Título: *Acotación de algunos operadores integrales entre espacios de Lebesgue variables.*

En el presente trabajo nos enfocamos en el estudio de ciertos operadores integrales en el contexto de los espacios de Lebesgue con exponente variable $L^{p(\cdot)}(\Omega)$. Tales espacios tienen definida una norma que los hace espacios de Banach. Enunciamos resultados sobre la continuidad del clásico operador maximal de Hardy-Littlewood sobre estos espacios, los cuales requieren de ciertas hipótesis sobre las funciones exponentes $p(\cdot)$. Además enunciamos un resultado clave para nuestro trabajo a lo largo de esta tesis y es el Teorema de extrapolación en este contexto, el cual requiere de conocer ciertas desigualdades con pesos de $Muckenhoupt$.

Los primeros avances los obtenemos al estudiar operadores de la forma

$$Tf(x) = \int K(x,y)f(y)dy,$$

donde $K(x,y) = k_1(x - A_1y)...k_m(x - A_my)$, $k_i = \frac{\Omega_i(x)}{|x|^{\alpha_i}}$ tales que $\alpha_1 + ... + \alpha_m = n - \alpha$ con $0 \leq \alpha < n$ y $\alpha_i > 0$. Si $\alpha = 0$ ponemos $m > 1$. Además A_i son ciertas matrices invertibles. Las funciones $\Omega_i : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ son homogéneas de grado cero que satisfacen ciertas condiciones de tamaño y una condición de Dini. Analizamos primero casos particulares de este operador. Más específicamente cuando las $\Omega_i = 1$ $\forall i : 1...m$. Tal es el caso de los operadores de tipo fraccionarios. Se obtienen acotaciones de la forma

$$\|Tf\|_{q(\cdot)} \leq c\,\|f\|_{p(\cdot)}\,,$$

para ciertos $p(\cdot), q(\cdot)$. Como así también estimaciones de tipo débiles, siempre en el contexto de los espacios de Lebesgue variable, para estos operadores.

Luego analizamos el caso general obteniendo estimaciones similares. Destacamos las diversas técnicas con la que se encaran las demostraciones obteniendo diferentes resultados que provienen de distintas hipótesis sobre la función exponente $p(\cdot)$ y sobre las matrices A_i. También obtenemos algunas condiciones necesarias que deben satisfacer los exponentes $p(\cdot)$.

Finalmente consideramos operadores de convolución con medidas singulares. Dada una medida de Borel μ finita sobre $\mathbb{R}^n$, es decir

$$\int_{\mathbb{R}^n} d\,|\mu| < \infty,$$

definimos el operador de convolución

$$T_\mu f(x) = (\mu * f)(x) = \int_{\mathbb{R}^n} f(x-y)d\mu(y).$$

Consideramos diversas medidas μ y para cada caso estudiamos condiciones necesarias y suficientes que deben satisfacer las funciones exponentes para que el T_μ sea acotado desde el $L^{p(\cdot)}$ en el $L^{q(\cdot)}$.