



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2021-00255127- -UNC-ME#FAMAF

PROGRAMA DE ASIGNATURA	
ASIGNATURA: Matemática Discreta II	AÑO: 2021
CARACTER: Obligatoria	UBICACIÓN EN LA CARRERA: 3° año 1° cuatrimestre
CARRERA: Licenciatura en Ciencias de la Computación	
REGIMEN: Cuatrimestral	CARGA HORARIA: 120 horas

FUNDAMENTACIÓN Y OBJETIVOS

Esta es una materia que si bien se llama Matemática Discreta II el nombre real debería ser Algoritmos y Estructuras de Datos III mezclados con Matemática Discreta y Teoría de Códigos de Corrección de Errores y Teoría de Complejidad mas un toque de inteligencia artificial.

La parte principal de la materia es el estudio de algoritmos sobre grafos y networks, y especialmente el análisis de la corrección y las complejidades de los mismos para que los estudiantes comprendan que en muchas aplicaciones no basta dar un algoritmo sino que hay que demostrar su correctitud, dar una cota de su complejidad y demostrarla.

Esto es una mezcla de algoritmia y matemática.

El proyecto de programación se basa en esta parte para aprender las dificultades de traspasar elementos teóricos a codificaciones concretas.

Ademas de esta parte central la materia tambien cubre códigos de corrección de errores porque es un tema que necesitan en la materia Redes, cubre P-NP porque encaja bien con la primera parte viendo que a veces no hay algoritmos polinomiales para resolver problemas y Algoritmos Genéticos porque a'un en esos casos igual algo hay que hacer para resolver los problemas.

CONTENIDO

Grafos y Coloreo

Repaso de la noción de grafo y otras cosas.

Notaciones.

Coloreo de Grafos.

Numero cromático.

Algoritmo de fuerza bruta.

Problema k-Color.

Definición de bipartito.

Conectividad.

Componentes conexas.

Repaso de BFS y DFS.

Algoritmo polinomial para determinar bipartitud

Propiedad: un grafo es bipartito si y solo

si no tiene ciclo impares.

Algoritmo Greedy de Coloreo.

Ejemplos de aplicación.

Ejemplo de que no siempre Greedy devuelve el número cromático.

Ejemplo de que tan mal puede diverger.

=====

Very Important Theorem: (central para el proyecto)

Sea $G=(V,E)$ un grafo cuyos vértices están coloreados con un coloreo propio c con r colores $\{0,1,\dots,r-1\}$.

Sea P una permutación de los números $0,1,\dots,r-1$.

EX-2021-00255127- -UNC-ME#FAMAF

Sea $V[i]=\{x \text{ en } V \text{ tal que } c(x)=i\}$, $i=0,1,\dots,r-1$.

Ordenemos los vértices poniendo primero los vértices de $V[P(0)]$, luego los de $V[P(1)]$, etc, hasta $V[P(r-1)]$

Entonces Greedy en ese orden colorear a G con r colores o menos.

=====

Propiedad: El número cromático es menor o igual que $\Delta + 1$.

Ejemplos donde se alcanza la cota.

Teorema de Brooks. (con prueba en ambos casos: no regular y regular)

Fundamentos de inteligencia artificial

Algoritmos de Búsqueda.

Hill Climbing.

Simulated Annealing.

Algoritmos Genéticos:

Codificación del problema.

Fitness.

Reproducción de Población.

Terminación.

Selección, Crossover, Mutación, Reemplazo.

Algunas posibilidades de Mutación.

Algunas posibilidades de Crossover.

Single point, double, multiple points o mascara.

Crossover en el caso de permutation based codifications: crossover b'asico, Partial Mixing Crossover y Ciclico.

Algunas posibilidades de Selección:

Ruleta, SUS, Rank-based selection

Sigma based selection.

Otra posibilidades de estructura: catástrofes e islas. con migraciones.

Flujos Maximales

Grafos Dirigidos.

Ejemplos.

Networks.(redes)

Flujos sobre redes.

Valor de un flujo.

Flujos maximales.

Diversos ejemplos.

Algoritmo Greedy para encontrar flujo maximal.

Ejemplo donde no necesariamente encuentra flujo maximal.

Definición de corte y capacidad de un corte.

Caminos aumentantes de Ford-Fulkerson.

Algoritmo de Ford-Fulkerson.

Propiedad: Al aumentar el flujo a lo largo de un camino aumentante de Ford-Fulkerson lo que se obtiene sigue siendo flujo.

Max Flow Min Cut Theorem:



EX-2021-00255127- -UNC-ME#FAMAF

- a) El valor de todo flujo es menor o igual que la capacidad de todo corte.
- b) Si f es un flujo, las siguientes afirmaciones son equivalentes:
 - 1) f es maximal.
 - 2) Existe un corte S tal que $v(f) = \text{cap}(S)$.
 - 3) No existen f -caminos aumentantes.

Ejemplos de aplicación

del algoritmo de Ford-Fulkerson.

Debilidades del algoritmo de Ford-Fulkerson:

Ejemplo donde la complejidad no depende del número de vértices o lados.

Ejemplo donde el algoritmo no termina.

Refinamientos:

Algoritmos fuertemente polinomiales:

Algoritmo de Edmonds-Karp. Complejidad.

Algoritmo de Dinic o Dinitz. Complejidad de sus 2 versiones.

Algoritmos de pre-flow/push: algoritmo "wave" de Tarjan. Complejidad.

BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Matemática Discreta. N. Biggs, 1989

Applied Combinatorics. Roberts, 1989, Prentice-Hall.

Data Structures and Network Algorithms. R.E. Tarjan, 1983, Society for Industrial and Applied Mathematics.

Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness. Garey and Johnson, 1979, Bell Telephone Laboratories.

.pdfs hechos por Daniel Penazzi y entregados a los alumnos.

Combinatorial Optimization: Algorithms and Complexity. Papadimitriou-Steiglitz, 1998, Dover Publications.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Applied Combinatorics. A. Tucker, 2nd Ed., 1984

Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. Ahoja-Magnani-Orlin, 1993, Prentice-Hall.

EVALUACIÓN

FORMAS DE EVALUACIÓN

Los alumnos deberán aprobar las siguientes partes:

- 1) Una parte teórica, que se tomara en el final.
Se tomara en forma virtual salvo que la situación de la facultad y del país permita tomarla en forma presencial.
- 2) Una parte práctica que se tomara en el final.
Idem al punto anterior.
- 3) Una parte de programación, que se tomara a lo largo del curso (obviamente en forma virtual).
Los alumnos deberán entregar un proyecto de programación cuyas especificaciones estarán dadas en la página del Aula Virtual.



Universidad
Nacional
de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

EX-2021-00255127- -UNC-ME#FAMAF

El proyecto ES UNO SOLO pero vendra dado EN VARIAS ETAPAS para evitar el problema detectado en años anteriores que los alumnos dejaban todo el proyecto hasta que solo faltaban pocos dias para entregarlo y luego no llegaban a tiempo.

De esta forma aun si dejan todo para ultimo momento en cada etapa tendran mas posibilidades de completar la etapa.

Cada etapa del proyecto se apoya en funciones programadas en las etapas anteriores.

De todos modos una parte importante del proyecto es "specification driven programming": cada funcion definida en el proyecto tiene sus especificaciones que deben cumplirse de forma tal que se deben programar las funciones pej de la etapa 2 del proyecto haciendo calls a las funciones de la etapa 1 del proyecto, independientemente de como han sido programadas.

De esta forma se pueden evaluar las funciones de la parte 2, pej, haciendo calls a MIS funciones de la parte 1 y no la de los estudiantes.

Esto evita "propagacion de errores" y que errores en la parte 1 afecten a la correccion de las siguientes partes.

De todos modos el proyecto es estructuralmente uno solo, con un tema principal y la nota del proyecto ES GLOBAL, las distintas etapas no tienen notas parciales.

REGULARIDAD

Aprobar al menos el 60% de los Trabajos Prácticos o de Laboratorio.

Como hay un solo proyecto, deberán aprobarlo.

PROMOCIÓN

La materia no se promociona.