



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



FAMAF  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
<b>ASIGNATURA:</b> Álgebra I	<b>AÑO:</b> 2023
<b>CARACTER:</b> Obligatoria	<b>UBICACIÓN EN LA CARRERA:</b> 1° año 1° cuatrimestre / Redictado: 2° cuatrimestre
<b>CARRERA:</b> Licenciatura en Matemática, Profesorado en Matemática, Licenciatura en Astronomía, Licenciatura en Física, Profesorado en Física	
<b>REGIMEN:</b> Cuatrimestral	<b>CARGA HORARIA:</b> 120 horas (Lic. en Astronomía, Lic. en Física y Lic. en Matemática) / 135 horas (Prof. en Física) / 165 horas (Prof. en Matemática)

### FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Álgebra I es una de las primeras materias que cursan los/as ingresantes de la mayoría de las carreras de grado de FAMAF, y constituye uno de los pilares fundamentales en el desarrollo del pensamiento matemático de los/as nuevos/as estudiantes.

La matemática es epistemológicamente distinta a las ciencias naturales y sociales porque sus métodos son diferentes y, fundamentalmente, porque la noción de verdad es absoluta a partir de premisas aceptadas como válidas. La matemática madura en el tiempo en lenguaje, formalidad, abstracción. Los nuevos resultados van conteniendo los anteriores sin contradecirlos perdurando su validez siempre que su demostración haya sido correcta.

Esta asignatura es básica en el estudio de la matemática como ciencia en sí misma, y en el uso de ella como lenguaje y herramienta en otras ciencias. Esto no se debe principalmente a sus contenidos temáticos en sí, sino a su aspecto procedimental que destaca el pensamiento lógico, la validación de afirmaciones, la fundamentación rigurosa, la construcción de objetos matemáticos a través de la abstracción de situaciones cotidianas. La asignatura aborda tres bloques centrales que ponen al alcance de los/as estudiantes distintos modos de razonamiento por medio del:

- Pensamiento algebraico, a través del estudio de estructuras algebraicas como conjuntos de números con su aritmética específica y las propiedades que derivan de ella y anillos de polinomios.
- Pensamiento combinatorio, a través del análisis de problemas de conteo.
- Pensamiento de la teoría de grafos, a través de la motivación de situaciones concretas que dan sentido al estudio de los grafos asociados.

En primer lugar se presentan la teoría de conjuntos y lógica proposicional como introducción a la práctica de la fundamentación matemática. Es importante en este punto destacar que lo que se incorpora en la asignatura no es el contenido en sí de las propiedades conocidas, sino la fundamentación de la validez de las mismas a partir de dichos axiomas considerados verdades iniciales. Los números naturales aportan un procedimiento de validación simultánea de una cantidad infinita numerable de afirmaciones: el Principio de Inducción. La aritmética entera presenta nociones abordadas en instancias escolares previas, como números primos, descomposición de un número entero en producto de números primos, máximo común divisor, mínimo común múltiplo, reglas de divisibilidad; aportando en esta instancia la posibilidad de demostrar con rigurosidad matemática éstas y otras afirmaciones aceptadas hasta el momento sin cuestionamientos de validez ni conocimiento de procedencia. El estudio de la congruencia de números enteros permite abordar la aritmética modular y las herramientas de cálculo que facilitan la resolución de ciertos tipos de problemas que involucran grandes números. Asimismo, el estudio de la combinatoria implica el análisis de problemas de conteo de conjuntos de cardinal finito, que permite la resolución de otra familia de problemas matemáticos. Como última situación referida a la aritmética, se presentan los números complejos, sus operaciones, y la caracterización de las raíces de la unidad. Se introducen la noción de polinomios sobre cuerpos conocidos y se desarrolla la teoría análoga a la de los números enteros.

Este curso tiene por objetivo que los/as estudiantes desarrollen capacidad o adquieran destreza y



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



FAMAF  
Facultad de Matemática,  
Astronomía, Física y  
Computación

EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

habilidad en:

- aprender la simbología matemática básica inherente a la teoría de conjuntos, a la lógica deductiva, a la aritmética clásica y modular, a la combinatoria y a la teoría de grafos; como así también su utilización en la escritura de afirmaciones y demostraciones en lenguaje matemático.
- realizar demostraciones matemáticas de afirmaciones sencillas a partir de premisas o hipótesis conocidas.
- reconocer las propiedades algebraicas básicas de los números reales y poder utilizarlas en sus fundamentaciones.
- comprender la utilidad del Principio de Inducción y su uso en la demostración de familias numerables de afirmaciones.
- dominar los conceptos de divisibilidad, números primos, máximo común divisor y mínimo común múltiplo, propiedades relativas al algoritmo de la división y del Teorema Fundamental de la Aritmética.
- comprender las relaciones de congruencia en los números enteros y sus propiedades aritméticas.
- reconocer el conjunto de números complejos desde un punto de vista algebraico y geométrico.
- reconocer los principios matemáticos aplicados en el conteo de un conjunto. Dominar los conceptos de divisibilidad, irreducibilidad, propiedades relativas al algoritmo de la división y del Teorema Fundamental de la Aritmética para polinomios.

## CONTENIDO

### 1- Teoría de conjuntos y lógica proposicional

Conjuntos: definiciones, pertenencia, contenciones, operaciones (unión, intersección, diferencia). Leyes de De Morgan. Cardinal de conjuntos finitos. Tablas de verdad y relación con lógica proposicional. Igualdad de conjuntos (diagramas de Venn, tablas). Producto cartesiano. Conjunto de Partes (y su cardinal para conjuntos finitos). Relaciones: definición, su representación como grafos. Relaciones de orden y equivalencia. Clases de equivalencia. Funciones: Definición.

### 2- Números Naturales y el Principio de Inducción

Conjuntos inductivos. Definición de los números naturales. Principio de Inducción. Sucesiones definidas recursivamente, principio de Buena Ordenación, principio de Inducción fuerte.

### 3- Combinatoria

Principio de adición y multiplicación. Permutaciones, arreglos y combinaciones. Técnicas de conteo. Números combinatorios: definición, propiedades y aplicaciones. Fórmula del binomio de Newton. Identidades y pruebas combinatorias. Aplicaciones.

### 4- Aritmética Entera

Números enteros. Divisibilidad. Números primos. Existencia de infinitos números primos. Algoritmo de la división entera. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo. Algoritmo de Euclides. Teorema Fundamental de la Aritmética. Irracionalidad del número raíz cuadrada de 2. Desarrollo binario y en base  $b$  de números enteros.

### 5- Aritmética modular

Relación de congruencia en los números enteros. Reglas de divisibilidad. Ecuaciones lineales en congruencia. Sistemas de dos ecuaciones en congruencia. Teorema de Wilson y de Fermat. Aplicaciones.

### 6- Números complejos y polinomios

Cuerpos. Definición y ejemplos,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$ ,  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ . Números complejos. Definición y representación gráfica. Operaciones y propiedades fundamentales. Conjugación y valor absoluto. Representación polar y cartesiana de un número complejo. Fórmula de Moivre. Raíces  $n$ -ésimas de la unidad. Anillo de polinomios  $K[x]$ : generalidades (suma, producto, unidades), grado, divisibilidad,



EX-2023-00247117- -UNC-ME#FAMAF

irreducibles y compuestos, algoritmo de división. Paralelismo con  $Z$ : Máximo común divisor, algoritmo de Euclides, coprimos. Factorización única. Aspecto funcional: Evaluación de polinomios (definición y algoritmos). Raíces. Teorema del resto. Multiplicidad. Equivalencias. Cota para el número de raíces con multiplicidad sobre un cuerpo. Teorema Fundamental del Álgebra, irreducibles de  $C[X]$ .  $R[X]$ : Raíces complejas no reales de polinomios reales. Factorización en  $R[X]$ .  $Q[X]$ : Teorema de Gauss para calcular raíces racionales. Ejemplos de factorización en  $K[X]$  para distintos  $K$ . Criterios de irreducibilidad sobre  $Q$  y algoritmos de factorización sobre los distintos cuerpos.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Álgebra I – Matemática Discreta I. Patricia Kisbye y Roberto Miatello. Trabajos de matemática, Serie C. Famaf. (2004)

Álgebra I. Teresa Krick, en UBA (2017)

<http://cms.dm.uba.ar/depto/public/grado/fascgrado9.pdf>

Álgebra: Una Introducción a la Aritmética y la Combinatoria. Ricardo Podestá y Paulo Tirao. (Notas preliminares)

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Notas de álgebra I. Enzo Gentile, Eudeba, (1988).

Aventuras Matemáticas. Leandro Cagliero, Daniel Penazzi, Juan Pablo Rossetti, Paulo Tirao, Ana Sustar. (2010)

## EVALUACIÓN

### FORMAS DE EVALUACIÓN

Dos parciales con sus correspondientes recuperatorios.

-Examen final escrito

### REGULARIDAD

Aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

### PROMOCIÓN

Sin promoción.