EXP-UNC: 0061383/2018

TÍTULO: Teoría de Conjuntos		
AÑO: 2019	**CUATRIMESTRE:** primero	**N° DE CRÉDITOS:** 3
CARGA HORARIA: 60 horas de teoría y 60 horas de práctica.		
CARRERA/S: Doctorado en Matemática		

FUNDAMENTOS

La Teoría de Conjuntos (TC) tiene un doble rol en la matemática: es a la vez su fundamento y dentro de ella es un área de investigación vigente.

En su primera faceta, surgió de entre varios enfoques alternativos (teoría de tipos y el intuicionismo) como respuesta a las contradicciones internas (antinomias) que sacudieron las bases de la matemática a principios del siglo XX. Con el tiempo se estableció como la opción que más se ajustaba a la práctica matemática usual, cristalizándose en la Teoría Axiomática de Conjuntos que tiene como base a los axiomas de de Zermelo y Fraenkel con Elección (ZF + C = ZFC).

Ésta es un área de vacancia en nuestro país pero sin embargo atrae mucho interés entre los alumnos. En modo más importante, resulta esencial para la formación integral en Matemática conocer el desarrollo de sus nociones en el ámbito de ZFC, y en el caso de la tarea de investigación, conocer dónde pueden surgir problemas donde las hipótesis conjuntistas tengan alguna relevancia.

OBJETIVOS

El objetivo de este curso es presentar la axiomática ZFC, con bastante énfasis en la resolución de problemas de manera que los alumnos adquieran destreza en los temas básicos del área, a la vez que se expongan a resultados más avanzados, como a algunas nociones de cardinales grandes y al Axioma de Martin, preliminar para la técnica de forcing.

PROGRAMA

Unidad 1: Teoría de conjuntos básica

Presentación axiomática de la Teoría de Conjuntos. Teoría de Zermelo-Fraenkel. Axioma de Elección (AC). Representación de construcciones matemáticas usando conjuntos. La categoría de los conjuntos parcialmente ordenados (posets). Ordinales y cardinales. Aritmética cardinal. Cofinalidad. Teorema de König. Equivalencias de AC: Teorema del buen orden y Lema de Zorn.

Relaciones bien fundadas. Inducción generalizada. Construcciones recursivas sobre conjuntos bien fundados. La jerarquía acumulativa de conjuntos.

Unidad 2: Cardinales característicos del continuo y el Axioma de Martin (MA).

Dominancia de sucesiones enteras. Cardinal de familias no acotadas. Familias casi disjuntas maximales. Cardinales característicos $\mathfrak{a}$ y $\mathfrak{b}$. Teorema de Solomon $\mathfrak{a} \geq \mathfrak{b}$.

Anticadenas y conjuntos densos en posets. Condición de cadenas contables (ccc). Filtros, Filtros genéricos. Axioma de Martin (MA). Aplicaciones de MA a los cardinales característicos.

EXP-UNC: 0061383/2018

Unidad 3: Cardinales grandes
Subconjuntos cerrados y no acotados (club) de ordinales. Cardinales inaccesibles y de Mahlo. Cardinales medibles. Cardinales medibles a valores reales. Ultrafiltros, u.filtros σ-completos. Ultraproductos.

Unidad 4: Modelos de la Teoría de Conjuntos
Repaso de las nociones de modelo de primer orden y satisfacción. Relativización. Fallas de absolutez en modelos no transitivos. Absolutez de par, unión y sucesor. Lemas de validez de axiomas en clases Estudio de los axiomas de ZFC que valen en los distintos conjuntos V(alfa).

PRÁCTICAS

Resolución de ejercicios presentados con el apunte de la materia y durante la clase. Habrá horarios de consulta disponibles para evacuar dudas.

BIBLIOGRAFÍA

Bibliografía Básica:

[1] R. CIGNOLI , "Teoría axiomática de conjuntos: Una introducción", Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires (2016).
[2] F. Drake, "Set Theory: An Introduction to Large Cardinals", North-Holland Publishing Company (1974).
[3] T. Jech, "Set Theory", Springer-Verlag (2006) edición del milenio (3ra).
[4] W. Just, M. Weese, "Discovering Modern Set Theory. I", Grad. Studies in Mathematics 8, American Mathematical Society (1996).
[5] W. Just, M. Weese, "Discovering Modern Set Theory. II", Grad. Studies in Mathematics 18, American Mathematical Society (1997).
[6] K. Kunen, "Set Theory", College Publications (2011).
[7] J. Palumbo, Forcing and independence in set theory, Webpage (2009). UCLA Logic Center Summer School for Undergraduates.

Bibliografía complementaria:

[1] A.A. Fraenkel, "Abstract Set Theory", North-Holland, Amsterdam (1961), segunda edición.
[2] P. Halmos, "Naive Set Theory", Springer (1960).
[3] A. Kanamori, "The Higher Infinite: Large Cardinals in Set Theory from Their Beginnings", Springer Berlin Heidelberg (2008).
[4] K. Kunen, "Set theory: An Introduction to Independence Proofs", Elsevier Science, Amsterdam, Lausanne, New York (1980).
[5] Y. Moschovakis, "Notes on Set Theory", Springer-Verlag (1994).
[6] I. Neeman, Topics in set theory, forcing, Webpage (2011). Course lecture notes http://www.math.ucla.edu/~ineeman/223s.1.11s/223s-spring11-lecture-notes-6-5.pdf.

Jf
PS

EXP-UNC: 0061383/2018

MODALIDAD DE EVALUACIÓN
CONDICIONES PARA OBTENER LA REGULARIDAD Regularidad: Se requiere un 80% de asistencia a las clases teóricas. CONDICIONES PARA APROBAR Los alumnos deberán resolver una lista de aproximadamente diez ejercicios y exponer un tema en clase.

REQUERIMIENTOS PARA EL CURSADO
Contenidos de las materias Topología, Funciones Reales, Estructuras Algebraicas de la Licenciatura en Matemática de la FAMAF, o de Introducción a la Lógica y Lógica de la Licenciatura en Ciencias de la Computación de la FAMAF.

PS