| PROGRAMA DE ASIGNATURA | |
|---|---|
| **ASIGNATURA:** Geometría Superior | **AÑO:** 2023 |
| **CARACTER:** Obligatoria | **UBICACIÓN EN LA CARRERA:** 4° año 1° cuatrimestre |
| **CARRERA:** Licenciatura en Matemática | |
| **REGIMEN:** Cuatrimestral | **CARGA HORARIA:** 120 horas |

## FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

En esta materia se estudian las variedades diferenciables, que son espacios topológicos con una estructura extra que da sentido a las nociones de curvas y funciones suaves. Las variedades diferenciables son espacios que localmente se pueden identificar con conjuntos abiertos de un espacio euclídeo, pero no necesariamente de forma global. Estas identificaciones locales permiten desarrollar una versión generalizada del análisis matemático en varias variables.
Al final de la materia se introduce la noción de volumen.
Las variedades diferenciables son importantes en la modelización de situaciones que pueden describirse local, pero no globalmente, de manera paramétrica.

El objetivo de esta asignatura es que el/la estudiante llegue a manejar los conceptos y técnicas que le permitan resolver problemas geométricos. Asimismo, se pretende fomentar en el/la estudiante el empleo de la intuición al trabajar con los conceptos de la geometría diferencial y al mismo tiempo que reconozca la necesidad de la precisión en el uso del lenguaje y del rigor para justificar las afirmaciones matemáticas.
Se intenta que el/la estudiante logre:
- Comprender y utilizar el lenguaje matemático para comunicar adecuadamente conocimientos de la asignatura.
- Desarrollar destreza en la aplicación de las técnicas de cálculo.
- Establecer relaciones entre los conceptos matemáticos definidos y utilizar tales conceptos en diferentes contextos.
- Entender con detalle los resultados fundamentales de la materia y poder reproducirlos de manera oral.

## CONTENIDO

### Unidad 1

Variedades diferenciables. Ejemplos. Funciones diferenciables. Vectores tangentes. Espacio tangente de una variedad en un punto. Base de vectores coordenados. Velocidad de una curva. La diferencial de una función y su matriz respecto de bases de vectores coordenados. La regla de la cadena. Estructura diferenciable del espacio tangente. Particiones de la unidad.

### Unidad 2

Inmersiones. Subvariedades. Subvariedades incrustadas. Ejemplos. Teorema de la Función Inversa. Funciones independientes en un punto de una variedad. Condiciones necesarias o suficientes para que funciones en un abierto de una variedad sean parte de un sistema coordenado, o para que algunas de ellas formen un sistema coordenado. Subvariedades iniciales. Lema de factorización. Toda subvariedad incrustada es inicial. Rebanadas. Forma local de una inmersión. Extensión de funciones diferenciables definidas en una subvariedad. Teorema de la subvariedad implícita.

### Unidad 3

Campos vectoriales diferenciables. Extensión local de un campo a lo largo de una inmersión. Curvas integrales de un campo vectorial. Dependencia diferenciable de los valores iniciales. Flujo local y grupo local monoparamétrico asociado a un campo. Campos vectoriales completos.

### Unidad 4
El corchete de Lie de campos vectoriales. La derivada de Lie de un campo vectorial. Condición para la existencia de un sistema de coordenadas cuyos campos asociados coincidan con campos vectoriales dados.

### Unidad 5
Distribuciones integrables. Distribuciones involutivas. Teorema de Frobenius local. Toda subvariedad integral de una distribución integrable es inicial. Teorema de Frobenius global. Subvariedad integral maximal.

### Unidad 6
Funciones multilineales alternantes. Producto exterior. Formas diferenciales. La derivada exterior de formas diferenciales. Formas diferenciales cerradas o exactas.
Orientación de espacios vectoriales de dimensión finita. Variedades orientables u orientadas. Pull-back de formas diferenciales. Integración en variedades. Teorema de Stokes.

## BIBLIOGRAFÍA

### BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
Lee, John M: Introduction to smooth manifolds. Graduate Texts in Mathematics 218, New York, Springer (2002).

Warner, Frank W: Foundations of differentiable manifolds and Lie groups. Graduate Texts in Mathematics 94. New York, Springer-Verlag (1983).

### BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
Boothby, William M: An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry. Pure and Applied Mathematics 63. A Series of Monographs and Textbooks. New York-San Francisco-London, Academic Press (1975).

Matsushima, Yozo: Differentiable manifolds. Translated by E. T.Kobayashi. Pure and Applied Mathematics 9. New York, Marcel Dekker (1972).

Spivak, Michael: A comprehensive introduction to differential geometry. Vol. I. Berkeley, California, Publish or Perish (1979).

Spivak, Michael David: Cálculo en variedades. Barcelona, Reverté (1970).

Fleming,Wendell: Functions of several variables. Undergraduate Texts in Mathematics. New York-Heidelberg - Berlin, Springer-Verlag (1977). (También en castellano.)

## EVALUACIÓN

### FORMAS DE EVALUACIÓN
Dos evaluaciones parciales y una evaluación parcial recuperatoria para cada parcial.
El examen final consta de una evaluación escrita sobre contenidos teórico-prácticos y una evaluación oral con preguntas teóricas.

### REGULARIDAD
Aprobar al menos dos evaluaciones parciales o sus correspondientes recuperatorios.