Universidad Nacional de Córdoba
FAMAF Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

EXP-2020-199519-UNC-ME#FAMAF .

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Teoría Algebraica de Números.	**AÑO:** 2020
CARACTER: Especialidad	**UBICACIÓN EN LA CARRERA:** 5° año 2° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

El estudio de aritmética en cuerpos de números jugó y aún juega un rol fundamental en la historia de las matemáticas. Una de las primeras nociones que aprenden los alumnos que ingresan a la FAMAF es la de poder factorizar enteros de manera única como producto de primos a potencias. Entender cuando dicha factorización es posible en otros contextos (por ejemplo al trabajar con los números de Gauss) es una pregunta que surge naturalmente y que tiene aplicaciones al estudio de problemas geométricos/diofánticos, por ejemplo conocer las soluciones de la ecuación de Fermat.
A la vez, varios problemas clásicos, tienen un resurgir en los últimos años por el uso de computadoras, que llevan a proponer soluciones algorítmicas eficientes a diversos problemas en aritmética y extensiones de cuerpos.

El objetivo del curso es entender la aritmética en extensiones finitas del cuerpo de los números racionales. Para ello comenzaremos por dar una introducción a la teoría de cuerpos y sus extensiones, mencionando algunos casos de la teoría de Galois. Acto seguido presentaremos la noción de un número entero en un cuerpo de números, y veremos que no siempre existe factorización única. No obstante, demostraremos existencia de factorización única en ideales para los llamados "dominios de Dedekind", que incluyen a los cuerpos de números así como también a otros objetos geométricos (curvas en característica positiva).
Luego de introducir los conceptos anteriores, definiremos el "grupo de clases" que mide que tan lejos está un cuerpo de tener factorización única, y probaremos que dicho grupo es finito.
A la vez, demostraremos resultados sobre el grupo de unidades en cuerpos de números.
Por último, presentaremos una versión mas moderna de esta teoría, mediante el uso de los idèles, que involucran definir y entender a los cuerpos de números p-ádicos.

CONTENIDO

Unidad 1: Extensiones de cuerpos

Cuerpos. Extensiones algebraicas. Morfismos y clausura algebraica. Cuerpos de descomposición de un polinomio. Extensiones normales, separables e inseparables. Ejemplos varios (incluyendo las extensiones ciclotómicas). Versión simplificada de la teoría de Galois.

Unidad 2: Números y enteros algebraicos

Números algebraicos y enteros algebraicos. Dominios de Dedekind. Ideales en dominios de Dedekind y Teorema de factorización única. Ramificación de ideales. Grupo y número de clases. Grupo de unidades.

Unidad 3: Extensiones de Galois

Estudio de ramificación en extensiones de Galois. Grupo de descomposición e inercia. Morfismo de Frobenius. Teorema de Tchebotarev y aplicaciones. Ley de reciprocidad cuadrática.

Unidad 4: Idèles y adéles

Definición de los números p-ádicos y su topología. Definición del grupo de adèles y de idèles, y su relación con ideales en cuerpos de números. Relación con el Teorema de finitud del grupo de clases.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

1) Daniel Marcus, Number fields, Springer, 1977
2) Z. I. Borevitch, I. R. Shafarevitch: Théorie des nombres. Monographies internationales de mathématiques modernes. Gauthier-Villard, 1967.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

1) Henri Cohen: A course in computational algebraic number theory.
Graduate texts in Mathematics 138, Springer, 1996.
2) Serge Lang: Algebraic Number Theory (2nd edition). Graduate Texts in Mathematics 110, Springer, 1994.
3) J. Milne, Algebraic Number Theory. Disponible en:
http://www.jmilne.org/math/CourseNotes/math676.html

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

La evaluación consistirá de dos partes: al final del curso los alumnos tendrán que entregar una lista de ejercicios resueltos que le darán la regularidad de la materia (además de contar con una asistencia mínima del 70% a las clases teóricas). Una vez obtenida la regularidad, el etudiante deberá rendir un exámen final que consistirá en una exposición oral de la materia.

REGULARIDAD

1. cumplir un mínimo de 70% de asistencia a clases teóricas, prácticas, o de laboratorio.
2. aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

CORRELATIVIDADES

Para cursar:
Tener regularizada: Algebra III, y
Tener aprobadas: Funciones reales, Topología general, Análisis numérico II, Geometría diferencial, Física General.

Para rendir tener aprobada: Algebra III, Funciones reales, Topología general, Funciones analíticas, Análisis numérico II, Geometría diferencial, Física general.