

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA**  
**FACULTAD DE MATEMÁTICA, ASTRONOMÍA, FÍSICA Y**  
**COMPUTACIÓN**

---

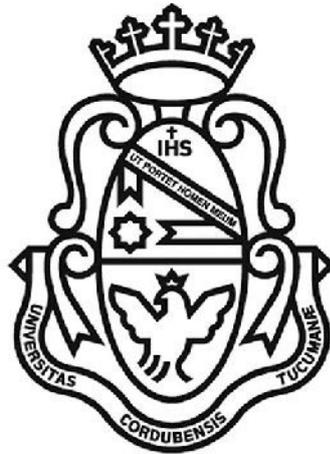
SERIES "C"

**TRABAJOS DE FÍSICA**

N.º 15/2020

**POSIBILIDADES DE LA EXPERIENCIA DE FRANCK-HERTZ EN NEÓN**

**Lorenzo M. Iparraguirre**



**Editor: Miguel Ángel Chesta**

---

CIUDAD UNIVERSITARIA 5000 CÓRDOBA  
REPÚBLICA ARGENTINA

## POSIBILIDADES DE LA EXPERIENCIA DE FRANCK-HERTZ EN NEÓN

Dr. Lorenzo Marcos Iparraguirre. (ipa@famaf.unc.edu.ar)  
Facultad de Matemática Astronomía Física y Computación (FAMAF)  
Universidad Nacional de Córdoba - Argentina – 2019

### RESUMEN

A partir esencialmente del análisis de las franjas de luminosidad que se producen en la lámpara fabricada por Leybold Didactic para la experiencia de Franck-Hertz en neón, se obtiene valiosa información sobre los distintos fenómenos que tienen lugar en esta experiencia, y se muestra cierta profundización mínima que debería tener lugar en ellos en el nivel universitario.

En el proceso se presentan alternativas interesantes para lograr esta profundización que no han sido consideradas hasta ahora en la literatura difundida.

### ABSTRACT

Based essentially on the analysis of the luminance layers that occur in the lamp manufactured by Leybold Didactic for the experience of Franck-Hertz in neon, valuable information is obtained about the different phenomena that take place in this experience, and some deepening minimum that should take place at the university level is shown.

In the process interesting alternatives are presented to achieve this deepening that have not been considered so far in the disseminated literature.

### PALABRAS CLAVE

Niveles atómicos cuantificados - Experiencia de Franck-Hertz – colisiones inelásticas – excitación – sección eficaz.

### KEYWORDS.

Cuantized atomic levels – Franck-Hertz experiment – inelastic collisions – excitation – cross section

## 1.- INTRODUCCIÓN

Esta experiencia, que fue realizada por primera vez en 1914 por James Franck y Gustav Ludwig Hertz, tiene por objeto probar la cuantificación de los niveles de energía de los electrones en los átomos, y confirmó el modelo cuántico del átomo de Bohr demostrando que los átomos solamente podían absorber cantidades específicas de energía (cuantos).

En esta experiencia inicial se utilizaba una lámpara de vacío tipo *triode*, con cierta densidad de vapor de mercurio en su interior, de manera que los electrones emitidos por el cátodo incandescente colisionaban con átomos de mercurio en su camino hacia el ánodo, y lograban excitar transiciones entre distintos estados electrónicos en éstos. Regulando las condiciones se podía determinar la energía perdida por los electrones viajeros, y mostrar que estaba “cuantificada”, es decir, no podía tomar valores cualesquiera, sino que coincidía con la

diferencia de energía entre el nivel fundamental y los primeros niveles excitados de los electrones en el átomo de mercurio.

De manera que éste constituye uno de los experimentos fundacionales de la física cuántica, que justifica sobradamente el Premio Nobel de Física que Franck y Hertz recibieron en 1925.

Inicialmente, como se ha dicho, la experiencia se realizó en una lámpara con vapor de mercurio, pero luego se la ha realizado con diferentes gases en su interior, ilustrándose así el efecto de manera más general.

Una de las variantes que más se ha popularizado es la que se realiza con gas neón en la lámpara, la cual tiene la virtud de permitir la visualización de franjas luminiscentes asociadas con las excitaciones, en concordancia con la detección de las variaciones de corriente y voltaje. Ésta constituye una experiencia de una hermosura difícil de superar, para la cual existen equipos accesibles en laboratorios de enseñanza universitaria básica.

Junto con estos equipos existen también manuales de procedimiento con las instrucciones y explicaciones básicas, que son sencillas y muy simplificadas para llevar rápidamente a una comprensión clara de los aspectos centrales del fenómeno. Pero en general estas simplificaciones son tan grandes que pasan por alto muchos detalles importantes de los aspectos que no son centrales, y no favorecen la debida reflexión sobre ellos.

En estas páginas serán analizados en profundidad los aspectos principales de la experiencia en neón, que se puede realizar específicamente con la lámpara fabricada por Leybold Didactic con código 555870, reflexionando sobre los planteos que naturalmente surgen acerca de los múltiples aspectos de funcionamiento de esta lámpara, y mostrando algunas alternativas y modificaciones del procedimiento tradicional, que permiten obtener mucha información valiosa.

Se verá que en el proceso surgirá la necesidad de revisar y reflexionar sobre muchos aspectos que no son los centrales pero que deberían ser comprendidos en un nivel universitario. Vale decir que hay autores (White et al [2]) que indican acertadamente que para comprender con rigor los ricos fenómenos que se involucran en esta experiencia es necesario hacerlo dentro del marco de la moderna electrónica gaseosa, procediendo a la resolución de la Ecuación de Boltzmann, si es posible acompañada de adecuadas simulaciones Monte-Carlo. Pero esto estaría completamente fuera de los objetivos didácticos de la experiencia y del alcance de los alumnos que habitualmente la realizan, y en estas páginas se mostrará un tratamiento razonablemente abarcativo y accesible que es posible hacer de los aspectos de interés.

Para poder describir mejor el plan de este trabajo es conveniente revisar primero los detalles y explicaciones básicas de la experiencia, lo que se hace en el próximo punto.

## **2.- LA EXPERIENCIA DE FRANCK-HERTZ EN NEÓN**

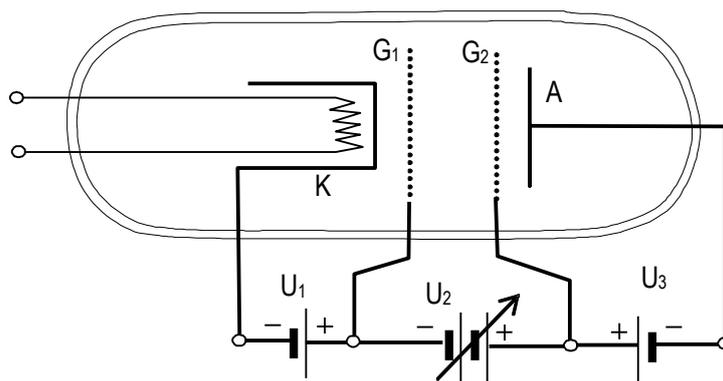
### **2.A.- las explicaciones básicas**

Esta experiencia es hecha con una ampolla de vidrio con los electrodos que se muestran en la figura 1, en cuyo interior hay, a una presión suficientemente baja (unos 1000 Pa según los datos del manual [16]), un gas cuyos átomos se espera excitar con los choques de los electrones.

Aunque aquí vamos a dedicarnos solamente al caso del neón, es interesante comparar esta presión con la del caso del mercurio. En este caso la lámpara contiene una gota de mercurio líquido, de manera que éste coexiste con su vapor, y para obtener la densidad del gas adecuada la lámpara se coloca en un horno de temperatura estabilizada, que se regula de

manera que la *presión de vapor del mercurio* va desde unos 330 Pa a 150 °C, hasta unos 2300 Pa a 200 °C. Al realizar la experiencia es interesante detectar cómo, al aumentar la temperatura se detectan los efectos del aumento de la densidad del gas, cosa que no puede regularse con el neón.

Estos datos iniciales nos previenen sobre que el grado de vacío es bastante pobre en este experimento, similar en ambas lámparas. Hay que prestar atención a esto para diferenciar algunos comportamientos de estas lámparas de los comportamientos característicos de las lámparas de alto vacío (Chaffee [4]). Como señalan White et al [2], los efectos que se estudian en esta experiencia no se conseguirían más que en cierto conjunto bastante limitado de condiciones que los fabricantes han logrado determinar.



**Fig. 1:** esquema de la lámpara de Franck-Hertz LD555870. Desde el cátodo  $K$  hasta  $G_1$  hay 1,5 mm. La distancia  $L$  entre las grillas  $G_1$  y  $G_2$  es 5,5 mm, y entre  $G_2$  y la placa  $A$  hay casi 2 mm. El cátodo tiene 1 cm de diámetro, y  $G_1$ ,  $G_2$ , y  $A$  son discos de 3 cm de diámetro, de manera que la zona de trabajo queda definida como un cilindro de 1 cm de diámetro entre  $G_1$  y  $G_2$ , en la cual el campo eléctrico se consigue razonablemente uniforme y alineado con el eje.

La grilla  $G_1$  se polariza positivamente con unos pocos voltios respecto del cátodo, para controlar el caudal de electrones emitidos por éste por *efecto termoiónico*, mientras que la  $G_2$  es polarizada con una fuente variable que puede llegar hasta cerca de 90 V, para suministrar a los electrones la energía necesaria para excitar transiciones en los átomos de neón que encuentren en su camino. Por último entre la grilla  $G_2$  y el ánodo se establece una diferencia de potencial de frenado,  $U_3$ , la cual fija un umbral para la energía cinética de los electrones que puedan llegar a constituir la corriente de placa  $I_A$ .

Los electrones no podrán viajar libremente hasta el ánodo, sino que lo harán sufriendo continuamente choques con los átomos del gas, cuya presión es tal que se puede calcular que el camino libre medio de los electrones es del orden de 0,1 mm, una pequeña fracción de la distancia entre  $G_1$  y  $G_2$ , que es de unos 5,5 mm. Dado que la masa de cada átomo de neón es muchos miles de veces superior a la del electrón, éstos no podrán perder o ganar más que una pequeña fracción de su energía cinética (en general del orden de  $1/10^4$  - ver punto 3.d) en cada choque elástico. Pero puede haber choques *inelásticos*, en los cuales los electrones pierden cierta cantidad de energía que transfieren a los electrones del átomo, modificando su estado. Y la idea clave del proceso es que la pérdida de energía en cada choque de éstos debe estar *cuantificada*, porque los valores de energía de los estados electrónicos de cada átomo lo están.

De manera que los electrones, mientras son desviados continuamente hacia el ánodo por el campo eléctrico entre  $G_1$  y  $G_2$ , van chocando continuamente sin perder ni ganar prácticamente energía cinética en esos choques, pero ganándola según avanzan hacia  $G_2$ , hasta que sufren un

choque inelástico, en el cual pierden exactamente la cantidad correspondiente a la transición que sufre un electrón que es excitado en el átomo.

Y aquí interviene el potencial de frenado  $U_3$  impidiendo que los electrones que han perdido esta energía se incorporen a la corriente de placa  $I_A$ , la cual así puede mostrar disminuciones reveladoras de que los electrones han perdido energía en colisiones en su camino, mientras los valores correspondientes de  $U_2$  permiten determinar la cantidad de energía perdida.

Luego de excitar un átomo en una colisión inelástica, el electrón necesitará recorrer cierta distancia hacia  $G_2$  antes de recibir del campo la energía necesaria para estar nuevamente en condiciones de excitar. De manera que en el espacio entre  $G_1$  y  $G_2$  se establecerán zonas (en planos paralelos a estas grillas) en las cuales puede haber muchas excitaciones de átomos de neón, y zonas en las cuales no puede haberlas. Y debido a las posibilidades de desexcitarse irradiando fotones en el visible que tiene el neón, esto se traduce en la aparición de franjas luminosas entre  $G_1$  y  $G_2$ , cuya separación debe estar determinada por los valores de los potenciales aplicados a estas grillas.

De manera que la observación de estas franjas junto con la determinación de los potenciales correspondientes, surge naturalmente como un método posible para determinar el valor de las energías de excitación intervinientes y verificar su cuantificación, además del que ya se mencionó, basado en el análisis de las variaciones de la gráfica de la corriente de placa  $I_A$  en función del potencial  $U_2$ .

## **2.b.- Algunas cuestiones y la propuesta de este trabajo**

La facilidad para manipular tablas de datos numéricos y obtener información de manera muy automática aproximando gráficas con diferentes funciones, hace que se tienda a dar preponderancia a este último método, y se deje de lado mucha información que podría obtenerse del análisis de las características de las franjas luminosas.

Ahora bien, hay que tener en cuenta que el comportamiento tanto de la lámpara como de la fuente de alimentación y control que suministra el fabricante (unidad de operación de Franck-Hertz 55588), tiene muchos aspectos que obedecen a particularidades de construcción que no es posible conocer, y que dificultan la exploración de muchos detalles, y solamente dejan margen para interpretaciones rudimentarias y simplistas.

Pero en alumnos de nivel universitario las descripciones simplistas deberían ser superadas, y en estas páginas se mostrarán las siguientes posibilidades de razonamientos y procedimientos para tratar de hallar respuestas a los planteos que deberían surgir en este nivel.

1.- La imagen elemental de un caudal de electrones viajando preponderantemente en la dirección del eje  $x$  (definido perpendicular a las grillas) a pesar de los choques elásticos, depende directamente de la capacidad del campo eléctrico para modificar las trayectorias electrónicas en el tiempo medio que transcurre entre colisiones. Es de esperar que en un nivel universitario se trate de cuestionar las imágenes demasiado simplistas, y aquí se verá cómo se puede avanzar en esquemas más complejos para el movimiento de los electrones. Esta tarea es de sumo interés porque pone en juego todos los conceptos de mecánica relacionados con el movimiento y las colisiones, ayuda a enriquecer el concepto de sección eficaz, y a vislumbrar algunas problemáticas elementales de las descargas en gases.

2.- Las explicaciones básicas asumen que las tensiones aplicadas a los electrodos determinan que el campo eléctrico es aproximadamente uniforme entre  $G_1$  y  $G_2$ .

Esta suposición es coherente con la geometría de la válvula, pero podría ser fácilmente invalidada por cierta densidad de carga espacial.

De manera que es de esperar que en un nivel universitario se trate de discutir esta posibilidad, y en estas páginas se mostrarán formas incursionar en el tema tratando de determinar el orden de magnitud de esta carga.

3.- Esta experiencia plantea naturalmente el desafío de individualizar alguno de los niveles excitados, y hay autores que consideran que eso es posible.

Por ejemplo el manual del fabricante dice que el primer nivel excitado puede detectarse a través de cierta subestructura de la gráfica  $I_A(U_2)$ , y hay quienes (Rapior et al [3]) que además de acordar con eso presentan un procedimiento original para distinguir el primer nivel excitado.

Pero también hay quienes descartan ambas posibilidades, como White et al [2], y también este trabajo, el cual mostrará cómo el análisis de aspectos importantes conduce de manera bastante firme a esta última conclusión.

4.- El esquema cerrado de conexiones que impone la Unidad de Operación de Franck-Hertz 55588, puede ser cuestionado y modificado con una notable ganancia en la posibilidad de examinar propiedades y aclarar situaciones. Se verán interesantes conclusiones que se obtienen al hacerlo.

Para desarrollar estas cuestiones en la Sección 3 se analiza extensamente todo lo que es necesario para explicar las características de las franjas luminosas, esto es, los diferentes regímenes de movimiento de los electrones, las probabilidades de diferentes colisiones, y algunos temas relacionados. En la Sección 4 se analizan las características de las gráficas de  $I_A$  vs  $U_2$ . En la Sección 5 se propone un circuito para examinar el comportamiento de los electrodos, y luego se presenta un procedimiento alternativo que se inspira en él. En la Sección 6 se exponen Conclusiones, y finalmente hay dos Apéndices.

### **3.- OBSERVACIÓN DE ZONAS LUMINOSAS.**

#### **3.a.- Consideraciones básicas.**

El Ne es gas noble por tener totalmente completas sus capas electrónicas  $1s$ ,  $2s$ , y  $2p$ , correspondientemente a su número atómico  $Z = 10$ .

Para excitar un electrón a los subniveles  $3s$  se requieren energías entre 16,6 y 16,8 eV, a los  $3p$  entre 18,3 y 18,9 eV, y con energías poco mayores se llega a los infinitos niveles superiores (que están muy próximos), hasta que con 21,6 eV se llega a la ionización. En las referencias Register et al [7], y Kash y Shields [13], hay una descripción detallada de la estructura de estos niveles y de las notaciones usuales para ellos, que son necesarias para interpretar la literatura del tema.

## Posibilidades de la experiencia de Franck-Hertz en neón

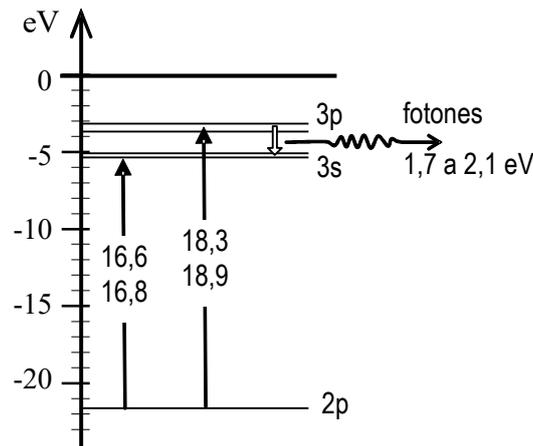


Fig. 2: esquema de los primeros niveles de energía para un electrón  $2p$  del Ne.

Las excitaciones a los subniveles  $3s$  no dan lugar a manifestaciones visibles (la desexcitación  $3s \rightarrow 2p$  consiste en radiación UV muy lejana, lindante con la X). Las excitaciones a los  $3p$  dan lugar a decaimientos a los  $3s$ , con radiación de fotones de 1,7 a 2,3 eV, correspondiente a las numerosas líneas del Ne desde el rojo hasta el amarillo/verde del espectro visible, que configuran la luminosidad rojizo anaranjada que se puede observar en esta lámpara.

Dado que hay muchos niveles cercanos al  $3p$  por encima de él que también pueden ser ocupados por los electrones excitados, son posibles las transiciones desde ellos al nivel  $3s$ , con líneas de menor longitud de onda, llegando hasta cerca de 250 nm, bien dentro del UV. Pero lo más probable es el decaimiento fluorescente, entre niveles permitidos sucesivos, con emisiones de mayor longitud de onda, hasta llegar a los  $3p$ , desde donde contribuirán a la misma emisión de los que han sido excitados directamente a esos subniveles (efecto *cascada*).

Vale destacar que para poder ver el espectro con algún instrumento simple es necesario hacer entrar en *descarga* la lámpara, porque en funcionamiento normal la luminosidad de las franjas es muy débil. El régimen de descarga se caracteriza por una intensa luminosidad con el colapso de todas las franjas, explicable en razón de la ionización producida cuando un cierto caudal de electrones supera la energía cinética necesaria para ionizar (21,6 eV). En estas condiciones se puede observar todo el espectro del neón, pero no puede esperarse que contenga exactamente las mismas líneas que el del funcionamiento normal de la lámpara.

Algo importante y fácilmente verificable es que la aparición y las características de las franjas luminosas son totalmente independientes de la diferencia de potencial de frenado  $U_3$ , pero fuertemente dependientes del potencial de grilla  $U_1$ . Esto está totalmente de acuerdo con las explicaciones elementales:  $U_3$  no puede influir en el campo entre las grillas  $G_1$  y  $G_2$ , que es la zona de observación, mientras que  $U_1$  sí influye fuertemente a través del control de la cantidad de electrones por segundo que se integran al flujo. Leves diferencias en las características del filamento o de la superficie del cátodo pueden dar origen a la necesidad de utilizar valores diferentes de  $U_1$  para lograr los mismos efectos.

En nuestra facultad (FAMAF – UNC) hay dos lámparas del mismo fabricante, igual código, iguales en todas sus dimensiones y apariencia, pero una de ellas funciona bien con valores de  $U_1$  inferiores a 2 V, mientras la otra lo hace con valores de alrededor de 5 V. En este trabajo esencialmente se utilizará la lámpara que funciona con los valores menores de  $U_1$ .

Con esta lámpara puede registrarse que los primeros atisbos de luminosidad aparecen sobre  $G_2$  cuando  $U_1 + U_2$  llega a cerca de 21 o 22 V. No puede lograrse mucha precisión en este valor porque es muy difícil decidir cuándo comienza la luminosidad.

A medida que se sigue aumentando  $U_2$ , se va observando que el frente luminoso se va desplazando hacia  $G_1$ , formándose una zona luminosa cada vez más gruesa contra  $G_2$ . Cuando el grosor de esta zona alcanza aproximadamente 1 mm la luminosidad se termina (esto ocurre entre los 26 y los 28 V) y es seguida por una zona oscura, hasta que, cuando  $U_1 + U_2$  llega hasta alrededor de los 37 V, comienza a distinguirse la aparición de una segunda zona luminosa contra  $G_2$ .

Aumentando  $U_2$  el proceso continúa de esta misma manera, pudiéndose destacar los siguientes hechos:

1) Experimentalmente no se puede evitar una incerteza de  $\pm 1$  o 2 V.

La determinación de los valores exactos de  $U_2$  para los cuales tiene lugar cada comienzo o finalización de la luminosidad es muy difícil, y naturalmente se tienen variaciones del orden de  $\pm 2$  V.

2) La observación de las franjas debe acompañarse de la regulación del valor de  $U_1$ .

2.a) Con valores muy bajos de  $U_1$  es imposible detectar la formación de la primera franja luminosa, y el registro recién puede comenzar a partir de la segunda franja; pero la primera franja se va haciendo visible a medida que aumenta  $U_2$  (las dos franjas se hacen visibles simultáneamente: a medida que aumenta  $U_2$  y alcanza el valor que hace que comience a aparecer la segunda franja contra  $G_2$ , también comienza a hacerse visible la primera en su ubicación más adelantada), y llegan obtenerse hasta cuatro zonas luminosas bien visibles antes de que la lámpara entre en descarga.

Aceptando la idea básica de que solamente  $U_1$  determina el caudal de electrones en la zona de interés, ya que el valor de  $U_2$  no puede influir entre el cátodo y  $G_1$ , resulta totalmente desconcertante este aumento de luminosidad de la primera franja (y de todas las franjas) con el aumento de  $U_2$ .

Si se busca la explicación en las ionizaciones que pueden ocurrir dentro de la zona, revisando valores se encuentra que los electrones libres que se podrían generar por ionizaciones dentro de la primera franja luminosa no podrían adquirir la energía necesaria para excitar dentro de ella.

De manera que en este hecho, muy claro e indiscutible, ya se encuentra un primer indicio de que las grillas no se comportan de la manera simple que se describe en las explicaciones elementales. A partir de mediciones de la corriente en los electrodos (Sección 5), se puede ver que el comportamiento de las grillas es muy diferente de lo que se puede esperar a partir de las indicaciones de los manuales.

Así por ejemplo se verá que  $G_2$  en general bloquea aproximadamente el 90% del caudal de electrones, de manera que pequeñas variaciones en este porcentaje de bloqueo pueden resultar en grandes variaciones del caudal que permiten pasar, y que constituye la corriente de placa  $I_A$ . De manera que naturalmente las gráficas  $I_A(U_2)$  resultan muy influenciadas por estas características del instrumento que las obtiene, y no puede saberse hasta qué punto reflejan lo que verdaderamente ocurre en la zona que se estudia (White et al [2]).

2.b) Para registrar la aparición de la primera franja es necesario hacerlo con los mayores valores de  $U_1$ , pero si se los mantiene no se podrán registrar más que dos o tres zonas luminosas porque la lámpara entrará en descarga antes de que aparezca la cuarta.

Una estrategia útil es regular  $U_1$  para favorecer la visión de cada franja cuyo comienzo se desea detectar, registrando el valor de  $U'_2 = U_1 + U_2$ , que es el que determina la energía de los electrones.

La manipulación del sistema, oscureciendo el ambiente y observando con lupa o tomando fotografías adecuadas, para obtener los mejores valores de  $U_1$  y  $U_2$ , constituye uno de los métodos para determinar la energía de las excitaciones  $2p \rightarrow 3p$ . En principio se espera que el comienzo de la primera franja indique únicamente el comienzo de esa excitación (18,6 eV), ya que la luminosidad no puede indicar la  $2p \rightarrow 3s$ , y en ese punto no debería haber energía para otros niveles. En cambio el comienzo de la segunda franja ya podría ocurrir con electrones que antes han excitado las  $2p \rightarrow 3s$ , o alguna de las más energéticas. Y más mezcla de niveles se espera para el comienzo de las siguientes.

Lamentablemente en la práctica el comienzo de la primera franja (tanto detectado visualmente como con el primer máximo de la gráfica de  $I_A(U_2)$ ) siempre se encuentra 1 o 2 voltios por encima de esta expectativa, y eso elimina las ilusiones de poder medir con mucha precisión, a la vez que confirma la idea de que el comportamiento de las grillas tiene aspectos que escapan del manual y que se deben revisar aunque no se puedan esclarecer completamente.

**3)** Las franjas luminosas siempre tienen un grosor de aproximadamente 1 mm.

Si bien no hay forma de medir rigurosamente, es notable e importante notar que el grosor la primera zona luminosa se mantiene siempre en alrededor de poco menos que 1 mm, cualquiera que sean las circunstancias. Las siguientes franjas también se mantienen con un grosor del mismo orden, con un leve ensanchamiento que hace que se produzca cierto grado de superposición. La separación entre la primera y la segunda franja luminosa siempre es una zona oscura bien marcada, entre la segunda y la tercera en cambio la zona se hace muy delgada, y entre la tercera y cuarta, cuando existe la cuarta, la zona oscura se reduce a una delgada superficie que se ve como una tenue línea de separación, la cual seguramente no es realmente una zona sin emisión luminosa, sino con menos emisión que su vecindad (ver fotografía en el Apéndice 2).

Asimismo, antes de la primera franja luminosa siempre hay una zona oscura de un grosor aproximadamente igual a la distancia  $d$  entre zonas correspondientes de franjas consecutivas.

**4)** La luminosidad nunca pasa a través de  $G_2$ .

Si el valor de  $U_2$  es tal que  $G_2$  interrumpe una franja luminosa, determinando que cierta fracción de los electrones que llegan a esta grilla aún tiene la energía suficiente para excitar, todo lo que pensamos sobre esta experiencia nos indica que deberían hacerlo luego de cruzarla. Pero *la luminosidad se termina en  $G_2$* . Aún en el caso en que se disponga  $U_3 = 0$ , con lo cual estos electrones tendrían energía para excitar en todo el espacio desde  $G_2$  hasta el ánodo, no se observa luminosidad en esta zona.

Esto nos da otro indicio de que el comportamiento de las grillas debe ser revisado. Es razonable que el gran porcentaje de bloqueo que se verá que produce esta grilla sobre el caudal de electrones pueda explicar naturalmente la desaparición de la luminosidad perceptible más allá de ella.

De manera que la observación de las franjas luminosas da muy buenas pautas para conocer diversos aspectos del fenómeno, aunque lamentablemente en general el procedimiento se subestima frente a la posibilidad de obtener información de las gráficas  $I_A(U_2)$ .

La observación de que el ancho de cada zona luminosa, y en particular de la primera, es de aproximadamente 1 mm, permite extraer conclusiones muy importantes sobre las condiciones para la excitación, que se discuten en el próximo punto.

### 3.b.- Sobre el camino libre medio y la sección eficaz.

El grosor de cada zona luminosa se relaciona con la dispersión en los valores de energía de los electrones, con el camino libre medio que puede recorrer cada electrón hasta colisionar con un átomo de neón, y con la probabilidad de que uno de esos choques sea inelástico (es decir, con la cantidad promedio de choques elásticos que ocurren antes de uno inelástico).

Suponiendo que en condiciones normales de funcionamiento el campo eléctrico es uniforme, a lo largo de 1 mm le puede dar a cada electrón una cantidad de energía  $(U_2/L) \times 1 \text{ mm}$ , que es proporcional al número de franjas que se han formado: del orden de 4 o 5 V para una, 9 eV para dos, 13 eV para tres, y cerca de 16 eV para cuatro franjas visibles completas (la uniformidad del campo eléctrico será discutida en el punto 3.c). Esta cantidad de energía que cada electrón puede recibir del campo mientras cruza una franja luminosa debería ser una medida aproximada de la dispersión que tienen los valores de energía de los electrones, si esa dispersión fuese la causa del ancho de la franja.

Como se verá en los puntos 3.d y 3.e, la dispersión en los valores de la energía debida a las colisiones elásticas y a la emisión catódica juntas, puede ser estimada en menos de  $\pm 1 \text{ eV}$ , de manera que es de efectos despreciables aquí.

Por otra parte, la dispersión debida a la mezcla de niveles excitados por un electrón en su tránsito a través de franjas sucesivas puede ser estimada crudamente pensando que, en cada colisión previa la pérdida de energía debe estar distribuida entre 16,6 y 21,6 eV, de manera aproximadamente uniforme (en el Apéndice 1 se justifica que todos los niveles deben ser considerados). De esto resulta  $\pm 2.5 \text{ eV}$  para la segunda franja,  $\pm 5 \text{ eV}$  para la tercera, y  $\pm 7,5$  para la cuarta. Estos valores podrían explicar razonablemente el grosor de todas las franjas, excepto de la primera.

El hecho de que la primera franja siempre mantenga su grosor en 1 mm significa que no puede ser atribuido a la dispersión de los valores de la energía, porque ella no podría ser tan grande, y también porque, con cualquier valor razonable de esta dispersión, el grosor de esta franja debería reducirse marcadamente al incrementar  $U_2$ . Realmente hay un pequeño efecto de reducción del grosor de la primera franja con el aumento de  $U_2$  (ver fotografías en el Apéndice 2), pero es demasiado pequeño para ser coherente con la explicación basada en la dispersión de la energía.

Por otra parte la dispersión en energía de los electrones también debería reflejarse directamente en el ancho de los picos en la gráfica  $I_A$  vs  $U_2$  (ver Sección 4). Pero el ancho de la zona de crecimiento del primer pico, en la gráfica mostrada en la figura 7 para  $U_3 = 16 \text{ V}$ , muestra que la dispersión en energía con que los electrones llegan a la primera franja no puede superar  $\pm 1 \text{ V}$ .

De manera que es necesario analizar todo lo que se relaciona con el camino libre medio de los electrones.

Es posible estimar el *camino libre medio* para los electrones con la expresión habitual:

$$\frac{1}{n} \cong \lambda \sigma \quad (1)$$

En donde:

$n$  es la densidad de átomos por unidad de volumen,

$\sigma$  es la *sección eficaz* para las colisiones consideradas, y

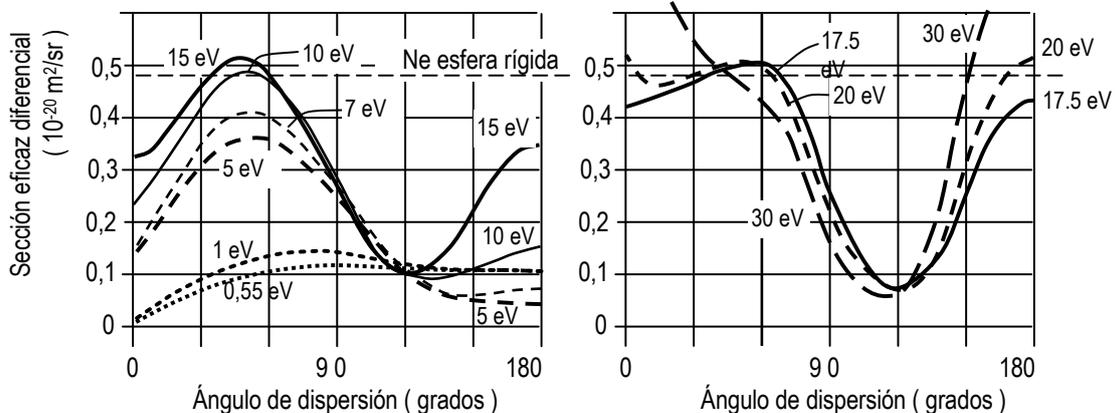
$\lambda$  es el camino libre medio, es decir la distancia que viaja en promedio el electrón hasta chocar con un átomo.

Desde el punto de vista didáctico es bueno comenzar con el modelo más elemental de las colisiones: los electrones son partículas neutras de dimensiones despreciables, y los átomos de neón esferas neutras rígidas impenetrables tan masivas que sus movimientos prácticamente no son alterados por el choque de los electrones, y sus velocidades tan bajas que, estudiando la dispersión de los electrones, pueden ser consideradas en reposo. En este modelo  $\sigma = \pi R^2 \cong 6 \times 10^{-20} \text{ m}^2$  (tomando el radio atómico de Lennard-Jones del neón:  $R \cong 1,4 \text{ \AA}$ ), se obtiene con esta expresión  $\lambda \cong 1/(n \pi R^2) = 6 \times 10^{-5} \text{ m} = 0,06 \text{ mm}$ .

En esta aproximación el electrón rebota prácticamente sin cambiar su velocidad, en la dirección simétrica respecto de la dirección radial, con una distribución angular de dispersión  $d\sigma/d\Omega = S_{Ne}/4\pi = 0,48 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{sr}$ , independiente del ángulo de desviación,  $\theta$  (siendo  $d\Omega$  el elemento de ángulo sólido). Esto significa una dispersión con simetría esférica, y con electrones rebotando en direcciones absolutamente independientes del movimiento previo al choque.

Estas ideas básicas deben mejorarse recurriendo a la literatura específica: en la figura 3 se muestran las secciones eficaces para choques elásticos de electrones con energías cinéticas hasta 30 eV, con átomos de neón, tomados de Fedus [1], Mc Eachran y Stauffer [9], y O'Malley y Crompton [14].

En estos trabajos se puede obtener, por ejemplo, que con energías grandes, cercanas a los 20 eV, la sección eficaz (elástica) total es  $\sigma_{el} \cong 3,8 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ , algo menor que lo estimado antes, de lo cual aplicando (1) se puede estimar un mejor valor para el camino libre medio  $\lambda \cong 0,10 \text{ mm}$ . Además se puede ver que para estos electrones, con respecto a una dispersión esféricamente simétrica, la distribución angular  $d\sigma_{el}/d\Omega$  esencialmente disminuye la dispersión en ángulos cercanos a los  $120^\circ$ , pero no disminuye la fracción de rebotes "frontales", en ángulos cercanos a los  $180^\circ$ .



**Fig. 3:** Sección eficaz diferencial del Ne para electrones de diferentes energías cinéticas (tomado de [1] y [9]). Para un modelo de partícula neutra colisionando con esfera rígida neutra con el radio del Ne, correspondería una línea horizontal indicando el valor constante 0,48.

También puede verse que en valores intermedios de energía, entre 5 y 10 eV, disminuye mucho la dispersión en ángulos grandes, mientras que para electrones con energías de alrededor de 1 eV la sección eficaz es bastante más baja, el camino libre medio crece hasta casi 0,3 mm (y más para energías menores), pero angularmente la dispersión a estas energías y más bajas, tiende a ser isotrópica, con cierto predominio de los ángulos grandes.

Ahora es necesario considerar hasta qué punto el campo eléctrico aplicado (supuesto uniforme) es capaz de determinar o uniformar la dirección de marcha de los electrones.

Siguiendo naturalmente la geometría de esta lámpara, se define el eje  $x$  en la dirección perpendicular a las grillas.

La situación más importante a considerar es la constituida por electrones con energía cinética del orden de 20 eV, es decir al comienzo de una zona en la que ellos están en condiciones de excitar.

Estos electrones tienen una velocidad  $\sqrt{2Ec/m}$  del orden de  $2,6 \times 10^6$  m/s, y cada vez que chocan rebotan en cualquier dirección, viajando en promedio una distancia  $\lambda \cong 0,10$  mm, durante  $\tau = \lambda/v \approx 3,8 \times 10^{-11}$  s hasta el próximo choque que cambia su dirección al azar.

Pero entre choque y choque el campo eléctrico (del orden de 10 V/mm - valor intermedio entre que  $U_2 \approx 20$  V cuando comienzan a verse las franjas, hasta  $U_2 \approx 90$  V, que es el máximo que se aplica) desvía al electrón en dirección  $x$  una distancia  $\delta x = q E \tau^2/2m \cong 1,25 \times 10^{-6}$  m  $\cong \lambda/80$ . Es decir que el campo eléctrico solamente modifica cada trayectoria entre choque y choque en poco más de un 1 % (aún con el máximo valor del campo eléctrico, con  $U_2$  cerca de 90 V,  $\delta x$  sólo llegaría al 2 % de  $\lambda$ ); de manera que el efecto del campo eléctrico no es muy importante para desplazar a los electrones, y puede considerarse que éstos tienen esencialmente un movimiento difusivo entre los átomos de neón.

Ahora bien, dada la gran disminución que muestra la sección eficaz en los ángulos de dispersión cercanos a los  $120^\circ$ , podríamos considerar la sección eficaz limitada a los ángulos de dispersión mayores que  $60^\circ$ . En ese caso se obtiene una sección eficaz de aproximadamente  $2,5 \times 10^{-20}$  m<sup>2</sup>, para la cual el camino libre medio sería  $\lambda_1 \cong 0,15$  mm. Con este valor el tiempo entre colisiones resulta  $\tau_1 = \lambda_1/v \approx 6 \times 10^{-11}$  s, y la desviación media debida al campo en ese lapso resulta  $\delta x_1 \cong 3 \times 10^{-6}$  m  $\cong \lambda_1/50$  (y con el máximo valor del campo podría llegar a  $\lambda_1/30$ ). De manera que aún con estas consideraciones el efecto del campo eléctrico sigue sin ser muy importante para desplazar a los electrones, y se mantiene la idea de que éstos tienen esencialmente un movimiento difusivo entre los átomos de neón.

Ahora bien, el hecho de que cada franja luminosa tenga un grosor de 1 mm indica claramente que el electrón que ha alcanzado la energía necesaria para excitar, puede chocar elásticamente muchas veces (tantas como para avanzar cerca de 1 mm a lo largo de  $x$ , rebotando al azar), antes de producir la excitación sufriendo un choque inelástico. Es decir, la probabilidad de excitar un átomo teniendo la energía para ello, es mucho menor que la probabilidad de chocarlo.

Así es que puede plantearse para la sección eficaz de la excitación (diferente para cada una de las excitaciones posibles),  $\sigma_{ex}$ , la relación:

$$\sigma_{ex} = P \sigma_{el}, \quad (2)$$

Siendo  $P$  la probabilidad de que ocurra la excitación habiéndose dado la colisión con la energía necesaria, y  $\sigma_{el}$  la sección eficaz de la colisión elástica con esa energía.

De manera que  $1/P$  es el número medio de veces que el electrón tiene que chocar (elásticamente) con átomos de neón, por cada vez que produce una excitación.

En principio se puede estimar que el electrón con su movimiento difusivo, para desplazarse cerca de 1 mm, que es una distancia equivalente a algo más de 6  $\lambda_1$  alineados, requiere, en promedio, mucho más que 6 choques. Un criterio razonable para una caminata aleatoria de este tipo permite estimar algo más de  $6^2$ , digamos unos 40 choques. Y la oscuridad que sigue después de esta zona revela que prácticamente todos los electrones han sufrido un choque inelástico y ya no tienen energía para excitar. Podríamos estimar entonces que el electrón

requiere unos 40 choques elásticos, en promedio, para excitar al nivel  $3p$ , es decir:  $\sigma_{3p} \approx \sigma_{el}/40$ .

Pero si hubiera otras excitaciones con secciones eficaces mayores, los electrones perderían su energía en ellas también. De manera que se debe corregir un poco el planteo, diciendo que  $\sigma_{el}/40$  debe ser la suma de las secciones eficaces de todas las excitaciones, y que el hecho de que se vea la luminosidad indica, o que ninguna es mucho mayor que la  $\sigma_{3p}$ , o que este nivel colecta por *efecto cascada*, suficientes decaimientos desde estados excitados de más energía.

Ahora bien, con una observación tan simple, en un dispositivo experimental del cual no pueden conocerse exactamente ni controlarse muchas variables y detalles, no se pueden determinar valores detallados y precisos de las secciones eficaces involucradas en estas excitaciones. No se puede pretender ir más allá de estimar un orden de magnitud para el número medio de choques elásticos por cada excitación: tal vez pudieron ser 30, o tal vez 80 choques.

Pero el logro es importante: tampoco pueden ser muchos menos que 30, ni muchos más que 80. Y dado que en promedio el electrón sufrirá muchos choques elásticos antes de excitar, es claro que *todas las excitaciones estarán presentes* en cantidad proporcional cada una a su sección eficaz.

En el Apéndice 1 se amplía el tema con datos de varias fuentes. A partir de esos datos surge que sumado las secciones eficaces de todas las excitaciones posibles, tal vez el número de choques elásticos promedio por cada excitación sea de unos 30 – un valor perfectamente compatible con estos razonamientos.

### 3.c.- Sobre las características del movimiento y la densidad de carga espacial.

Este es el momento de elaborar algunas pautas sobre el movimiento de los electrones.

Dado que todos los procesos en estudio tienen lugar en estado estacionario es posible plantear que la densidad de corriente,  $\vec{j}$ , no debe tener divergencia. Y dado que en virtud de la simetría considerada ésta tiene lugar a lo largo de  $x$ , eso significa que debe ser uniforme, es decir, independiente de  $x$ .

De manera que, si  $\rho$  es la densidad de carga de la nube de electrones viajeros, y  $v_{arr}$  la velocidad media, o de arrastre, de los mismos, se tiene:

$$j = \rho v_{arr} = \text{constante en } x \quad (3)$$

Ahora bien, esta constancia de la densidad de corriente implica variaciones en la velocidad de arrastre y la densidad de carga entre las distintas zonas, y gracias a algunos valores de las corrientes en los diversos electrodos que se presentan más adelante (ver 5.a) es posible hacer algunas estimaciones gruesas.

Al comienzo de cada franja luminosa los electrones tienen cerca de 20 eV, y con la velocidad y demás variables que ya se han mencionado ( $2,6 \times 10^6$  m/s,  $\lambda_1 \cong 0,15$  mm,  $\tau_1 \approx 6 \times 10^{-11}$  s,  $\delta x_1 \cong 3 \times 10^{-6}$  m), se puede estimar con la expresión genérica  $\delta x/\tau$  una velocidad de arrastre del orden de  $50 \times 10^3$  m/s, para valores medios del campo, pudiendo llegar a  $90 \times 10^3$  m/s para el campo máximo. Interesa notar que estos valores son menores, pero dentro del mismo orden de magnitud, que los que hay en de toda la literatura, como Puech y Mizzi [5], Bowe [10], Pack y Phelps [15], para iguales valores de campo eléctrico reducido (aunque no exactamente en las mismas condiciones).

Por otra parte en la vecindad de  $G_1$  y al final de las zonas luminosas, luego de cada excitación, los electrones tienen baja energía, y en el tiempo medio entre colisiones son desviados por el campo distancias similares al camino libre medio. De manera que en estas zonas es razonable pensar que domina el movimiento de flujo por sobre la difusión, y con mecanismos similares se pueden estimar velocidades de arrastre del orden de  $400 \times 10^3$  m/s, superiores ahora a los valores de la misma literatura mencionada, y nuevamente dentro del orden de magnitud.

Adoptando estos valores de velocidad de arrastre, y teniendo en cuenta que según los valores medidos mostrados en la figura 9.d un conjunto de franjas bien visibles tienen lugar con  $j$  del orden de  $0,5 \mu\text{A}/\text{cm}^2$ , es posible inferir que en la zona luminosa, con una velocidad de arrastre de  $50 \times 10^3$  m/s, según (3) se tiene una densidad de carga del orden de  $0,1 \mu\text{C}/\text{m}^3$  (el mayor valor que se puede obtener con todas las estimaciones de velocidad de arrastre).

Una franja plana de 1 mm de grosor con esta carga, genera un campo eléctrico del orden de 5 V/m (y si se considerase toda la zona entre las grillas, 5,5 mm de grosor, rellena con esta densidad de carga, serían menos de 30 V/m). Estos valores son despreciables frente a los 10000 V/m que resultan de aplicar 40 o 50 V a  $G_2$ .

Por otra parte en el Apéndice 1 se determina que no es posible ignorar la ionización. Ésta es importante cuando la lámpara entra en descarga, y la completa distorsión de las franjas luminosas muestra que en esa situación hay carga espacial suficiente como para alterar completamente el campo eléctrico. Pero en condiciones de funcionamiento típicas la observación de las franjas sugiere que el campo es uniforme, y ahora es el momento de tratar de determinar hasta qué punto puede influir la ionización en la cantidad de carga espacial.

A partir de los datos en Apéndice 1 es posible estimar que en la última parte de cada franja una fracción apreciable, tal vez cercana al 50%, de los electrones que quedan con energía, ioniza. Si en una estimación muy gruesa se supone que en la mitad delantera de cada franja la mitad de los electrones sufren choques inelásticos y no hay ionizaciones, pero que en la segunda mitad sufre choques inelásticos el resto de los electrones, y que la mitad de ellos ioniza, entonces se tiene que un 25 % de los electrones de la corriente ioniza. Eso agrega, en cada franja, un 25 % más de electrones a la corriente, y la misma cantidad de iones positivos.

Los iones positivos comienzan a difundirse hacia  $G_1$ , con su propia velocidad. Esta velocidad determina que la densidad de iones sea mayor o menor, pero no influye sobre la corriente que ellos representan, que es igual a la corriente de electrones que le dio origen. De manera que la densidad de corriente es constante en toda la región entre las grillas (como corresponde al régimen estacionario), y está constituida por la suma de la corriente de electrones más la de iones positivos.

Es necesario considerar el posible valor de la velocidad de flujo de los iones positivos.

Los iones y átomos de neón (de radio  $R \cong 1,4 \text{ \AA}$ ) tienen un camino libre medio de  $\lambda \cong 1/(4n \pi R^2) = 1,5 \times 10^{-5}$  m, y la energía correspondiente a la agitación térmica a temperatura ambiente: 0,04 eV. En condiciones de campo eléctrico máximo,  $90\text{V}/5,5\text{mm} \cong 16$  kV/m, los iones pueden recibir unos 0,24 eV del campo en un camino libre medio (si está orientado en la dirección del campo), pero no pueden acumular sucesivamente esta energía, porque los continuos choques los llevan al equilibrio térmico. De manera que podríamos considerar que en promedio tienen una energía de 0,1 eV, lo que significa una velocidad de  $10^3$  m/s, y un tiempo medio entre choques  $\tau = \lambda/v \approx 1,5 \times 10^{-8}$  s.

En este tiempo el campo desvía al ion una distancia  $\delta x = q E \tau^2/2m \cong 10^{-5}$  m, una distancia comparable al camino libre medio, de manera que el movimiento se puede asimilar más bien a

un flujo en la dirección del campo, que a una difusión al azar. La velocidad de flujo sería algo menor que  $\delta x/\tau \cong 600$  m/s, es decir, 70 veces menor que la de los electrones.

Ahora bien, en el caso máximo, con 4 franjas completas, en cada una se incrementa un 25% el caudal de electrones, con lo cual la corriente de electrones que llega a  $G_2$  es  $1,25^4 = 2,44$  veces la que inició el camino desde  $G_1$ , y 1,44 veces ésta es la corriente constituida por los iones positivos que llegan a ella. Es decir, si  $I_{G_2} \cong 0,5$   $\mu$ A (es una corriente constituida puramente por electrones), entonces, 0,2  $\mu$ A es la corriente constituida por los electrones que parten de  $G_1$ , y 0,3  $\mu$ A es la constituida por los iones positivos que llegan a  $G_1$  (suponiendo que no son neutralizados en el camino, lo que se verá inmediatamente).

Por lo tanto la corriente de iones, con un máximo valor de 0,3  $\mu$ A/cm<sup>2</sup>, y una velocidad de arrastre de 600 m/s, determina una densidad de carga positiva del orden de 5  $\mu$ C/m<sup>3</sup>. Esta carga no es tan pequeña, pero aún no altera demasiado el campo generado por las grillas – aunque es claro que el sistema, con cuatro franjas visibles ya está llegando a su límite de funcionamiento normal.

Estas estimaciones muestran que la carga espacial positiva domina, y el efecto de la carga espacial negativa solamente alcanza para neutralizar una pequeña parte de la positiva. Por otra parte, 5  $\mu$ C/m<sup>3</sup> representan  $3 \times 10^{13}$  iones/m<sup>3</sup>, que es la fracción  $10^{-10}$  del número de átomos de neón por metro cúbico, lo cual significa que cada electrón de la corriente, chocando 50 veces en cada franja, 200 en total en todo su recorrido hasta  $G_2$ , tiene muy pocas probabilidades de encontrarse con un ion y neutralizarlo (aún pensando en muchísimos más choques se mantiene el razonamiento). Es decir que los iones positivos en su casi totalidad llegan hasta  $G_1$  sin ser neutralizados en el camino, y se neutralizan tomando electrones allí.

De manera que con estas estimaciones es posible afirmar que en las condiciones de funcionamiento normal de esta lámpara no hay carga espacial suficiente para alterar mucho el campo eléctrico, el cual debe ser aproximadamente constante en la zona de interés, con su valor dado por la correspondiente expresión:  $E \cong U_2/L$ . Y asimismo es posible prever que cuando  $U_2$  se acerca a los 90 V la situación se torna crítica, y fácilmente se puede entrar en descarga, en total acuerdo con lo que se observa experimentalmente.

### 3.d.- Sobre la pérdida de energía en los choques elásticos.

Además de la energía suministrada por el campo eléctrico es necesario evaluar la energía ganada o perdida en números muy grandes de choques elásticos.

Considerando que la masa del átomo de Ne es:  $M = 20$  u.m.a.  $\cong 36500 m_e$ , unos rápidos cálculos muestran que en todo el rango de energías la velocidad media de los electrones es muy superior a la de los átomos, pero su cantidad de movimiento es mucho menor.

Efectivamente la mínima velocidad de los electrones sería, en equilibrio térmico con los átomos de neón, a temperatura ambiente (0,04 eV), 200 veces mayor que la de los átomos, y su cantidad de movimiento 200 veces menor; mientras que para electrones con 20 eV de energía cinética la velocidad es más de 4000 veces mayor, y la cantidad de movimiento menor que la octava parte de la de los átomos de neón.

En estas condiciones, dado que la cantidad de movimiento del átomo puede cambiar muy poco en un choque con un electrón, es posible analizar separadamente estos choques según que  $\Delta \vec{p}_{at}$  sea perpendicular o paralelo a  $\vec{p}_{at}$ . En adelante serán denominados respectivamente choques *transversales*, y, *longitudinales*.

Este análisis nos permite decir que en un choque transversal el átomo no puede perder energía, solamente puede ganar una cantidad  $\Delta E = |\Delta \vec{p}|^2 / 2M$ , mientras que en un choque longitudinal puede ganar o perder una cantidad  $\Delta E = \pm M v_{at} \Delta v_{at} = \pm p_{at} \Delta p_{at} / M$ .

Ahora bien, dado que el cambio de cantidad de movimiento del electrón y del átomo es el mismo vector cambiado de signo, y dado que el módulo de la cantidad de movimiento del electrón no puede cambiar mucho en un choque, se puede plantear que  $|\Delta \vec{p}| \cong 2 p_e \sin(\theta/2)$ , siendo  $\theta$  el ángulo entre la dirección de viaje del electrón anterior y posterior al choque ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ).

De manera que la cantidad de energía cinética relativa transferida por el electrón al átomo en choques transversales es  $\Delta E/E_c = 4 (m/M) \sin^2(\theta/2)$ , siempre positiva, mientras que en choques longitudinales es  $\Delta E/E_c = \pm 4 (v_{at}/v_e) \sin(\theta/2)$ .

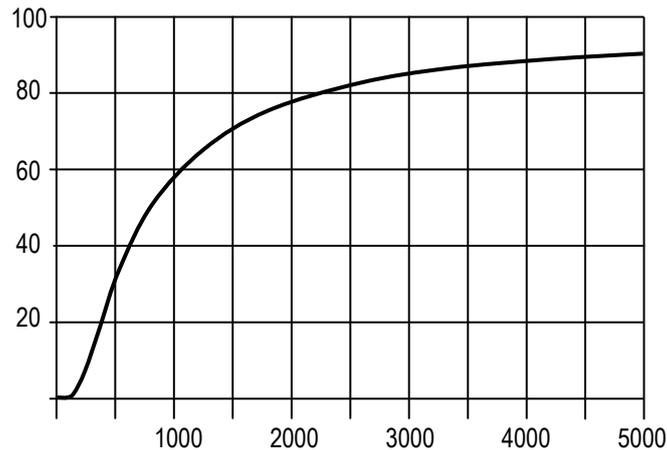
Dado que hay dos grados de libertad transversales y uno longitudinal, en un tratamiento aproximado podríamos decir en 2/3 de los choques son transversales, y en ellos (mientras son elásticos) el electrón siempre pierde una cantidad de energía cinética relativa en cada choque, en promedio, de  $0,4 \times 10^{-4}$  (esto se obtiene promediando el  $\sin^2(\theta/2)$  a 0,4 con la sección eficaz antes considerada [1]).

Un tercio de los choques elásticos en cambio, serían longitudinales, y en ellos el electrón podría ganar o perder, en promedio (promediando el  $\sin(\theta/2)$  a 0,6 con la sección eficaz mencionada), una cantidad de energía cinética relativa en cada choque de  $0,7 \times 10^{-3}$ . Aunque este valor es mucho mayor que el correspondiente a los choques transversales, en muchos choques se tiende a anular el total, por los signos alternantes.

Por otra parte, vale considerar que en la cercanía de  $G_1$ , dada la baja energía de los electrones, puede aumentar mucho la fracción de energía que puede transferirse en cada choque longitudinal, pero su total puede seguir anulándose en promedio, y la situación no cambia radicalmente. La continua pérdida de energía de los electrones en los choques transversales los acercará al equilibrio térmico con los átomos del gas, pero no parece que se pueda avanzar sensiblemente hacia ese equilibrio en los relativamente pocos choques que puede sufrir cada electrón mientras permanece en la zona.

De manera que la aparición de luminosidad junto a la grilla  $G_2$  nos anuncia que luego de recorrer el trayecto hasta ese punto los electrones han adquirido los cerca de 20 eV necesarios. La primera mitad del camino puede haber sido recorrida de manera más bien directa, con relativamente pocos choques y mínima pérdida de energía, pero la última mitad ya ha sido recorrida con más de 10 eV, en un movimiento típicamente difusivo que debe haberle requerido una cantidad grande de choques elásticos, que podrían representar una pérdida considerable de energía.

Para poder hacer una estimación es útil considerar la figura 4, que nos muestra, a partir de una simulación elemental en la que electrones con una energía de 15 eV viajan bajo la acción de un campo eléctrico de 4 V/mm, la cantidad de choques que requieren para avanzar desde el centro hasta  $G_2$  (se ha considerado  $v=2,3 \times 10^6$  m/s,  $\lambda=0,15$ mm,  $\tau=6,5 \times 10^{-11}$  s,  $\delta x=1,5 \times 10^{-6}$ m= $\lambda/100$ ).



**Fig. 4:** porcentaje de electrones que llegan desde el centro hasta  $G_2$  con menos choques (elásticos) que los indicados en la abscisa.

La figura muestra que casi un 60 % de los electrones llega a  $G_2$  con menos de 1000 choques elásticos (más la cantidad mucho menor en la primera mitad del recorrido, que no vale la pena considerar), para los que, considerando que 2/3 habrán sido transversales, se puede estimar una pérdida de energía de un 3 %. Ahora bien, un 20 % de los electrones necesitarán 2000 choques para llegar hasta  $G_2$ , con una pérdida relativa de energía del 5 %, y el restante 20 % podrá necesitar más de 4000 choques, con una pérdida del 15 %.

Y dado que porcentajes similares se obtienen variando un poco las condiciones de la simulación, esto indica que aún habiendo partido del cátodo todos los electrones con la misma energía, se debe esperar una pérdida media y una dispersión de alrededor de 1 eV en la energía de los electrones que llegan a  $G_2$  en condiciones para iniciar las excitaciones.

De manera que para la aparición de la primer franja luminosa puede esperarse que haya que compensar con  $U_2$  esta pérdida de 1 eV; y la situación en principio no se repetiría de la misma manera para la aparición de las siguientes franjas, ya que en una caminata aleatoria la cantidad de choques necesaria no es proporcional al desplazamiento neto, sino a su cuadrado.

Así es que a medida que el trayecto se va fraccionando en etapas la cantidad de choques se reduce a tal punto que la pérdida de energía en choques elásticos solamente puede ser importante para los valores de  $U_2$  correspondientes a la primera franja.

Pero ahora es necesario considerar también la posible dispersión de valores de energía de los electrones emitidos por el cátodo.

### 3.e.- Sobre la dispersión en energía de los electrones emitidos por el cátodo

El cátodo incandescente funciona aproximadamente a una temperatura de 1200 K, y aquí se considerará que antes de salir los electrones tienen una distribución de velocidades de Maxwell-Boltzmann, según la cual la fracción de electrones con velocidades entre  $v$  y  $v+dv$  es:

$$\begin{aligned}
 P(v) dv &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{v^2}{v_0^2} \exp\left(-\frac{v^2}{v_0^2}\right) \\
 &= \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m_e}{2k_B T}\right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{m_e v^2}{2k_B T}\right)
 \end{aligned}$$

Donde  $v_0$  es el valor más probable de  $v$  (valor de máximo  $P$ ), que cumple con  $mv_0^2 = 2 k_B T$ .

Para abreviar el tratamiento es cómodo expresar las temperaturas en eV, a través de la energía media de los electrones a esa temperatura:  $T_e = \langle E(\text{eV}) \rangle$ .

Es decir:

$$T_e = \frac{1}{e} \frac{m_e \langle v^2 \rangle}{2} = \frac{1}{e} \frac{3}{2} k_B T$$

Con esta notación la temperatura de los electrones a 1200 K, antes de abandonar el cátodo resulta:  $T_e = 0,16 \text{ eV}$ .

Y si escribimos la distribución M-B en función de la energía cinética de los electrones, teniendo en cuenta que  $dE/dv = m_e v$ , y denominando  $\varepsilon = E/e$ , a la energía de los electrones en eV, queda:

$$P(\varepsilon) = P(v) \frac{dv}{d\varepsilon} = \frac{3^{3/2} \sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{2\pi} T_e^{3/2}} \exp\left(-\frac{3\varepsilon}{2T_e}\right)$$

Ahora bien, el máximo de esta función está en  $\varepsilon_0 = T_e/3 = 0,05 \text{ eV}$ , que es la energía más probable, y los electrones que pueden abandonar el metal son los que tienen energía mayor que la *función trabajo* del metal,  $\Phi$ , que puede valer 2 o 3 eV. Es claro, aún sin conocer el valor preciso de  $\Phi$ , que es mucho mayor que  $\varepsilon_0$ , de manera que solamente la pequeña fracción de electrones en la cola superior de la distribución podrán salir.

Estos electrones tendrán todas las energías desde cero hasta infinito, pero su cantidad disminuirá tan rápidamente con la energía, que en la práctica se podrá fijar un valor máximo de energía tal que la cantidad de electrones con energía mayor que ese valor será totalmente despreciable.

Si para ello se denomina  $\varepsilon' = \varepsilon - \Phi$  a la energía de los electrones que logran salir del metal; la distribución de sus energías queda:

$$P(\varepsilon') = P(\Phi) \times \frac{\sqrt{\varepsilon' + \Phi}}{\sqrt{\Phi}} \times \exp\left(-\frac{3\varepsilon'}{2T_e}\right) \cong P(\Phi) \times \exp\left(-\frac{\varepsilon'}{0,1\text{eV}}\right)$$

Esta expresión dice claramente que los electrones que salen del cátodo tienen energías cinéticas que no superan algunas décimas de eV. Es decir que la dispersión de sus valores es absolutamente despreciable, y no puede influir en los valores medibles.

#### 4.- REGISTRO DE $I_A$ vs $U_2$

##### 4.a.- Consideraciones básicas.

Registrando la corriente de placa en función de la diferencia de potencial  $U_2$ , se espera obtener una indicación bastante precisa de la energía perdida por los electrones en los choques inelásticos.

Para poder interpretar las gráficas es bueno comenzar con la suposición simplificadora típica de que el caudal de electrones que atraviesa la grilla  $G_1$  está controlado exclusivamente por  $U_1$ ; es decir, no es influenciado por los valores de  $U_2$  ni  $U_3$ .

La corriente de placa comenzará a existir cuando haya electrones que lleguen a  $G_2$  con energía  $E > U_3$ , es decir cuando  $U_2 + U_1$  supere a  $U_3$ ; de manera que el valor de  $U_3$  se debe elegir suficientemente menor que la energía de excitación  $\Delta$  que se espera detectar, para que la

corriente de placa, que habrá comenzado en  $U_2 = U_3 - U_1$ , pueda mostrar una disminución al llegar  $U_2$  al valor  $\Delta - U_1$ .

A partir de la figura 5 se analizarán algunos aspectos importantes de una gráfica típica esperable.

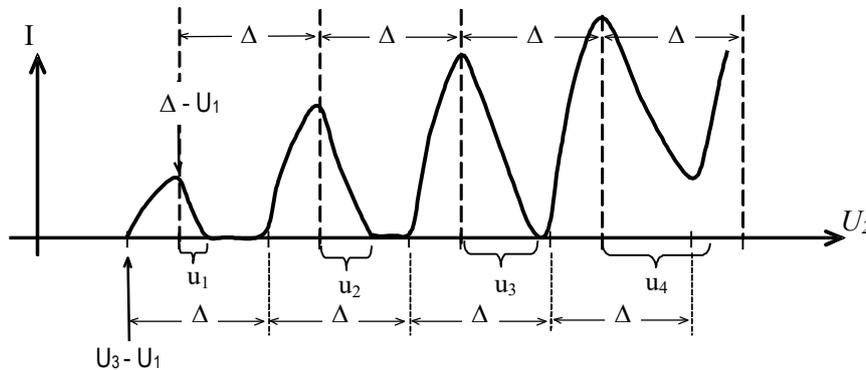


Fig. 5: representación gráfica típica de  $I_A$  en función de  $U_2$ .

La corriente crece gradualmente a partir del valor  $U_2 = U_3 - U_1$ . Luego comienza a disminuir cuando la energía cinética de los electrones llega al valor  $\Delta$  (supongamos una única excitación para simplificar estas consideraciones), y se anula cuando todos los electrones han sufrido los correspondientes choques inelásticos. A partir del hecho de que todas las franjas luminosas tienen cierto grosor fijo  $d$  (aproximadamente 1 mm), es posible calcular los valores  $u_1, u_2$ , etc., que debe aumentarse  $U_2$  cada vez por sobre el valor en el que comienzan las excitaciones, hasta que la corriente se anula, que es cuando terminan éstas:

$$u_i = \frac{d}{L - d} (n\Delta - U_1) = \frac{(n\Delta - U_1)}{4,5} \quad (4)$$

Aplicando esta expresión se ve que los sucesivos valores  $u_i$  van aumentando con el orden de la franja, y los sucesivos picos pueden terminar uniéndose y superponiéndose parcialmente, independientemente de que espacialmente las franjas puedan verse (o no) todas perfectamente separadas. Notar que esto ocurriría aún en el caso en que hubiese una única energía de excitación  $\Delta$  y la presencia de varias excitaciones próximas naturalmente debe aumentar este ensanchamiento de la zona de decrecimiento en cada pico.

El crecimiento gradual de  $I_A$  al comenzar cada pico sugiere que los electrones tienen cierta dispersión en energías, la cual quedaría aproximadamente medida por el ancho de la zona. Después del primer pico, la dispersión en energías en general puede atribuirse naturalmente al hecho de que haya varios niveles de energía próximos que pueden ser excitados. Luego de más de un choque inelástico hay distintas combinaciones de posibilidades para cada electrón, y así los sucesivos picos corresponden a valores de  $U_2$  cada vez con más dispersión. Pero es claro que eso no corresponde para el primer pico. Para éste hay cierta dispersión extra debido a la pérdida de energía en los choques elásticos, pero es pequeña y en general no basta para explicar la lentitud del crecimiento.

Experimentalmente para el primer pico se encuentra en general que el crecimiento comienza con un valor de  $U_2$  alrededor de 2 V atrasado respecto del valor esperable,  $U_3 - U_1$ , y puede ser bastante uniforme hasta el máximo, que también suele estar 2 V por encima de lo esperable (ver figura 7 con valores experimentales reales). Como se ve en esta figura, para  $U_3 = 10$  V el crecimiento del primer pico es uniforme con un ancho de 8 V, mientras que para  $U_3 = 16$  V, el crecimiento es brusco y con un ancho menor de 2 V. En los siguientes picos el

ancho de la zona de crecimiento aumenta mucho, como correspondería a la probabilidad de excitar al azar sucesivamente transiciones diferentes en el átomo.

Todo sugiere que el crecimiento gradual de  $I_A$  en el primer pico para valores pequeños de  $U_3$  es esencialmente una característica de los electrodos que no depende mucho de la presencia del neón y de los fenómenos que interesan aquí.

Esto es un motivo para tratar de hacer determinaciones de las corrientes en cada electrodo, cuyos resultados, como se verá más adelante, en la Sección 5, sugieren interdependencias capaces de justificar muchos comportamientos aparentemente extraños de la corriente de placa.

De estas ideas surgen algunas conclusiones útiles para decidir detalles del procedimiento a seguir para esta experiencia.

1) Los máximos deberían indicar los valores de  $U_2$  para los cuales comienzan las excitaciones. Es decir señalan los valores tales que  $U_2 + U_1 = n \Delta$  siendo ahora  $\Delta$  algún valor promediado de las energías de las excitaciones que tienen lugar. Claramente la diferencia entre valores consecutivos debe dar  $\Delta$

2) Posiblemente el valor de  $\Delta$  debería buscarse en los puntos de máxima pendiente negativa de la gráfica, mejor que en los máximos considerados en el punto anterior.

3) No hay razón para esperar que los picos tengan forma simétrica, y sean ajustados adecuadamente por una función *gaussiana*. Aún considerando que esta curva indica absorciones y no emisiones, tampoco hay razones para esperar que los “pozos” considerados hacia abajo a partir de una envolvente que pase por los valores máximos, sean simétricos, ni ajustables adecuadamente por gaussianas hacia abajo.

4) A veces el primer pico muestra una forma de “aleta de tiburón” que sugiere la superposición de dos picos indicativos cada uno de una excitación diferente (la primera, de 16,7 eV, y menor intensidad, seguida de la de 18,6 eV más intensa), y tonta a detectar esos valores superponiendo dos gaussianas que aproximen adecuadamente esta figura. Claramente este procedimiento no parece tener ningún justificativo.

Tampoco hay razones fuertes para aplicar la estrategia de buscar algo como el centro de gravedad de cada pico, como se muestra en la figura 4 en la guía de Leybold [16].

#### 4.b.- Registros típicos.

A continuación se muestran dos registros típicos de corriente de placa vs  $U'_2 = U_1 + U_2$  para distintos valores de  $U_1$  y  $U_3$ , obtenidos con CassyLab de Leybold (ordenada con valores arbitrarios). Es importante saber que la gráfica también puede obtenerse punto a punto, *sin necesidad de amplificación*, midiendo la diferencia de potencial a los bornes de una resistencia de 1 M $\Omega$  en serie con la conexión de ánodo como se muestra en la figura 8.

En ambos registros se indican, para comparación, con líneas de trazos verticales, los valores de  $U'_2$  para los que se ha registrado el comienzo de cada zona luminosa. Vale destacar que éstos no corresponden a cada valor de  $U_1$  indicado, ya que según las necesidades impuestas por la visibilidad, para cada franja se ha utilizado un valor diferente de  $U_1$ . También debe aclararse que estos valores indicados no corresponden a la teoría sino a una determinación efectuada, y están sujetos a las incertezas experimentales correspondientes.

## Posibilidades de la experiencia de Franck-Hertz en neón

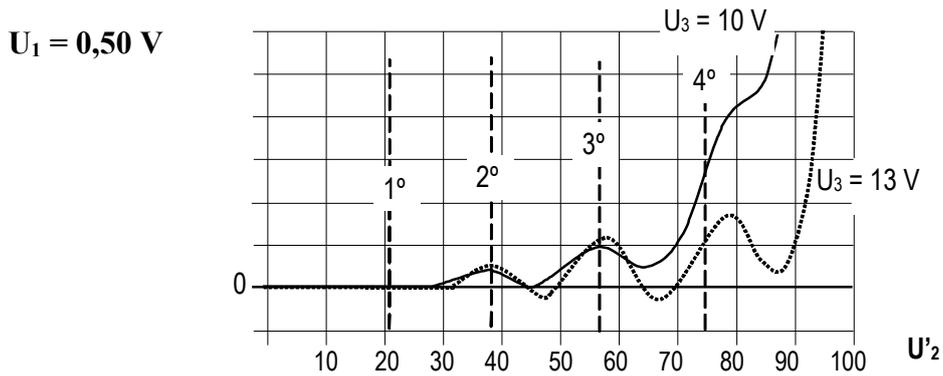


Fig. 6: gráficas de  $i_A$  vs.  $U'_2$ , para los valores indicados de  $U_1$  y  $U_3$ .

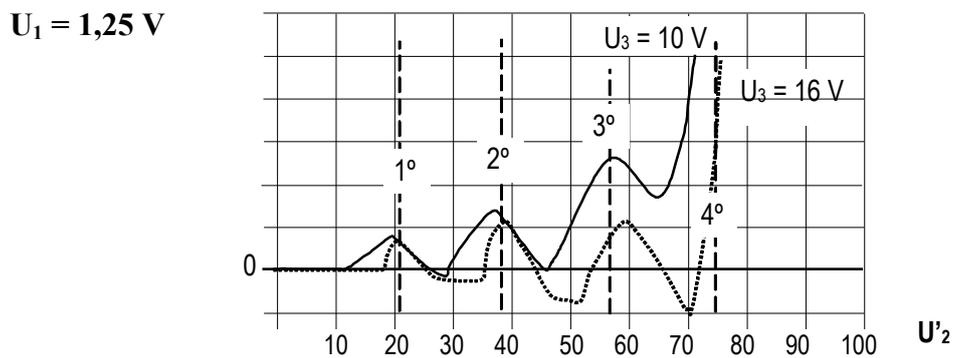


Fig. 7: gráficas de  $i_A$  vs.  $U'_2$ , para los valores indicados de  $U_1$  y  $U_3$ .

Estas gráficas muestran cómo el aumento de  $U_3$  se traduce bastante bien en el corrimiento del valor de  $U'_2$  para el que comienza el crecimiento de los picos.

También muestran que el valor de  $U'_2$  para el que se visualiza el comienzo de cada franja luminosa tiende a coincidir con el máximo del correspondiente pico solamente en algunos casos, pero con bastante diferencia en otros.

Vale destacar que experimentalmente se encuentra que si se repite la experiencia con iguales valores de  $U_1$  y  $U_3$ , la gráfica se repite muy bien, con variaciones menores que 0,1 V en las abscisas. Esto sugiere que la gráfica debería dar un registro muy preciso de los valores buscados de las excitaciones ( $\Delta$ ), pero ello no sucede: las gráficas correspondientes a distintos valores de  $U_1$  y  $U_3$ , muestran diferencias de más de 2 voltios en la abscisa de algún máximo, indicando que no se puede esperar más exactitud que a lo sumo  $\pm 1 \text{ V}$ .

La explicación de estas diferencias solamente puede radicar en características de grillas y electrodos que en principio no es posible conocer.

Y hay más razones para examinar un poco más el comportamiento de grillas y electrodos. Por ejemplo, las dos gráficas anteriores muestran valores negativos de  $I_A$ . Esto a primera vista es tan desconcertante e inexplicable que solamente puede ser atribuido a características de la respuesta electrónica del amplificador.

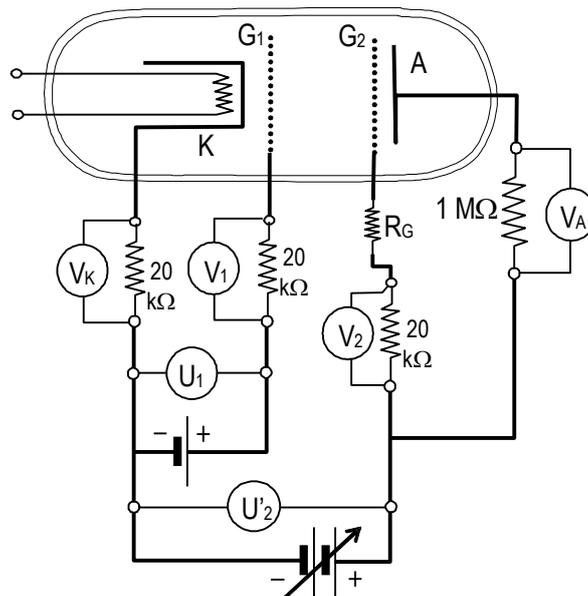
En el próximo punto se verá que no es así.

## 5.- COMPORTAMIENTOS DE LOS ELECTRODOS

### 5.a.- Cómo inspeccionar detalles.

Es interesante prescindir de la fuente de alimentación y control que suministra Leybold para este experimento, y hacer funcionar esta lámpara alimentando y midiendo cada electrodo de manera adecuada e independiente. De este modo se comprenden mejor algunos detalles, y se descubren algunas alternativas para mejorar algunas mediciones.

Para esto se ha elegido el método de medir diferencias de potencial a los bornes de resistencias adecuadas:  $1\text{ M}\Omega$  para el ánodo, y  $20\text{ k}\Omega$  para todas las demás. Con estos valores las diferencias de potencial a medir resultan del orden de mV, más fácilmente accesibles que la medición directa de corrientes de  $\mu\text{A}$  o nA. En la figura 8 se muestran los detalles.



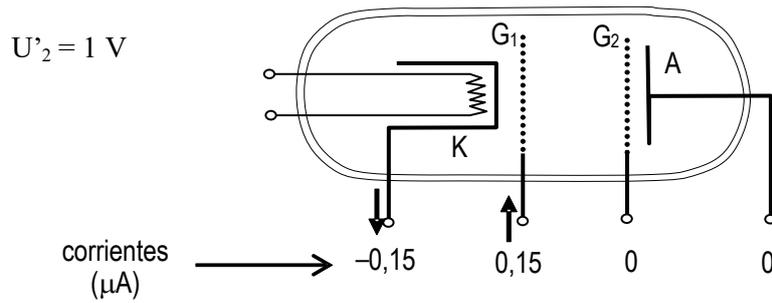
**Fig. 8:** circuito utilizado para determinar las corrientes en cada electrodo con milivoltímetros.  $R_G$  es una resistencia de  $1\text{ M}\Omega$  colocada por el fabricante.

Con este circuito se registraron los valores que siguen, y vale destacar que, excepto para el caso en que la válvula entra en descarga, para el cual se hacen aclaraciones aparte, todas las tensiones resultan de pocos mV, que no alteran sensiblemente los valores indicados de  $U_1$ ,  $U_2$ , y  $U_3$ . Es importante que la resistencia interna de los voltímetros no altere las mediciones – en este caso se utilizaron instrumentos con  $11\text{ M}\Omega$  de impedancia.

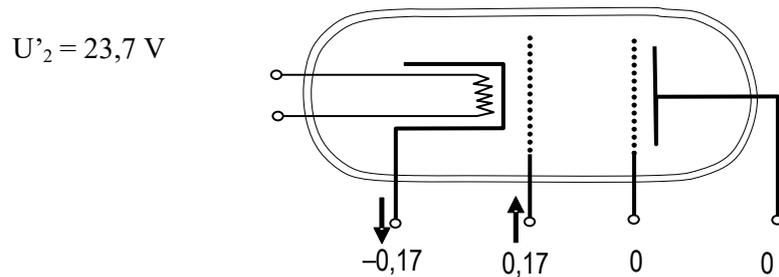
Como indica la figura, se mantiene siempre el ánodo al mismo potencial de  $G_2$ , excepto por las diferencias de potencial que aparezcan a los bornes de las resistencias indicadas, que como se verá, serán despreciables. Es decir, para todas estas mediciones  $U_3 \cong 0\text{ V}$ .

Para ilustración aquí se fijará  $U_1 = 0,50\text{ V}$ , haciendo variar  $U'_2$  desde cero hasta  $90\text{ V}$ .

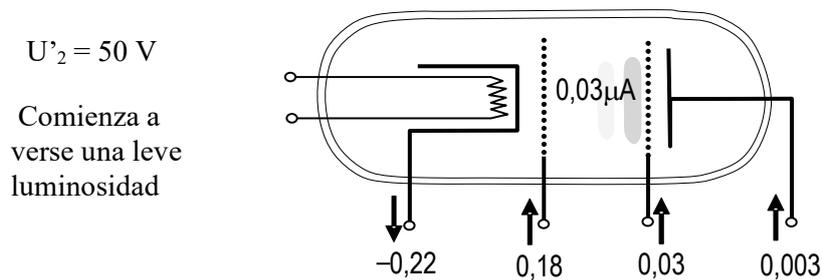
## Posibilidades de la experiencia de Franck-Hertz en neón



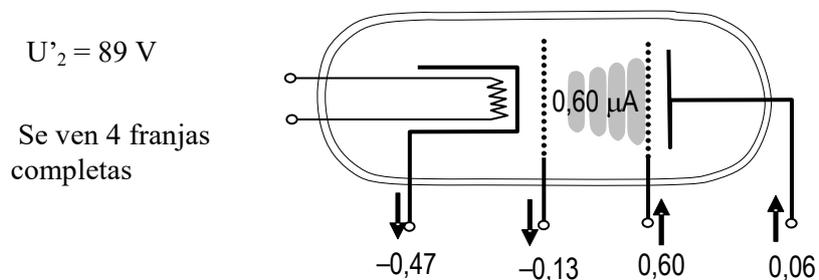
**Fig. 9.a:**  $G_1$  controla y retira los electrones suministrados por  $K$ . Hasta el orden de nA no hay corriente circulando entre  $G_1$  y  $G_2$ .



**Fig. 9.b:** el incremento de  $U_2$  no altera la situación de la figura anterior, aunque hace aumentar levemente en caudal de electrones que suministra el cátodo.

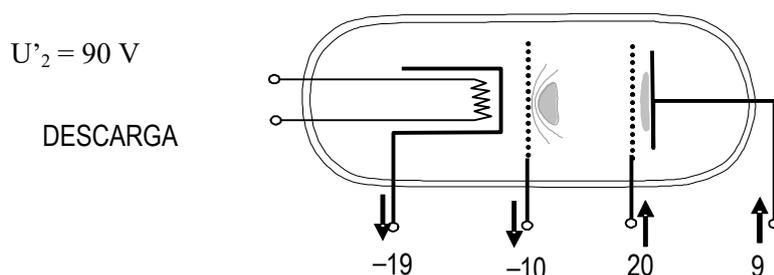


**Fig. 9.c:** aunque  $U_2$  ya influye perceptiblemente en la corriente del cátodo,  $G_1$  continúa controlándola, y retirando el 80 % de la misma. Las corrientes medidas sugieren que hay  $0,03 \mu\text{A}$  circulando entre  $G_1$  y  $G_2$ , y que ese valor es capaz de generar la leve luminosidad con que se comienzan a percibir dos franjas.



**Fig. 9.d:**  $U_2$  influye fuertemente en la corriente del cátodo, y ahora  $G_1$  suministra electrones al sistema. Las corrientes medidas sugieren que hay  $0,6 \mu\text{A}$  circulando entre  $G_1$  y  $G_2$ , y que ese valor es capaz de generar una buena luminosidad. Al igual que en la figura anterior,  $G_2$  retira el 90 % de los electrones que le llegan.

Y en estas condiciones, aumentando  $U_1$  hasta 1,2 V, la lámpara entra en descarga con los siguientes valores de corrientes de electrodo (todos en  $\mu\text{A}$ ):



**Fig. 10:** valores de corrientes (siempre en  $\mu\text{A}$ ) medidos en condiciones de lo que puede denominarse una descarga *suave* (comparada con otras posibles). Se muestran en gris las zonas en las que se observa la luminosidad, que es muy intensa.

Vale aclarar que en este caso de la descarga estos valores solamente pretenden ser ilustrativos, porque se puede ver que en la resistencia del ánodo hay una caída de tensión de 9 V, mientras que la  $R_G$  mencionada en la figura 8 hace que la grilla  $G_2$  sea 20 V más negativa que el terminal de  $U_2$ . De manera que los valores de  $U_2$  y  $U_3$  propuestos resultan completamente alterados. Y si para este caso se disminuye la resistencia colocada para medición en el ánodo, entonces la descarga resulta mucho más intensa, y aumentan mucho todos los voltajes. Es decir que es un fenómeno que debe estudiarse de otra manera, y no interesa profundizar aquí, más allá de tomar conocimiento del mismo.

Dejando de lado el tema de la entrada en descarga de la lámpara, de estas mediciones se pueden extraer conclusiones que aclaran bastante todo el panorama.

Una conclusión importante es que estas grillas no se caracterizan por ser simples rejillas que dejan pasar la mayor parte de los electrones actuando sobre ellos esencialmente en función de su potencial, sino que constituyen verdaderas barreras materiales, capaces tanto de sustraer como de suministrar electrones al haz.

Así se tiene, por ejemplo, que la corriente de placa que se grafica para mostrar los máximos y mínimos, está obstruida por  $G_2$  en un 90 %, sin que haya ninguna información sobre este efecto. Es posible que la explicación de algunos detalles aparentemente desconcertantes, no deba buscarse en las propiedades de las excitaciones, sino en las propiedades de las grillas.

En las figuras 6 y 7 se ve que la corriente de placa registrada se hace negativa para algunos valores de  $U_2$ , lo cual en principio suena tan inverosímil (ánodo suministraría electrones) que se tiende a interpretarlo como una falsa indicación originada en alguna particularidad del comportamiento del amplificador. Pero la detección de esa corriente sin amplificador, con resistencia en serie y milivoltímetro indica indudablemente que en esos momentos circulan electrones hacia el sistema. El mismo fenómeno se verifica en la grilla  $G_1$  en determinadas situaciones, (figuras 9.d, y 10). Es posible explicar esto considerando que cierto caudal de iones positivos llega a estos electrodos y toma electrones de ellos para neutralizarse, o que el choque de electrones desprende cierta cantidad de electrones secundarios.

De manera que es importante tomar conocimiento de que no todas las características de estas lámparas responden a las ideas básicas elementales.

### 5.b.- Una determinación alternativa interesante

Luego de animarse a utilizar vías alternativas para alimentar los electrodos de esta lámpara y abandonar los procedimientos estandarizados, es muy fácil concebir el siguiente método para determinar la energía de la excitación  $2p \rightarrow 3p$ .

Si se calefacciona el cátodo con la alimentación habitual del filamento, y se utiliza una fuente regulable de hasta 20 V para polarizar positivamente la grilla  $G_1$  respecto del cátodo, sin conectar los demás electrodos, entonces se puede medir el valor de  $U_1$  para el cual comienza a aparecer la luminosidad indicadora de la excitación  $2p \rightarrow 3p$  contra la grilla  $G_1$ .

Oscureciendo el ambiente y observando con una lupa se obtiene un registro extremadamente preciso: a los  $18,30 \pm 0,05$  voltios, comienza a ser visible la luminosidad.

Luego a los  $21,60 \pm 0,05$  voltios, la luminosidad pasa bruscamente al otro lado de  $G_1$ , registrándose un brusco aumento de la corriente catódica, que pasa de 30 a 120  $\mu\text{A}$ , en lo que podría ser la detección de la energía de ionización.

Lamentablemente no es absolutamente clara la interpretación de lo que se está detectando, porque a los 22,60 voltios bruscamente hay un enorme incremento luminosidad, que además retorna a la cara frontal de  $G_1$ , mientras la corriente catódica llega a los 2500  $\mu\text{A}$ .

De todas maneras parece claro que a partir de los 21,6 se está produciendo ionización.

Llevando a cabo las mismas determinaciones con la otra lámpara antes mencionada (igual fabricante y código, pero requiere 3 o 4 voltios más en la grilla  $G_1$  para su funcionamiento), se registran los mismos hechos, pero los valores incrementados en alrededor de 1 V, mientras que los valores de corriente anódica aumentan mucho menos:

Comienza a detectarse luminosidad en la cara frontal de  $G_1$ :  $19,75 \pm 0,05$  V,  $I_K \sim 30$   $\mu\text{A}$

Luminosidad aumenta y salta bruscamente a la cara dorsal de  $G_1$ :  $22,30 \pm 0,05$  V,  $I_K \sim 50$   $\mu\text{A}$

Luminosidad aumenta y retorna a la cara frontal de  $G_1$ :  $23,70 \pm 0,05$  V,  $I_K \sim 130$   $\mu\text{A}$

Estas interesantes determinaciones además de permitir una medición bastante limpia, sin influencia de electrodos intermediarios, de la energía de excitación  $2p \rightarrow 3p$ , así como de la de ionización, corroboran la idea de que el comportamiento de estos electrodos no permite mediciones con incerteza menor que 1 V.

## 6.- CONCLUSIONES

La experiencia de Franck-Hertz en neón, a través de la posibilidad de observar franjas luminosas que indican la presencia de cierto conjunto particular de niveles excitados, agrega a las virtudes habitualmente reconocidas de esta experiencia, un enorme conjunto de posibilidades de profundizar en detalles relacionados con el comportamiento de los átomos al ser chocados por electrones.

Estas posibilidades son ignoradas en las presentaciones habituales de esta experiencia, en las cuales además se priorizan las posibilidades de extraer informaciones casi exclusivamente de la gráfica de la corriente de placa en función de la tensión  $U_2$  aplicada a la grilla aceleradora.

Pero un curso de nivel universitario no debería contentarse con planteos ingenuos y superficiales, y no debería pasar por alto las posibilidades de razonamiento que ofrecen las franjas luminosas del neón.

Sobre la base de todas las exploraciones mostradas en este trabajo es posible afirmar que:

1.- No son admisibles planteos tan simplistas como los de Rapior et al [3], tanto cuando consideran que los electrones excitan en el primer choque que sufren luego de superar la energía umbral, como cuando consideran que el movimiento de los electrones ocurre esencialmente en la dirección del flujo.

2.- A pesar de las acertadas observaciones de White et al [2] acerca de la necesidad de resolver la ecuación de Boltzmann, y combinarla con adecuadas simulaciones Monte-Carlo, se considera que este trabajo ha mostrado que se pueden obtener muchas conclusiones interesantes, y llegar a explicaciones de suficiente profundidad sobre los fenómenos que tienen lugar en esta experiencia, sin abordar la ecuación de Boltzmann. Resolver y entender esta ecuación estaría totalmente fuera del alcance de los alumnos que realizan esta experiencia, y en este trabajo se considera que no aportaría explicaciones directas capaces de facilitar la comprensión de los detalles específicos que se registran.

3.- Además de servir para determinar valores de energía de excitación con tanta precisión como las gráficas  $I_A-U_2$ , las franjas luminosas pueden aportar información muy valiosa sobre detalles importantes de los diversos fenómenos que tienen lugar en esta experiencia. En particular son de inigualable importancia la posibilidad que brindan de obtener información sobre la pequeñez relativa de las secciones eficaces inelásticas respecto de las elásticas a través del modelado del movimiento de los electrones, y los razonamientos y la imaginación que son estimulados para ello.

4.- Es de mucho interés educativo explorar posibilidades de obtener resultados reemplazando la fuente de alimentación y control que suministra el fabricante, por sistemas adecuados independientes de alimentación y medición para cada electrodo de esta lámpara.

## APÉNDICE 1.

La determinación de la probabilidad de que los choques de electrones que se mueven dentro de cada franja luminosa en esta experiencia, produzcan excitaciones capaces de dar lugar a esa luminosidad, requiere tener en cuenta los siguientes elementos.

Por un lado los electrones que están en una de estas franjas y aún no han perdido su energía en un choque inelástico, tienen energías que van desde el valor umbral ( $\sim 18,4$  eV) hasta varios eV más, ya que cada franja comienza donde esta energía alcanza el umbral, y termina 1 mm más adelante, en donde los electrones pueden haber recibido del campo desde 4 eV (cuando  $U_2 \approx 20$  V), a 16 eV más (cuando  $U_2 \approx 90$  V). De manera que claramente, en cualquier franja los electrones siempre tienen energía suficiente para excitar todos los niveles hasta la ionización, y dado que las secciones eficaces de las excitaciones son mucho menores que las elásticas, cada electrón va a chocar muchas veces antes de sufrir un choque inelástico, y en este proceso necesariamente excitará todos los niveles con una probabilidad proporcional a la sección eficaz de cada uno.

Por otra parte, los decaimientos  $3p \rightarrow 3s$ , que son los únicos responsables de la luminosidad, no solamente se originarían en los átomos que han sido excitados por un choque al nivel  $3p$ , sino que a éstos hay que agregar todos los que habiendo sido excitados a niveles superiores, hayan decaído al  $3p$ . Éstos constituirían lo que se denomina contribución *en cascada*.

De manera que la luminosidad existirá en donde haya excitaciones a los niveles  $3p$  o superiores, y para tratar de determinar la probabilidad de estas excitaciones a partir del conocimiento de las secciones eficaces, también es necesario tener en cuenta que éstas comienzan desde cero en la energía umbral y crecen rápidamente, cada una según su manera

particular, hasta algún valor máximo que en general está cerca de los 30 eV. De manera que cualquier cálculo de cierto rigor requeriría de simulaciones que tengan en cuenta la dependencia funcional de cada sección eficaz con la energía, lo cual no es objetivo ni está al alcance de este trabajo.

Pero entre Sharpton et al [6], y Register et al [7], es posible obtener todas las secciones eficaces necesarias para unas estimaciones gruesas pero razonables.

Allí se obtiene que con buena coincidencia entre ambos autores, la sección eficaz total sumando todas las excitaciones a los niveles  $3p$ , entre los 20 y los 30 eV, crece desde cero hasta el valor  $0,05 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ , y para electrones de energías intermedias se obtiene  $0,04 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ .

Otra información interesante en este trabajo es la sección eficaz total de la excitación a los niveles  $3s$ , la cual es del orden de  $0,06 \times 10^{-20} \text{ m}^2$  a los 25 eV, es decir, es algo *mayor*, contradiciendo así los comentarios tanto del fabricante en el manual, como de Kash and Shields [13], y confirmando la afirmación de Sharpton et al [6], en el sentido de que siempre es mayor la probabilidad de excitación a subniveles  $s$  que a subniveles  $p$  de igual  $n$ .

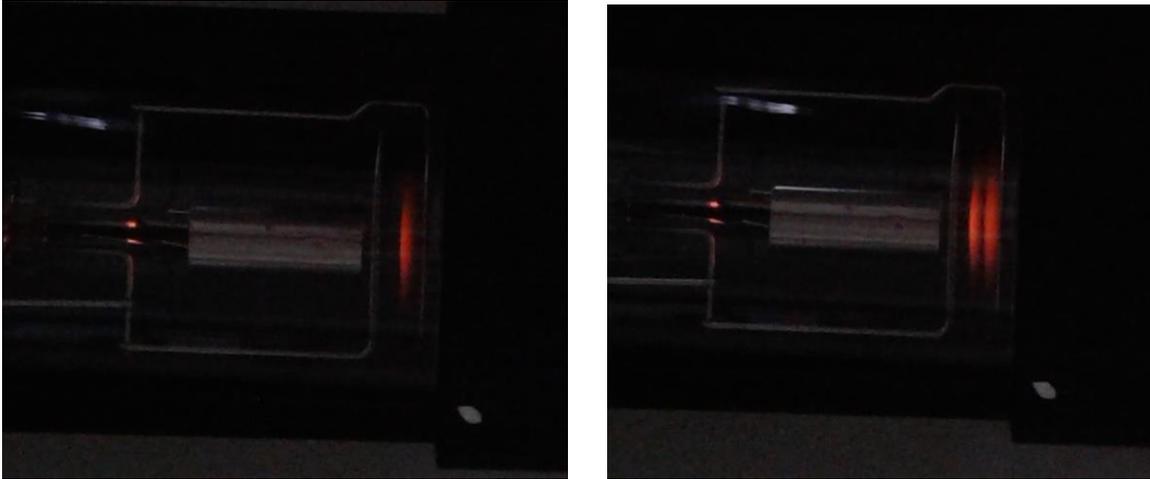
Por último es interesante observar, también en Register et al [7], que la probabilidad de excitación a todos los demás niveles superiores es menor, aunque no despreciable: llega a  $0,03 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ , a 30 eV (y podría extrapolarse a  $0,02$  o  $0,01 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ , a 25 eV).

Considerando que la sección eficaz elástica no varía mucho, y es aproximadamente constante adoptando para ella aproximadamente  $4 \times 10^{-20} \text{ m}^2$ , obtendríamos que se requerirían unos 90 o 100 choques elásticos para cada excitación al nivel  $3p$ , si ésta fuera la única presente. Pero sumando todas las secciones eficaces se obtiene algo como  $0,11 \times 10^{-20} \text{ m}^2$  a 25 eV, y debe pensarse en un valor algo menor ya que las energías de interés posiblemente estarían entre 19 y 22 eV, de lo cual surge que en promedio los electrones pierden su energía en algún choque inelástico luego de alrededor de 50 o 60 (y también podría ser algo más) choques elásticos.

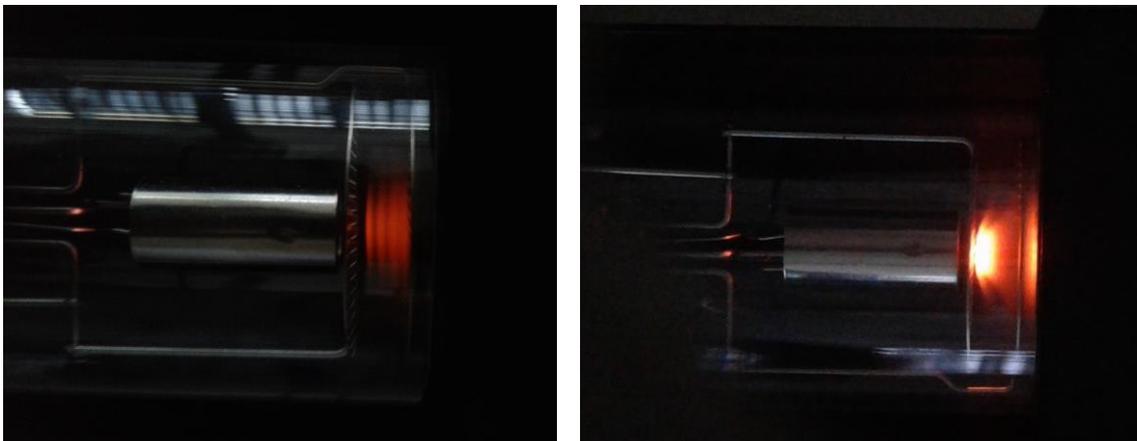
Y también puede verse en White et al [2] y Lotz [8], que en las mismas condiciones está la probabilidad de ionización: la sección eficaz de ionización parte de cero a los 21,6 eV, y llega a  $0,13 \times 10^{-20} \text{ m}^2$  a 30 eV. De manera que no puede evitarse cierta cantidad de ionización acompañando las excitaciones que producen la luminosidad: en la primera parte de cada franja no habrá ionizaciones, pero en la parte media las ionizaciones competirán con las excitaciones, y las superarán en la parte final.

## APÉNDICE 2.

Aquí se presentan las fotografías de la lámpara en varias condiciones.



**Fig. 11.** **Izq.** Primera franja completa e inminente comienzo de la segunda:  $U_1 = 3 \text{ V}$ ,  $U_2 = 38 \text{ V}$ ,  $U_3 = 0 \text{ V}$ .  
**Der.** Dos franjas completas y comienzo de la tercera:  $U_1 = 2 \text{ V}$ ,  $U_2 = 57 \text{ V}$ ,  $U_3 = 0 \text{ V}$ .



**Fig. 12.** **Izq.** cuatro franjas obtenidas con  $U_1 = 0,5 \text{ V}$ ,  $U_2 = 89 \text{ V}$ , placa al mismo potencial que  $G_2$ . **Der.** Régimen de descarga al que se llega aumentando  $U_1$  a  $1,2 \text{ V}$  en la situación de la izquierda. Notar la luminosidad contra la placa, más allá de  $G_2$ .

## 6. REFERENCIAS

- [1]: K. Fedus. 2014. *Electron Scattering from Neon Via Effective Range*. Braz J Phys. 44:622-628.
- [2]: R.D. White; R.E. Robson; P. Nicoletopoulos; S. Dujko. *Periodic structures in the Franck-Hertz experiment with neon: Boltzmann equation and Monte-Carlo analysis*. 2012 Eur. Phys. J.D 66:117.
- [3]: G. Rapior; K. Sengstock; V. Baev. 2006. *New features of the Franck-Hertz experiment*. Am. J. Phys. 74.5.
- [4]: E. L. Chaffee. 1933. *Theory of thermoionic vacuum tubes*. Mc Graw-Hill Book Company Inc.
- [5]: V. Puech; S. Mizzi. 1991. *Collision cross sections and transport parameters in neon and xenon*. J. Phys. D: Appl. Phys. 24. 1974-1985.
- [6]: F. Sharpton; R. St. John; Ch. Lin; F. Fajen. 1970. *Experimental and theoretical studies of electron-impact excitation of neon*. Phys. Rev. A. Vol.2. N° 4. 1305-1322.

- [7]: D. Register; S. Trajmar; G. Steffensen; D. Cartwright. 1984. *Electron-impact-excitation cross sections for electronic levels in neon for incident energies between 25 and 100 eV*. Phys. Rev. A. Vol.29. N° 4. 1793-1810
- [8]: W. Lotz. 1967. *Electron-impact ionization cross-sections and ionization rate coefficients for atoms and ions*. Astrophysical Journal Supplement. Vol. 14. 207.
- [9]: R. Mc Eachran, y A. Stauffer. 1983. *Elastic scattering of electron from neon and argon*. Journal of Physics B: At. Mol. Physics. 16. 4023
- [10]: J. Bowe. 1960. *Drift Velocity of Electrons in Nitrogen, Helium, Neon, Argon, Krypton, and Xenon*. The Physical Review. 117. 6.
- [11]: F. Sigeneger, R. Winkler, R.E. Robson. 2003. *What really happens with the electron gas in the famous Franck-Hertz experiment?* Contrib. Plasma Phys. 43, No.3-4. 178-197.
- [12]: G.F. Hanne. 1988. *What really happens in the Franck-Hertz experiment with mercury?*. Am. J. Phys. 56 (8).
- [13]: M.Kash y G. Shields. 1994. *Using the Franck-Hertz experiment to illustrate quantization. Energy states of the neon atoms by electron impact*. Journal of Chemical Education. 71. 6.
- [14]: T. F. O'Malley y R. W. Crompton. 1980. *Electron-neon scattering length and S-wave phase shifts from drift velocities*. J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. 13 (1980) 3451-3464.
- [15]: J. L. Pack y A. V. Phelps. *Drift Velocities of Slow Electrons in Helium, Neon, Argon, Hydrogen, and Nitrogen*. Physical Review Vol. 121, Number 3 February 1, 1961
- [16]: Leybold Physics Leaflets P6.2.4.3.