PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Geometría Algebráica	**AÑO:** 2021
CARACTER: Especialidad	**UBICACIÓN EN LA CARRERA:** 5° año 1° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Matemática	
REGIMEN: Cuatrimestral	**CARGA HORARIA:** 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

La geometría algebraica es un área de la matemática que es funcional a muchas otras áreas, tales como la geometría diferencial, la teoría de representaciones, la teoría de números, sólo por nombrar algunas. Tiene su origen en el estudio del conjunto de soluciones de ecuaciones polinómicas sobre un cuerpo algebraicamente cerrado. Con el tiempo, los problemas de origen aritmético (principalmente) crearon la necesidad de buscar un lenguaje que permita considerar también ecuaciones sobre cuerpos más generales, incluso sobre anillos como los enteros. En los años 50, Grothendieck introduce la noción de esquema. A cualquier anillo se le asocia un espacio geométrico, llamado su espectro. Un esquema se obtiene pegando varios espectros de anillos, así como una variedad diferencial se construye pegando copias
de R^n. Actualmente, los esquemas son el lenguaje básico de la geometría algebraica. Este lenguaje incluso permite entender mejor la geometría algebraica clásica (sobre cuerpos algebraicamente cerrados).
El objetivo es introducir al estudiante a la geometría algebraica a partir de la teoría de esquemas. La idea es hacerlo en dos cursos: Geometría Algebraica I (el curso propuesto) y Geometría Algebraica II, el cual se propondría probablemente el segundo cuatrimestre.
Con Geometría Algebraica I, el estudiante adquirirá nociones de categorías y haces, tendrá un manejo fluído con los conceptos básicos sobre esquemas, tales como subesquemas, esquemas proyectivos, distintos tipos de morfismos, variedades algebraicas, dimensión, singularidades, etc. Además, se presentarán los haces quasi-coherentes y la cohomología (de Cech) de haces. Finalmente el estudiante podrá apreciar cómo toda esta maquinaria se aplica al caso de curvas algebraicas, y si hay tiempo a superficies.
El curso será principalmente sostenido por el desarrollo de ejercicios por parte de los estudiantes, quienes trabajarán en una plataforma que les permita hacer devoluciones entre sí.

CONTENIDO

Unidad 1: Categorías y Haces
Categorías y funtores. Propiedades universales. Introducción a las categorías abelianas.
Haces y morfismos. Stalks. La categoría de O_X-módulos.

Unidad 2: Esquemas
La construcción del esquema afín Spec(A) asociado a un anillo. Esquemas. Esquemas proyectivos. Propiedades básicas de esquemas.

Unidad 3:
Morfismos de esquemas. Mapas racionales. Inmersiones abiertas. Morfismos afines, finitos. El Teorema de Chevalley y teoría de eliminación. Inmersiones cerradas. Divisores de Cartier. Productos fibrados y cambio de base. Propiedades preservadas por cambio de base. Producto de esquemas proyectivos. El embedding de Segre. Morfismos propios y separados.
Variedades algebraicas.

Unidad 4: Dimensión
Dimensión, grado de trascendencia. Normalización de Noether. Teoremas de Krull y de Hartog. Regularidad y lisitud. Teorema de Bertini.

Unidad 5: Haces quasi-coherentes

Fibrados vectoriales y haces localemente libres. La categoría abeliana de haces quasi-coherentes. Fibrados de línea, haces invertibles, divisores de Weil, divisores de Cartier (II). Haces quasi-coherentes en esquemas proyectivos. Haces amplios y muy amplios. Morfismos a espacios proyectivos.

Unidad 6: Cohomología de Cech

Definición y propiedades de la cohomología. Cohomología de fibrados de línea en espacios proyectivos. Característica de Euler. El teorema de Riemann Roch, grado y género de haces invertibles en curvas. La dualidad de Serre. El polinomio de Hilbert.

Unidad 7: Aplicaciones a curvas

Criterios para que un morfismo en un espacio proyectivo sea una inmersion. Curvas de género 0 y aplicaciones a la geometría clásica. Curvas hiperelípticas. Curvas elípticas.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Foundations of Algebraic Geometry: The Rising Sea, de Ravi Vakil. Disponible online:
http://math.stanford.edu/~vakil/216blog/FOAGnov1817public.pdf

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Algebraic Geometry I: Part I: Schemes with Examples and Exercises. Torsten Wedhorn y Ulrich Görtz

Algebraic Geometry. Robin Hartshorne.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

- Examen final sobre los contenidos teóricos+Exposición de un tema.

REGULARIDAD

aprobar al menos el 60% de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio.

PROMOCIÓN

Esta materia no tiene régimen de promoción.

CORRELATIVIDADES

Para cursar: Tener aprobadas: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General

Para rendir: Tener aprobadas: Funciones Reales, Topología General, Estructuras Algebraicas, Funciones Analíticas, Análisis Numérico II, Geometría Diferencial, Física General