



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP - UNC 40875/2019

RES CD 217/2019

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Álgebra Conmutativa y Una Introducción a la Geometría Algebraica.	AÑO: 2019
CARACTER: Especialidad	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 5° año 2° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

En álgebra conmutativa se estudian los anillos conmutativos, y los ideales y módulos sobre estos. Este estudio fue motivado por los avances de la teoría algebraica de números a fines del siglo XIX y principio del siglo XX. Pero fue la geometría algebraica la que dio su impulso definitivo. La geometría algebraica clásica estudia las variedades definidas como ceros de polinomios sobre cuerpos algebraicamente cerrados. El punto de vista moderno tomado por Zariski, Serre, Grothendieck (y otros) generaliza el concepto de variedades a esquemas (permitiendo reemplazar cuerpos por anillos) y expande las aplicaciones a muchas áreas, como la Teoría de Números, Representaciones, Combinatoria, etc. Cabe mencionar que el enfoque moderno va en paralelo con en el desarrollo del álgebra conmutativa.

El objetivo del curso no sólo es presentar al alumno los conceptos y resultados del álgebra conmutativa, sino también ofrecer una representación geométrica de los mismos. Así por ejemplo, a un anillo A no sólo lo vemos como un anillo abstracto, sino que a sus elementos los vamos a pensar como funciones en un algún espacio asociado a A . Esto irá forjando las primeras nociones de geometría algebraica. Se espera lograr que el alumno pueda transitar con soltura entre el álgebra y la geometría. Para ello en el curso se trabajará sobre numerosos ejemplos de variedades e ideales en anillos de polinomios. Se hará un particular énfasis en curvas algebraicas.

CONTENIDO

I. Anillos y módulos

Anillos y módulos. Definición de $\text{Spec}(A)$. Localización. Anillos de polinomios y de series formales. Anillos y módulos noetherianos, el teorema de la base de Hilbert. Anillos artinianos

II. Extensiones de anillos

Extensiones finitas y enteras, y propiedades de morfismos finitos. Clausura integral. Teorema de Normalización de Noether.

III. Variedades y el Nullstellensatz

La definición de variedad. El Teorema de los ceros de Hilbert. Topología Zariski en variedades y en $\text{Spec}(A)$. Descomposición en componentes irreducibles. Morfismos de variedades.

IV. Descomposición primaria

Definición de $\text{Supp}(M)$ y $\text{Ass}(M)$ de un módulo. Ideales primarios. Descomposición primaria. Compatibilidad con localización.

V. Anillos de valoración discreta y anillos normales.

Definición de DVR y caracterizaciones. Anillos de valoraciones generales. Anillos normales y relación con anillos de valoración. Sobre la finitud de la normalización. Dominios de Dedekind. Curvas algebraicas.

VI. Teoría de la dimensión

Dimensión combinatoria y grado de trascendencia de dominios íntegros finitos, el Teorema de los ideales principales, el teorema de los primos minimales. Dimensión de variedades. Dimensión de



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP - UNC 40875/2019

RES CD 217/2019

anillos locales, multiplicidad, anillos regulares, singularidades.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

M. Reid, Undergraduate Commutative Algebra. Lond. Math. Soc. Student Texts 29.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

O. Zariski, Commutative Algebra, Vol I y II. D. Van Nostrand Company, Inc.

M.F. Atiyah & I.G. Macdonald, Introduction to Commutative Algebra. Reverté.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Resolución de los problemas propuestos semanalmente sobre los contenidos teórico-prácticos desarrollados en la materia.

Aprobación de un examen final con contenidos teóricos y prácticos.

REGULARIDAD

Aprobar al menos el 60% de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio.

CORRELATIVIDADES

Para Cursar:

Tener regularizada Estructuras algebraicas y aprobadas Funciones Reales, Topología General, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, y Física General.

Para Rendir:

Tener Aprobadas Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, y Física General .