Elementos de Funciones Complejas 17 de setiembre de 2019

Nombre y Apellido:

Primer Parcial

Ejercicio 1 (24 ptos). Calcular:

(a) La derivada y la derivada segunda de $f(z) = e^{1+z^2}$ y determinar sus ceros.

(b) Las raíces del polinomio $p(z) = 1 + 2z + 3z^2$.

(c) Las partes real e imaginaria de $z = \dfrac{2-i}{2+i} + i(1+i)$.

(d) El módulo y el argumento de $z = \dfrac{2-i}{2+i} + i(1+i)$.

Ejercicio 2 (32 ptos). Sea $f(z) = \dfrac{1}{e^z - 1}$.

(a) Determinar el mayor conjunto de $\mathbb{C}$ en el que está definida f.

(b) Determinar y graficar la preimagen por f del punto $-\frac{1}{2}(1+i)$.

(c) Mostrar que la imagen por f del semiplano izquierdo, está contenida en ese mismo semiplano.

(d) Dar alguna region Ω del plano en la que f sea inyectiva.

Ejercicio 3 (24 ptos). Verdadero o falso.

(a) El inverso de un número complejo del segundo cuadrante, está en el cuarto cuadrante.

(b) Para cualquier $n \in \mathbb{N}$, el producto de las n raíces n-ésimas de la unidad es igual a 1 o a -1, según la paridad de n.

(c) La función $u(x, y) = x^2 - y^2$ es armónica y su conjugada armónica es $v(x, y) = xy$.

Ejercicio 4 (20 ptos). Enunciar el teorema que relaciona la derivabilidad compleja de una función $f = u + iv$, definida en una región Ω, con las ecuaciones de Cauchy-Riemann para u y v en Ω.