Modelización y Simulación Numérica de un Destilador Solar

Ivana Carola Ramos

Tesis presentada para acceder al grado de Doctor en Física

Facultad de Matemática, Astronomía y Física Universidad Nacional de Córdoba



Modelización y Simulación Numérica de un Destilador Solar

Ivana Carola Ramos

Tesis presentada para acceder al grado de Doctor en Física

Facultad de Matemática, Astronomía y Física Universidad Nacional de Córdoba

Director: Dr. Carlos B. Briozzo

Codirector: Dra. Irene J. De Paul



A Serafín, mi hijo, mi amor, desde el principio mi motivación e inspiración para trabajar cada día y llegar al objetivo final. Gracias por haber hecho que este trabajo haya sido realizado con todo el amor que te tengo.

Agradecimientos

El primer y más grande de los agradecimientos para el Dr. Carlos Briozzo, director de este trabajo, por su paciencia, dedicación, apoyo y entusiasmo en todo momento. Gracias por ayudarme y ocuparse, más de la cuenta muchas veces. También a su Sra. y sus hijos, gracias y sepan disculpar el tiempo robado estos años.

A la Dra. Irene De Paul, quien desde Salta brindó su apoyo y ayuda para lo que fuese necesario, gracias por preocuparse por mi y alentarme a seguir y no bajar los brazos.

A mi hijo Serafín que tenía no más de dos meses cuando empecé el doctorado y aprendió a tener paciencia, aguantar mis momentos de preocupación, escuchar ensayos de seminarios y muchas veces escuchar la lectura de un texto científico en lugar de un cuento para niños.

A mis padres, Eva y Alberto, y a mis hermanas por aliviar mi tarea de madre para poder estudiar. Un agradecimiento muy especial a mi mamá por su ayuda, su apoyo y por acompañarme siempre.

A mi comisión de doctorado y al personal de postgrado de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física.

A mis compañeros de oficina (231–232), Alba, Lucas, Pablo, Nirvana, Ana, Carla, Leo, Fede, Ivan, Tabatha, Andrés, Marco y Mauricio, por la buena onda, por prestar su PC para realizar simulaciones, por arreglarme la PC, por alguna palabra de ánimo de vez en cuando, por el café, por cuidarlo a Serafín quizas alguna vez, por simplemente escuchar aveces, muchas gracias chicos, hicieron que la tarea sea más amena.

A mi gran amiga Fernanda, por escucharme y por su paciencia durante todo el doctorado.

A todos los que de alguna forma ayudaron, MUCHAS GRACIAS...

Índice general

1.	Intr	oducci	ón	1
2.	Aná	ilisis de	e datos experimentales	5
	2.1.	Experi	imentos y análisis inicial	5
		2.1.1.	Dispositivo y protocolo experimental	5
		2.1.2.	Análisis inicial de datos	8
	2.2.	Reaná	lisis de los datos	10
		2.2.1.	EEMD de las series de $h \ge r$	12
		2.2.2.	Dependencia de h con r	15
		2.2.3.	Reconstrucción de la dinámica de h	20
		2.2.4.	Espectros de Hilbert de h	26
	2.3.	Recapi	itulación	37
3.	Mo	delo te	rmohidrodinámico	39
	3.1.	Model	o termodinámico	40
		3.1.1.	Presión de saturación	41
		3.1.2.	Fracción molar y factor de aumento	41
		3.1.3.	Mezclas y factor de compresibilidad	41
		3.1.4.	Mixing ratio y humedad específica	42
		3.1.5.	Densidad	42
		3.1.6.	Coeficiente de expansión térmica	43
		3.1.7.	Coeficiente de expansión másico	43
		3.1.8.	Capacidad calórica específica a presión constante	44
		3.1.9.	Viscosidad cinemática y dinámica	44
		3.1.10.	Conductividad y difusividad térmica	46
		3.1.11.	Difusividad de masa	46
	3.2.	Model	o hidrodinámico	46
		3.2.1.	Transporte de materia	47
		3.2.2.	Transporte de momento	48
		3.2.3.	$Transporte de calor . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	49
		3.2.4.	Transporte de concentración	49
		3.2.5.	El sistema de ecuaciones	50
		3.2.6.	La aproximación de Boussinesq	50

		2.9.7 Deufles de méseure	50
		3.2.7. Permies de referencia	02 F F
		3.2.8. Desarrollo alrededor de los permiss de referencia	55
		3.2.9. Ecuaciones WOB adimensionales	56
		3.2.10. Ecuaciones WOB bajo y sobre la saturación	58
		3.2.11. Celda rectangular	61
		3.2.12. Celda triangular	62
	Ъ <i>Т</i> / /		0.0
4.	Met		63
	4.1.	Grillas, discretización y DFT	64
	4.2.	Discretización de operadores	67
	4.3.	Convoluciones y la regla $2/3$	69
	4.4.	Ecuación de Poisson	70
		4.4.1. Celda rectangular	73
		4.4.2. Celda triangular	76
		4.4.3. Costo computacional	79
	4.5.	Ecuaciones WOB, celda rectangular	79
	4.6.	Ecuaciones WOB, celda triangular	81
	4.7.	Integración temporal	85
5.	Con	ivección seca	87
	5.1.	Celda rectangular	87
		5.1.1. Resolución temporal	87
		5.1.2. Resolución espacial \ldots	88
		5.1.3. Escalas y parámetros	89
		5.1.4. Resultados \ldots	90
	5.2.	Celda cuadrada	97
	5.3.	Celda triangular	100
6.	Con	vección húmeda	105
	6.1.	Celda rectangular	105
	6.2.	Celda triangular	108
		6.2.1. Ciclo diario experimental	108
		6.2.2. Ecuaciones, CC y resolución	110
		6.2.3. Escalas y parámetros	111
		6.2.4. Condiciones iniciales	112
		6.2.5. Fenomenología	113
		6.2.6. Flujo térmico y de masa	127
		6.2.7. Números de Nusselt y Sherwood	136
		6.2.8. Espectros de energía cinética	140
7.	Dise	cusión y perspectivas	143
	7.1.	Discusión de los resultados	143
		7.1.1. Análisis de datos	143
		7.1.2. Simulación numérica	144

7.2	. Crítica del modelo y el método	146
	7.2.1. Modelo termodinámico	146
	7.2.2. Modelo hidrodinámico	147
	7.2.3. Método pseudoespectral	147
7.3	. Perspectivas futuras	148
A. M	odelo termodinámico	151
A.1	L. Presión de saturación	151
A.:	2. Fracción molar v factor de aumento	153
Α.:	B. Mezclas v factor de compresibilidad	154
A.4	4. Mixing ratio	156
Α.	5. Humedad específica	156
Α.6	6. Densidad	157
	A.6.1. Aire seco v vapor de agua	157
	A.6.2. Aire húmedo \ldots	158
	A.6.3. Aire mojado	159
	A.6.4. ρ a través de la curva de saturación	159
	A.6.5. ρ en función de la concentración	159
Α.	7. Coeficiente de expansión térmica	160
	A.7.1. Aire seco	160
	A.7.2. Aire húmedo	161
	A.7.3. Aire mojado \ldots	161
	A.7.4. α a través de la curva de saturación	164
	A.7.5. α en función de la concentración $\ldots \ldots \ldots \ldots$	164
А.8	8. Coeficiente de expansión másico	164
	A.8.1. Aire húmedo	165
	A.8.2. Aire mojado	166
	A.8.3. β a través de la curva de saturación	166
A.9	9. Capacidad calórica específica	167
	A.9.1. Aire seco	167
	A.9.2. Vapor de agua	168
	A.9.3. Aire húmedo	169
	A.9.4. Agua líquida	170
	A.9.5. Aire mojado	170
	A.9.6. c_p a traves de la curva de saturación	172
	A.9.7. c_p en función de la concentración	173
	A.9.8. Calor latente específico del agua	173
Α.	10.Viscosidad cinemática	174
	A.10.1. Generalidades	174
	A.10.2. Aire seco	176
	A.10.3. Vapor de agua	176
	A.10.4. Aire húmedo	176
	A.10.5. Aire mojado	179
	A.10.6. ν a través de la curva de saturación	182

ÍNDICE GENERAL

A.10.7. ν en función de la concentración	182
A.10.8. Una aproximación relevante	182
A.10.9. Selección del modelo	183
A.11.Conductividad térmica	184
A.11.1. Aire seco	185
A.11.2. Vapor de agua	185
A.11.3. Aire húumedo	186
A.11.4. Aire mojado	188
A.11.5. K a través de la curva de saturacion	188
A.11.6. K en función de la concentración	188
A.11.7. Difusividad térmica	189
A.12.Difusividad de masa	189
A.13.Coeficientes en el estado de referencia	190
A.14.Linealización de la humedad especifica	191
B. Ecuación de Laplace	197
B.1. Celda rectangular	197
B.2. Celda cuadrada	204

Índice de figuras

2.1. Esquema del destilador	6
2.2. Fotografía del destilador	7
2.3. Series de temperaturas	9
2.4. Series de h	10
2.5. EMD de h , configuración 1 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	13
2.6. EMD de h , configuración 2 $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	14
2.7. h rápido y lento, configuración 1	15
2.8. h rápido y lento, configuración 2 $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	16
2.9. EMD de r , configuración 1	17
$2.10. r$ rápido y lento, configuración 1 $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	18
2.11. EMD de r , configuración 2	19
$2.12. r$ rápido y lento, configuración $2 \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	20
$2.13. h$ vs. r , configuración $1 \dots $	21
2.14. h vs. r , configuración 2	21
2.15. h vs. r_s , configuración 1	22
2.16. h vs. r_s , configuración 2	23
2.17. Reconstrucción de r_s , h , h_s y h_f , configuración 1	25
2.18. Reconstrucción de r_s , h , h_s y h_f , configuración 2	26
2.19. Reconstrucción de IMF 1 a 6, configuración 1	27
2.20. Reconstrucción de IMF 1 a 6, configuración 2 \ldots \ldots \ldots	28
2.21. Reconstrucción normalizada de IMF 1 a 6, configuración 1	29
2.22. Reconstrucción normalizada de IMF 1 a 6, configuración 2	30
2.23. Espectro de Fourier de h , configuración 1 $\ldots \ldots \ldots \ldots$	31
2.24. Espectro de Fourier de h , configuración 2 $\ldots \ldots \ldots \ldots$	31
2.25. Espectros de Hilbert de h , configuración 1	32
2.26. Espectros de Hilbert de h , configuración 2	34
2.27. IAS de h , configuración 1 \ldots	35
2.28. IAS de h , configuración 2 \ldots	36
4.1. Celda triangular real e imagen	82
4.2. Simetrías de la velocidad	83
5.1. Convección seca, celda rectangular, $R_T = 5R_c \dots \dots \dots$	91

5.2. Convección seca, celda rectangular, $R_T = 50R_c$ 9)2
5.3. Convección seca, celda rectangular, $R_T = 500R_c$ 9)3
5.4. Convección seca, celda rectangular, $R_T = 5000R_c$ 9) 4
5.5. Convección seca, celda rectangular, $R_T = 50000R_c$ 9)5
5.6. Convección seca, celda rectangular, $R_T = 500000R_c \dots \dots 9$	<i>)</i> 6
5.7. Convección seca, celda rectangular, grilla subdimensionada \therefore 9)7
5.8. Convección seca, celda cuadrada, $R_T = 5R_c$ 9)8
5.9. Convección seca, celda cuadrada, $R_T = 5000R_c$ 9	99
5.10. Convección seca, celda cuadrada, $R_T = 500000R_c$ 10)()
5.11. Convección seca, celda triangular, $R_T = 5R_c \dots \dots$)1
5.12. Convección seca, celda triangular, $R_T = 500000R_c$ 10)2
5.13. Solución de la ecuación de Laplace, celda triangular 10)3
6.1. Convección húmeda, celda rectangular, $\bar{T} = 18^{\circ}$ C 10)6
6.2. Convección seca y húmeda, celda rectangular, $\bar{T} = 54^{\circ}$ C 10)7
6.3. Ciclo diario de \overline{T} y ΔT)9
6.4. Inicio de onvección humeda, $\overline{T} = 35^{\circ}$ C	12
6.5. Celda triangular húmeda, $T = 18^{\circ}$ C	15
6.6. Celda triangular húmeda, $T = 20^{\circ}$ C	16
6.7. Celda triangular húmeda, $T = 25^{\circ}$ C	ι7
6.8. Celda triangular húmeda, $T = 30^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	18
6.9. Celda triangular húmeda, $T = 35^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	19
6.10. Celda triangular húmeda, $T = 40^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	20
6.11. Celda triangular húmeda, $T = 45^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	21
6.12. Celda triangular húmeda, $T = 48,2^{\circ}$ C	22
6.13. Celda triangular húmeda, $T = 50^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	23
6.14. Celda triangular húmeda, $T = 52^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	24
6.15. Celda triangular húmeda, $T = 52.6^{\circ}$ C	25
6.16. Celda triangular húmeda, $T = 53,5^{\circ}$ C	26
6.17. Flujo térmico numérico a $\overline{T} = 20^{\circ}$ C	28
6.18. Rendimiento numérico a $\overline{T} = 20^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	29
6.19. Flujo térmico numérico a $\overline{T} = 35^{\circ}$ C	30
6.20. Rendimiento numérico a $T = 35^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	31
6.21. Flujo térmico numérico a $\overline{T} = 52^{\circ}$ C	32
6.22. Rendimiento numérico a $T = 52^{\circ}$ C $\dots \dots \dots$	33
6.23. Flujo térmico numérico vs. experimental	35
6.24. Rendimiento numérico vs. experimental	36
6.25 . Número de Nusselt \ldots 13	38
6.26. Número de Sherwood	39
6.27. Espectros de energía, $\overline{T} = 35^{\circ}$ C	1 1
A.1. Modelos de p_s	52
A.2. Factor de aumento	54
A.3. Factor de compresibilidad	55

ÍNDICE DE FIGURAS

A.4. Modelo de c_p para aire seco $\ldots \ldots \ldots$.67
A.5. Modelo de c_p para vapor	69
A.6. Modelo de l_v para agua $\ldots \ldots \ldots$.73
A.7. Modelo de η para aire seco $\ldots \ldots \ldots$	75
A.8. Modelo de η para vapor $\ldots \ldots \ldots$	77
A.9. Modelo de K para aire seco $\ldots \ldots \ldots$	84
A.10.Modelo de K para vapor	86
A.11.Humedad específica de saturación q_s	92
A.12.Linealización óptima de q_s	94

ÍNDICE DE FIGURAS

Índice de tablas

6.1.	Parámetros de control
A.1.	Coeficientes del modelo de $p_s(T)$
A.2.	Coeficientes del modelo de $f\left(T,p\right)$
A.3.	Coeficientes del modelo de $z_m(N_v, T)$
A.4.	qbajo y sobre la saturación
A.5.	Coeficientes del modelo de $c_{p,d}$
A.6.	Coeficientes del modelo de $c_{p,v}$
A.7.	Coeficientes del modelo de η_d
A.8.	Coeficientes del modelo de η_v
A.9.	Coeficientes del modelo de K_d
A.10	Coeficientes del modelo de K_v
A.11	Coeficientes del modelo de D

ÍNDICE DE TABLAS

Capítulo 1 Introducción

El noroeste argentino (NOA), junto con otras varias regiones del país, es hogar de un número de comunidades relativamente aisladas, sin fácil acceso a transporte terrestre o fuentes de energía tradicionales. Un problema particularmente crítico es la escasez de agua apta para consumo humano, ya que muchas veces la escasa agua disponible en esta zona árida presenta minerales disueltos que la hacen no potable. La solución obvia es la destilación del agua disponible; sin embargo esto es muy costoso en términos energéticos, tanto que el costo energético de bombear un litro de agua desde una fuente subterránea (aún de apreciable profundidad), resulta despreciable frente al de destilarla por evaporación. Por ello se impone el uso de una fuente de energía abundante, barata y disponible *in situ*. Siendo el NOA una región con gran insolación, el uso de la energía solar resulta el más adecuado.

Existen muchos diseños de destiladores solares, pero en esencia todos ellos se reducen a una batea de fondo oscuro y cubierta transparente. Llenada parcialmente de agua, la radiación solar calienta el fondo de la batea, lo que a su vez calienta el agua. El transporte de calor hacia la superficie libre de ésta se produce por conducción y, principalmente, por convección. El enfriamiento de la superficie libre se produce principalmente por evaporación, y el trasporte de aire saturado hacia la tapa de la batea por convección. En la cubierta, relativamente fría por su contacto con la atmósfera circundante, se produce la condensación del vapor; el agua condensada se desliza a lo largo de la cubierta inclinada hacia canaletas ubicadas a los lados de la batea, donde es recogida por goteo.

Resulta evidente de lo anterior que, como sistema físico, un destilador solar es un sistema termodinámico abierto, fuera de equilibrio y complejo en su dinámica: el régimen de tranporte convectivo en el aire, la eficiencia de la condensación en la cubierta, las condiciones de contorno impuestas por los laterales de la batea y la temperatura del aire circundante, etc., influyen en su rendimiento. Es entonces difícil *a priori* decidir si un diseño dado será eficiente, o cómo modificar uno existente para aumentar su eficiencia. Sin embargo, por motivos obvios desearíamos maximizar la eficiencia manteniendo a la vez un diseño simple y económico.

A este respecto la construcción de modelos experimentales resulta crucial, ya que permiten estudiar la influencia de diferentes aspectos de diseño sobre el rendimiento, en un ambiente controlado con escasos factores de confusión. Hace ya varios años se construyó en la Universidad Nacional de Salta (UNSa) un modelo experimental de destilador solar de batea, el cual permite simular las condiciones de funcionamiento de campo controlando la temperatura del agua de la batea, y midiendo a la vez varios parámetros de interés como la temperatura del agua, la temperatura interna y externa del vidrio de la cubierta, la temperatura ambiente y el rendimiento de agua destilada. También puede cambiarse la geometría de la cubierta, a fin de estudiar la influencia de distintos ángulos de inclinación de la misma.

Con este modelo se han llevado a cabo desde entonces numerosos experimentos, tanto en condiciones de funcionamiento estático como simulando el ciclo diario de calentamiento y enfriamiento real. Fue sobre estos últimos que la autora de la presente Tesis realizó su Trabajo Final de Licenciatura, participando tanto en la adquisición de datos como en el posterior análisis de los mismos.

El análisis de los datos recogidos en esas experiencias mostró que, llegado a un cierto punto del ciclo de calentamiento, el destilador variaba de manera notoria y relativamente súbita su comportamiento, lo que se manifestaba como una intensificación apreciable de la transferencia térmica y del rendimiento. Se llegó a la conclusión de que se estaba en presencia de dos regímenes de funcionamiento diferentes, en uno de los cuales la transferencia térmica convectiva sobre la cubierta resulta apreciablemente mayor que la esperada.

Experiencias de visulización de flujos mostraron que el ambiente en el interior del destilador era una mezcla de aire, vapor y gotas de agua, sometida una fuerte turbulencia de origen convectivo, sugiriendo que los resultados obtenidos estaban relacionados probablemente a procesos de tipo caótico producidos por el flujo turbulento del aire y vapor en el interior del destilador. Esta hipótesis fue parcialmente confirmada por un subsecuente análisis de series temporales del coeficiente de transferencia térmica, que mostró que sus exponentes de Lyapunov tomaban alternadamente valores positivos y negativos, confirmando tentativamente el carácter caótico del funcionamiento del destilador. La disponibilidad de datos comparables para dos geometrías diferentes de la cubierta permitió también determinar que la misma tenía una influencia apreciable sobre este fenómeno.

Sin embargo, estos resultados no eran para nada suficientes para establecer criterios de control que permitieran optimizar el funcionamiento de un destilador haciendo uso de las características caóticas, concluyéndose que para ello era necesario un estudio más detallado tanto de los datos disponibles como de la dinámica interna del destilador. En esta Tesis pretendemos justamente llevar a cabo dicho estudio.

Comenzaremos en el Capítulo 2 repasando los resultados experimentales y su primer análisis, para luego realizar un nuevo análisis más detallado mediante técnicas especialmente adaptadas al estudio de series temporales no estacionarias y provenientes de una dinámica no-lineal. Concluiremos que la comprensión de la fenomenología requiere el desarrollo de un modelo termohidrodinámico del interior del destilador, lo bastante detallado para capturar los aspectos esenciales de su dinámica, y la simulación numérica del mismo, plan que procederemos a desarrollar en los Capítulos siguientes.

En el Capítulo 3 desarrollaremos primero un modelo termodinámico de la mezcla de aire, vapor y gotitas de agua que llena el destilador, y calcularemos las funciones y coeficientes termodinámicos necesarios para describir los procesos que allí se desarrollan, los que en todos los casos serán considerados isobáricos. A continuación procederemos a desarrollar un modelo hidrodinámico basado en el anterior, el que incluirá el efecto fundamental de la transición de fase agua-vapor sobre los procesos de transporte. Dada la complejidad del problema, decidiremos formular sólo un modelo 2D.

En el Capítulo 4 desarrollaremos el método de resolución numérica de las ecuaciones hidrodinámicas. Optaremos por un método pseudoespectral basado en la transformada de Fourier. Su adaptación a las condiciones de contorno no-libres del problema a tratar, y el desarrollo de un resolvedor ultra-rápido para la ecuación de Poisson asociada, serán expuestos en detalle, así como la definición de las grillas directa y conjugada, la discretización de operadores y el tratamiento de una geometría triangular.

En el Capítulo 5 pondremos a prueba diversos aspectos del método pseudoespectral en el terreno mucho más simple de la convección seca. Procederemos aumentando gradualmente la dificultad desde el clásico problema de convección de Rayleigh–Bénard en una celda rectangular lateralmente periódica, pasando por una celda cuadrada cerrada, hasta la celda triangular que modela la geometría del destilador. Podremos así en cada caso validar secciones separadas del código en un caso donde, al menos en principio, tenemos resultados conocidos con los que comparar.

En el Capítulo 6 acoplaremos al código hidrodinámico el modelo termodinámico desarrollado en el Capítulo 3, procediendo al modelado de convección húmeda. Nuevamente procederemos en orden creciente de complejidad desde una celda rectangular hasta la celda triangular. En ese punto procederemos a simular en detalle el funcionamiento del modelo experimental de destilador en diversos momentos a lo largo del ciclo diario de calentamiento. Estudiaremos la fenomenología y la compararemos con observaciones directas correspondientes a una de las geomtrías ensayadas experimentalmente. También calcularemos el flujo térmico y el rendimiento de destilado y los compararemos con los correspondientes resultados experimentales. Finalmente expondremos brevemente resultados sobre los números de Nusselt y de Sherwood y sobre el espectro de energía cinética.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

Concluiremos en el Capítulo 7 haciendo una crítica de los aspectos tanto positivos como negativos del desarrollo realizado, discutiendo cuáles son los logros alcanzados y cuáles son las mejoras posibles, y concluiremos exponiendo algunas perspectivas de desarrollos futuros.

Debido a su extensión y aridez, y en bien de una lectura más tersa y amena de esta Tesis, los detalles técnicos y matemáticos tanto del modelo termodinámico como de algunas partes del método pseudoespectral han sido removidos del texto principal y son expuestos en los Apéndices A y B, respectivamente.

Capítulo 2

Análisis de datos experimentales

En este capítulo presentaremos una breve recapitulación de algunos experimentos realizados con un modelo de laboratorio del destilador solar, describiendo el dispositivo experimental, los protocolos de medición y los conjuntos de datos adquiridos; repasaremos también el análisis de datos inicial realizado sobre dos series experimentales particulares. Estos datos y su primer análisis forman parte de la Tesina de Licenciatura en Física [1] de la autora de la presente Tesis, titulada *Estudio de sistemas dinámicos aplicado a la intensificación de la transferencia térmica caótica en un destilador*.

Posteriormente procederemos a un reanálisis de las mismas series de datos experimentales por métodos que, en nuestra opinión, son más adecuados e informativos para el estudio de series temporales provinientes de fenómenos no-lineales y no-estacionarios.

2.1. Experimentos y análisis inicial

Haremos aquí una revisión de los resultados experimentales y el análisis de datos realizado inicialmente [1]. No pretendemos reproducir exhaustivamente lo allí realizado, sino solamente exponer aquellas partes que serán necesarias en lo que sigue. Primero se presentará una descripción del dispositivo experimental y los datos recogidos para luego describir el análisis realizado y sus conclusiones.

2.1.1. Dispositivo y protocolo experimental

El destilador solar tipo batea con cubierta a dos aguas, es un dispositivo de uso extendido en el ámbito de las energías renovables para suministrar agua potable a poblaciones aisladas que cuentan con agua no apta para consumo humano. Las carcaterísticas de su comportamiento térmico-



Figura 2.1: Esquema del modelo de laboratorio de destilador utilizado en los experimentos. (Tomado de [1].)

fluidodinámico eran poco conocidas y los modelos computacionales desarrollados para predecir su rendimiento [2, 3] no reproducían bien los resultados experimentales. Esto dio origen a una serie de trabajos orientados a lograr un más completo conocimiento de los procesos involucrados en su funcionamiento con el fin de optimizar su producción y los modelos predictivos [4]–[20].

Motivado por esta situación, se construyó un modelo de laboratorio a escala real cuya geometría y condiciones térmicas de funcionamiento pueden variarse de manera controlada, procurando determinar la influencia de los distintos parámetros que intervienen en el proceso sobre la productividad del destilador. Un esquema del modelo se muestra en la figura 2.1, y una fotografía del mismo en la figura 2.2.

En la serie de experimentos que nos concierne se ensayaron dos geometrías, con la pendiente de la cubierta formando un ángulo α (ver figura 2.1) de 20° y 45°, variando la temperatura del agua en la batea en el rango normal de trabajo de un destilador solar en condiciones de campo. Se midió el volumen destilado y la temperatura del agua y de la superficie interna y externa de la cubierta en varios puntos empleando termocuplas. Se establecieron correlaciones de productividad, número de Rayleigh, número de Nusselt y coeficiente de transferencia térmico con la temperatura del agua. Los ensayos se realizaron con distintas condiciones de calentamiento, tanto estacionario como periódico simulando el ciclo diario de calentamiento solar.

Experiencias de visualización de flujos [21, 22] mostraron que el ambiente en el interior del destilador es una mezcla de aire, vapor y gotas de agua, sometida a una fuerte turbulencia de origen convectivo. La figura 2.2, tomada de una de dichas experiencias, permite apreciar una columna ascendente y turbulenta de aire sobresaturado y gotitas de agua sobre el centro de la batea.

Los resultados obtenidos con calentamiento periódico permitieron no sólo caracterizar el funcionamiento en estado estacionario sino que mostraron un



Figura 2.2: Fotografía del modelo de laboratorio de destilador utilizado en los experimentos, tomada de una experiencia de visualiuzación de flujo. Nótese la columna sobresaturada ascendente sobre el centro de la batea. (Tomado de [1].)

fenómeno hasta ese momento no observado, cual es la intensificación de la transferencia térmica convectiva que se manifiesta en valores significativamente altos del coeficiente de transferencia térmica h. Estos primeros resultados sugirieron que el origen de este fenómeno se encuentra en procesos de tipo caótico producidos por el flujo turbulento del aire y vapor en el interior de destilador.

Sin embargo para confirmar estos resultados y poder relacionar la intensificación de la transferencia térmica a parámetros constructivos, se requería caracterizar los procesos caóticos a partir del análisis de las series temporales medidas.

2.1.2. Análisis inicial de datos

En [1] se realizó un extensivo análisis de los datos experimentales correspondientes a dos geometrías con pendientes del techo de la cubierta formando ángulos de 20° y 45° (de ahora en más configuración 1 y configuración 2, respectivamente). Presentaremos aquí sólo un breve resumen de los resultados obtenidos, que no pretende ser completo.

La temperatura del agua de la batea se varió en el rango normal de trabajo de un destilador a lo largo del ciclo diario de calentamiento solar, durante cinco días consecutivos, aunque también se realizaron ensayos con calentamiento estacionario. Los principales datos recogidos fueron volumen destilado (a intervalos de 10 min), y temperatura del agua y de la superficie interna y externa de la cubierta en dos puntos (mediante termocuplas, a intervalos de 5 min).

Para cada configuración se calculó el coeficiente de transferencia térmica h como

$$h = \frac{K}{e} \frac{T_{\rm int} - T_{\rm ext}}{T_{\rm vapor} - T_{\rm int}},$$
(2.1)

donde K es la conductividad térmica del vidrio de la cubierta, e su espesor, $T_{\rm int}$ y $T_{\rm ext}$ las temperaturas interna y externa del vidrio, respectivamente, y $T_{\rm vapor}$ la temperatura media del fluido en el interior, la cual se calcula como un promedio entre la temperatura del agua y la temperatura media del techo.

La figura 2.3 muestra el comportamiento térmico del destilador (temperatura del vidrio por dentro y por fuera, temperatura del agua y temperatura ambiente) para ambas configuraciones. En primer lugar se puede observar la repetibilidad de las secuencias diarias de medidas. La diferencia más notable entre los resultados para una y otra serie es que para la configuración 1 el agua alcanza mayor temperatura máxima que para la configuración 2.

La evolución temporal de h se muestra en la figura 2.4, y evidencia que el máximo no coincide exactamente con la hora de mayor temperatura del agua (existe un pequeño lapso de tiempo de diferencia entre estos máximos), que en la experiencia es la hora de mayor producción del destilador. Este



Figura 2.3: Series temporales de temperaturas para las configuraciones 1 (arriba) y 2 (abajo). (Tomado de [1].)

comportamiento se repite para las dos geometrías ensayadas, a lo largo de toda la semana. Además es notable la diferencia de alturas entre los máximos de ambas series, siendo para la configuración 1 casi el triple que para la 2.

El análisis de Fourier de las series de h (no mostrado aquí, ver figuras 2.23 y 2.24) mostró un espectro donde predominan las frecuencias bajas con contribuciones armónicas de orden superior. El análisis de h en función del parámetro de control

$$r = \frac{R - R_c}{R_c} \tag{2.2}$$

donde R es el número de Rayleigh y R_c su valor crítico (tampoco mostrado aquí, ver figuras 2.13 y 2.14) pareció indicar la presencia de bifurcaciones así como rangos de acumulación y de carencia de valores de h. En la serie correspondiente a los datos de la configuración 1 pareciera haber dos bifurcaciones en tanto que para la configuración 2 sólo parece haber una.

Se calcularon también los exponentes de Lyapunov de h (no mostrados aquí) hallándose que estos no presentaban valores positivos en la configura-



Figura 2.4: Series temporales de coeficiente de transferencia térmica h para las configuraciones 1 (arriba) y 2 (abajo). (Tomado de [1].)

ción 1, pero sí para la configuración 2.

De acuerdo a este análisis se concluyó en esa ocasión [1], que había evidencia suficiente del carácter caótico del funcionamiento del destilador, según los criterios para determinar experimentalmente la presencia de caos [23]. Además se consideró que había evidencia de la influencia de la geometría sobre este comportamiento. Dicha evidencia se juzgó insuficiente, sin embargo, para establecer criterios de control que permitieran optimizar el funcionamiento del destilador haciendo uso de estos fenómenos.

2.2. Reanálisis de los datos experimentales

La primera tarea durante el desarrollo de esta Tesis consitió en reanalizar los datos experimentales disponibles [1], ya que se consideró que estos podían contener información relevante sobre la dinámica interna del destilador, no accesible mediante las técnicas de análisis empleadas anteriormente.

El análisis de Fourier presupone que el proceso subyacente es lineal y estacionario, y para estos casos proporciona excelentes resultados. Sin embargo cuando tratamos con fenómenos transitorios o intermitentes, o la dinámica subyacente es fundamentalmente no lineal, los resultados, en particular el espectro de potencia de Fourier (FPS), pueden ser confusos. Algunos de estos problemas, en particular el de la no-estacionariedad, pueden aliviarse recurriendo a windowing o a descomposicones en wavelets, pero ello sacrifica resolución espectral a cambio de resolución temporal. Dado que las series de h constan de sólo 288 valores diarios, esta característica se consideró indeseable.

Existe sin embargo un método relativamente reciente [24] que puede tratar con señales de amplitud y frecuencia variables sin sacrificar resolución en el dominio de tiempo ni en el de frecuencia, conocido como Descomposición en Modos Empíricos (EMD), y empleado generalmente en asociación con la Transformada de Hilbert–Huang (HHT). Este método ha tenido una aceptación entusista en la comunidad de geociencias, donde ha hallado numerosas aplicaciones [25, 26, 27, 28], pero desgraciadamente es aún poco conocido en otros ámbitos. No pretenderemos dar aquí más que una somera idea de su funcionamiento, y recomendamos al lector interesado remitirse al excelente artículo de Huang y colaboradores [24].

Una señal x(t) es una rotación propia si niguno de los máximos locales de x(t) es negativo, ninguno de sus mínimos es positivo, y si su valor medio local es (cercano a) cero. En ese caso se puede construir una señal conjugada y(t) como su transformada de Hilbert,

$$y(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{\infty}^{\infty} \frac{x(s)}{t-s} ds, \qquad (2.3)$$

donde P indica la parte principal de la integral impropia. La señal compleja z(t) = x(t) + iy(t) es entonces una función analítica, que descompuesta en forma polar

$$z(t) = A(t)e^{i\theta(t)} \tag{2.4}$$

provee inmediantemente una amplitud A(t), una fase $\theta(t)$ y una frecuencia $\omega(t)$ instantáneas [29] como

$$A(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}, \qquad \theta(t) = \arctan\left(\frac{y(t)}{x(t)}\right), \qquad \omega(t) = \frac{d\theta(t)}{dt}.$$
(2.5)

Por supuesto la gran mayoría de las señales *no* son rotaciones propias, pero la EMD provee un medio de descomponer una señal en una suma de rotaciones propias, llamadas sus *funciones modales intrínsecas* (IMF) [30], que *sí* lo son. Las IMF son señales oscilatorias de amplitud y frecuencia variables que se construyen por un proceso iterativo partiendo solamente de la señal original.

Presentaremos a continuación un nuevo análisis de las series temporales de coeficiente de transferencia térmica h y parámetro de control r por EMD y HHT. Específicamente el algoritmo que se emplea es el de EMD por Ensemble (EEMD) [31, 32], ya que produce mejores resultados en cuanto a separación de frecuencias y mucho menor mezcla de modos que el análisis por EMD "simple".

2.2.1. EEMD de las series de $h \mathbf{y} r$

La figura 2.5 muestra la EMD completa de la serie temporal de h correspondiente a la configuración 1, y la figura 2.6 la muestra para la configuración 2. En ambos casos puede apreciarse media docena de modos "rápidos" (IMF 1 a 6), con frecuencias medias que van desde aproximadamente el doble de la frecuencia de Nyquist del muestreo $(0,1 \text{ min}^{-1})$ hasta una frecuecia de alrededor $1/3 \text{ hs}^{-1}$ y amplitudes relativamente pequeñas, y que resumen la dinámica "fluctuante" debida a los diversos modos convectivos de la mezcla aire-vapor en el destilador. Le siguen, para ambas configuraciones, un modo con frecuencia semi-diurna (IMF 7) y uno con frecuencia diurna (IMF 8), de amplitudes mucho mayores, que corresponden a la dinámica global esclavizada a la modulación diurna del parámetro de control, impuesta por el protocolo experimental; estas amplitudes son mayores para la configuracín 2. Finalmente se observan tres modos "lentos" de amplitudes intermedias (IMF 9, 10 y 11), que dan cuenta de la dinámica lenta debida a variaciones graduales en los parámetros ambientales no controlados.

En la figura 2.7 se muestra, para la configuración 1, la descomposición de h en una componente "lenta" h_s obtenida sumando las IMF 7 a 11, y una componente "rápida" h_f obtenida sumando las IMF 1 a 6. La componente lenta se muestra superpuesta a la serie experimental, lo que pone de manifiesto las buenas propiedades de separación de escalas temporales de la descomposición. Lo mismo se muestra en la figura 2.8 para la configuración 2.

Las figuras 2.9 y 2.10 son análogas a las figuras 2.5 y 2.7, respectivamente pero corresponden a la serie temporal del parámetro de control r en la configuración 1. Puede parecer extraño que el parámetro de control muestre componentes "rápidas", pero debe recordarse que r se define en base a la temperatura del agua de la batea y a la temperatura interna del techo del destilador, que por necesidades del diseño experimental no son cantidades directamente controladas. La cantidad bajo control experimental directo es la temperatura de la base de la batea, por lo que r posee su propia dinámica, sólo parcialmente bajo control. De todas maneras, puede apreciarse que la amplitud de las componentes "rápidas" (IMF 1 a 6) e incluso "lentas" (IMF 9 a 12) de r es mucho menor que la de sus componentes semidiurna (IMF 7) y sobre todo diurna (IMF 8), por lo que en principio es correcto considerarlo un parámetro de control. Las figuras 2.11 y 2.12 son análogas para el parámetro de control r correspondiente a la configuración 2, donde se obtienen 11 IMF



Figura 2.5: EMD para la serie temporal de h de la configuración 1.



Figura 2.6: EMD para la serie temporal de h de la configuración 2.



Figura 2.7: Componentes rápida (abajo) y lenta (arriba, en rojo) de h, para la configuración 1. Se muestra también la serie original (arriba, en negro).

y se distiguen entre las componentes "rápidas" las IMF 1 a 5, mientras las IMF 6 a 11 constituyen la dinámica "lenta".

2.2.2. Dependencia de $h \operatorname{con} r$

Como mencionamos en la Sección 2.1.2 ya se había realizado inicialmente [1] un análisis del comportamiento de h como función del parámetro de control r, el que es reproducido aquí en la figura 2.13 para la serie correspondiente a la configuración 1, y en la figura 2.14 para la configuración 2. El resultado que allí se muestra parece sugerir la presencia de una bifurcación, así como la posible existencia de histéresis.

Sin embargo la EMD de r que se ha obtenido sugiere fuertemente que



Figura 2.8: Componentes rápida (abajo) y lenta (arriba, en rojo) de h, para la configuración 2. Se muestra también la serie original (arriba, en negro).

deberíamos tomar como parámetro de control sólo la componente "lenta" r_s de r (ver figuras 2.10 y 2.12), ya que las componetes "rápidas" representan esencialmente su contaminación por factores ambientales incontrolables. Similarmente, la EMD realizada para h sugiere la conveniencia de analizar por separado la dependencia de sus componentes "lenta" h_s y "rápida" h_f en función de r_s .

El resultado para la configuración 1 se muestra en la figura 2.15. En el panel superior puede verse que tomar r_s en lugar de r muestra que, si hay bifurcación, hay dos en lugar de una, y sin histéresis. El panel central muestra que la dependencia de h_s con r_s es prácticamente determinista y continua, sin bifurcaciones ni histéresis, consistentemente con la imagen de que la dinámica secular de h está completamente esclavizada al forzamiento.



Figura 2.9: EMD para la serie temporal de r, configuración 1.



Figura 2.10: Componentes rápida (abajo) y lenta (arriba, en rojo) de r, para la configuración 1. Se muestra también la serie original (arriba, en negro).

Finalmente, el panel inferior muestra que la dinámica rápida de h consiste de dos regímenes bien diferenciados: para casi todos los valores de r, h_f muestra una dispersión de valores relativamente reducida y simétrica alrededor de cero; pero en el rango aproximado $400 < r_s < 450$ sus valores saltan bruscamente al rango $20 < h_f < 40$. Esto induce a sospechar que para ese rango de valores de r_s ocurre un cambio de régimen hidrodinámico en la circulación del aire interior al destilador: el rango de valores "anómalo" de h_f estaría evidenciando el fuerte desorden en la estructura convectiva durante la transición del régimen correspondiente a r pequeño al correspondiente a r grande o viceversa.

Esto mismo se muestra para la configuración 2 en la figura 2.16, donde, aunque también ocurre un salto de los valores de h para valores intermedios



Figura 2.11: EMD para la serie temporal de r, configuración 2.



Figura 2.12: Componentes rápida (abajo) y lenta (arriba, en rojo) de r, para la configuración 2. Se muestra también la serie original (arriba, en negro).

de r, este no es tan pronunciado, lo que hace sospechar que debido a la geometría del destilador este cambio en el régimen de circulación del aire interior del destilador es menos "violento" y más "ordenado".

2.2.3. Reconstrucción de la dinámica de h

El paso siguiente en la comprensión de la evolución de h en el tiempo es la reconstrucción de la dinámica. También inicialmente [1] se había realizado una reconstrucción de la dinámica tanto de h como de r por el método de Ruelle-Takens. Sin embargo el Teorema de Takens [33] es válido rigurosamente para sistemas autónomos, mientras que en este caso estamos tratando con un sistema forzado periódicamente. Trabajos recientes [34, 35]



Figura 2.13: Coeficiente de transferencia térmica h en función del parámetro de control r, en la configuración 1.



Figura 2.14: Coeficiente de transferencia térmica h en función del parámetro de control r, en la configuración 2.



Figura 2.15: Coeficiente de transferencia térmica h medido (arriba) y sus componentes lenta h_s (centro) y rápida h_f (abajo), en función de la componente lenta r_s del parámetro de control, para la configuración 1.



Figura 2.16: Coeficiente de transferencia térmica h medido (arriba) y sus componentes lenta h_s (centro) y rápida h_f (abajo), en función de la componente lenta r_s del parámetro de control, para la configuración 2.

han mostrado que en ese caso un buen espacio de reconstrucción para una dada variable dinámica x es (x, v_x, ϕ) , donde v_x es la velocidad de la variable x y ϕ es la fase del forzamiento (que por supuesto debe tomarse módulo 2π).

En nuestro caso, la reconstrucción de la dinámica de h debe hacerse entonces en el espacio $(h, dh/dt, \phi)$. Sin embargo la presencia de modos de variación muy rápida (hasta frecuencias cercanas a la de Nyquist) hace que el cálculo de dh/dt sea propenso a errores numéricos grandes, y su mitigación mediante filtrado eliminaría información relevante sobre la dinámica a escalas temporales cortas. En este punto es útil reemplazar dh/dt por (menos) su transformada de Hilbert \bar{h} , lo que da un espacio de reconstrucción topológicamente equivalente, mientras que el cálculo de \bar{h} es mucho menos susceptible a errores numéricos. Por otro lado, la fase del forzamiento se identifica con la fase del parámetro de control r_s , calculada como el ángulo de fase de la señal analítica formada por r_s y su transformada de Hilbert. Para visualizar correctamente el espacio de reconstrucción (h, \bar{h}, ϕ) se recurre al siguiente artificio: en un sistema de coordenadas cilíndricas (ρ, ϕ, z) se toma $\rho = \rho_0 + \bar{h}$ (con ρ_0 mayor que la amplitud de \bar{h}), ϕ igual a la fase de r_s , y z = h.

En las figuas 2.17 y 2.18 se muestran los espacios de reconstrucción (r_s, \bar{r}_s, ϕ) (éste como referencia, para poder comparar la amplitud y fase del forzamiento con los demás), (h, \bar{h}, ϕ) , (h_s, \bar{h}_s, ϕ) y (h_f, \bar{h}_f, ϕ) , correspondientes a ambas configuraciones. La esclavización de h_s a r_s resulta evidente comparando los paneles izquierdos. En los paneles derechos se evidencia el rango de valores "anómalo" de h_f , y cómo éste corresponde a valores intermedios de r_s , prácticamente opuestos en fase; también puede apreciarse que a los valores mínimos de r_s corresponde la dinámica más "ruidosa" de h.

Un análisis más detallado del comportamiento "anómalo" de h_f requiere reconstruir la dinámica para cada modo rápido por separado. Esta reconstrucción se muestra en la figura 2.19 para la configuración 1 y en la figura 2.20 para la configuración 2. En ambos casos puede apreciarse que la mayor parte de la variabilidad de h_f cerca del mínimo de r_s se debe a los modos más rápidos $(h_1, h_2 y h_3)$. También se aprecia que los modos más lentos $(h_3, h_4, h_5 y h_6)$ muestran amplitudes notablemente mayores para valores intermedios de r_s correspondientes a los valores "anómalos" de h_f ; en la misma región la dinámica de estos modos parece ser particularmente coherente en fase sobre los cinco períodos de r_s medidos, aunque esta característica resulta parcialmente oscurecida por las variaciones de amplitud.

Para poner de manifiesto la presencia de coherencia de fase, en las figuras 2.21 y 2.22 se presentan los mismos espacios de reconstrucción de las figuras 2.19 y 2.20 pero normalizando la amplitud de cada modo a $A_i = (h_i^2 + \bar{h}_i^2)^{1/2}$. Puede apreciarse que la fase de los modos h_3 , h_4 , h_5 y h_6 es notablemente coherente sólo a valores intermedios de r_s , correspondientes al rango de valores "anómalos" de h_f .

La coherencia de fase y el aumento de amplitud de los modos h_3 , h_4 ,



Figura 2.17: Espacios de reconstrucción (r_s, \bar{r}_s, ϕ) (arriba izquierda), (h, \bar{h}, ϕ) (arriba derecha), (h_s, \bar{h}_s, ϕ) (abajo izquierda) y (h_f, \bar{h}_f, ϕ) (abajo derecha), para la configuración 1.

 h_5 y h_6 , de la configuración 1, estaría indicando entonces que el rango de r correspondiente a los valores "anómalos" de h_f aparecen en el flujo, en cada ciclo del forzamiento, estructuras dinámicas similares en escala temporal y espacial, pero de amplitud mayor a la de las estructuras presentes durante el resto del ciclo. Durante el resto del ciclo, para valores de r ya sea mayores o menores al antes mencionado, las estructuras dinámicas presentes en el flujo son más estables, mostrando oscilaciones de menor amplitud y mucho menos coherentes. Esto sería consistente con la imagen mencionada antes de un cambio de régimen entre dos configuraciones del flujo relativamente estables.



Figura 2.18: Espacios de reconstrucción (r_s, \bar{r}_s, ϕ) (arriba izquierda), (h, \bar{h}, ϕ) (arriba derecha), (h_s, \bar{h}_s, ϕ) (abajo izquierda) y (h_f, \bar{h}_f, ϕ) (abajo derecha), para la configuración 2.

2.2.4. Espectros de Hilbert de h

Para obtener alguna información sobre las características dinámicas del flujo a diferentes regímenes, en el sentido de si este es caótico, turbulento o (multi)periódico, la herramienta usual es el espectro de potencia de Fourier (FPS) de la señal medida. Un análisis del FPS de las series temporales de h ya había sido realizado inicialmente [1], y los espectros de potencia correspondientes se muestran aquí en las figuras 2.23 y 2.24.

A primera vista el espectro guarda semejanza con el típico de sistemas turbulentos o caóticos, particularmente en la región de frecuencias bajas $(\nu < 24 \, {\rm dia}^{-1})$; sin embargo, el detalle de dicha región muestra que este comportamiento es principalmente aparente, debido a la serie de picos en los armónicos de 1 día⁻¹, que son debidos a la dinámica secular impuesta por el forzamiento. El problema proviene de que, si bien la dinámica secular de *h* es periódica con período de un día, esta oscilación es fuertemente anarmónica (véanse las figuras 2.7 y 2.8), lo que ocasiona una proliferación de picos en los armónicos de su frecuencia fundamental.



Figura 2.19: Espacios de reconstrucción (h_i, \bar{h}_i, ϕ) de las IMF 1 a 6 $(i = 1, \ldots, 6$ de izquierda a derecha y de arriba a abajo) para la configuración 1.