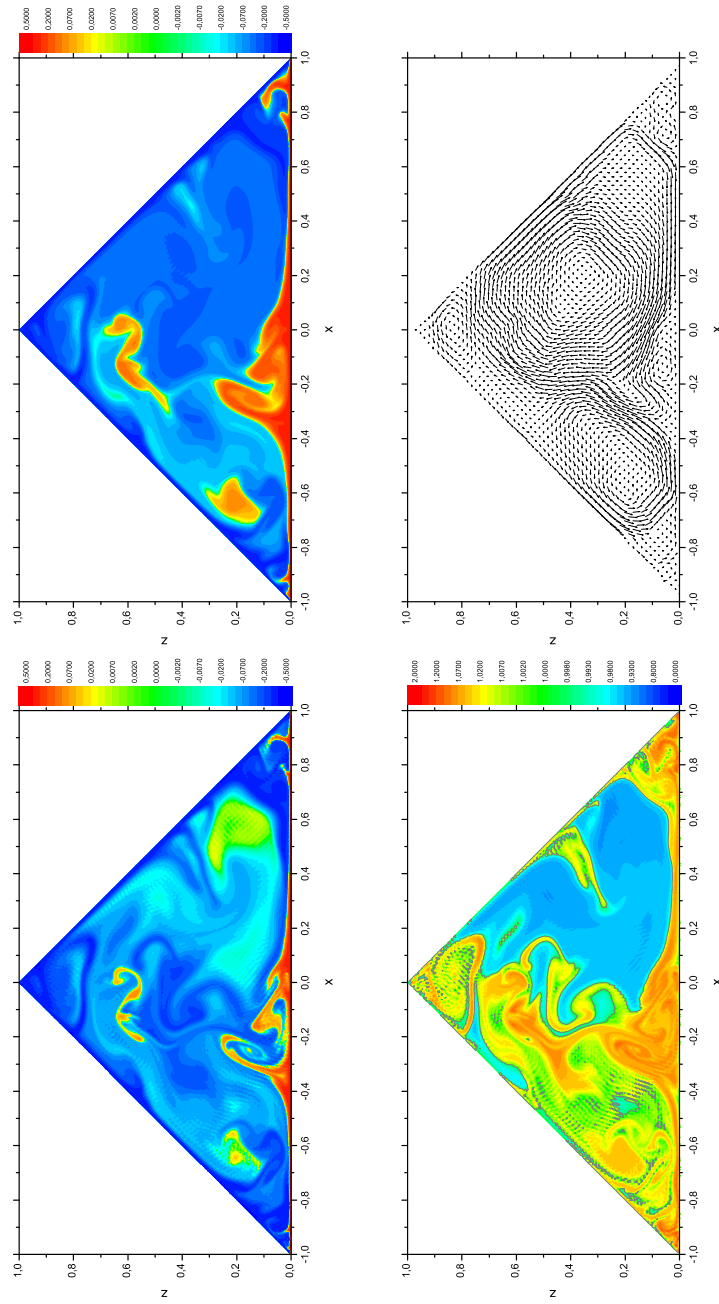


Figura 6.7: Campos de temperatura (arriba izquierda), contenido de agua (arriba derecha), humedad relativa (abajo izquierda) y velocidad (abajo derecha) para convección húmeda en la celda triangular, para  $\bar{T} = 25^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 5,5^\circ\text{C}$ ,  $t = 0,01t_c$ .

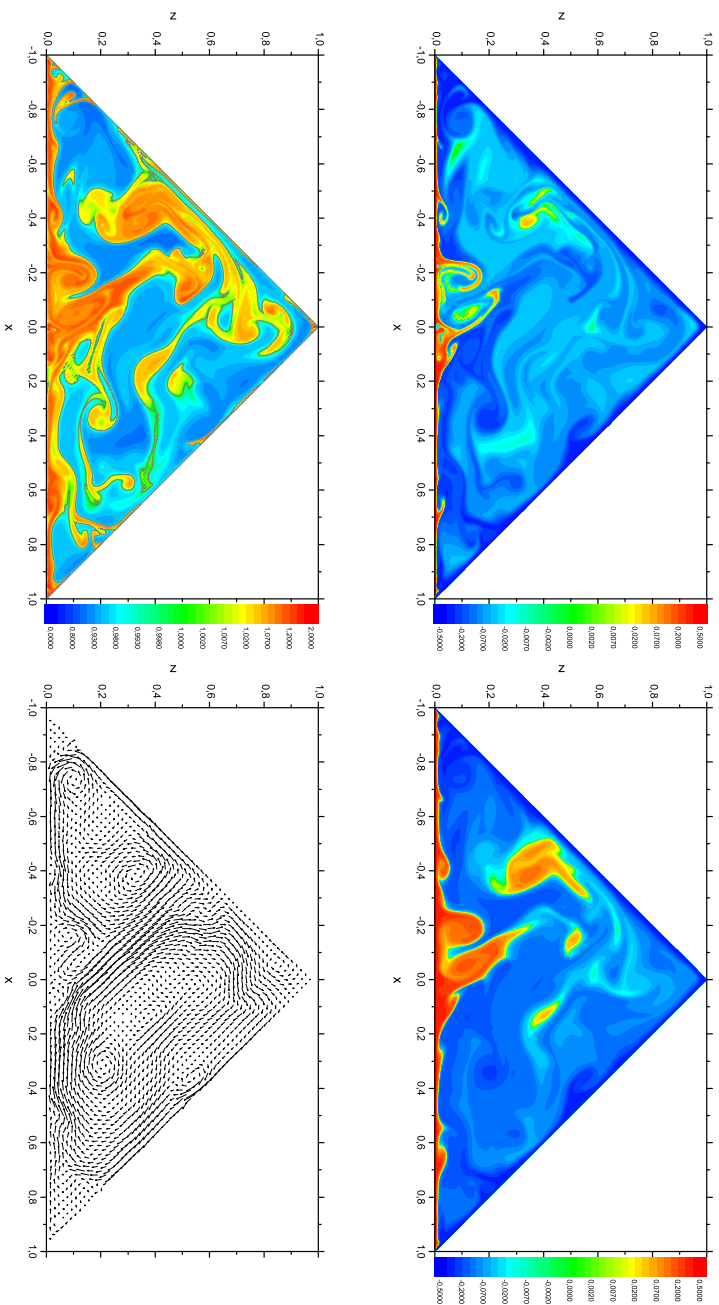


Figura 6.8: Campos de temperatura (arriba izquierda), contenido de agua (arriba derecha), humedad relativa (abajo izquierda) y velocidad (abajo derecha) para convección húmeda en la celda triangular, para  $T = 30^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 8,6^\circ\text{C}$ ,  $t = 0,01t_c$ .

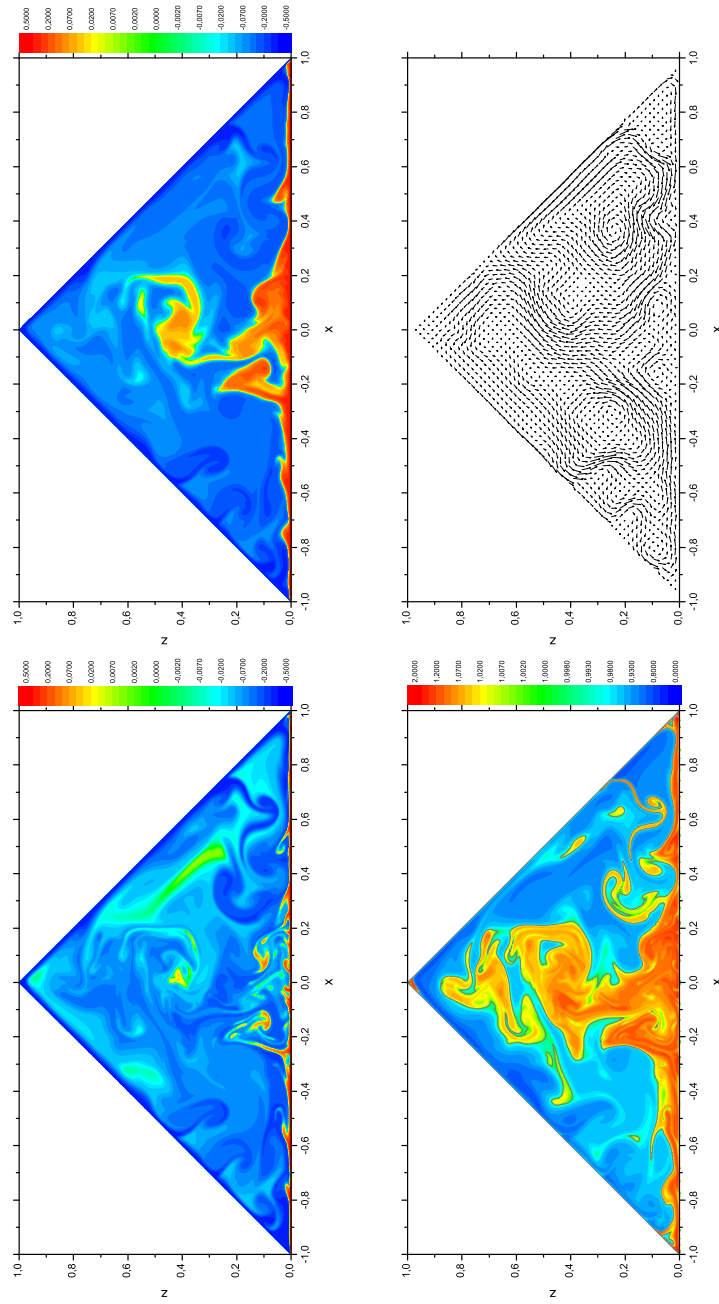


Figura 6.9: Campos de temperatura (arriba izquierda), contenido de agua (arriba derecha), humedad relativa (abajo izquierda) y velocidad (abajo derecha) para convección húmeda en la celda triangular, para  $\bar{T} = 35^\circ\text{C}$ ,  $\Delta T = 9,6^\circ\text{C}$ ,  $t = 0,01t_c$ .