TÍTULO: Superficies de Riemann			
AÑO: 2020	**CUATRIMESTRE:** 1°	**N° DE CRÉDITOS:** 3	**VIGENCIA:** 3 años
CARGA HORARIA: 56 horas de teoría, 10 horas de práctica			
CARRERA/S: Doctorado en Matemática			

FUNDAMENTOS

El desarrollo de la idea de superficie de Riemann comenzó a mediados del siglo XIX de la mano del matemático Bernhard Riemann, con los intentos de extender el dominio de definición de funciones analíticas definidas sobre un abierto U del plano complejo. La extensión maximal (extensión analítica) se lograba no sobre el propio plano complejo, sino sobre copias de abiertos del mismo que se solapaban, en lo que hoy día conocemos como variedad compleja de dimensión uno.

OBJETIVOS

Presentar un curso de posgrado de funciones de una variable compleja en conexión con topología algebraica, curvas algebraicas, geometría y teoría de números.

PROGRAMA

Unidad 1: Superficies de Riemann.
Funciones meromorfas. Ceros y polos. Propiedades. Superficies simplemente conexas. Revestimientos y revestimientos ramificados. Uniformización. Toros complejos. Equivalencia. Retículos y bases. Cocientes de C por retículos. Funciones biperiódicas. La función $\wp$ de Weierstrass. Funciones meromorfas en C/Λ. La curva elíptica E(Λ). Curvas proyectivas y superficies de Riemann.

Unidad 2: Superficies de Riemann como espacios anillados.
Formas diferenciales meromorfas. Análisis en superficies de Riemann compactas. Divisores. Género. Teorema de Riemann-Roch. Las superficies de Riemann como curvas algebraicas. Teorema de dualidad de Serre. Teorema de Riemann-Hurwitz.

Unidad 3: El semiplano superior H y sus cocientes.
Subgrupos discretos de SL2(R). Clasificación de las transformaciones de Möbius. Dominios fundamentales. Subgrupos de congruencia. Estructuras complejas en cocientes. La estructura compleja en Γ(1). El género de la curva X(Γ). Series de Eisenstein. Formas modulares como k-formas diferenciales. Cálculo de la dimensión. Formas modulares para Γ(1). Las funciones Δ y j.

Unidad 4: Coeficientes de Fourier de la serie de Eisenstein para Γ(1).
Las expansiones de Fourier de Δ y j. Formas modulares como secciones de un fibrado de líneas. Series de Poincaré. Producto de Petersson.Completitud. Teorema de Picard. Funciones theta.

Unidad 5: Temas avanzados.
Operadores de Hecke abstractos para Γ(1). Interpretación geométrica. El álgebra de Hecke. Serie de Dirichlet asociada a una forma modular. Ecuación funcional y productos de Euler. Adeles. Operadores de Hecke desde el punto de vista adélico. La ecuación modular para Γ_0(N). El modelo canónico de X_0(N) sobre Q. La curva X0(N) sobre Q. La función zeta de una curva sobre un cuerpo finito y sobre Q. La función zeta de X0(N). Enunciado de la conjectura de Taniyama y Weil. El teorema de Fermat. Multiplicación compleja para curvas elípticas. Extensiones abelianas.

PRÁCTICAS
Se darán listas de ejercicios para resolver y entregar.

BIBLIOGRAFÍA
Milne J., Modular forms and modular functions. Forster O., Lectures on Riemann surfaces. Serre J.P, A course in arithmetic.

MODALIDAD DE EVALUACIÓN
Resolución de una lista de problemas y un examen oral sobre los contenidos.

REQUERIMIENTOS PARA EL CURSADO
Nociones básicas de variable compleja, topología general y estructuras algebraicas.