



EXP-UNC 23224/2016

Res. CD N° 141/2016

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Geometría Superior	<b>AÑO:</b> 2016
<b>CARACTER:</b> Obligatoria	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 4° año 1° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Fundamentación: En esta materia se estudian las variedades diferenciables, que son espacios topológicos con una estructura extra que da sentido a las nociones de curvas y funciones suaves. Expresado de otra manera, son espacios que localmente se pueden identificar con conjuntos abiertos de un espacio euclídeo, pero no necesariamente de forma global. Estas identificaciones locales permiten desarrollar una versión generalizada del análisis matemático en varias variables.

Al final de la materia se presenta otra estructura, compatible con las existentes, que introduce la noción de volumen.

Las variedades diferenciables son importantes en la modelización de situaciones que pueden describirse local, pero no globalmente, de manera paramétrica.

Objetivos: La meta de esta asignatura es que el alumno llegue a manejar los conceptos y técnicas, de tal manera que le permitan resolver problemas relacionados. Asimismo se pretende fomentar en el alumno el empleo de la intuición al trabajar con los conceptos de la geometría diferencial y al mismo tiempo que reconozca la necesidad de la precisión en el uso del lenguaje y del rigor para justificar las afirmaciones matemáticas.

Se intenta que el estudiante logre:

- Comprender y utilizar el lenguaje matemático para comunicar adecuadamente conocimientos matemáticos.
- Desarrollar destreza en la aplicación de las técnicas de cálculo.
- Establecer relaciones entre los conceptos matemáticos definidos y utilizar tales conceptos en diferentes contextos.
- Realizar demostraciones simples de algunas afirmaciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.
- Entender con detalle los resultados fundamentales de la materia y poder reproducirlos de manera oral.

### CONTENIDO

#### Variedades diferenciables

Variedades diferenciables. Ejemplos. Funciones diferenciables. Vectores tangentes. Espacio tangente de una variedad en un punto. Base de vectores coordenados. Velocidad de una curva. La diferencial de una función y su matriz respecto de bases de vectores coordenados. La regla de la cadena. Estructura diferenciable del espacio tangente. Particiones de la unidad. Métricas riemannianas.

#### Subvariedades

Inmersiones. Subvariedades. Subvariedades incrustadas. Ejemplos. Teorema de la Función Inversa. Funciones independientes en un punto de una variedad. Condiciones necesarias o suficientes para que funciones en un abierto de una variedad sean parte de un sistema coordenado, o para que algunas de ellas formen un sistema coordenado. Subvariedades iniciales. Lema de factorización. Toda subvariedad incrustada es inicial. Rebanadas. Forma local de una inmersión. Extensión de funciones diferenciables definidas en una subvariedad. Teorema de la



EXP-UNC 23224/2016

Res. CD N° 141/2016

subvariedad implícita.

### **Campos vectoriales y corchete de Lie**

Campos vectoriales diferenciables. Extensión local de un campo a lo largo de una inmersión. Curvas integrales de un campo vectorial. Dependencia diferenciable de los valores iniciales. Flujo local y grupo local monoparamétrico asociado a un campo. Campos vectoriales completos.

El corchete de Lie de campos vectoriales. La derivada de Lie de un campo vectorial. Condición para la existencia de un sistema de coordenadas cuyos campos asociados coincidan con campos vectoriales dados.

### **Álgebra multilineal alternante y formas diferenciales**

Funciones multilineales alternantes. Producto exterior. Formas diferenciales. La derivada exterior de formas diferenciales. Formas diferenciales cerradas o exactas. Formas simplécticas.

### **Distribuciones**

Distribuciones integrables. Distribuciones involutivas. Teorema de Frobenius local. Toda subvariedad integral de una distribución integrable es inicial. Teorema de Frobenius global. Subvariedad integral maximal.

### **Orientación e integración**

Orientación de espacios vectoriales de dimensión finita. Variedades orientables u orientadas. Pull-back de formas diferenciales. Integración en variedades. Teorema de Stokes.

## **BIBLIOGRAFÍA**

### **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

- Lee, John M: Introduction to smooth manifolds. Graduate Texts in Mathematics 218, New York, Springer (2002).
- Warner, Frank W: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics 94. New York, Springer-Verlag (1983).

### **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

- Boothby, William M: An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry. Pure and Applied Mathematics 63. A Series of Monographs and Textbooks, New York-San Francisco-London, Academic Press (1975).
- Matsushima, Yozo: Differentiable manifolds. Translated by E. T.Kobayashi. Pure and Applied Mathematics 9. New York, Marcel Dekker (1972).
- Spivak, Michael David: Cálculo en variedades. Barcelona, Reverté (1970).

## **EVALUACIÓN**

### **FORMAS DE EVALUACIÓN**

- Tres evaluaciones parciales y una evaluación parcial recuperatoria para cada parcial.
- Las evaluaciones parciales serán sobre contenidos prácticos.
- El examen final consta de una evaluación escrita sobre contenidos prácticos y una evaluación oral sobre contenidos teóricos.

### **REGULARIDAD**

El alumno deberá cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas y prácticas y aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

### **PROMOCIÓN**

No hay régimen de promoción en le cursado de la materia.