

## 1. CIRCUNFERENCIAS

1. Dados una recta  $A$  y un punto  $p \notin A$ , trazar la circunferencia de centro  $p$  que es tangente a  $A$ .
2. Sean  $C$  una circunferencia y  $p$  y  $q$  puntos tales que  $p \in C$  y  $q \in \text{ext}(C)$ . Construir con regla y compás:
  - (a) una cuerda en  $C$  de longitud igual a la mitad del radio;
  - (b) una circunferencia tangente a  $C$  que pase por  $p$ ;
  - (c) una circunferencia tangente a  $C$  que pase por  $q$ ;
  - (d) las dos circunferencias de centro  $q$  que son tangentes a  $C$ .
  - (e) las rectas tangentes a  $C$  por  $q$ . Verificar que los dos segmentos desde  $q$  a los puntos de tangencia son congruentes entre sí.

Analizar en todos los casos si las soluciones son únicas o no.

3. Dadas dos circunferencias mutuamente exteriores, construir con regla y compás:
  - (a) las rectas tangentes exteriores a ellas;
  - (b) las rectas tangentes interiores a ellas.
4. Sea el triángulo  $\triangle abc$ .
  - (a) Construir con regla y compás una circunferencia tangente exterior al triángulo  $\triangle abc$  que sea tangente al lado  $\overline{bc}$  y a las semirrectas  $\overrightarrow{ba}$  y  $\overrightarrow{ca}$ .
  - (b) Probar que si llamamos  $t_a$  al punto de tangencia de dicha circunferencia con el lado  $\overline{bc}$ , entonces
 
$$|\overline{ab}| + |\overline{bt_a}| = |\overline{ac}| + |\overline{ct_a}|.$$
  - (c) Sean  $t_b$  y  $t_c$  los puntos análogos a  $t_a$  en los lados  $\overline{ac}$  y  $\overline{ab}$  respectivamente. Verificar con Geogebra que  $\overline{at_a}$ ,  $\overline{bt_b}$  y  $\overline{ct_c}$  son concurrentes. Luego, probar este hecho formalmente. [Ayuda: notar que las sumas de tipo  $|\overline{ab}| + |\overline{bt_a}|$  son iguales al semiperímetro del triángulo y usar el Teorema de Ceva].

5. Dados un segmento  $\overline{pq}$  y un ángulo  $\angle AB$ , construir con regla y compás el arco capaz correspondiente. Analizar las diferentes posibilidades para el ángulo  $\angle AB$ .
6. Construir un triángulo rectángulo, dadas su hipotenusa y su altura. ¿Cuántos triángulos rectángulos así hay no congruentes entre sí?
7. Dados dos segmentos  $A$  y  $H$  y un ángulo  $\alpha$ , construir con regla y compás un triángulo con base  $A$ , altura  $H$  y ángulo opuesto a  $A$  congruente a  $\alpha$ .
8. Dado un polígono regular  $P$ , trazar la circunferencia donde  $P$  queda inscripto, y la circunferencia inscripta en  $P$ .