



Universidad
Nacional
de Córdoba



Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP-UNC: 0061383/2018

TÍTULO: Introducción a las álgebras de Hopf		
AÑO: 2019	CUATRIMESTRE: primero	N° DE CRÉDITOS: 3
CARGA HORARIA: 60 horas de teoría y 30 horas de práctica.		
CARRERA/S: Doctorado en Matemática		

FUNDAMENTOS

El concepto de álgebra de Hopf generaliza simultáneamente las nociones de grupo y álgebra de Lie. Tiene su origen en trabajos de Cartier sobre grupos algebraicos en característica positiva e independientemente de Borel en la axiomatización de resultados de Hopf sobre la cohomología de grupos de Lie. Tras la primera etapa de trabajos pioneros de Milnor, Moore, Hochschild, Kostant, G. I. Kac y otros, y una segunda de exploración de los fundamentos y nociones esenciales, por Sweedler, Larson, Radford y otros, alcanza su madurez con el descubrimiento de los grupos cuánticos por Drinfeld y Jimbo. A través de estos últimos se comprendieron diversas aplicaciones de las álgebras de Hopf en física teórica y topología de baja dimensión, así como su íntima relación con la teoría de Lie. Actualmente se estudian vigorosamente, tanto la clasificación de aquéllas de dimensión finita o crecimiento moderado, como diversos aspectos homológicos, versiones analíticas, etc.

OBJETIVOS

El curso presentará una introducción a las álgebras de Hopf sobre un cuerpo k , con especial énfasis en el caso de dimensión finita. Se desarrollarán las nociones básicas concernientes a su estructura. Se estudiarán también su teoría de representaciones y la construcción de distintas familias de ejemplos.

PROGRAMA

Unidad 1: Nociones básicas

Álgebras y coálgebras sobre un cuerpo. Definiciones y ejemplos. Categoría de comódulos sobre una coálgebra. Álgebras de Hopf. Definiciones y propiedades básicas. Ejemplos. Álgebras de Taft. Ejemplos provenientes de factorizaciones exactas en grupos finitos.

Unidad 2: Teoremas fundamentales

Integrales. Teorema Fundamental de los módulos de Hopf. Álgebras de Hopf de dimensión finita. Teorema de Maschke. Fórmula de Radford para la potencia cuarta de la antípoda. Teorema de Larson-Radford sobre el cuadrado de la antípoda. Teorema de Nichols-Zoeller.

Unidad 3: Relaciones con categorías tensoriales

La categoría de representaciones de un álgebra de Hopf. Categorías tensoriales. Álgebras de Hopf cuasitriangulares y categorías trenzadas. Doble de Drinfeld. Módulos de Yetter-Drinfeld. Álgebras en categorías monoidales. Álgebras de Hopf en categorías trenzadas. Biproducto de Majid-Radford.

Unidad 4: Grupos cuánticos

El grupo cuántico $U_q(\mathfrak{sl}(2))$. El dual de Sweedler y el grupo cuántico $O_q(\mathfrak{sl}(2))$. Generalización a $\mathfrak{sl}(n)$. La construcción FRT. Variantes de dimensión finita cuando q es raíz

Handwritten signature/initials

*SR
PC*



Universidad
Nacional
de Córdoba



Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EXP-UNC: 0061383/2018

de 1. La noción de álgebra de Nichols.

PRÁCTICAS

Una clase semanal de dos horas de discusión de ejercicios bajo la supervisión del docente a cargo de las clases teóricas.

BIBLIOGRAFÍA

1. S. Dăscălescu, C. Nastăsescu, S. Raianu, Hopf Algebras. An Introduction. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics 235, Marcel Dekker, New York, 2001.
2. C. Kassel, Quantum Groups, Graduate Texts in Mathematics 155, Springer, Berlin, 1995.
3. S. Montgomery, Hopf algebras and their actions on rings, CMBS Reg. Conf. Ser. in Math. 82, Am. Math. Soc., Providence, 1993.
4. D. E. Radford, Hopf algebras. Series on Knots and Everything 49. Hackensack, NJ: World Scientific xxii, 559 p., 2012.
5. Hans-Jürgen Schneider, Lectures on Hopf algebras, Trabajos de Matemática 31/95, FaMAF, 1995.

MODALIDAD DE EVALUACIÓN

Los requisitos para aprobar la materia serán los siguientes:

- Resolución de una lista de ejercicios prácticos que se entregará a cada alumno con anterioridad a la finalización del curso.
- Evaluación oral sobre los temas desarrollados en la materia.

REQUERIMIENTOS PARA EL CURSADO

Conocimientos básicos de estructuras algebraicas.

M
df
pc
B