

## Los dobles de Drinfeld del plano de Jordan, del súper plano de Jordan y de sus versiones restringidas

**Resumen.** En esta tesis doctoral consideramos álgebras de Hopf naturalmente asociadas al plano de Jordan, al súper plano de Jordan y a sus versiones restringidas en característica impar, esto es los dobles de Drinfeld de sus bosonizaciones. Las describimos de varias maneras y calculamos sus módulos simples.

El plano de Jordan es un álgebra cuadrática bien conocida en geometría no conmutativa y en la teoría de grupos cuánticos. Cibils, Lauda y Witherspoon observaron que es un álgebra de Nichols en característica 0, y calcularon el álgebra de Nichols correspondiente en característica positiva, que resulta de dimensión finita y al cual llamaremos *plano de Jordan restringido*. El súper plano de Jordan, introducida por Andruskiewitsch, Angiono y Heckenberger en 2016, es un álgebra con dos generadores, una relación cuadrática y una cúbica; en característica 0 es un álgebra de Nichols. En 2019 los mismos autores calcularon el álgebra de Nichols correspondiente en característica positiva, aún de dimensión finita, al cual llamaremos *súper plano de Jordan restringido*. Estas dos álgebras son importantes en el programa de clasificación de álgebras de Nichols de dimensión de Gelfand-Kirillov finita.

En este trabajo consideramos en primer lugar el plano de Jordan restringido, su bosonización  $H$  por un grupo cíclico y el correspondiente doble de Drinfeld  $D(H)$  al cual presentamos por generadores y relaciones. Se sigue de esta presentación que  $D(H)$  es una extensión abeliana (como álgebra de Hopf) del álgebra envolvente restringida  $u(\mathfrak{sl}_2)$  por un álgebra de Hopf local. Esto nos permite concluir que los módulos simples sobre  $D(H)$  son los mismos que los de  $u(\mathfrak{sl}_2)$ . Luego construimos un cubrimiento  $\tilde{D}$  de  $D(H)$  de dimensión infinita y probamos que es una extensión abeliana del álgebra envolvente  $U(\mathfrak{sl}_2)$  por el álgebra de funciones regulares en un grupo algebraico soluble. Así, obtenemos un diagrama conmutativo de nueve álgebras de Hopf con tres filas exactas y tres columnas exactas cuyas flechas verticales son (una especie de) morfismos de Frobenius cuánticos.

También obtenemos resultados análogos a partir del súper plano de Jordan restringido, pero relacionados con la categoría de súper espacios vectoriales. En efecto el doble de Drinfeld  $E$  así construido resulta una bosonización de una súper álgebra de Hopf  $\mathcal{E}$ ; esto es  $E \simeq \mathcal{E} \# \mathbb{k}C_2$ . Además  $\mathcal{E}$  resulta una extensión súper abeliana del álgebra envolvente restringida de la súper álgebra de Lie  $\mathfrak{osp}(1|2)$  por una súper álgebra de Hopf local, nos permite concluir que los módulos simples sobre  $\mathcal{E}$  son los mismos que los de  $u(\mathfrak{osp}(1|2))$ . Luego construimos un cubrimiento  $\tilde{\mathcal{E}}$  de  $\mathcal{E}$  de dimensión infinita, que es una extensión súper abeliana del álgebra envolvente  $U(\mathfrak{osp}(1|2))$  por el álgebra de funciones regulares en un súper grupo algebraico soluble. Así, obtenemos un diagrama conmutativo de nueve súper álgebras de Hopf.