



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2021-00255127- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Funciones Reales	AÑO: 2021
CARACTER: Obligatoria	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 3° año 1° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

En esta materia el estudiante accede al tratamiento y manejo de estructuras más complejas que están detrás de conceptos manejados hasta ese momento en los cursos de Análisis Real, como continuidad, derivación e integración. La noción de medida de conjuntos, generalizando la noción de longitud o volumen que trae incorporada el estudiante en los espacios euclídeos, es fundamental para poder desarrollar una teoría de integración más general y que incluye a la integral de Riemann conocida hasta ese momento. La materia enfatiza un mecanismo fundamental de la matemática que es abstraer y generalizar el contexto donde se enmarca un problema para encontrar soluciones a las preguntas de interés. Además, el aprendizaje de estos contenidos da un marco conceptual para hacer un desarrollo de fundamentos de la teoría de la probabilidad.

La materia consiste en una iniciación al estudio de la teoría de la medida, de la integral de Lebesgue y de ciertos espacios de funciones y sus topologías, tanto en \mathbb{R}^n como en espacios abstractos, con vistas a sus aplicaciones: Probabilidad, Series e Integrales de Fourier, Ecuaciones Diferenciales, etc.

El objetivo es que el alumno maneje con soltura y profundidad las técnicas básicas del análisis, estudiando las demostraciones rigurosas de los teoremas fundamentales del curso y aprendiendo a resolver problemas relacionados y a realizar y a escribir correctamente sus propias demostraciones.

Metodología de trabajo: dada la situación de virtualidad, los estudiantes deberán ver antes de la clase unos dos o tres videos en Youtube (indicados previamente por el profesor) y en la clase teórica se revisarán los conceptos allí vertidos. Se resolverán asimismo todas las dudas que pudieran haber surgido. La duración total de los videos a ver para cada clase es de aproximadamente una hora.

En el práctico se resolverán las dudas correspondientes a los ejercicios. Habrá exposiciones por parte de los alumnos (individualmente o en parejas) de resoluciones de algunos ejercicios destacados.

CONTENIDO

Conjuntos y medida de Lebesgue

Numerabilidad. Medida exterior. Conjuntos medibles. Medida de Lebesgue. Conjuntos de medida nula. Conjuntos de Cantor. Conjuntos de clase G-delta y de clase F-sigma. Estructura de los conjuntos medibles. Algebras y sigma-álgebras. Conjuntos borelianos. Conjuntos no medibles. Funciones medibles, convergencia. Principios de Littlewood y Teoremas de Egoroff y Lusin.

Integral de Lebesgue

Integral de funciones medibles, definiciones y propiedades, relación con la Integral de Riemann. Lema de Fatou, Teoremas de convergencia (monótona, dominada) y sus consecuencias. Espacios de funciones integrables y sus propiedades básicas. Convergencia en medida. Lema de Vitali. Diferenciación, diferenciación vs integración. Cambio de variables. Derivabilidad de las funciones monótonas. Funciones de variación acotada. Funciones absolutamente continuas.

Medidas abstractas y construcción de medidas

Medidas e Integración en espacios abstractos. Medidas con signo. Teorema de Radon-Nikodym. Espacios L_p . Medidas en espacios producto. Teoremas de Fubini y Tonelli. Aplicaciones



EX-2021-00255127- -UNC-ME#FAMAF

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

- H. L. Royden & P. M. Fitzpatrick, Real Analysis (fourth edition), Prentice Hall, 2010.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

- N. Fava y F. Zó, Medida e integral de Lebesgue, Instituto argentino de matemática. Red Olímpica, 1996.

- R. Wheeden and A. Zygmund, Measure and integral, an introduction to Real Analysis. Marcel Dekker, 1977.

- M. Adams and V. Guillemin, Measure Theory and probability, Birkhauser,1996.

- W. Rudin, Real and Complex Analysis, Mc. GrawHill, 1966

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Habrá dos evaluaciones parciales más sus correspondientes recuperatorios, conformes al Anexo I de la Res. CD 73/2021.

La aprobación de la materia es a través de un examen final, que consistirá de una instancia escrita y una instancia oral.

REGULARIDAD

Los estudiantes deberán aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.

PROMOCIÓN

No hay promoción.