



UNC
Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP-UNC 0029492/2019

Anexo de la RCD FAMAF 193/2019, página 56 de 66

TÍTULO: Teoría de categorías			
AÑO: 2019	CUATRIMESTRE: 2°	N° DE CRÉDITOS: 3	VIGENCIA: 3 años
CARGA HORARIA: 60 horas de teoría y 30 horas de práctica.			
CARRERA/S: Doctorado en Ciencias de la Computación			

FUNDAMENTOS

La Teoría de Categorías estudia las propiedades de las funciones de una manera abstracta: aquéllas que se derivan exclusivamente de la posibilidad de componerlas. Inmediatamente las funciones pasan a constituir tan solo un ejemplo más (importante, por cierto) de Categoría, pero surgen muchísimos otros que comparten con las funciones el tener definida una noción asociativa de composición.

En Ciencias de la Computación en particular, existen numerosas aplicaciones. Lenguajes de programación, y sistemas lógicos, como los que se utilizan para razonar sobre los programas, constituyen ejemplos de Categorías. Ciertas estructuras ampliamente utilizadas hoy en la programación, se originaron como consecuencia de construcciones de la Teoría de Categorías.

Gracias al nivel de abstracción se puede estudiar una extensa variedad de estructuras de manera sistemática. Una categoría es también una generalización de la noción de grafo, aspecto que resulta particularmente significativo, ya que permite expresar las propiedades en un lenguaje intuitivo y visual, que es característico de la Teoría de Categorías.

OBJETIVOS

El objetivo del curso es familiarizar al alumno con los conceptos básicos de la Teoría de Categorías, con su lenguaje característico, con los múltiples ejemplos existentes en computación y en matemática, con los resultados fundamentales del área. Que el alumno adquiera destreza en el uso de las herramientas categóricas. Que logre apreciar el poder de abstracción que la teoría propone, identificando categóricamente conceptos aparentemente independientes. Que reconozca posibles aplicaciones en su propia área de investigación.

PROGRAMA

Unidad 1: Conceptos básicos

Grafos, grafos finitos e infinitos, grafos localmente finitos. Funciones. Categorías. Demostración gráfica, demostración ecuacional. Ejemplos de categorías. Categorías elementales, la categoría Set y algunas de sus subcategorías habituales. Las categorías lambda flecha, y de estados. Categorías concretas. Poset como categoría. Categoría de posets. Homomorfismo de grafos. La categoría Graph. Funtores. Ejemplos. La categoría Cat. Categorías pequeñas y grandes. Categorías localmente pequeñas.

Unidad 2: Límites y colímites

Isomorfismo. Objetos isomorfos. Objetos inicial y terminal. Unicidad. Ejemplos. Construcción de una categoría a partir de un grafo. La categoría de los caminos en un grafo. La categoría



Universidad
Nacional
de Córdoba



Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP-UNC 0029492/2019

Anexo de la RCD FAMAF 193/2019, página 57 de 66

de relaciones binarias. Subcategoría. Equivalencia con funtores inyectivos. Categoría opuesta. Principio de dualidad. Producto Cartesiano, definición, unicidad, ecuaciones, ejemplos. Producto de categorías. Ejemplos. Definición de producto usando hom-sets. Co-producto, definición, ejemplos, propiedades. La categoría de los conjuntos puntuados. Monomorfismos y epimorfismos. Ecualizadores. Coecualizadores. Pullbacks. Equivalencia entre: pullbacks + objeto terminal y (productos finitos + ecualizadores). Categorías de flechas (Categoría Slice, Coslice y Flecha). Funtores dom y cod. Funtores representables covariantes. Funtores producto y pullback. Definición de Diagrama, Cono y Límite. Equivalencia entre (productos finitos + ecualizadores) y límites finitos. Generalización al caso infinito. Cocono y Colímite.

Unidad 3: Categorías cartesianas cerradas

Exponenciales: motivación, definición, categorías cartesianas cerradas. Ejemplos. Propiedades. Ejemplos de exponenciales de lógica y computación: Álgebras de Heyting. Lógica proposicional intuicionista. Cálculo lambda. Álgebras de Heyting como modelo de la lógica proposicional intuicionista. Categorías cartesianas cerradas como modelo del cálculo lambda. Comparación entre estas dos correspondencias. Límites y colímites en Cat. La categoría de funtores entre dos categorías. Transformaciones naturales. Isomorfismos naturales. Ejemplos. Límites y colímites de la categoría exponencial. Funtores representables contravariantes. Definición alternativa de producto cartesiano en una categoría localmente pequeña. Lema bifunctor. La categoría exponencial es el exponencial de la categoría Cat. Ejemplos. Categorías functoriales. Funtores full y faithful. Equivalencia entre categorías. Ejemplos.

Unidad 4: Yoneda

Funtores a la categoría de conjuntos. Embedding de Yoneda. Lema de Yoneda. Prueba y aplicaciones. Límites, colímites, exponenciales. Toposes.

Unidad 5: Conceptos avanzados

Adjunciones. Monoide libre y funtor de olvido. Definición. Funtor diagonal y producto binario. Definición simétrica de adjunciones. Ejemplos. Categorías equivalentes implica existencia de adjunciones. Unicidad del adjunto. Ejemplos de adjunción. Adjunciones, límites y colímites. Órdenes y conexiones de Galois. Cuantificadores. Secuencias de adjunciones. Adjunciones preservan límites o colímites. Mónadas. Adjunciones son mónadas. Mónadas en la programación funcional. Las mónadas son adjunciones. Categoría de T-álgebras. Comónadas, coálgebras. Tipos inductivos y coinductivos. Categorías de álgebras y de coálgebras.

PRÁCTICAS

Ejercicios a todo lo largo del curso, entrega y corrección.

BIBLIOGRAFÍA

[1] Steve Awodey. Category Theory, 2006, 2010.

[2] Benjamin C. Pierce. Basic Category Theory for Computer Scientist, 1991.

df



Universidad
Nacional
de Córdoba



Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP-UNC 0029492/2019

Anexo de la RCD FAMAF 193/2019, página 58 de 66

- [3] Andrea Asperti y Giuseppe Longo. Categories, Types and Structures: An Introduction to Category Theory for the Working Computer Scientist, 1991.
- [4] Michael Barr y Charles Wells. Category Theory, 1999.
- [5] Jirí Adámek, Horst Herrlich y George E. Strecker. Abstract and Concrete Categories: The Joy of Cats, 1990, 2004.
- [6] F. William Lawvere, Stephen H. Schanuel. Conceptual Mathematics: A First Introduction to Categories, 1991.
- [7] Saunders Mac Lane. Categories for the Working Mathematician, 1971.
- Jaap van Oosten. Basic Category Theory, 1995.
- [8] A. Schalk y H. Simmons. An Introduction to Category Theory in four easy movements, 2005.

MODALIDAD DE EVALUACIÓN

Defensa oral individual de los ejercicios resueltos.

REQUERIMIENTOS PARA EL CURSADO

Poseer título de grado en computación o área disciplinar afín.