

- Cada ejercicio debe ser resuelto de forma individual. No se aceptarán respuestas grupales.
- Todas las respuestas deben estar justificadas. Incluir los cálculos que se hayan realizado para obtener la solución y enunciar con precisión los resultados teóricos utilizados.

EJERCICIO 4 (25 PUNTOS)

Decidir si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar con una demostración o con un contraejemplo según corresponda.

- Existen enteros no nulos a y b tales que $a^3 = 16b^6$.
- Existe $x \in \mathbb{Z}$ tal que el resto de la división de $33x$ por 45 es 7.
- Si a es entero, entonces $a^{60} \equiv 1 \pmod{77}$.